

2. Beschreibung von Streuprozessen

2-1

2.1 Feynman-Diagramme

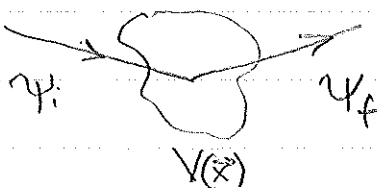
Korrekte theoretische Einführung von Feynman-Diagrammen ist schwierig und ist erst in QFT möglich. Feynman-Diagramme beschreiben „Rechenregeln“ zur Berechnung von Übergangsamplituden. Sie sind aber zugleich sehr illustrativ und geben bereits ohne ausgerechnet zu werden ein gutes Verständnis über die Dynamik eines Prozesses. Sie sind als „Piktogramme“ ein wichtiges Werkzeug in der Teilchenphysik.

Typisches Problem:

Vorhersage der WW-Wahrscheinlichkeit bzw. WW-Rate eines Streuprozesses.

$$\text{Bsp.: } e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$$

Aus der Physik 4 kennen Sie bereits die Übergangsamplitude eines atomaren Übergangs. Vereinfachte Situation:



Hamilton-Operator:

$$H = H_0 + H_{\text{WW}} = \frac{\vec{p}^2}{2m} + V(\vec{x})$$

Störungstheorie für $H_{\text{WW}} \ll H_0$:

ψ_i, ψ_f sind Eigenfkt. zu H_0

Für freies Teilchen:

$$\psi_i = N \cdot \exp(i\vec{k}\vec{x} - i\omega t)$$

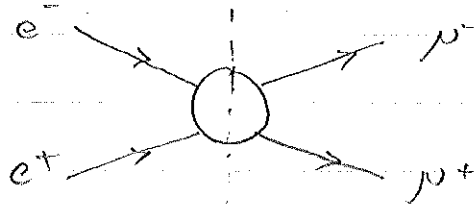
$$\text{mit } \vec{k} = \vec{p}/\hbar \quad \text{und } \omega = E/\hbar$$

$$\text{Übergangsamplitude: } A(i \rightarrow f) = \int_{t=-\infty}^{t=+\infty} \int \psi_f^* H_{\text{WW}} \psi_i d\vec{x} dt$$

$$\rightarrow \text{Übergangsrate} \sim P(\text{Wahrscheinlichkeit}) \sim |A|^2$$

Für dieses Problem: (1) Teilchen bleibt erhalten
 (2) nicht relativistisch: $E = \frac{\vec{p}^2}{2m}$

Im der Teilchenphysik häufiger ist die Situation häufig komplizierter:



(1) Teilchen vernichten sich, neue Teilchen entstehen

(2) Teilchen sind hochrelativistisch

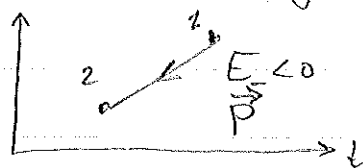
(1) QFT (Quantenfeldtheorie) zur korrekten Behandlung: $\psi(\vec{x})$ ist nicht mehr
 lange eine skalare Funktion, sondern ein Operator der Teilchen mit
 Impuls \vec{p} erzeugen und vernichten kann.

(2) Relativistische Energieimpulsbeziehung: $E^2 = \vec{p}^2 c^2 + m^2 c^4$

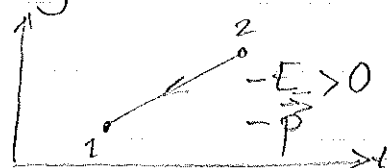
→ 2 Energieeigenwerte: $E_+ = \sqrt{\vec{p}^2 c^2 + m^2 c^4} = E_+ \rightarrow \omega_+ = +\sqrt{\hbar} =: \omega$
 $E_- = -\sqrt{\vec{p}^2 c^2 + m^2 c^4} = E_- \rightarrow \omega_- = -\sqrt{\hbar} =: -\omega$

→ Eigenfunktionen: $E_+ > 0: \psi_+ = N \cdot \exp(i\vec{p}\vec{x} - i\omega t)$
 $E_- < 0: \psi_- = N \exp(i\vec{p}\vec{x} + i\omega t)$
 $N = \text{Normierungskonst.}$

Interpretation der neg. Energielösung:



Teilchen bewegt sich in
 $-t$ Richtung mit neg. Energie



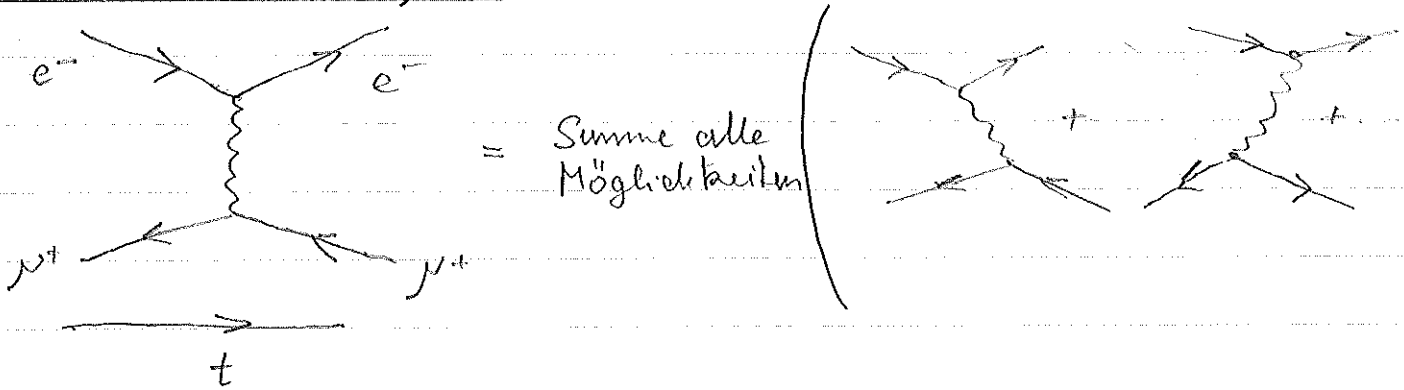
Antiteilchen in $+t$ Richtung
 mit pos. Energie, umgekehrtem Impuls.

⇒ Die Lösung für E_- erlaubt die Beschreibung von Antiteilchen.

a.) Feynman-Diagramme in QED

(→ Übergangsamplituden für e.m. Prozesse)

Bsp.: $e^- \mu^+ \rightarrow e^- \mu^+$



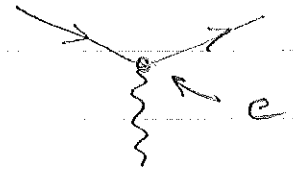
Feynman-Regeln:

- (1) Fermionen (im Limit frei): Pfeile in pos. Zeitrichtung
Anti-Fermionen (im Limit frei): Pfeile in neg. Zeitrichtung.

- (2) Austauschboson (Photon):

- (3) In QED nur eine Art von Vertex

Stärke \propto elekt. Ladung e
 $\sim \sqrt{\alpha} \sim \frac{1}{\sqrt{137}}$



- (4) An jedem Vertex gilt 4er-Impulserhaltung + Leptonzahlerhaltung

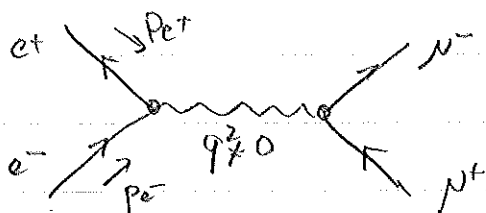
- (5) Innere Linien (Propagatoren) sind virtuell

und erfüllen i. d. Regel nicht die Energi-Impulsbeziehung für Teilchen

- (6) Äußere Teilchen (Linien) sind reelle Teilchen

und erfüllen die Energi-Impulsbeziehung: $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$

Bsp.: $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$ bei LEP: $45 \text{ GeV } e^- \rightarrow \leftarrow 45 \text{ GeV } e^+$



im CMS: $\vec{p}_{e^-} = -\vec{p}_{e^+} =: \vec{p}_e$

$q = 4er$ -Impuls des Photons:

$$P_\mu = \left(\frac{E}{c}, \vec{p}_e\right)_e + \left(\frac{E}{c}, -\vec{p}_e\right)_{e^+} = \left(\frac{2E}{c}, 0\right)$$

Invariante Masse des Photons: $M^2 = P_\mu^2$

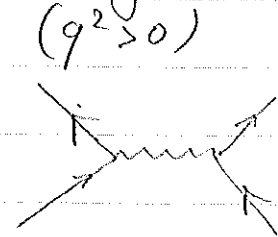
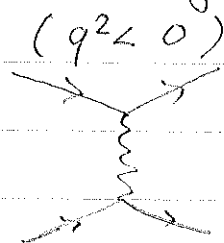
$$M^2 = \frac{1}{c^4} \cdot 4E^2 \neq 0 \text{ wie man für freie } \gamma \text{ erwartet.}$$

Die Energieimpulsbedingung ist also für das virtuelle Photon verletzt.
Dies ist für eine kurze Zeit Δt möglich:

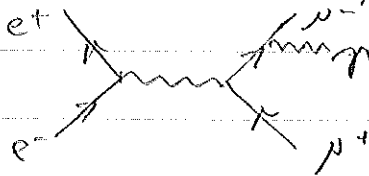
$$\Delta E \Delta t \approx \hbar$$

Bemerkung q^2 -Wert des ausgetauschten Photons

- Je nach Vorzeichen des q^2 -Wertes des virtuellen Teilchens spricht man von raumartigen oder zeitartigen Photonen:



- für freie Photonen: $q^2 = M_{\gamma}^2 c^4 = 0$
(z.B. in $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$)



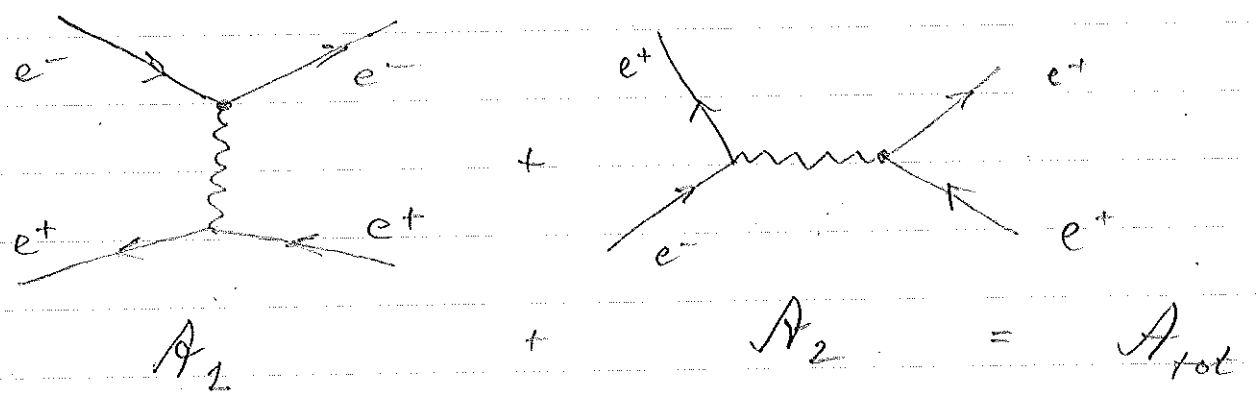
Übergangsamplituden aus Feynman-Graphen:

$$A(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-) \sim \frac{\text{Vertexkopplung} \cdot \text{Vertexkopplung}}{q^2 (\text{Austauschteilchen})}$$

$$\sim e \cdot \underbrace{\frac{1}{q^2}}_{\text{Propagator}} \cdot e \sim \frac{\alpha}{q^2} \leftarrow \begin{array}{l} \text{Feinstruktur} \\ \text{konst.} \end{array}$$

Ein physikalisch beobachtbarer Prozess wird durch die Summe aller möglichen Amplituden (Feynman-Graphen), die zum gleichen Endzustand führen, beschrieben. Die Beiträge werden kohärent d.h. auf Amplitudenlevel addiert.

Bsp: $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$

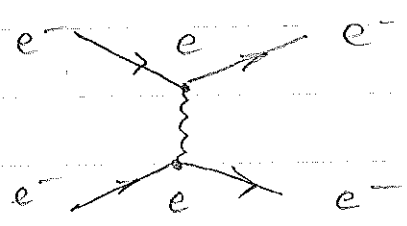


Die beobachtbaren Meßgrößen sind $\sim |A_{tot}|^2 = |A_1 + A_2|^2$
 (\Rightarrow Man erwartet also auch Beträge von Interferenztermen $\sim A_1 A_2$)

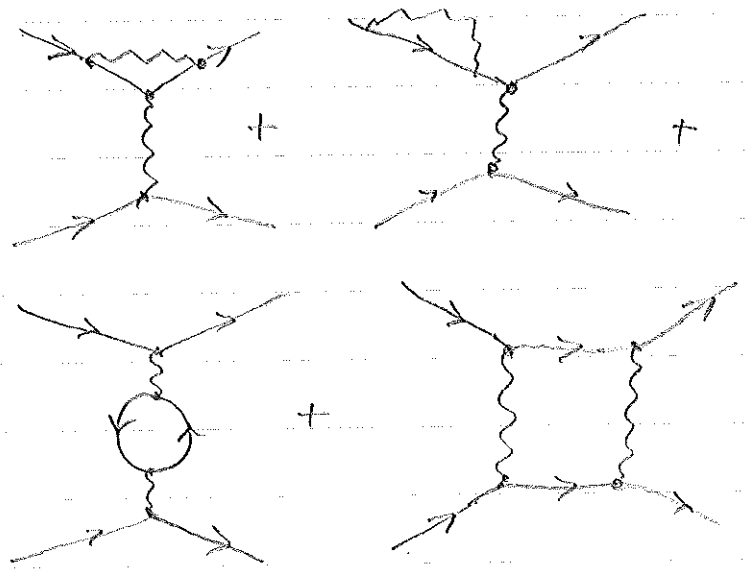
b) Feynman-Graphen höherer Ordnung:

Bsp: $e^-e^- \rightarrow e^-e^-$

$A \sim e^2 \sim \alpha$;



$A \sim e^4 \sim \alpha^2$;

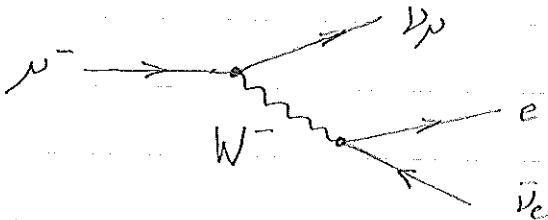


Da $\alpha = \frac{1}{137} \ll 1$ spielen in der Störungsreihenentwicklung die Terme höherer Ordnung eine immer weniger wichtige Rolle.

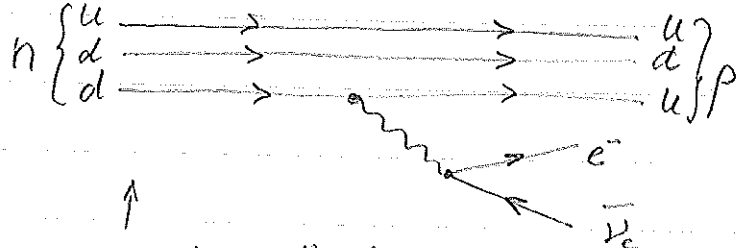
c) Feynman-Graphen für schwache WW

QED: $\gamma \rightarrow$ schwache WW: W^\pm, Z

β -Zerfall: $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$



$n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$



Kopplungsstärke $\sim \sqrt{g_W} \sim g_W$

↑
Zuschauer Quarks in erster Ordnung unbeteiligt!

Massive W-Bosonen ($80 \text{ GeV}/c^2$) führen zu Änderung des Propagators:

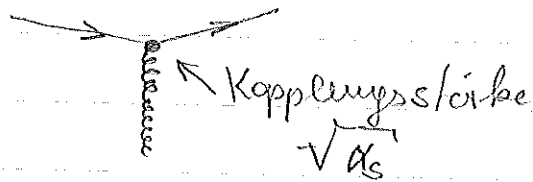
$$\frac{1}{q^2} \rightarrow \frac{1}{q^2 - M_W^2}$$

$$A \sim \frac{g_W^2}{(q^2 - M_W^2)}$$

d) Feynman-Graphen für starke Wechselwirkung:

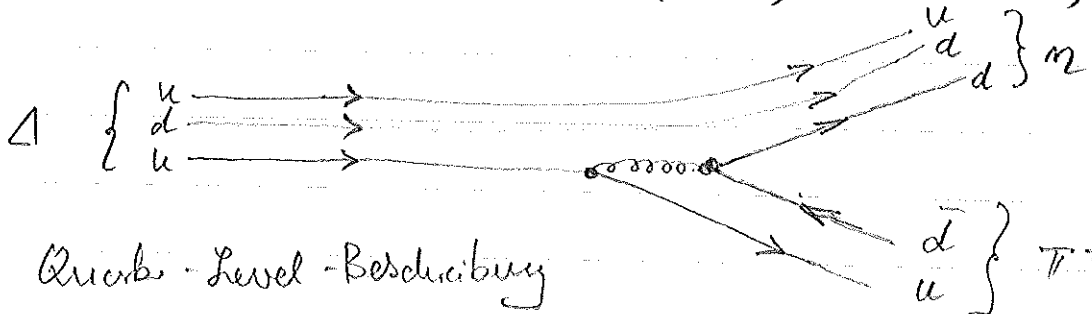
Austauschteilchen: masselose Gluonen \rightarrow Propagator $\sim \frac{1}{q^2}$

Fundamentaler Vertex:



Bsp.: starker Zerfall einer Δ -Resonanz (Baryon):

$\Delta^+(uud) \rightarrow n(udd) + \pi^+(u\bar{d})$



Quark-Level-Beschreibung