

6. Schwache Wechselwirkung

Das Studium der schwachen WW hat in der Vergangenheit zu einer Vielzahl von Entdeckungen geföhrt:

- Neutrinos
- W und Z-Bosonen
- P, C und CP-Verletzung

Es lohnt sich also schwache Prozesse zu untersuchen.

6.1 β -Zerfall:

Prototyp:	$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$	} Neutrinos nicht direkt beobachtbar ↓ 2- oder 3-Teilchen Zerfall?
Kernzerfall:	${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z+1} Y + e^- + \bar{\nu}_e$	
β^+ und EC in Kombination	${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z-1} U + e^+ + \nu_e$	
	${}^A_Z X + e^- \rightarrow {}^A_{Z-1} U + \nu_e$	

Bereits in den 1920er Jahren wurde beobachtet, daß das β -Spektrum im Gegensatz zum Spektrum von α -Teilchen kontinuierlich ist, was sich mit einem 2-Teilchenendzustand nicht erklären läßt. (s. Fig. 6.1: kontinuierliches Spektrum).

Dieses Problem wurde durch das Neutrino-Postulat (= „leichtes neutrales Teilchen“) von Pauli (1930) gelöst:
„Das kontinuierliche β -Spektrum wird verständlich, wenn man annimmt, daß beim β -Zerfall ein leichtes neutrales Teilchen emittiert wird, so daß die Gesamtenergie des Elektrons und des Neutrinos konstant bleibt.“ \rightarrow 3-Teilchenphasenraum

3-Teilchenphasenraum:

Die Übergangsrate = (Übergangswahrscheinlichkeit/Zeit) für β -Zerfall wird durch Fermi's Goldene Regel beschrieben:

$$\omega = \frac{2\pi}{\hbar} |A_{fi}|^2 \rho_3(E_f) \quad \text{3-Teilchen-Zustandsdichte}$$

$$A_{fi} = \langle \psi_f | H_w | \psi_i \rangle$$

$$E_f = \text{Energie}(E_0), \text{ die frei wird} = E_e + E_\nu$$

Mit dem 3-Teilchen-Phasenraumfaktor (Zustandsdichte) $\rho_3(E_f)$:

$$\rho_3(E_f) = \frac{V^2}{(2\pi\hbar)^6} \cdot \frac{d}{dE_0} \int p_e^2 dp_e d\Omega_e p_\nu^2 dp_\nu d\Omega_\nu$$

(s. auch Kap. 2.3, Normierungsd. V wird im folgenden = 1 gesetzt)

Man findet für masselose Neutrinos $E_\nu = p_\nu \cdot c$:

$$d\rho_3(E_f) = \frac{d\Omega_e d\Omega_\nu}{(2\pi\hbar)^6 \cdot c} p_e^2 p_\nu^2 dp_e$$

und mit $p_\nu^2 = (E_0 - E_e)^2 / c^2$ folgt:

$$d\Gamma := d\omega = \frac{1}{2\pi^3 c^2 \hbar^7} \cdot |A_{fi}|^2 p_e^2 (E_0 - E_e)^2 dp_e \quad (*)$$

Die Übergangsamplitude ist in sehr guter Näherung von Impuls des Elektrons unabhängig (s. a. die folgende Diskussion zur 4 Pkt-WW)

Man muß bei der Berechnung weiterhin berücksichtigen, daß das e^- , sobald es den Kern verläßt dessen Coulomb-Potential spürt, was über die Coulomb-Korrektur $F(\pm, Z, E_e)$ zu einer Veränderung des β -Spektrums führt,

↑
Vorzeichen des β -Teilchens

a) Lebensdauer

$$\Gamma = 1/\tau = \int dw = \frac{1}{2\pi^3 c^3 \hbar^7} |A_{fi}|^2 \cdot \int F(\pm, Z, E_0) p_e^2 (E_0 - E_e)^2 dpe$$

\downarrow
 näherungsweise unabh. von E

$(**) = m_e^5 c^7 \cdot f(E_0)$ mit $f(E)$ dimensionslos.

$\tau = 1$

$$\text{bzw. } |A_{fi}|^2 = \frac{2\pi^3}{f(E_0) \cdot \tau} \cdot \frac{\hbar^7}{m_e^5 c^4}$$

- Die Werte $f(E)\tau$ bzw. $f(E)T_{1/2}$ (mit $T_{1/2} = \tau \cdot \ln 2$) sind tabelliert.

● Für große Energien und kleine Z -Werte erhält man für das obige Integral $(**) = \frac{1}{30c^3} \cdot E_0^5$ bzw.:

$$\tau \sim \frac{1}{E_0^5}$$

} Abhängigkeit wird in Literatur auch als Sargent Regel bezeichnet.

b.) Curie-Plot

Aus der Formel (*) findet man:

s. a. Fig. 6.2

$$\left(\frac{dw}{p_e^2 dpe} \right)^{1/2} = G \cdot \sqrt{|A_{fi}|^2} \cdot (E_f - E_e)$$

Diese „lineare Abhängigkeit“ wird als Curie-Plot bezeichnet.

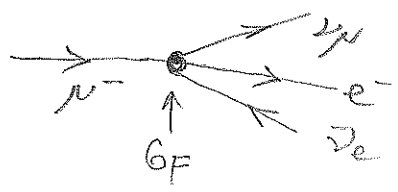
Für Neutrino-Massen $\neq 0$ ändert sich in der Nähe des Endpunktes ($E_e = E_f$) der Verlauf des gemessenen Elektronenspektrums, was eine Bestimmung der Neutrino-Massen ermöglicht!

→ KATRIN-Exp. (Fig. 6.2a)

6.2. W und Z-Bosonen als Austauschpartchen der schwachen WW

Im den 1930er Jahren hat Fermi schwache Prozesse aufgrund der scheinbaren Energieunabhängigkeit (kein q^2 -Abh.) ohne den Austausch eines Wechselwirkungs-Bosons als 4-Pkt-WW beschrieben:

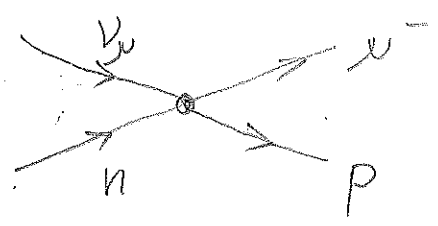
Bsp.: $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$



4 Pkt WW gibt es im SM als fundamentalen Prozess nicht!!

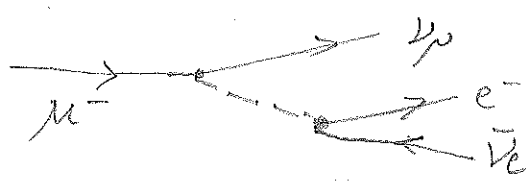
Diese Behandlung führt aber für die Neutrino-Streuung an Nukleonen zu einem WA der mit $\sim E^2$ ansteigt:

→ verletzt Unitarität ⚡



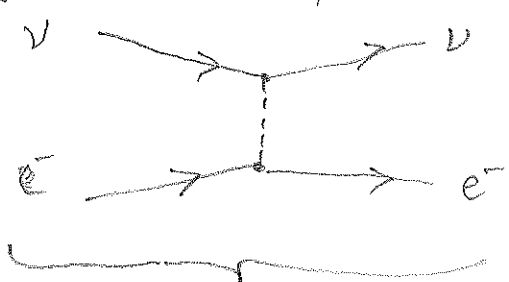
Um dieses Problem zu beheben wurden im Standardmodell massive Austauschbosonen W^\pm eingeführt. Der Propagator

$$\frac{1}{q^2 + M_W^2/c^2}$$

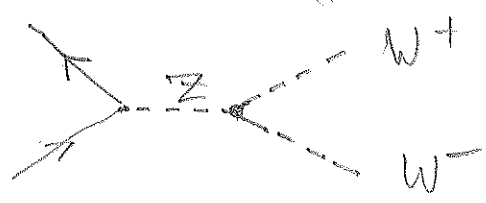


bewirkt für kleine $q^2 \ll M_W^2/c^2$ (typ. Energien von β -Zerfällen) eine scheinbare Unabhängigkeit von q^2 . Für große q^2 -Werte dominiert die $1/q^2$ -Abh. und „repariert“ das Unitaritätsproblem.

In der von Glashow, Salam & Weinberg entwickelten Theorie muß aufgrund eines weiteren sehr subtilen Problem auch ein neutrales Z-Boson eingeführt werden, damit die folgenden Prozesse möglich sind:



und



Dieser Prozess wurde 1973 am CERN nachgewiesen „Neutral Current“-Prozess, Fig. 6.3

Die massiven W und Z-Bosonen wurden 1983 am CERN SPS (Super Proton Synchrotron), das auf Anregung von C. Rubbia als S_{pp} ($p\bar{p}$ Maschine) betrieben wurde, in den $p\bar{p}$ Kollisionen bei einer Schwerpunktsenergie von $E_{CMS} = 540 \text{ GeV}$ nachgewiesen.

Fig. 6.4, 6.5: Massenbestimmung: $M_W \approx 80 \text{ GeV}/c^2$ $M_Z \approx 91 \text{ GeV}/c^2$

Die Vorhersage und der Nachweis dieser schweren Bosonen ist sicher einer der größten Erfolge des Standardmodells.

6.3 Kopplungen der W und Z-Bosonen an Quarks + Leptonen

- Im β -Zerfall entstehen nur LH Teilchen (RH-Antiteilchen):
 \rightarrow W-Bosonen koppeln nur an LH (RH) Teilchen (Anti-T).
- Z-Bosonen koppeln an LH und RH Teilchen, allerdings mit nicht unterschiedlicher Stärke: Paritäts-Verletzung.
- W-Bosonen „transportieren“ Ladungen und schwachen Isospin. Sie wirken als σ^\pm Operatoren im schwachen Isospin-Raum.

Für Leptonen:

schwaches Isospin Dublett: $\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix} \begin{matrix} \uparrow W^+ \\ \downarrow W^- \end{matrix}$

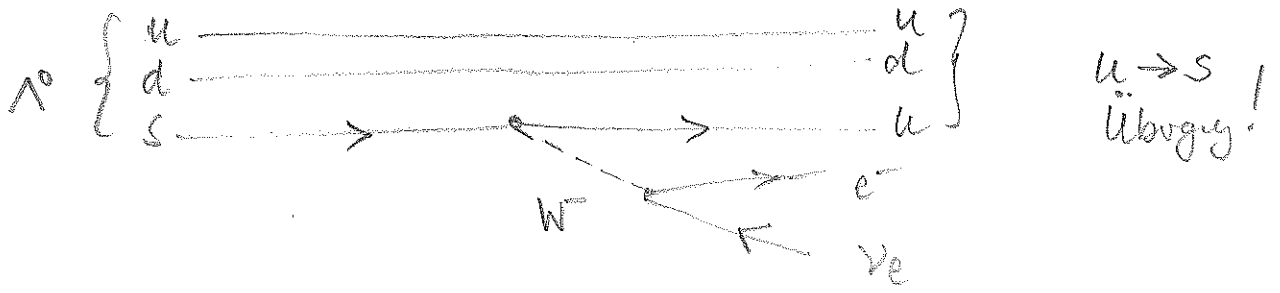
Die Kopplungsstärke g_W ist universell!

$\frac{g_W}{\sqrt{2}}$

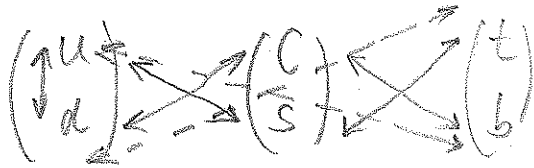
Für Quarks:

schwaches Isospin Dublett: $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \begin{matrix} \uparrow W^+ \\ \downarrow W^- \end{matrix}$ im Prinzip wie Leptonen, aber ...

Bsp.: Strangenessverletzung im schwachen Zerfall 6-6



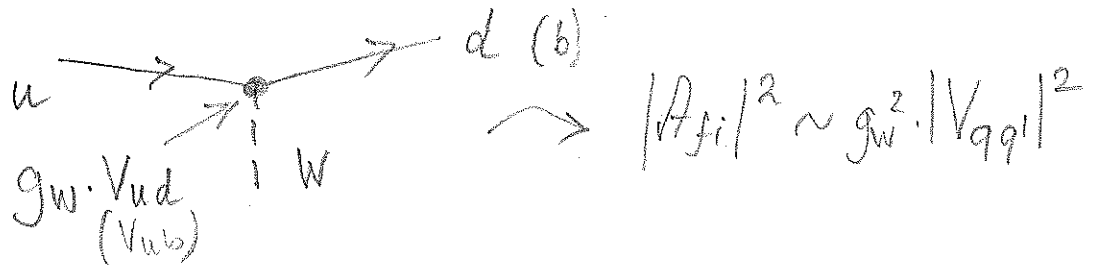
Für Quarks gibt es auch Übergänge außerhalb einer Familie:



Die schwache Wechselwirkung mischt Quarks verschiedener Quark-Doublets miteinander. Die Mischung wird durch die sogenannte Cabibbo-Kobayashi-Maskawa Matrix gegeben

$$V_{CKM} = \begin{matrix} & \begin{matrix} u \\ c \\ t \end{matrix} \\ \begin{matrix} d \\ s \\ b \end{matrix} & \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \end{matrix} \quad \begin{matrix} \text{Matrix =} \\ \text{unitär} \end{matrix}$$

Diese Matrix beschreibt die Kopplungsstärke für den jeweiligen Quark-Übergang:



Es gilt: $|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 = 1$
 bzw $|V_{cd}|^2 + |V_{cs}|^2 + |V_{cb}|^2 = 1$ } wg. Unitarität

Die CKM Matrix ist komplex \rightarrow Ursache von CP-Verletzung.