

## 7. Kerne, Kernzerfälle und Kernmodelle

7-1

Atomkerne werden durch phänomenolog. Modelle beschrieben.  
Beschreibung im Rahmen der starken WW (QCD) schwierig.  
→ effektive WW: Austausch von  $\pi$

### 7.1 Tröpfchenmodell zur Beschreibung der Bindungsenergie

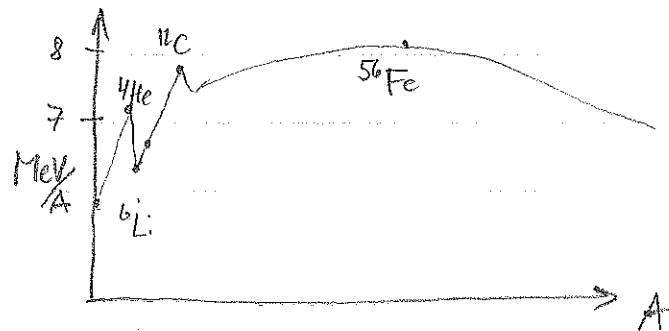
Bindungsenergie des Kerne = Massendefizit:

$$B(A, Z) = [ Z \cdot m_p + (A - Z) m_n - \underbrace{M(A, Z)} ] / c^2$$

Masse des Atomkerns

(Experimentell wird die Atommasse bestimmt → Berücksichtigung der  $e^-$ )

Für die Bindungsenergie findet man die in Fig 7.1 gezeigte Abhängigkeit von A:



$$B_{\max}(\text{Fe}) = 8.8 \text{ MeV/Nukleon}$$

Max. Bindungsenergie für  $A \approx 60$  (Fe und Ni Isotope).

Erste Parametrisierung der Bindungsenergie bzw. der Kernmassen in Abhängigkeit von A und Z wurde von C.F. v. Weizsäcker gegeben, die unter dem Namen Massenformel bekannt ist. Sie beschreibt den Effekt der breitzweiligen starken WW eines Nukleons mit den anderen Nukleonen des Kerns in

Anleitung der WW der Atome in einem Wassertropfen.

Sie basiert auf der annähernd konst. Dichte der Kerne und  $\text{Vol} \sim A$ :

$$B(A, Z) = a_v \cdot A - a_o \cdot A^{2/3} - a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{\text{sym}} \frac{(N-Z)^2}{A} + \delta / A^{1/2}$$

wobei die einzelnen Terme die folgende Bedeutung haben:

Volumenbeitrag  $a_v \cdot A$ : Jedes Nukleon liefert einen Beitrag zu B

Oberflächen effekt  $-a_o \cdot A^{2/3}$ : Nukleon an Oberfl.  $\sim A^{2/3}$  wenig stark gebunden

Coulomb-Abstoßung  $-a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}}$ : Effekt  $\sim Z^2$  und  $\sim$  mittleren Radius  $\sim A^{1/3}$

Asymmetrie Term  $-a_{\text{sym}} \frac{(N-Z)^2}{A}$ : bei leichten Kernen sind Kerne mit  $N \approx Z$  stabiler, bei schweren Kernen solche mit  $N > Z$ .

Paarungsterm  $\delta / A^{1/2}$ : Gerade Anzahl von p und n erhöhen Kernstabilität

$$\delta = \begin{cases} +11,2 \text{ MeV} & Z, N \text{ gerade: } gg\text{-Kerne} \\ 0 \text{ MeV} & Z \text{ od } N \text{ gerade: } ug\text{-Kerne} \\ -11,2 \text{ MeV} & Z \text{ und } N \text{ ungerade: } uv\text{-Kerne} \end{cases}$$

Man findet empirisch:  $a_v \approx 15,6 \text{ MeV}$

$$a_o \approx 17,2 \text{ MeV}$$

$$a_c \approx 0,7 \text{ MeV}$$

$$a_{\text{sym}} \approx 22,5 \text{ MeV}$$

(s. a. Povh)

→ Fig. 7.2

Massenformel erlaubt Berechnung der Q-Werte von

Kern-Prozessen:  $\alpha, \beta$ -Zerfälle, Kernspaltung, Kernfusionen.

## 7.2 Kernzerfälle, Kernspaltung und Kernfusion

s. Abb. 7.3:

Stabile Kerne bilden in  $(Z, N)$ -Ebene ein Stabilitätsfal:  
 leichte Kerne  $N \approx Z$ , schwere Kerne  $N > Z$ .

Bei Neutronenüberschuß  $\rightarrow$  n-Zerfall:  $\beta^-$

Bei Protonenüberschuß  $\rightarrow$   $\beta^+$ -Zerfall od. EC

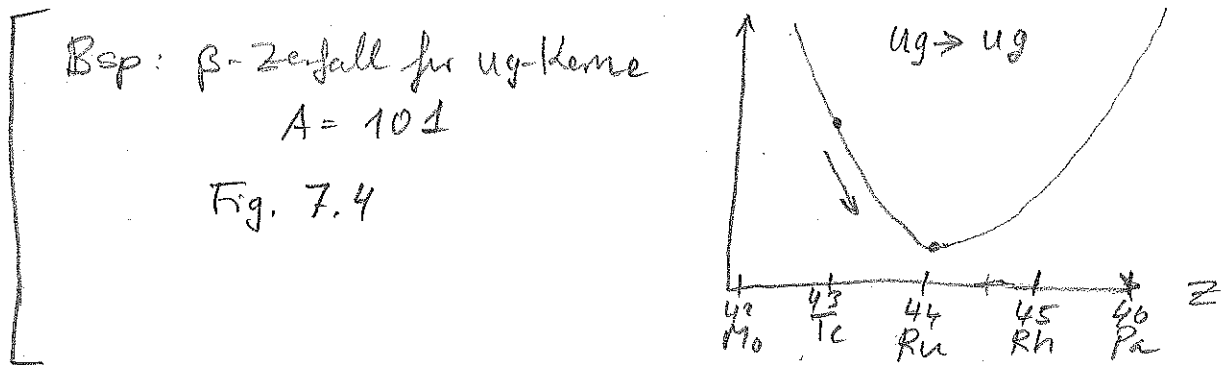
### a) $\beta$ -Zerfall

Für konst. A löst sich Massenformel als Fkt. von Z schreiben:

$$M(A, Z) = \alpha - \beta Z + \gamma Z^2 + \delta/A^{1/2} \quad \left. \vphantom{M(A, Z)} \right\} \text{Parabel in } Z$$

(Koeff.  $\alpha, \beta, \gamma$  aus Massenformel)

Für gg, ug und uu-Kerne sind Parabeln jeweils um 11.2 MeV  
 verschoben:  $gg \xrightarrow{+ \delta/A^{1/2}} ug \xrightarrow{+ \delta/A^{1/2}} uu$



Für gg oder uu Kerne: - Übergänge finden zwischen 2 getrennten

Parabeln statt

- alle uu Kerne haben stabile gebundene gg-Nachbarn  
 $\rightarrow$  instabil

Fig. 7.5

Bei gg-Kernen gibt es mehr als ein stabiles Nuklid (z.B. Cd od. Pd)  
 Der mögliche doppelte  $\beta$ -Zerfall ist stark unterdrückt.

b.)  $\alpha$ -Zerfall

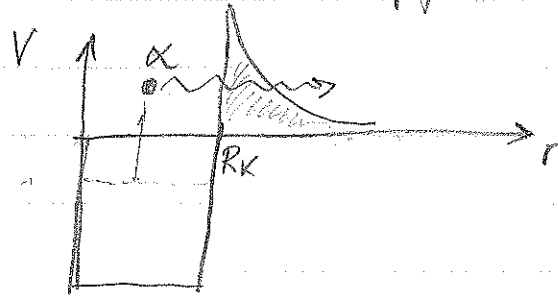
Protonen und Neutronen sind mit  $\sim 7 \text{ MeV/Nukleon}$  gebunden und können nicht aus dem Kern entweichen.

Oft ist allerdings die Emission eines  ${}^4\text{He}$ -Kern ( $2n2p$ ) möglich, was an die ausgesprochenen stabilen Bindung des  ${}^4\text{He}$  liegt.

Außerbald des Kerns erfährt  ${}^4\text{He}$  ( $\alpha$ ) Coulomb-Abstoßung durch Protonen:

$$V_{\text{Coul}}(r) = \frac{2 \cdot (Z-2) \cdot \frac{\alpha \hbar c}{r}}{\text{He Rest}}$$

Innerhalb des Kerns herrscht stark anziehendes Kernpotential, näherungsweise durch Potentialtopf beschrieben:



Wahrscheinlichkeit für  $\alpha$ -Zerfall wird durch Tunnelwahrscheinlichkeit durch die Coulomb-Barriere gegeben.

Für Coulomb-Potential findet man die Transmission  $T$

$$T = e^{-2G} \quad \text{mit} \quad G = \frac{1}{\hbar} \int_{R_0}^{R_1} \sqrt{2m\alpha^2(V(r)-E)} \, dr$$

$$\approx \sqrt{E_\alpha}$$

$$\text{Zerfallsrate: } \Gamma = W(\alpha) \cdot v \cdot e^{-2G}$$

$\uparrow$  ·  $\uparrow$  Stoßrate.

Bildungswechsel für  $\alpha$

$$\text{Halbwertszeit } T_{1/2} = \frac{1}{\Gamma} \ln 2 \rightarrow \log T_{1/2} \sim \frac{1}{\sqrt{E}}$$

$$\boxed{\log T_{1/2} \sim \frac{1}{\sqrt{E}}} \quad \left[ \text{Geiger-Nuttall Regel} \right. \\ \left. \text{Fig. 7.6} \right]$$

Durch  $\alpha$ -Zerfälle wird 4 Zerfallscadenz fortgesetzt } Fig 7.7 ||  
 $A = 4n, 4n+1, 4n+2, 4n+3$

## c) Kernspaltung

Da Bindungsenergie für  $^{56}\text{Fe}$  maximal, können sich schwere Kerne mit  $A > 56$  prinzipiell in 2 mittelschwere Kerne spalten. Allerdings ist Potentialbarriere (durch Tunneln!) beträchtlich.

### (i) Spontane Spaltung:

Leichteste Isotope bei denen spontane Spaltung mit  $\alpha$ -Zerfall konkurriert sind einige Uran-Isotope:

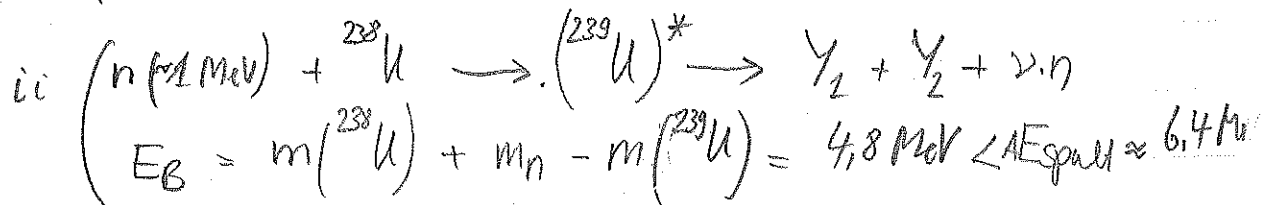
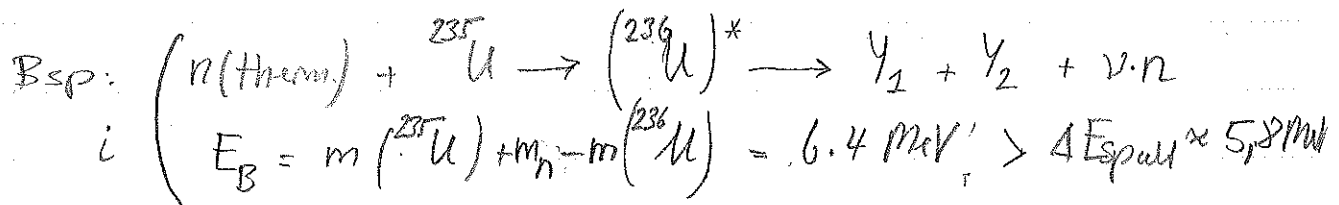
- Verformung der Nukleonverteilung zu Ellipsoid
- Bindungsenergie verringert sich wg. vergrößerter Oberfläche
- gleichzeitig sinkt Coulomb-Abstoßung.

Spontane Spaltung möglich für:  $\frac{Z^2}{A} > \frac{2a_0}{a_c} \approx 48$

### (ii) Stoßinduzierte Spaltung:

Spaltung wird durch Zuführen einer Stoßenergie, mit der die Spaltbarriere  $\Delta E_{\text{Spalt}}$  überwunden wird, initiiert.

Besonders effektiv ist Beschuss mit Neutronen, da diese keine Coulombbarriere überwinden müssen. In manchen Fällen sind therm. Neutronen ausreichend.



Unterschied zwischen beiden Fällen ist die Paarungsenergie

i.  $gg \rightarrow gg$ : es wird zusätzlich Energie frei

ii.  $gg \rightarrow ug$ : Paarungsenergie wird benötigt

Zur Energiegewinnung in Reaktoren kommen beide Prozesse zur Anwendung: Im Mittel wird  $\sim 200$  MeV/Spaltung frei.  
Bei Spaltung von  $^{235}\text{U}$  werden etwa 2,3 Neutronen freigesetzt (schnelle)  
→ Fig 7.8

### Kritische Masse:

Falls Masse des Urans hoch genug ist, können die freigesetzten 2,5 Neutronen wieder absorbiert werden und es kommt zu einer unkontrollierten Kettenreaktion:  $M_{\text{krit}}(^{235}\text{U}) = 49 \text{ kg}$

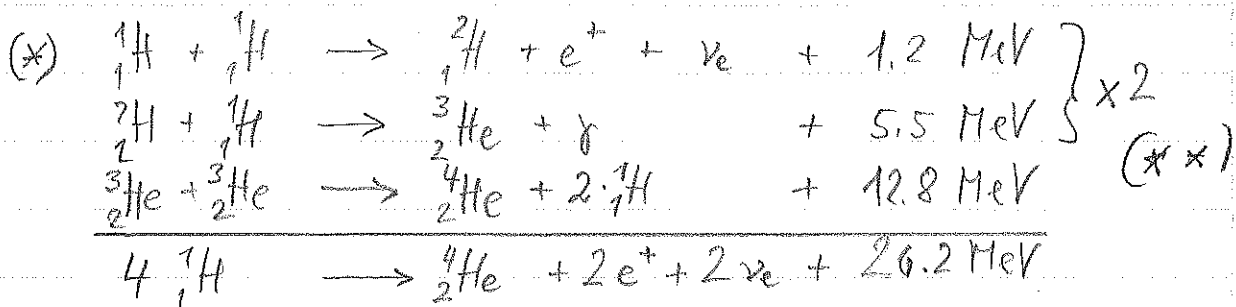
$$= 23 \text{ kg falls n durch H}_2\text{O reflektiert}$$

Fig 17

### d) Fusionsreaktion

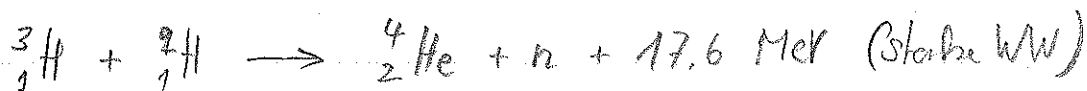
Für Kerne mit  $A \leq 56$  wird bei Fusion von 2 Kernen Energie frei.

→ Wasserstoff fusionsreaktion in Sonne (pp-Zyklus):



Die Reaktion (\*) nutzt einen schwachen Prozess  $p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$  und hat deshalb einen sehr kleinen WW.

Zur technischen Realisierung der Fusion auf der Erde nutzt man deshalb andere Prozesse:



(\*\*) Leistungsdichte im Innern der Sonne:  $\epsilon \approx 300 \text{ W}_{\text{therm}}/\text{m}^3$