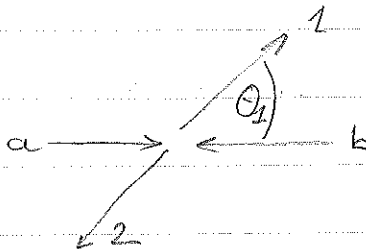


b) Wirkungsquerschnitt

$$\underbrace{a + b}_i \longrightarrow \underbrace{1 + 2}_f$$


$$\sigma = \frac{\omega_{fi}}{v_i}$$

← ignoriere Normierungsvolumen,  
 $v_i =$  Relativgeschw.:  $a \rightarrow b$

$$\omega_{fi} = \int \frac{2\pi}{h} |A_{fi}|^2 \underbrace{\frac{1}{(2\pi\hbar)^3} \frac{1}{c^2} \cdot \frac{E_1 \cdot E_2}{E_1 + E_2}}_{\text{Phasenraum}} p_1 d\Omega_1$$

(1) hochrelativistisch:  $v_i = c$ (2) vernachlässige Massen auch im Endzustand:  $m_i \ll E_i/c^2$ (3) CM-System:  $\vec{p}_1 = -\vec{p}_2$   $\beta_i, \beta_f \approx 1$ 

$$\Rightarrow \begin{cases} E_1 + E_2 = 2p_1 c \\ E_1 \cdot E_2 = p_1^2 c^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} d\sigma &= \frac{2\pi}{h} \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} \frac{1}{c^3} \cdot \frac{c p_1^2}{2p_1 c} \cdot p_1 \cdot |A_{fi}|^2 d\Omega_1 \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \left( \frac{1}{\hbar^4 c^4} \right) (p_1^2 c^2) \cdot |A_{fi}|^2 d\Omega_1 \quad \left. \begin{array}{l} \nearrow p_1^2 c^2 = E_1^2 \\ \searrow \end{array} \right. \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \cdot \frac{1}{(\hbar^4 c^4)} \cdot \frac{p_1^2 c^2}{\beta_i \beta_f} \cdot |A_{fi}|^2 d\Omega_1 \quad \text{für endl. Geschw.} \end{aligned}$$

Bemerkung

Bemerkung: man statt  $\prod d^3 p_i$  das lorentz invariante Maß  $\prod \frac{d^3 p_i}{2E_i}$  einleitet sich die Normierung etc.

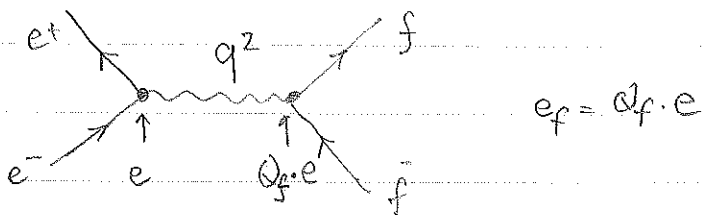
Man erhält am Ende:

$$d\sigma = \frac{1}{64\pi^2} \left( \frac{1}{\hbar^4 c^4} \right) \frac{1}{(E_a + E_b)^2} \int |A_{fi}|^2 d\Omega_1$$

(s. auch PDG)

2.4  $e^+e^-$  - Annihilation

$e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$  mit  $f\bar{f} = (e^+e^-), \mu^+\mu^-, \tau^+\tau^-, q\bar{q}$

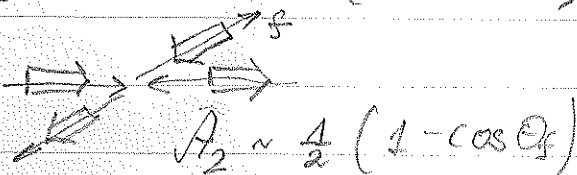
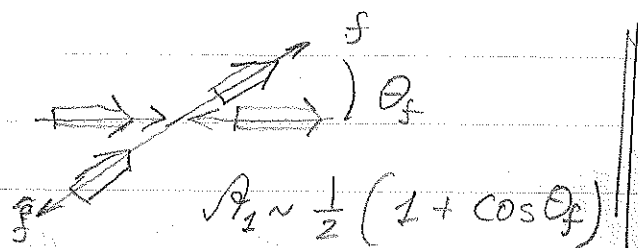
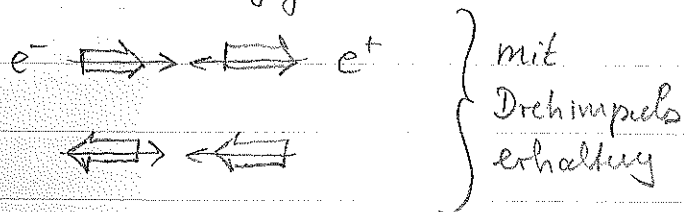


$A_{fi} \sim e \frac{1}{q^2} e_f \sim \frac{4\pi\alpha}{q^2} \cdot Q_f \left(\frac{\hbar c}{c^2}\right)^3$  } Faktor berücksichtigt Dimensionen

(im folgenden  $Q_f = 1$ )  $q^2 = E_{CM}^2$

Die angegebene Amplitude ignoriert Photon Spin=1 und Fermion Spin=1/2

Erlaubte Konfigurationen:  $\rightarrow$



siehe auf Fig 2.2

Addition der einzelnen Spin-Amplituden  $A_i \rightarrow |A_{fi}|^2$

$|A_{fi}|^2 = \frac{1}{4} (1 + \cos^2 \theta_f) \frac{(4\pi\alpha)^2}{q^4} \left(\frac{\hbar c}{c^2}\right)^2$  } s. Fig. 2.2  
 $= \frac{1}{4} (1 + \cos^2 \theta_f) \frac{(4\pi\alpha)^2}{E_{CM}^4} (\hbar c)^6$  ||

$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{(2\pi)^2} \cdot \frac{1}{(\hbar c)^4} \cdot \frac{E_{CM}^2}{4} \cdot \frac{(4\pi\alpha)^2}{E_{CM}^4} \cdot (\hbar c)^6 \cdot \frac{1}{4} (1 + \cos^2 \theta_f)$

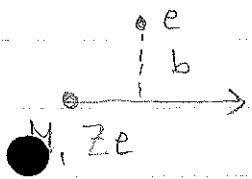
$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4} \cdot \frac{1}{E_{CM}^2} (1 + \cos^2 \theta_f)^2 (\hbar c)^2$  ||

$\sigma_{tot} = \frac{4\pi\alpha^2}{3} \frac{1}{E_{CM}^2} (\hbar c)^2 = \frac{87 \text{ nb}}{E_{CM}^2 [\text{GeV}^2]}$  ||

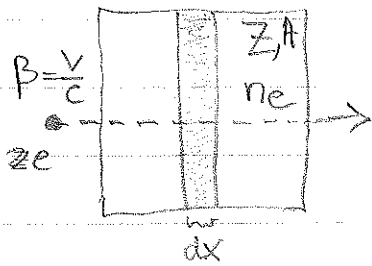
siehe auch  
 Bied Fig 2.3:  
 $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$

a) Energieverlust geladener Teilchen aufgrund von Ionisation (für schwere Teilchen d. h. keine  $e^-$ )

Beim Durchgang durch ein Medium ionisieren Teilchen Atome und verlieren Energie: E-Feld einer bewegten Ladung übt eine Kraft auf die gebundenen Elektronen aus und ionisiert die Atome aufgrund des Impuls-Energieübertrages



Mittlerer Energiebetrag ergibt sich durch Integration über die möglichen Stoßparameter und unter Berücksichtigung QM-Effekte.  $\rightarrow$  genaue Rechnung schwierig.



Mittlerer Energieverlust  $-dE$  pro Strecke  $dx$  wird durch die Bethe-Bloch-Formel beschrieben:

$$-\frac{dE}{dx} = \left( \rho \cdot N_A \frac{Z}{A} \right) \frac{4\pi z^2 e^4}{m_e c^2 \beta^2} \left( \ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{I} - \beta^2 \right)$$

$m_e = 511 \text{ keV}/c^2$

$n_e =$  Elektronendichte im Medium

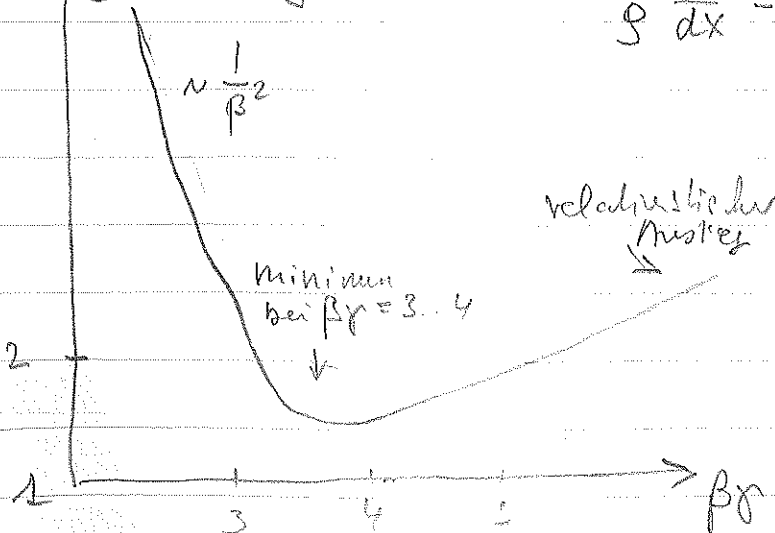
$I =$  mittleres Ionisationspotential für Elektronen  
für  $Z > 20$ :  $I \approx 10Z \cdot eV$

häufig wird statt  $-dE/dx$  die Größe  $-dE/dx \cdot \frac{1}{\rho}$  angegeben, die eine geringere Materialabhängigkeit aufweist:

$\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} \left[ \frac{\text{MeV}}{\text{g}} \text{cm}^2 \right]$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = K \cdot \frac{Z}{A} z^2 \frac{1}{\beta^2} \left( \ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{I} - \beta^2 \right)$$

$K = 0.307 \text{ MeV g}^{-1} \text{cm}^2$



Bsp.: Aluminium  $\rho = 2.7 \text{ g/cm}^3$

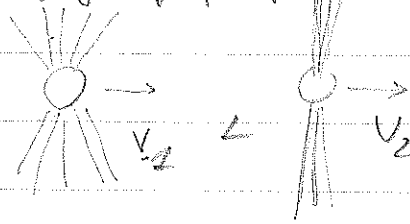
$-\frac{dE}{dx} \Big|_{\text{min}} \approx (1-2) \times 2.7 \frac{\text{MeV}}{\text{cm}}$

Fig -2.4 & 2.5

Diskussion der  $\beta\gamma$ -Abhängigkeit des Energieverlustes

- (1) Bei kleinen ( $\beta\gamma$ ):  $-\frac{dE}{dx} \sim \frac{1}{\beta^2}$ ; starke Ionisation von "langsamen" Teilchen  $\rightarrow$  bleiben schnell "stecken"
- (2) Minimum für  $\beta\gamma \approx 3 \dots 4$ ; typ.  $1 \dots 2 \text{ MeV/g} \cdot \text{cm}^2$
- (3) Relativistischer Anstieg für große  $\beta\gamma$ .

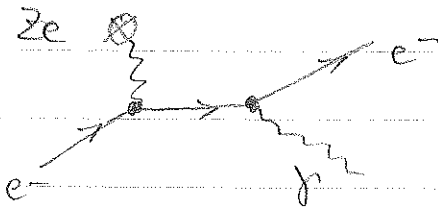
Bewegte Ladung:



transversale E-Feld Komponente nimmt zu.

b) Energieverlust von Elektronen

Neben dem Energieverlust durch Ionisation dominiert bei "schnellen" Elektronen aber ein weiterer Effekt: Bremsstrahlung.



Elektronen werden durch Coulomb-Feld des Kerns beschleunigt und emittieren Bremsstrahl.

$$\frac{dN(E)}{dE} \sim Z^2 \frac{1}{E\gamma}$$

$\rightarrow$  Energieverlust beschreiben durch charakteristische

Zahl der Photonen mit  $(E; E+dE)$ . Größe des Mediums:  $X_0 = \text{Stichtiefe} \sim \frac{1}{Z^2}$  proportional zu  $1/E\gamma$ .

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{E}{X_0} \text{ bzw. } E(x) = E_0 e^{-x/X_0}$$

Typ. Stichtiefen:  $C = 18.8 \text{ cm}$   
 $Al = 8.9 \text{ cm}$   
 $Pb = 0.6 \text{ cm}$

Bem: (1)  $\left(\frac{-dE}{dx}\right)_{\text{Brem}} \sim \frac{1}{m_e^2 \text{Teilch}}$   $\frac{e/\mu}{m_e^2} \approx 4 \cdot 10^4$   $Pb = 0.6 \text{ cm}$

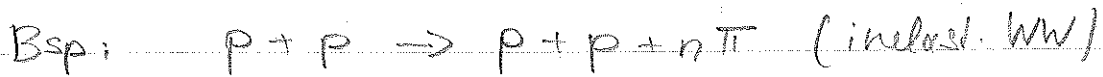
(2) kritische Energie  $E_c$ :  $-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{Brem}} = -\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{ion}}$

$$E_c \approx 560 \text{ MeV}/Z$$

Bred Fig 2.6

c.) WW von Hadronen

Neben der Ionisation trägt für hochenergetische Hadronen die „starke WW“ mit dem Absorbermedium zum Energieverlust bei.



Die entstehenden Sekundärhadronen können selbst wieder „stark“ mit dem Medium wechselwirken  $\rightarrow$

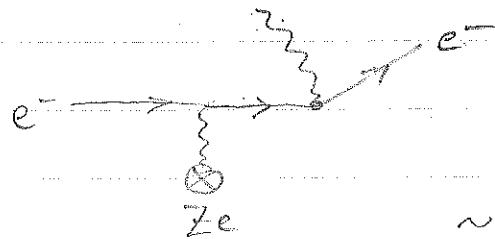
Ausbildung einer Kaskade/Schauer

Typ. Wechselwirkungslänge für Hadronen:

$$\sigma(p+C) \approx 231 \text{ mb} \rightarrow \lambda_{\text{WW}} = \frac{A}{\rho \cdot N_A \cdot \sigma_{\text{inel}}} \approx 39 \text{ cm}$$

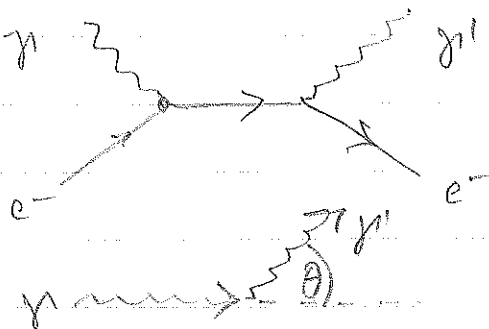
d.) WW von Photonen mit Materie

Photoeffekt für geb.  $e^-$



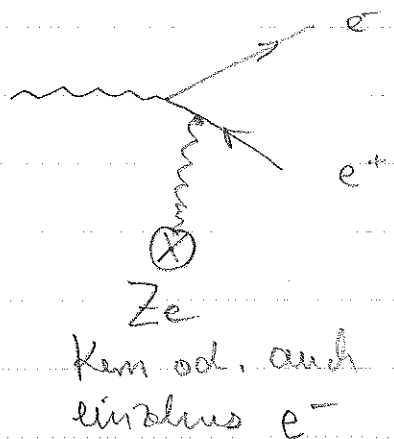
am stärksten für die effektiv am stärksten gebundene  $e^-$ :

$\rightarrow e^-$  auf K, L Schale

Compton-Effekt an quasi-freien Elektronen

$$E_{\gamma'} = \frac{E_{\gamma}}{2 + \frac{E_{\gamma}}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)}$$

Paarbildung an einem Stoßpartner



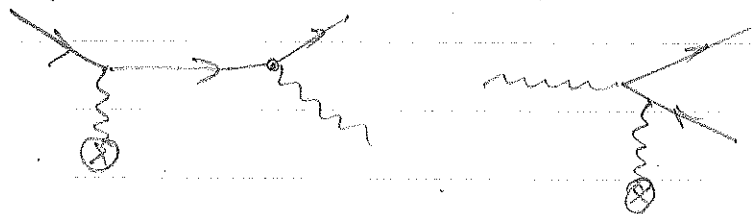
Konversion von  $\gamma$  in  $e^-$  kinematisch nicht möglich!

Kinematische Schwelle:

$$E_{\gamma} \geq 2m_e c^2 + 2 \frac{(m_e c^2)^2}{m_K c^2} \geq 1,02 \text{ MeV}$$

↑  
Rückstoßpartner

Feynman-Graphen für Paarbildung und Bremsstrahlung ähnlich



Energi- bzw. Intensitätsverlust wird in beiden Fällen durch die material spezifische Stahllänge  $X_0$  beschrieben:

Energiabnahme durch Bremsstr.

Photonminderung der Paarbildung

$$E(x) = E_0 e^{-x/X_0}$$

$$I(x) = I_0 e^{-x/X_0}$$

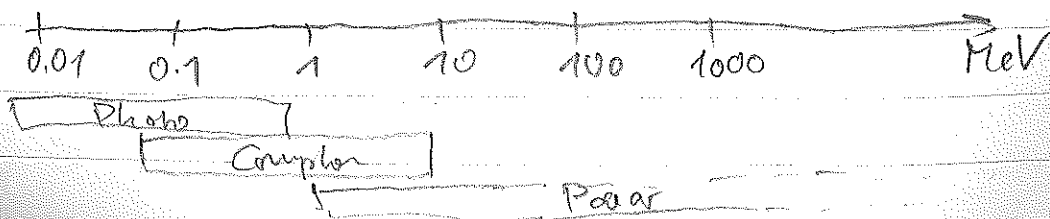
Die Kombination von Bremsstr. und Paarbildung führt für hochenergetische Elektronen/Photonen zu e.m. Schauern/Kaskaden.

Photonabsorption:

Abschwächungskoeff.  $\mu_{tot} = \mu_{phob} + \mu_{comp} + \mu_{paar}$

$$\rightarrow I(x) = I_0 e^{-\mu_{tot} x}$$

Für verschiedene Photonenergien sind verschiedene Effekte dominant



Siehe auch Fig 2.7