

4.3 Struktur der Nukleonen (= Proton und Neutron)

→ Unterkapitel beschäftigt sich mit elastischer Elektron - Nukleon Streuung.

a) Nukleon-Spm und magnetisches Moment

p und n haben Spm $\frac{1}{2}$ und „anomale“ magnetische Momente, die ein Indiz für eine „unreine Struktur“ der Nukleonen sind. (*)
 (für punktf. Teilchen: $g = 2 + \text{QED-Korrektur}$)

Magnet. Moment von Nukleon N: $\vec{\mu}_N = g_N \cdot \mu_N \cdot \frac{\vec{S}}{\hbar}$

wobei μ_N (häufig auch μ_K) als Nukleon- (od. Kern) magneton bezeichnet wird:

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2M_N} \approx 3,15 \cdot 10^{-14} \frac{\text{MeV}}{\text{T}}$$

(im Vergleich zum Bohrmagneton $\mu_B = 5,79 \cdot 10^{-11} \frac{\text{MeV}}{\text{T}}$ für Elektronen)

$$\langle \vec{\mu}_p \rangle = g_p \mu_N \langle \vec{S}_p \rangle = \pm \frac{g_p}{2} \mu_N = \pm 2,79 \mu_N \quad \text{bzw. } g_p = 5,58$$

$$\langle \vec{\mu}_n \rangle = g_n \mu_N \langle \vec{S}_n \rangle = \pm \frac{g_n}{2} \mu_N = \mp 1,91 \mu_N \quad \text{bzw. } g_n = -3,82$$

*) Bem: Für punktf. Teilchen (z.B. e^-) erwartet man

$$g = 2 + \text{QED-Korrektur} = 2 + \frac{\alpha}{\pi} + \mathcal{O}(\alpha^3)$$



→ anomales magnet. Moment des Elektrons

b) Elektron-Streuung an „kugelförmigen“ Spm $\frac{1}{2}$ Protonen

($\rightarrow g_p = 2$ „akademische Übung“)

Neben der elektrischen WW sowie des Effektes der Unterdrückung der Rückwärtsstreuung aufgrund des Spins des gestreuten Elektrons (\rightarrow Mott-Streuung) existiert auch eine Spm-Spm WW aufgrund der magnet. Momente.

Für hochrelativistische Elektronen wird die WW (Dirac-WW) gegeben:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Dirac ep}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Ruthf.}} \left(\cos^2 \frac{\theta}{2} + \frac{Q^2}{2M_p^2 c^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

Helizität: Mott

Spin Spin WW \rightarrow Spin Flip
 \rightarrow erhöht Rückwärtsstreuung

Bem. 1: Für elastische Streuung ist $q^2 = (p_e - p_e')^2 < 0$
deshalb führt man die Variable $Q^2 = -q^2$ ein.

Bem. 2: Spin-Spin WW

$$(1) \sim \frac{1}{M^2} \log \quad \sigma \sim |A_{fi}|^2 \sim \mu_{\text{Mott}}^2 \sim \frac{1}{M^2}$$

(2) $\sim Q^2 \rightarrow$ Spin-Spin WW fällt stark mit Abstand ab:
hohes $Q^2 \leftrightarrow$ kleiner Stoßparameter \rightarrow großer Effekt

Mit dem Mott-WQ ergibt sich:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Dirac}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Mott}} \cdot \left(1 + 2\tau \cdot \tan^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

$$\text{mit } \tau = \frac{Q^2}{4M_p^2 c^2}$$

Dirac-WQ im Vergleich zu Mott-WQ für große Q^2 (große θ) größer!

Bem.: Bei der Elektronen-Proton-Streuung spielt der Rückstoß eine wichtige Rolle und kann nicht mehr vernachlässigt werden: e^- Energie nach Stoß $= E' \neq E$

WQ mit Rückstoß (gilt allg. auch für Rutherford-Streuung):

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Rückstoß}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Mott}} \cdot \left(\frac{E'}{E} \right) \cdot \left(1 + 2\tau \cdot \tan^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

c.) Elektronen - Streuung an „ausgedehnter“ Spin $\frac{1}{2}$ Protonen
 = realen

→ Einführung zweier Formfaktoren $G_E(Q^2)$ und $G_M(Q^2)$, die die elektrische und magnetische Verteilungen berücksichtigen.

Rosenbluth - Formel für WQ:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ep} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} \cdot \left[\underbrace{\frac{G_E^2(Q^2) + \tau G_M^2(Q^2)}{1 + \tau}}_{A(Q^2)} + \underbrace{2\tau G_M^2(Q^2) \tan^2 \frac{\theta}{2}}_{B(Q^2)} \right]$$

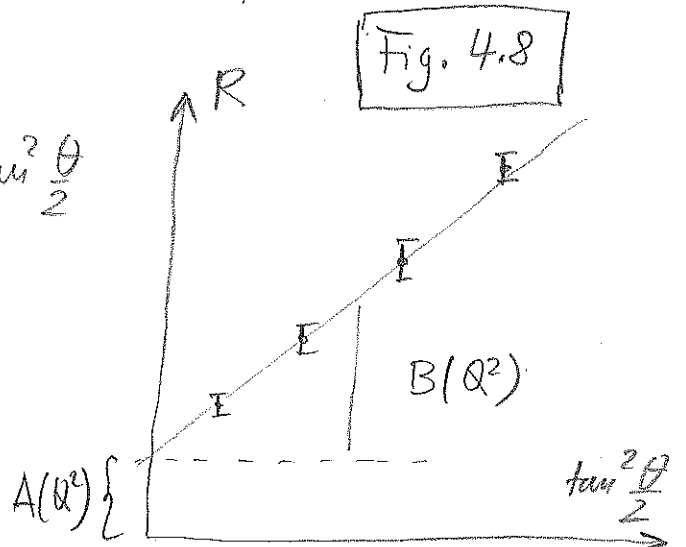
Es ist zur Interpretation von G_E und G_M instructiv das Verhalten für $Q^2 \rightarrow 0$ (d.h. „niedrige“ Auflösung des ausgetauschten Photons) zu betrachten:

$Q^2 \rightarrow 0:$	<u>ep - Streuung</u>	} = plzf. Proton mit anomalem μ_p	<u>np - Streuung</u>
	$G_E^p(Q^2=0) = 1$		$G_E^n(Q^2=0) = 0$
	$G_M^p(Q^2=0) = +2,79$		$G_M^n(Q^2=0) = -1,91$

(zusätzlich $\tau \rightarrow 0$ für $Q^2 \rightarrow 0$) Diskussion von Fig 4.7

Um $G_E(Q^2)$ und $G_M(Q^2)$ separat zu bestimmen wird das WQ für feste Werte von Q^2 aber bei verschiedenen Streuwinkeln, d.h. verschiedenen Elektronenenergien, gemessen:

$$R^h = \frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{exp}}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott}} = \underbrace{A(Q^2)}_{A, B: s. oben} + B(Q^2) \tan^2 \frac{\theta}{2}$$



Messungen wurden erstmalig von Hofstadter und McAllister 1956 in Stanford mit 180 MeV Elektronenstrahl durchgeführt.

Resultate (s. Fig. 4.9):

(i) Formfaktoren gehorchen der Skalierungsregel

$$G_E^P(Q^2) = \frac{G_M^P(Q^2)}{N_p} = \frac{G_M^n(Q^2)}{N_n}$$

d.h. elektrische und magnet. „Ausdehnung“ für Protonen und Neutronen sind gleich

G_E^n = elektr. Formfaktor für Neutronen sehr klein: n elektr. neutral.

(ii) Formfaktoren lassen sich durch die Dipolformel beschreiben

$$G(Q^2) = \left(1 + \frac{Q^2}{0.71^2 (\text{GeV}/c)^2} \right)^{-2}$$

„Dipolformel“ entspricht der Fouriers. Trf. eines exp. Verteilung:

$$f(r) = f_0 e^{-ar} \quad \text{mit } a = 4.27 \text{ fm}^{-1}$$

(iii) Mittlerer quadratischer Radius des Protons/Neutrons:

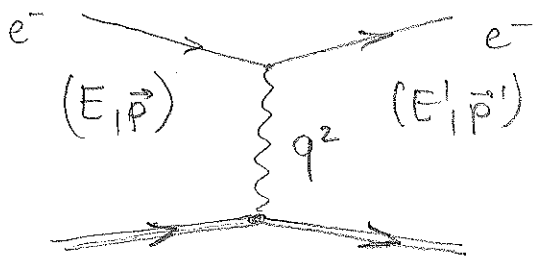
$$\langle r^2 \rangle_{\text{Dipol}} = -6 \hbar^2 \frac{dG^{\text{Dipol}}(Q^2)}{dQ^2} \Big|_{Q^2=0} = \frac{12}{a^2} = 0.66 \text{ fm}^2$$

$$\parallel \sqrt{\langle r^2 \rangle_{\text{Dipol}}} = 0.81 \text{ fm}$$

Bem: Neueste Resultate zeigen daß (1) Formfaktoren von Dipolform abweichen und (2) bei hohem Q^2 magnet. und elektr. Formfaktor voneinander abweichen.

4.4 Tiefinelastische Elektronen-Nucleonen Streuung

Bisher: elastische Streuung:

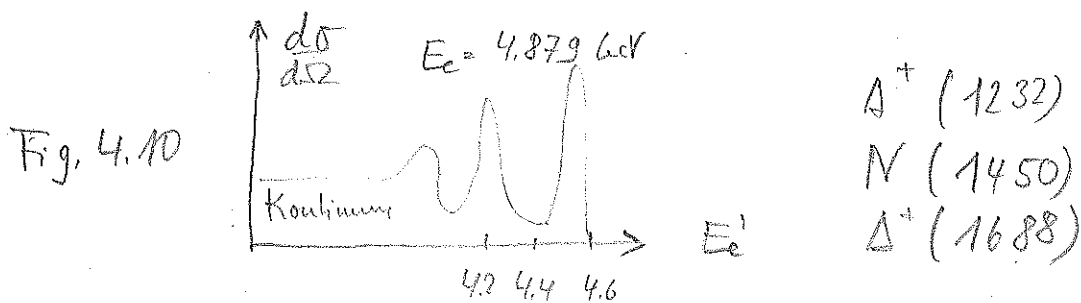


- Proton bleibt intakt
- bis auf Rückstoß verliert e⁻ keine Energie.

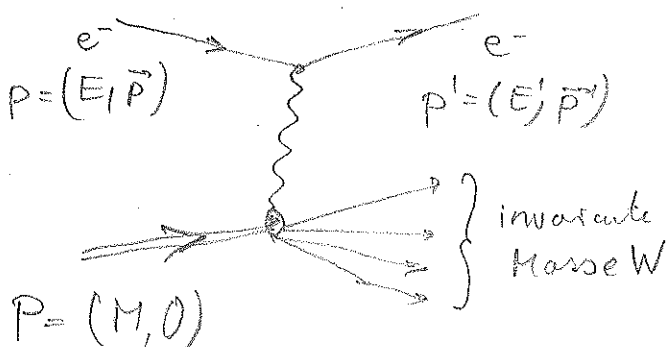
Steigt man den Energieübertrag auf das Proton, kommt es zur Anregung innerer Freiheitsgrade und der Ausbildung von Nucleon-Resonanzen (s. Fig. 4.10). Die typische Breite dieser Resonanzen, z.B. $\Gamma \approx 120$ MeV für Δ^+ -Resonanz, korrespondiert zu Lebensdauern der Zustände von $5,5 \cdot 10^{-24}$ s, d.h. sie zerfallen extrem schnell, was auf die starke WW hindeutet. Typ. Zerfallskanäle der Resonanzen sind:



Steigt man den Energieübertrag weiter, $\nu = E - E' >$ Bindungsenergie des Protons (s. Abb. Fig. 4.10) so kommt man in den Bereich des „Kontinuums“: Das Proton „bricht auf“.



a) Kinematik inelastischer e-Nucleonen Streuung: $C=1$



Energieübertrag: $\nu = E - E'$
 Invariante Masse: $W^2 = M^2 + 2Pq + q^2$
 bzw. mit: $2Pq = 2M\nu$
 folgt: $q^2 = W^2 - M^2 - 2M\nu = -Q^2$
 (*) $Q^2 < 0$

Ruhesystem des Protons!

(i) für elastische Streuung: $W = M$
 aus Gl (*) folgt: $\frac{Q^2}{2Mv} = 1$

(ii) für inelast. Streuung: $W > M$

$2Mv - Q^2 > 0$ bzw. mit $x_{Bj} := \frac{Q^2}{2Mv}$: $0 < x_{Bj} < 1$ (\leftarrow elast.)

Die Variable x_{Bj} nennt man Bjorken-Skalenvariable.
 Sie ist ein Maß für die Inelastizität des Streuprozesses.

Im Falle inelastischer Streuprozesse sind ein Festlegen der Kinematik
 2 Variablen notwendig. z.B.: (θ, E') , (Q^2, ν) , (Q^2, x) oder
 andere Paare.

b) WQ für die tiefinelastische Streuung:

Elastische Streuung zweier punktf. Spm $\frac{1}{2}$ Teilchen

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Dirac}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} \cdot \left(1 + 2\tau \tan^2 \frac{\theta}{2}\right)$$

mit $\tau = \frac{Q^2}{4M_p^2 c^2}$

Für inelastische Streuung: „inelastische Formfaktoren“ = Strukturfunktionen
 $W_1(Q^2, \nu)$ und $W_2(Q^2, \nu)$

$$\hookrightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega dE'} = \left(\frac{d\sigma}{dQ^2}\right)_{\text{Mott}} \cdot \left(W_2(Q^2, \nu) + 2W_1(Q^2, \nu) \tan^2 \frac{\theta}{2}\right)$$

$$\uparrow d\nu = dE' \quad (\text{wg. } \nu = E - E')$$

Heute werden statt den dimensions behafteten Funktionen W_1 und W_2
 die dimensionslosen Strukturfunktionen

$$F_1(x_{Bj}, Q^2) = Mc^2 \cdot W_1(Q^2, \nu)$$

$$F_2(x_{Bj}, Q^2) = \nu \cdot W_2(Q^2, \nu) \quad \text{verwendet.}$$