

2. Feynman Graphen zur Beschreibung von WW

2.1 Teilchenbeschreibung in QM

a) Nicht relativistische QM: $E = \frac{p^2}{2m}$

Schrödinger-Gl. für freies Teilchen $i \frac{\partial}{\partial t} \psi = -\frac{1}{2m} \nabla^2 \psi$

Lösung: $\psi(\vec{x}, t) = N \exp[i(\vec{p}\vec{x} - Et)]$

a) Relativistische QM: $E^2 = p^2 + m^2$

- Klein-Gordon Gl. $\frac{\partial^2}{\partial t^2} \phi - \nabla^2 \phi + m^2 \phi = 0$

beschreibt relativistische Spin 0 Teilchen

- Dirac Gl. Für Spin 1/2 Teilchen

Teilchen werden durch 4-komp. Spinoren beschrieben

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix}$$

Dirac Gl. = Wellengleichung für Spinoren

- Lösungen beschreiben Spin 1/2 Teilchen
- Es existieren Lösungen zu pos. und neg. Energieeigenwerten

$$E = \pm \sqrt{p^2 + m^2}$$

Lsg. zu negativen Energieeigenwerten bewegen sich rückwärts in Zeit (s. obige Lsg. Für freies Teilchen):

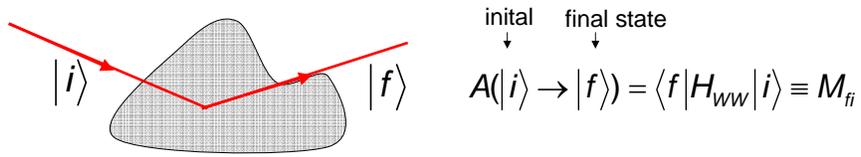
Diese Lsg. werden interpretiert als Anti-Teilchen die sich in pos. Zeitrichtung bewegen.

 Teilchen mit $E < 0 \Leftrightarrow$ Anti-Teilchen $E > 0$ (pos. Zeitrichtung)

2.2 Feynman-Regeln in QED

QED berücksichtigt Wechselwirkung der Fermionen mit quantisiertem Photon-Feld sowie Teilchenerzeugung und Vernichtung.

Feynman-Graphen stellen Rechenregeln, dar um Übergangsamplituden störungstheoretisch zu berechnen:



Bsp: Streuung an zeitunabhängigem Potential $V(x)$

$$M_{fi} = \int \psi_f^*(\vec{x}) V(\vec{x}) \psi_i(\vec{x}) d\vec{x}$$

$$= \int e^{-i\vec{p}_f \vec{x}} V(\vec{x}) e^{i\vec{p}_i \vec{x}} d\vec{x} = \int V(\vec{x}) e^{i\vec{q} \vec{x}} d\vec{x}$$

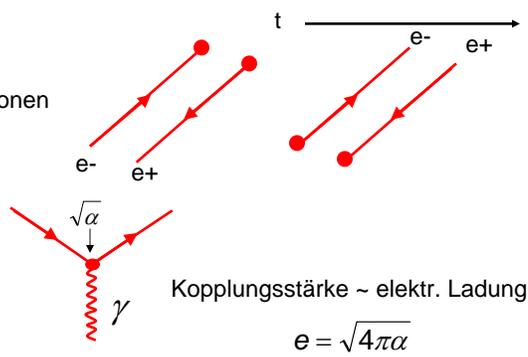
$$\vec{q} = \vec{p}_i - \vec{p}_f$$

Gleichzeitig stellen Feynman-Graphen eine Veranschaulichung der WW dar.

a) Feynman Regeln

- ein-/auslaufende (Anti)Fermionen

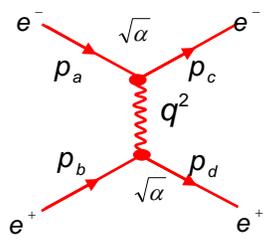
- Elementarer WW-Vertex



Kopplungsstärke ~ elektr. Ladung e
 $e = \sqrt{4\pi\alpha}$

- Am Vertex gilt 4er-Impulserhaltung, Ladungserhaltung, Leptonzahlerhaltung

- Bsp: e-e- Streuung

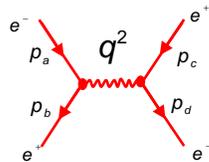


$$M_{fi} \sim \sqrt{\alpha} \frac{1}{q^2} \sqrt{\alpha}$$

- Ein/auslaufende Teilchen müssen Energie/Impulsbez. für freie Teilchen erfüllen $E^2 = p^2 + m^2$
- Innere Linien (hier Photonen) stellen virtuelle Teilchen dar: $E^2 \neq p^2 + m^2$
= Propagatoren (aufgrund von Unschärfe-Bez. erlaubt)

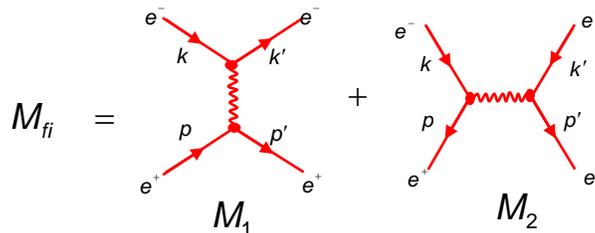
Bsp1: obige e-e- Streuung $q^2 = t = (p_a - p_c)^2 < 0$ t Kanal-Prozess
für freies Photon $q^2=0$!!

Bsp2: e+e- Vernichtung



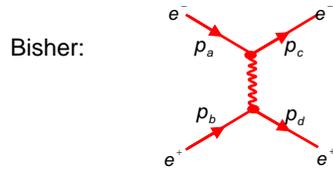
$$q^2 = s = (p_a + p_b)^2 > 0 \quad \text{s Kanal-Prozess}$$

- Übergangsamplitude für $e^- e^- \rightarrow e^- e^-$ $M_{fi} \sim \sqrt{\alpha} \frac{1}{q^2} \sqrt{\alpha}$
Photonpropagator
- Physikalisch beobachtbarer Prozess wird durch Summe aller Feynman-Graphen, die zum gleichen Endzustand führen beschrieben.
- Die Beiträge werden kohärent (d.h. auf Amplituden-Level) addiert



Meßgrößen $\sim |M_{fi}|^2$: \rightarrow Interferenzterme beim Quadrieren von M_{fi}

b) Feynman-Graphen höherer Ordnung



$$\sim O(\alpha) \quad \alpha = 1/137$$

Beiträge der Ordnung $O(\alpha^2)$:



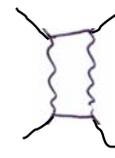
Vertex-Korrekturen



Propagator-Korrekturen



Fermion-Korrekturen



Box-Graphen

Änderung der Kopplung:
Anomales magn. Moment

$$\alpha \rightarrow \alpha(q^2)$$

Vertex-Korrekturen

→ anomales magn. Moment des Elektrons:

$$\vec{\mu} = g \cdot \mu_B \vec{S} \quad \begin{cases} g=2 \text{ (niedrigste Ordn.)} \\ g>2 \text{ (höhere Ordn.)} \end{cases}$$

Feynman Graphen	
$O(\alpha)$	1
$O(\alpha^2)$	7
$O(\alpha^3)$	72
$O(\alpha^4)$	891
til $O(\alpha^4)$	971

Kinoshita, 2005

$$\left(\frac{g-2}{2}\right)_{\text{theo}} = 0.0011596521759(85) \rightarrow \text{Präziseste QED Rechnung}$$

$$\left(\frac{g-2}{2}\right)_{\text{exp}} = 0.0011596521884(43)$$

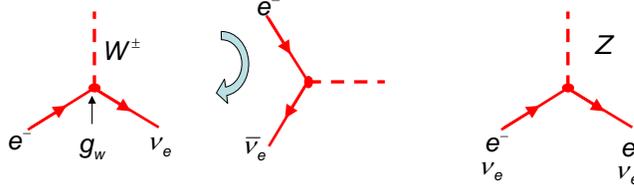


Fig. 8.2 The Feynman graphs which have to be evaluated in computing the α^3 corrections to the lepton magnetic moments (after Lautrup et al. 1972).

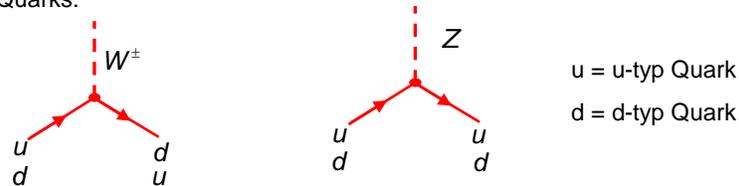
2.3 Feynman Graphen für schwache Wechselwirkung

Massive Austauschbosonen: W^\pm, Z

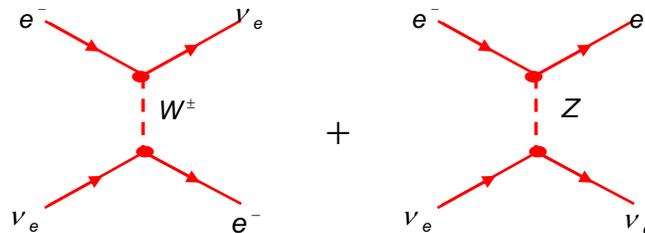
Erlaubte WW-Vertices für Leptonen:



für Quarks:



Bsp: $e \nu$ Streuung: $e^- \nu_e \rightarrow e^- \nu_e$

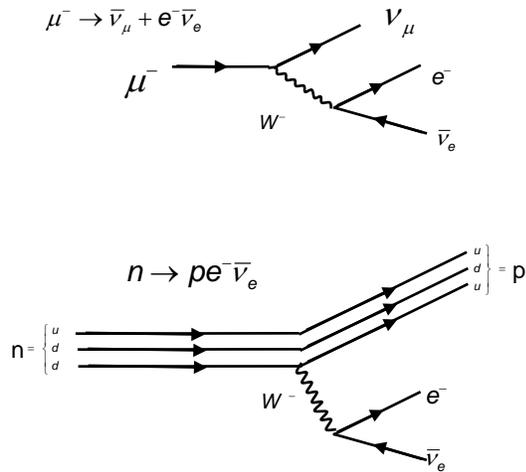


Übergangsamplitude $M_{fi} \sim g_w \underbrace{\frac{1}{q^2 - M_W^2}}_{\text{Propagator für massive Bosonen}} g_w$

Bem: für $q^2 \ll M_W^2$ $M_{fi} \sim g_w \frac{1}{M_W^2} g_w$

Auch falls $g_w \approx e$ ist die schwache Wechselwirkung für kleine q^2 etwa um Faktor 10^{-4} schwächer als e.m. WW

Bsp. für schwache Zerfälle



2.4 Feynman Graphen für starke Wechselwirkung

Austauschbosonen: masselose Gluonen

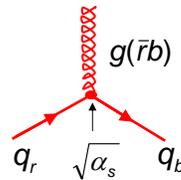
Elementarer Quark-Gluon Vertex:

$\alpha_s \sim 0.1 \dots 1$ abhängig von q^2 der WW

Bem.: $\alpha_s \sim O(1)$ fuer $q^2 \approx (200 \text{ MeV})^2$

Macht störungstheoretische Behandlung
sehr schwierig.

Gluonen tragen Farbe, deshalb gibt es 2 weitere elementare Vertices:



Bsp: Assoziierte Strangeness Produktion

