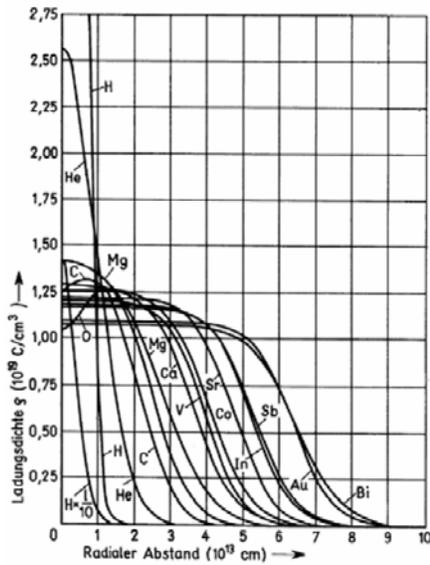


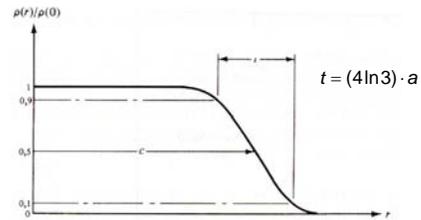
### c.) Ladungsverteilungen der Kerne



Ladungsverteilung für Vielzahl von Kernen bestimmt:

- Kerne sind keine „scharfen“ Kugeln sondern Ladungsverteilung fällt zum Rand hin ab:

Radiale Verteilung 
$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + e^{(r-c)/a}}$$



- Erwartungswerte für  $\langle r^2 \rangle$ :

$$\langle r^2 \rangle^{1/2} = 0.94 \text{ fm} \cdot A^{1/3}$$

- Wird Kern als homogene Kugel aufgefaßt so gilt für Radius  $R_K$

$$R_K^2 = \frac{5}{3} \langle r^2 \rangle = [1.21 \text{ fm} \cdot A^{1/3}]^2 \quad (\text{s. Kap. I})$$

- Kerne haben in etwa gleiche Nukleondichte im Innern

$$\rho_N = 0.17 \text{ Nukleon/fm}^3$$

- Leichte Kerne  ${}^6\text{Li}$ ,  $\text{Be}$ ,  ${}^4\text{He}$  besitzen gaußförmige Ladungsverteilungen

## 2) Elastische Elektron-Proton Streuung

### 2.1) WQ für ep Streuung

#### a) Unterschiede zur e-Kernstreuung

M (Proton) < M (Kern): Rückstoß muss berücksichtigt werden

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Mott}^{ohne\ Rueckstoss} \cdot \left( \frac{E'}{E} \right)$$

Protonspin  $\frac{1}{2}$  führt zu magnetischem Moment des Nukleons:  
Magnetisches Moment greift am Spin des Elektrons an und bewirkt einen Spinflip des Elektron-Spins.

Magn. Moment eines Dirac-Teilchens  
(punktförmiges Spin  $\frac{1}{2}$  Teilchen)

$$\vec{\mu} = g \left( \frac{e\hbar}{2M} \right) \vec{s}$$

#### b) WQ für "punktförmiges Spin $\frac{1}{2}$ Proton" (Dirac Teilchen)

$$\begin{aligned} \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{ep} &= \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Rutherford} \cdot \left( \frac{E'}{E} \right) \left( \cos^2 \frac{\theta}{2} + \underbrace{\frac{Q^2}{2M^2} \sin^2 \frac{\theta}{2}}_{\text{Spin-Flip}} \right) & \beta_e \approx 1 \\ &= \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Mott} \cdot \left( 1 + \frac{Q^2}{2M^2} \tan^2 \frac{\theta}{2} \right) \end{aligned}$$

Proton und Neutron sind nicht punktförmig:

- Verschmierte Ladungsverteilung (Proton)
- Magnetisierung  $\mu$  sollte ebenfalls über endliches Volumen verschmiert sein: **anomales magnetisches Moment**

$$\begin{aligned} \text{Proton} \quad \mu_p &= \frac{g_p}{2} \mu_K = 2.79 \mu_K & \mu_K &= \left( \frac{e\hbar}{2M} \right) \\ \text{Neutron} \quad \mu_n &= \frac{g_n}{2} \mu_K = -1.91 \mu_K & &= 3.1525 \text{ MeV T}^{-1} \end{aligned}$$

### c) Rosenbluth-Formel für e Nukleon Streuung

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{eN} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} \left( \frac{G_E^2(Q^2) + \tau \cdot G_M^2(Q^2)}{1 + \tau} + 2\tau \cdot G_M^2(Q^2) \cdot \tan^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

Mit Formfaktoren  $G_E$  und  $G_M$  und  $\tau = \frac{Q^2}{4M^2}$

Aus den elektrischen und magnetischen Formfaktoren  $G_E$  und  $G_M$  kann man auf die räumliche Ladungsverteilung zurückschließen.

Im Grenzfall  $Q^2 \rightarrow 0$  findet man:

ep-Streuung  $G_E^p(0) = Q/e = 1$        $G_M^p(0) = \frac{g_p}{2} = 2.79$

en-Streuung  $G_M^n(0) = 0$        $G_E^n(0) = \frac{g_n}{2} = -1.91$

Was auch den Namen „elektrischer“ und „magnetischer“ Formfaktor erklärt.

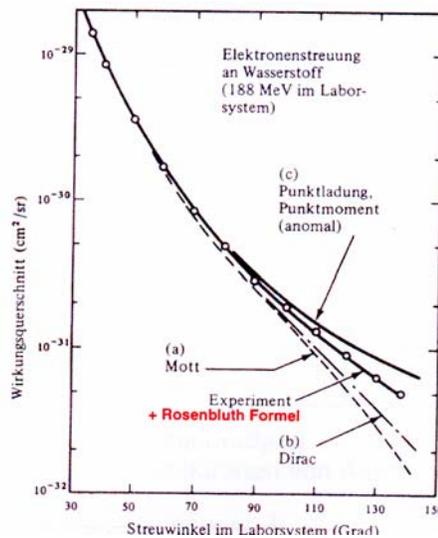
## 2.2 Bestimmung der Formfaktoren

### a) Experiment

SLAC 1956:

R. Hofstadter, R.W. Allister

- a) Mott: Spin ½ Elektron an Spin 0 (Punktförmig)
- b) Dirac: Spin ½ Elektronen an Spin ½ Proton (punktf)
- c) Wie Dirac aber anomales magn. Moment (+2.79)
- d) Rosenbluth: Punktf Spin ½ Elektronen an ausgedehntem Spin ½ Proton



## b) Parametrisierung

Rosenbluth Plot:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \bigg/ \frac{d\sigma}{d\Omega}_{Mott} = A(q^2) + B(q^2) \tan^2 \frac{\theta}{2}$$

$$A(Q^2) = \frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau} \quad \text{mit } \tau = \frac{Q^2}{4M^2}$$

$$B(Q^2) = 2\tau G_M^2$$



Erlaubt die Bestimmung der elektrischen und magnetischen Formfaktoren

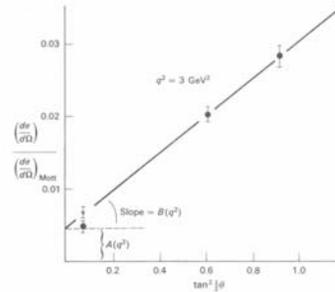


Figure 6.4 The electron-proton scattering cross-section plotted for fixed  $q^2$  and different scattering angles  $\theta$  (Rosenbluth plot). (After Weber (1967).)

## c) Resultate (eH, ed Streuung)

Skalierungsregel:

$$G_E^p(Q^2) = \frac{G_M^p(Q^2)}{2.79} = \frac{G_M^n(Q^2)}{1.91}$$

Elektrischer und magnetischer Formfaktor werden durch Dipolansatz beschrieben:

$$G(Q^2) = \frac{1}{\left(1 + \frac{Q^2}{0.71 \text{ GeV}^2}\right)^2}$$

Dipol-Formfaktor ist Fourier-Transf. einer exponentiellen Ladungsdichte  
 → Radius der Ladungsverteilung (Verteilung des mag. Moment):

$$\langle r^2 \rangle = 6 \frac{dG}{dQ^2} \bigg|_{q^2=0}$$



$$\langle r_{el}^2 \rangle^{\frac{1}{2}} = \langle r_{mag}^2 \rangle^{\frac{1}{2}} = 0.81 \cdot 10^{-15} \text{ m}$$

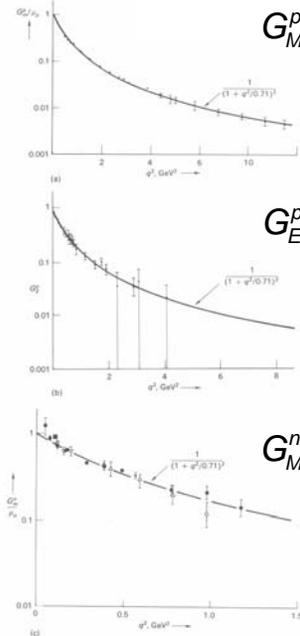


Figure 6.5 Comparison of the magnetic and electric form factors of neutron and proton. They are consistent with the scaling law (6.27). (a) Proton magnetic form factor; (b) proton electric form factor; (c) neutron magnetic form factor. (After Weber (1967).)

## 2.3 Summary: Elastic electron scattering

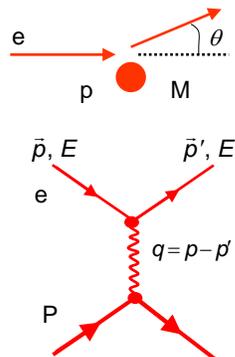
$$-Q^2 = 4EE' \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

General form of diff. cross section

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4EE' \sin^4 \frac{\theta}{2}} \{ \dots \}$$

Rutherford

non pointlike scattering partners w/ spin



Pointlike target w/o spin Mott scattering

$$\{ \dots \}_{Mott}^{elastic} = \left( \cos^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

Pointlike target w/ spin and mass M

$$\{ \dots \}_{e\mu \rightarrow e\mu}^{elastic} = \left( \cos^2 \frac{\theta}{2} + \frac{Q^2}{2M^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

Extended proton w/ spin

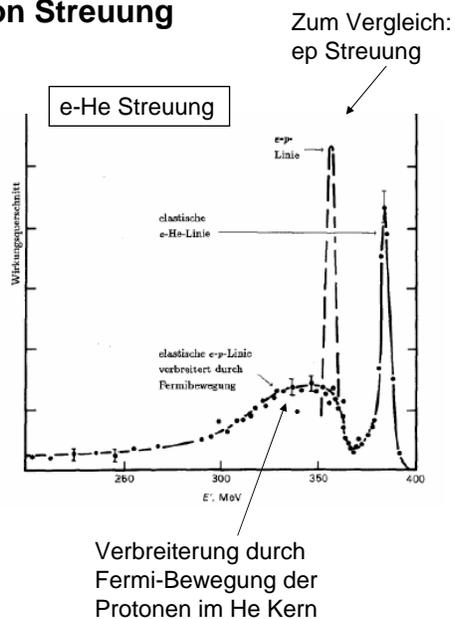
$$\{ \dots \}_{ep \rightarrow ep}^{elastic} = \left( \frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau} \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2\tau G_M^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad \text{mit } \tau = \frac{Q^2}{4M^2}$$

## 3. Tiefinelastische e-Nukleon Streuung

### 3.1 Motivation

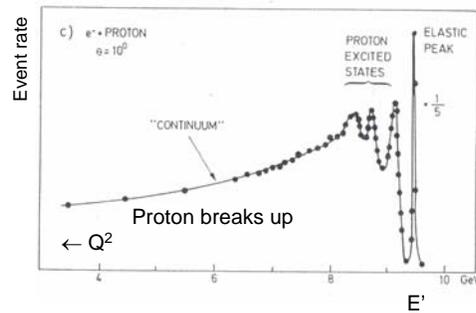
a) Elastische e-Kern Streuung

Man sieht bei steigendem  $Q^2$  elastische Streuung an einzelnen Nucleonen



## b) e-Proton Streuung

1. Ohne Energieübertrag: Elastische Streuung am Proton
2. Bei steigendem  $\nu = E - E'$  : Anregung innerer Freiheitsgrade Resonanzen  $\Delta(1232) \rightarrow \pi p$
3. Für  $\nu = E - E' >$  Bindungsenergie Proton bricht auf.



Man beobachtet ein erhebliches Kontinuum auch für große  $Q^2$ : Aus elastischen Formfaktoren würde man starke **Unterdrückung mit  $Q^2$  erwarten**.

- ➡ Hinweis auf Substruktur ?
- ➡ Kann man Kontinuum als Streuung an Konstituenten interpretieren ?