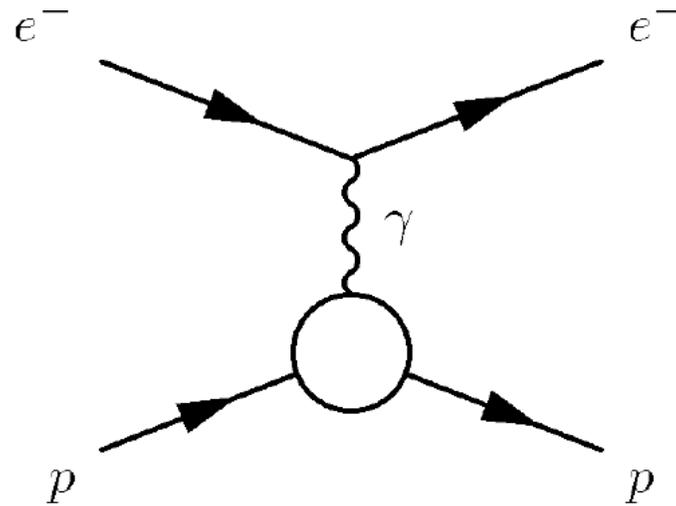


Elektron-Proton Streuung



Seminar Präzessionsexperimente der Teilchenphysik

Sommersemester 2014

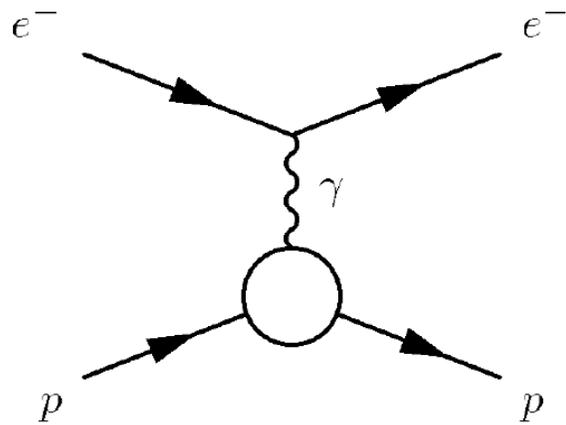
Übersicht

- Theorie I
 - Kinematik
 - Wirkungsquerschnitte
- Experiment
 - SLAC
- Theorie II
 - Formfaktoren
- Proton Radius Puzzle

Streuung

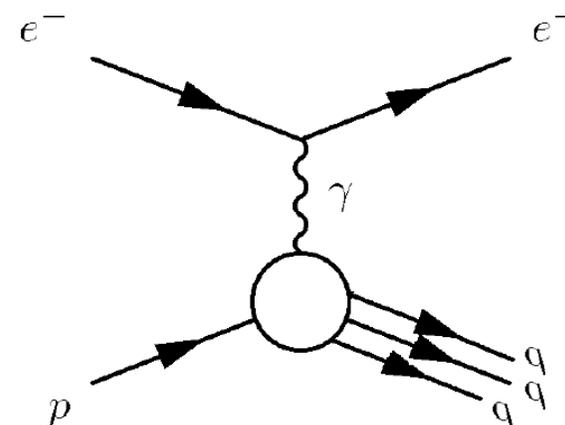
ELASTISCHE STREUUNG

- $a + b \rightarrow a' + b'$
- Teilchen im Endzustand haben nur anderen Impuls und Energie



INELASTISCHE STREUUNG

- $a + b \rightarrow a' + b^* \rightarrow a' + c + d$
- Bildung von angeregten Zuständen



Reduzierte Wellenlänge

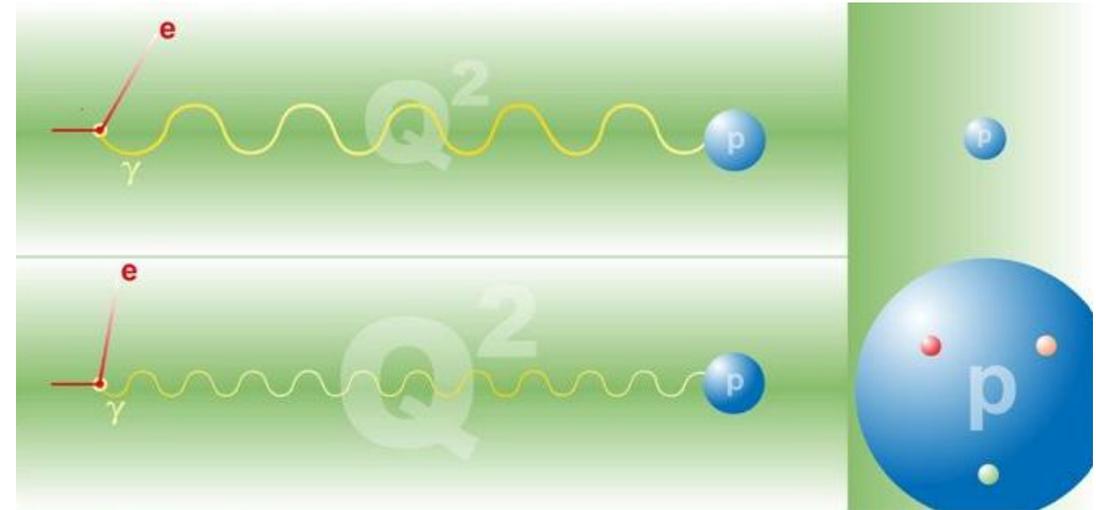
- $\lambda = \frac{\lambda}{2\pi} = \frac{\hbar}{p}$

- $p \geq \frac{\hbar}{\Delta x} \quad pc \geq \frac{\hbar c}{\Delta x} \approx \frac{200 \text{ MeV}}{\Delta x}$

- Atomkern: 10-100 MeV/c (einige fm)

- Nukleon: $\geq 100 \text{ MeV/c}$ (0,8 fm) ←

- Quarks: viele GeV/c

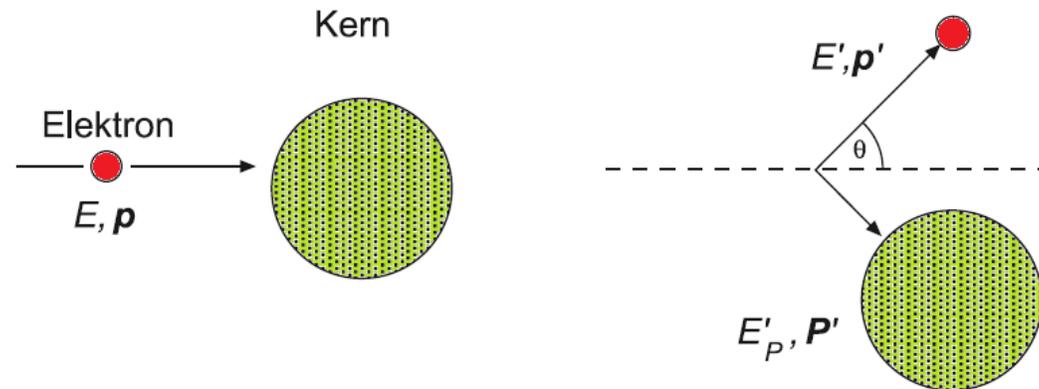


Warum Streuung mit Elektronen?

- punktförmig ohne innere Struktur
- virtuelles Photon lässt sich mit QED exakt berechnen
- elektromagnetische Wechselwirkung mit $\alpha \approx \frac{1}{137}$

Kinematik der Elektron-Streuung

- Streuung eines Elektrons mit Viererimpuls $(\frac{E}{c}, \vec{p})$
an Target mit Viererimpuls (Mc^2, \vec{P})
- Viererimpulserhaltung



Povh et al.: Teilchen und Kerne, Springer-Verlag, 9. Auflage 2014, S. 58

Kinematik der Elektron-Streuung

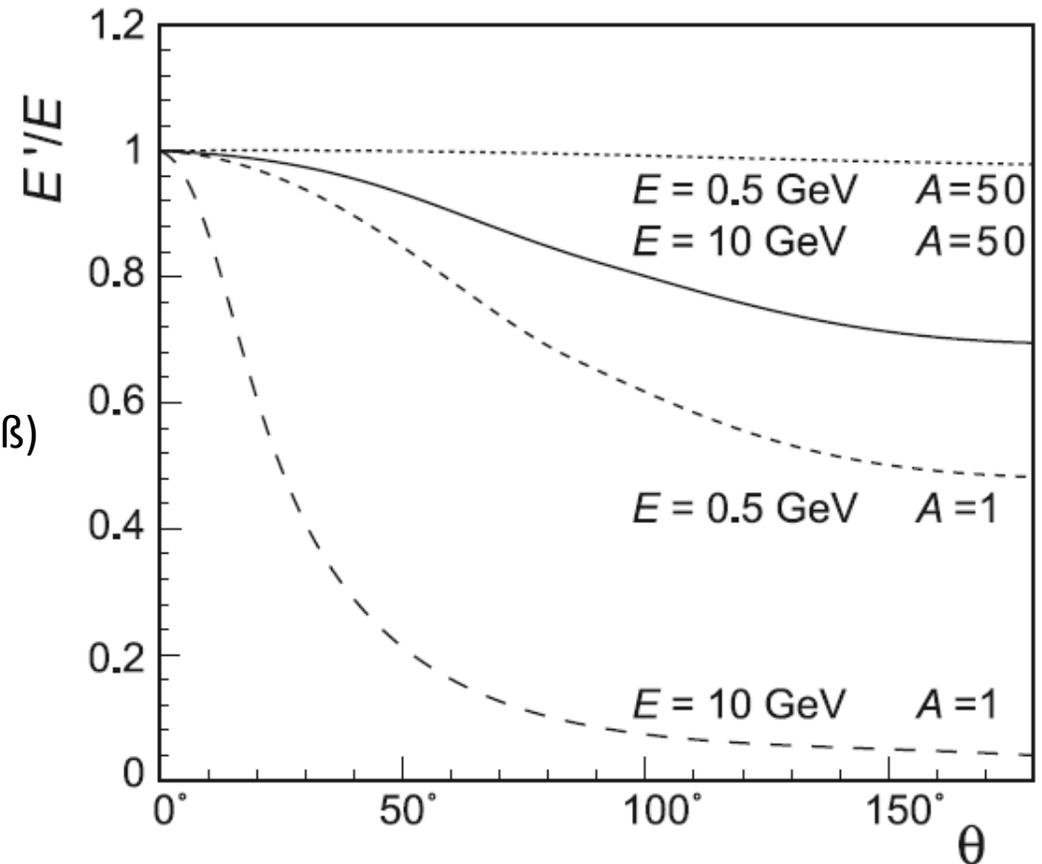
- $$E' = \frac{E}{1 + \frac{E}{Mc^2}(1 - \cos\theta)}$$

- $E - E'$ Rückstoßenergie auf Target

$\cos\theta = 1$ Vorwärtsstreuung (kein Rückstoß)

$\cos\theta = -1$ Rückwärtsstreuung (maximaler Rückstoß)

- $$q = -4EE' \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$



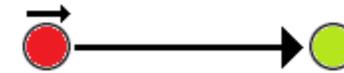
Povh et al.: Teilchen und Kerne, Springer-Verlag, 9. Auflage 2014, S. 59

Wirkungsquerschnitte

- $$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Rutherford} = \frac{(zZe^2)^2}{(4\pi\epsilon_0)^2 \cdot (4E)^2 \cdot \sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$



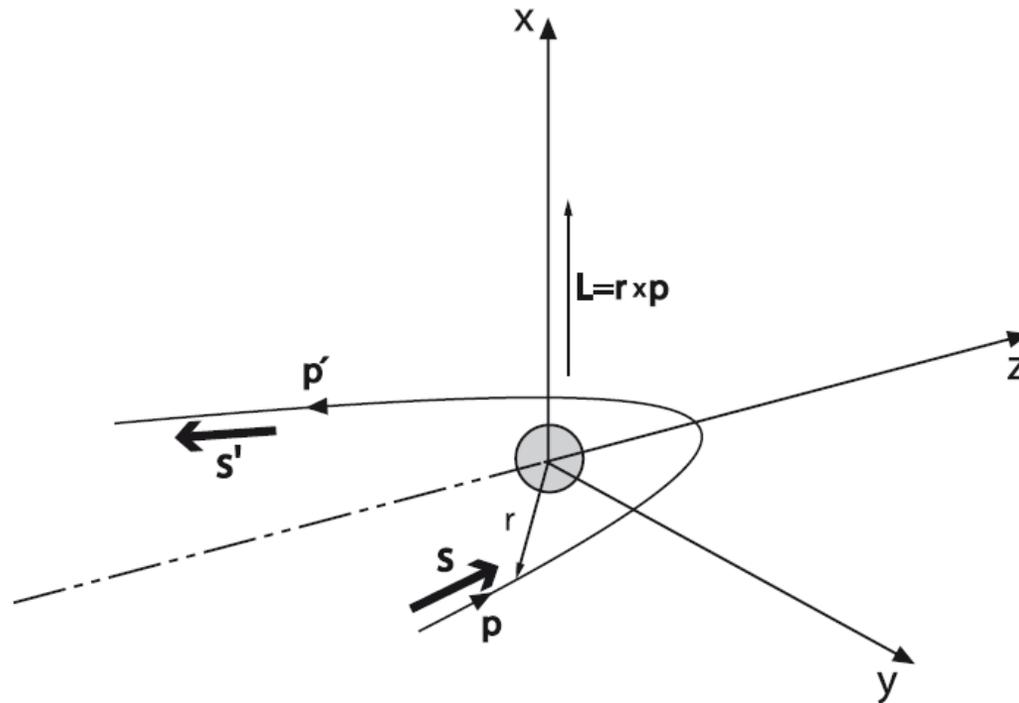
- $$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Rutherford} \cdot \underbrace{\left(1 - \beta^2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)}_{\approx \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \text{ für } \beta = \frac{v}{c} \rightarrow 1} \cdot \frac{E'}{E}$$



Mott-Wirkungsquerschnitt

- Helizitätserhaltung unterdrückt Rückwärtsstreuung

- $$h = \frac{\vec{s} \cdot \vec{p}}{|\vec{s}| \cdot |\vec{p}|}$$



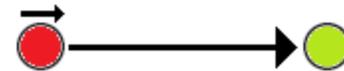
Povh et al.: Teilchen und Kerne, Springer-Verlag, 9. Auflage 2014, S. 65

Wirkungsquerschnitte

- $$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Rutherford} = \frac{(zZe^2)^2}{(4\pi\epsilon_0)^2 \cdot (4E)^2 \cdot \sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$



- $$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Rutherford} \cdot \underbrace{\left(1 - \beta^2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)}_{\approx \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \text{ für } \beta = \frac{v}{c} \rightarrow 1} \cdot \frac{E'}{E}$$



- $$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Dirac} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} \cdot \left(1 - \frac{q^2}{2M^2c^2} \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) \cdot \frac{E'}{E}$$

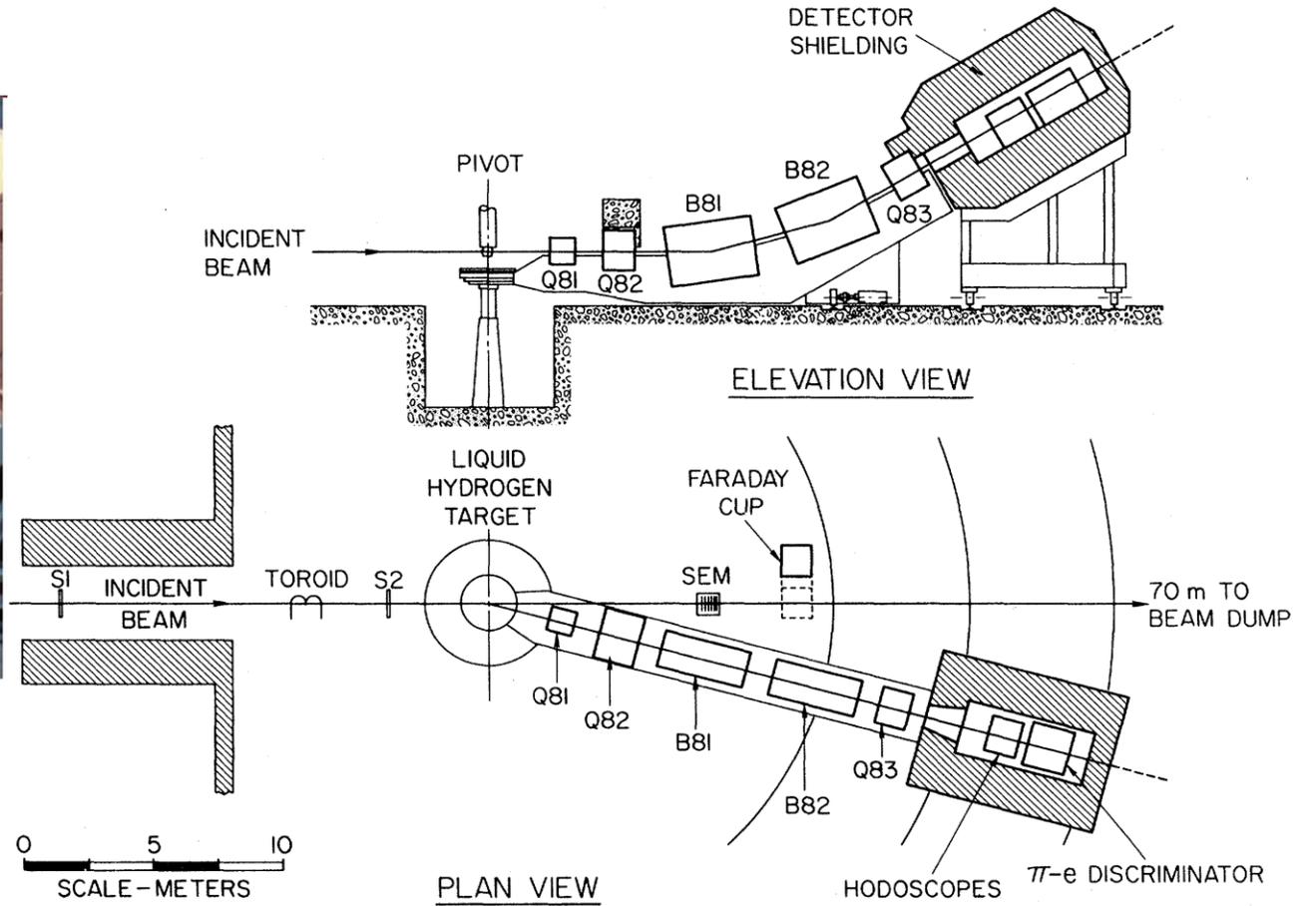


SLAC



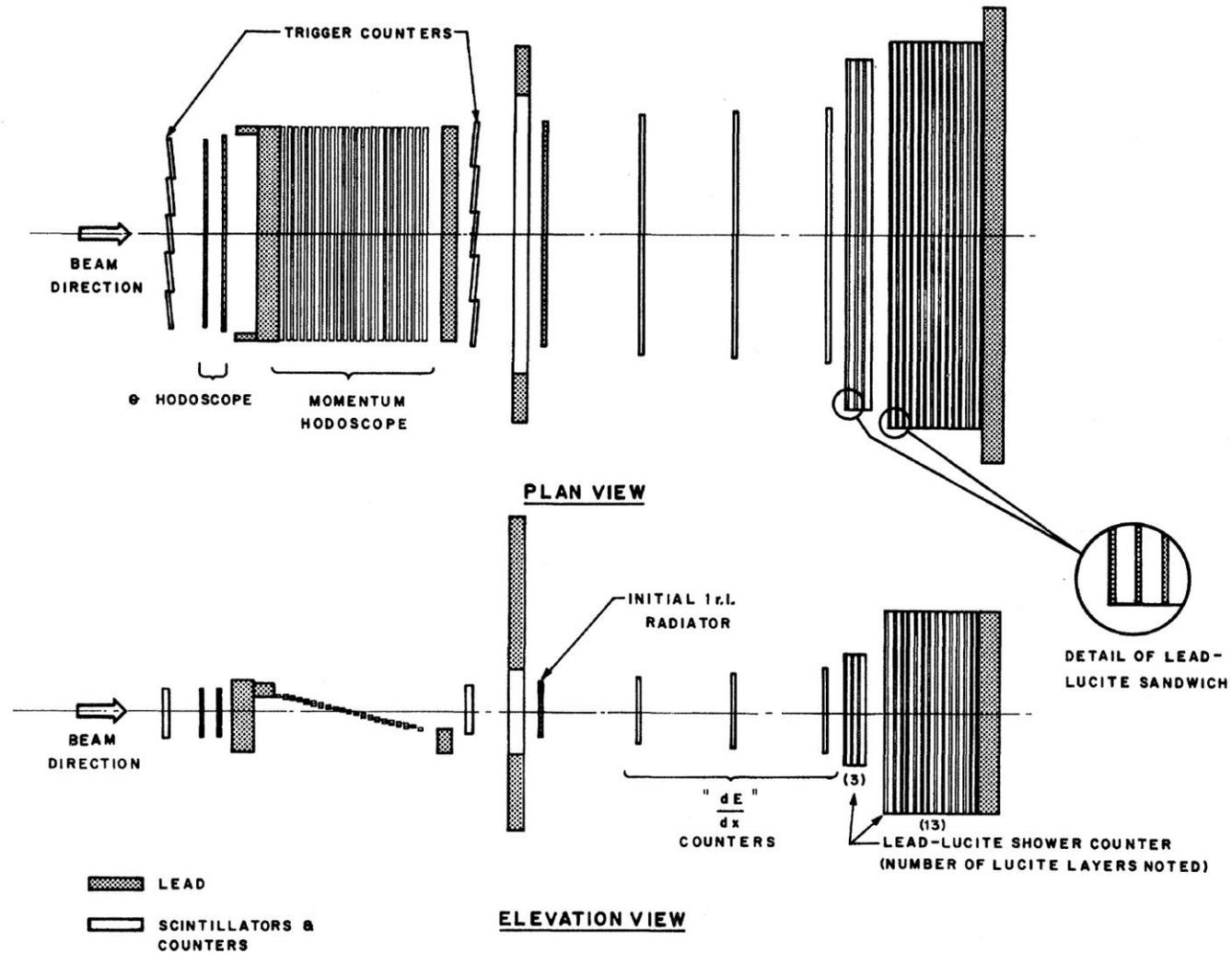
http://en.wikipedia.org/wiki/SLAC_National_Accelerator_Laboratory

SLAC



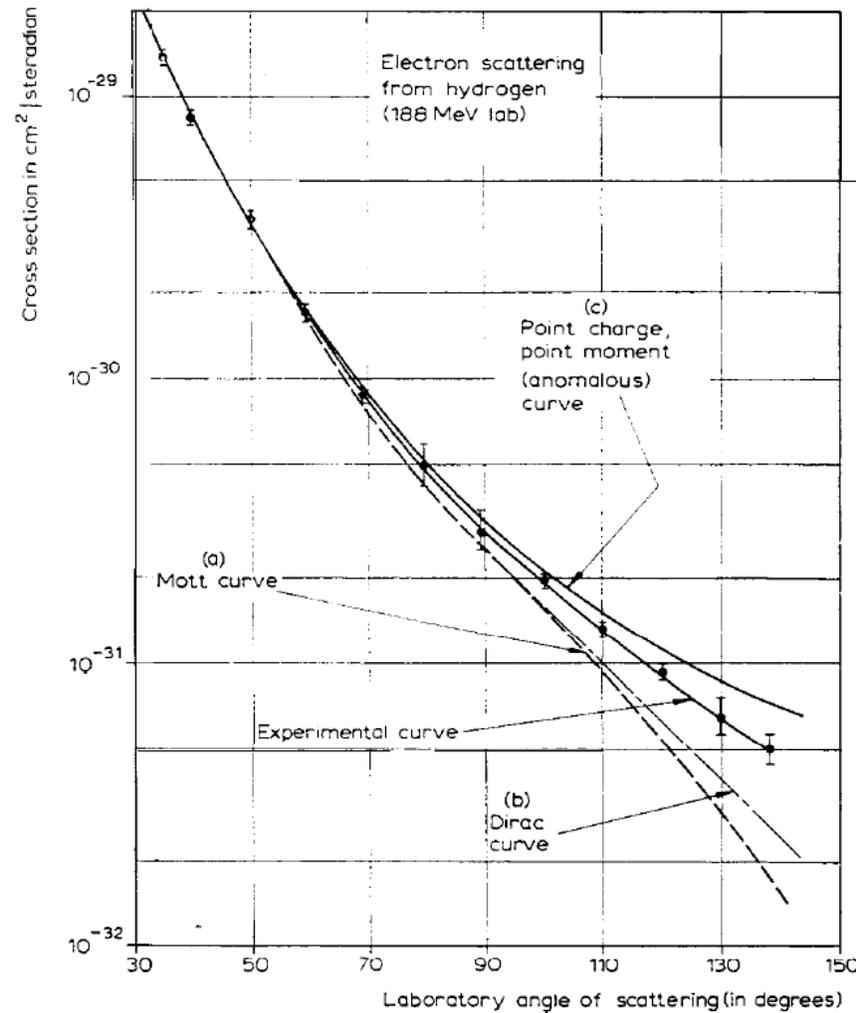
P.N. Kirk et al.: Phys. Rev. D8 (1973) 63

SLAC



P.N. Kirk et al.:
Phys. Rev. D8 (1973) 63

Welcher Wirkungsquerschnitt passt nun?



R. Hofstadter: Nobel Lecture, December 11, 1961

Streuung an ausgedehnter Ladungsverteilung

- Rückstoß und Spins vernachlässigt, $Z \cdot \alpha \ll 1$ (Bornsche Näherung)
- Betrachte ein- und auslaufende Teilchen als ebene Welle.

- $\Psi_i = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{p} \cdot \vec{r}}$ $\Psi_f = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{p}' \cdot \vec{r}}$ $V = \text{Normierungsvolumen}$

Übergangsamplitude: $M_{fi} = \langle \Psi_f | V(\vec{r}) | \Psi_i \rangle$

$$M_{fi} = \int e^{i\vec{q} \cdot \vec{R}} \cdot \frac{Z}{4\pi\epsilon_0 |\vec{R}|} dR \cdot \int \rho(\vec{r}') \cdot e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}'} d^3r'$$

Streuung an ausgedehnter Ladungsverteilung

- $\int e^{i\vec{q}\cdot\vec{R}} \cdot \frac{Z}{4\pi\epsilon_0|\vec{R}|} dR$ Streuung an Punktladung

- $\int \rho(\vec{r}') \cdot e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}'} d^3r'$ Formfaktor

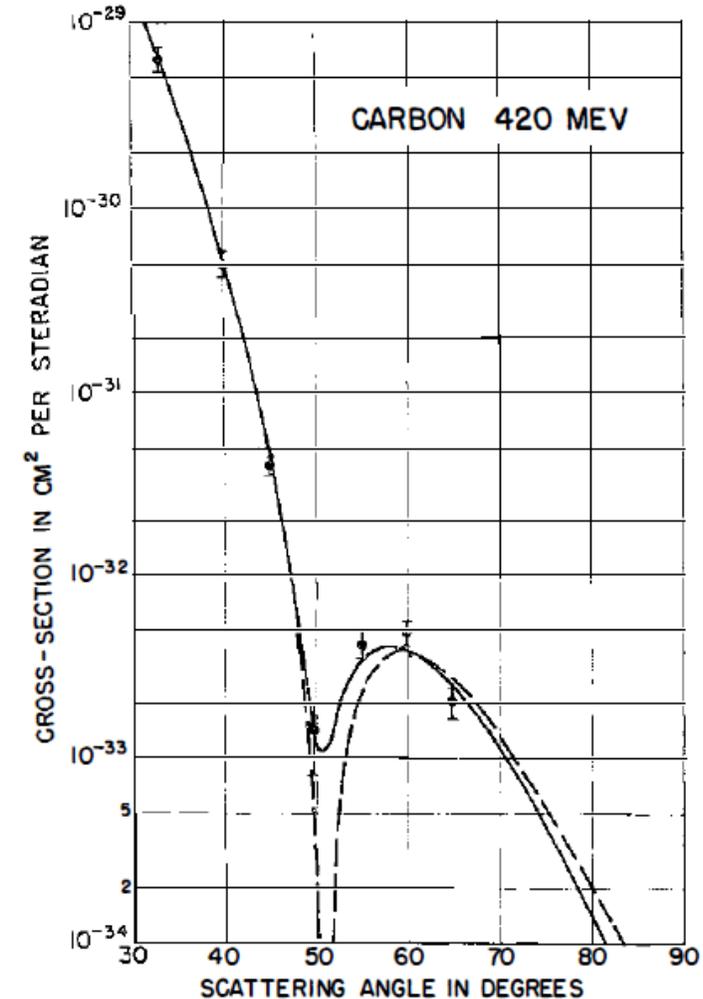
- $\Rightarrow \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{ausgedehnt}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Punkt}} \cdot |F(\vec{q}^2)|^2$

Bestimmung der Formfaktoren

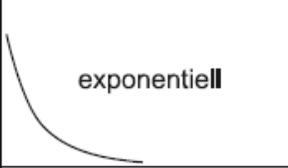
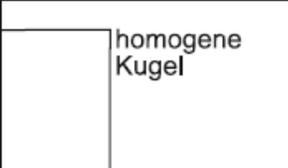
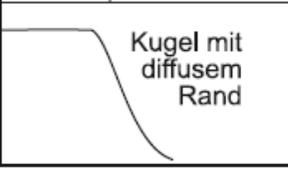
- 1957 Hofstadter: Messung des differentiellen Wirkungsquerschnitts von ^{12}C bei 420 MeV

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{exp}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} \cdot |F(\vec{q}^2)|^2$$

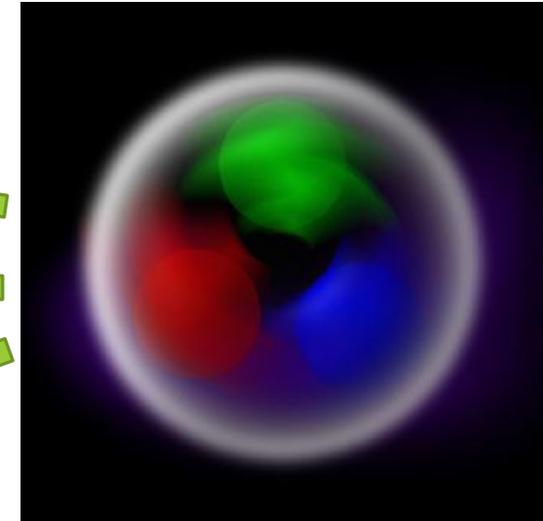
R. Hofstadter: *Annu. Rev. Nucl. Sci.* 7 (1957) 231



Formfaktoren verschiedener Ladungsverteilungen

$\rho(r)$	$ F(q^2) $	Beispiel
punktförmig	konstant	Elektron
	Dipol	?
	gaußförmig	?
homogene Kugel 	oszillierend 	-
Kugel mit diffusem Rand 	oszillierend 	?

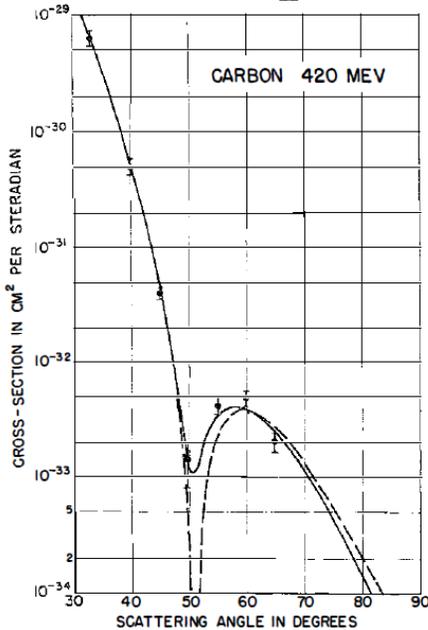
$r \rightarrow$ $|q| \rightarrow$



Povh et al.: Teilchen und Kerne, Springer-Verlag, 9. Auflage 2014, S. 69

Bestimmung des Ladungsradius

- Streuung an scharf begrenzten Körpern → Beugungsmaxima und –minima
- Bei einer homogene Kugel mit Radius R erhält man ein Minimum bei $\frac{|\vec{q}| \cdot R}{\hbar} \approx 4,5$



$$\Rightarrow \frac{|\vec{q}|}{\hbar} \approx 1,8 \text{ fm}^{-1} \Rightarrow R = 2,5 \text{ fm}$$

R. Hofstadter: *Annu. Rev. Nucl. Sci.* 7 (1957) 231

Bestimmung des Ladungsradius

- Alternative: kugelsymmetrische Ladungsverteilung $\rho(\vec{r}) = Zf(r)$

$$F(\vec{q}) = \frac{4\pi}{q} \int r \sin(qr) f(r) dr$$

$$\langle r^2 \rangle = -6 \left. \frac{dF(\vec{q}^2)}{d\vec{q}^2} \right|_{\vec{q}^2=0}$$

- erfordert Messung der „Steigung“ von $F(\vec{q}^2)$ bei kleinem θ

Streuung eines Elektrons an einem Proton

- $$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Dirac} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} \cdot \left(1 - \frac{q^2}{2M^2c^2} \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)$$

- Einführung eines elektrischen (G_E) und magnetischen (G_M) Formfaktors

- Rosenbluth-Formel

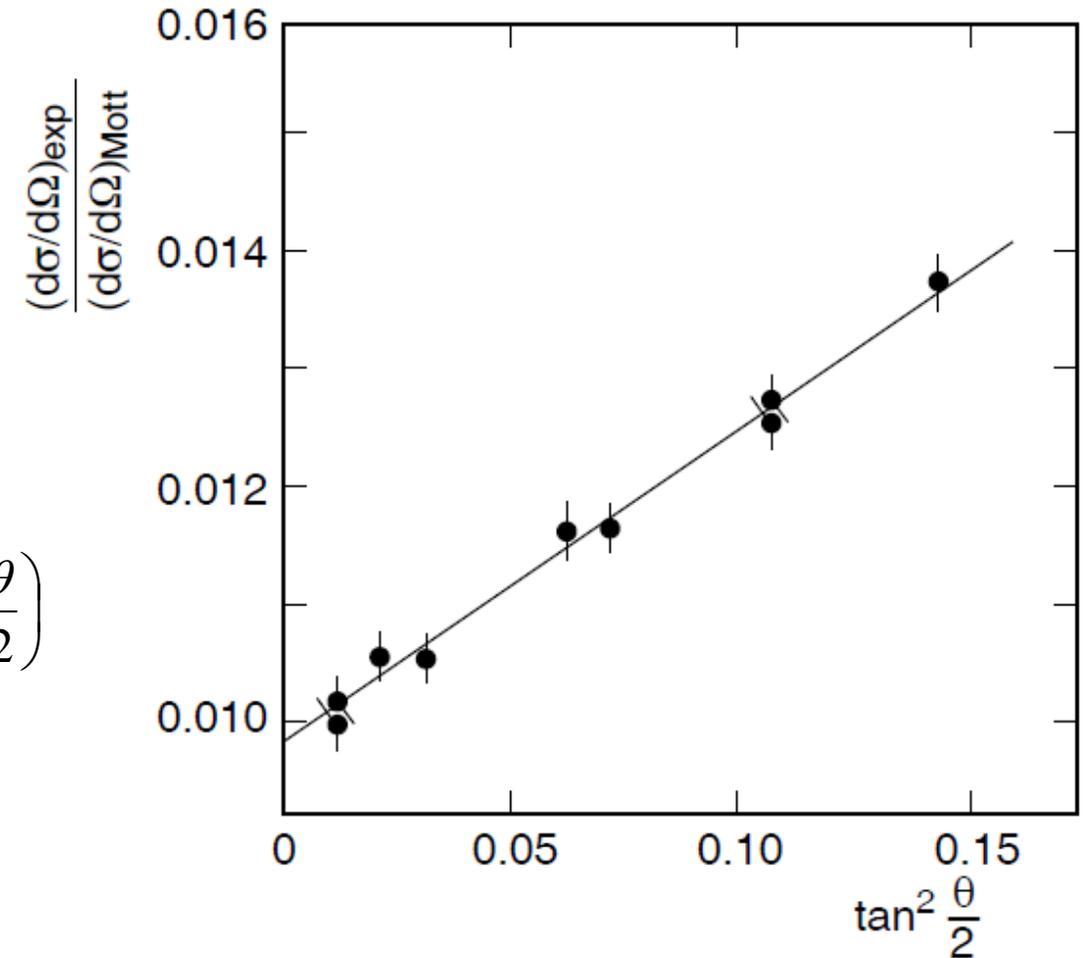
$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Rosenbluth} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} \cdot \left[\frac{G_E^2(Q^2) + \tau G_M^2(Q^2)}{1 + \tau} + 2\tau G_M^2(Q^2) \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right]$$

$$\tau = \frac{Q^2}{4M^2c^2}$$

Bestimmung der Formfaktoren

- Umstellen der Rosenbluth-Formel

$$\frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Rosenbluth}}}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}}} = \frac{G_E^2(Q^2) + \tau G_M^2(Q^2)}{1 + \tau} + 2\tau G_M^2(Q^2) \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$



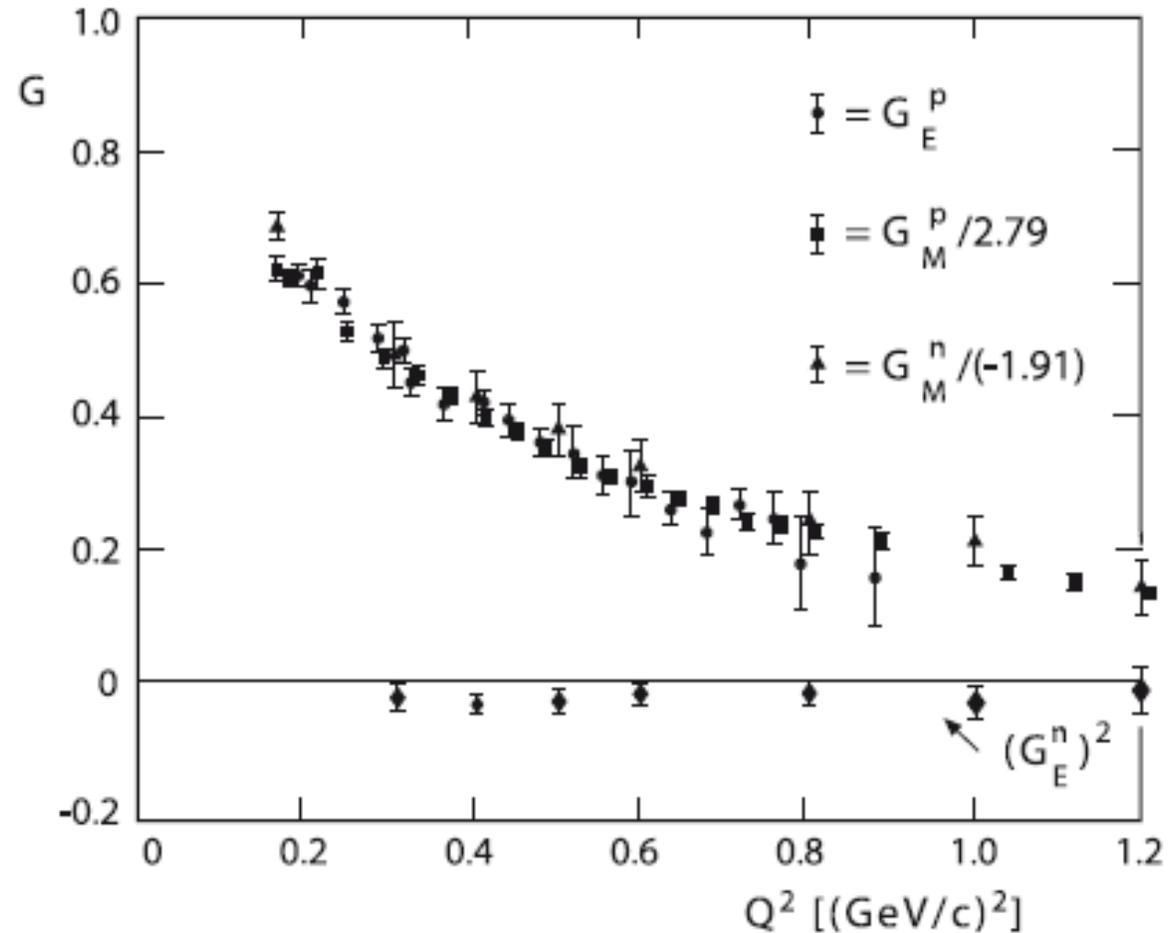
Povh et al.: Teilchen und Kerne, Springer-Verlag, 8. Auflage 2009, S. 80

Bestimmung der Formfaktoren

- SLAC, Ende 1960er
- Dipolformel

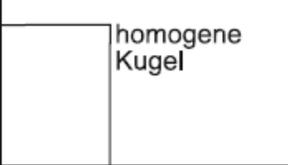
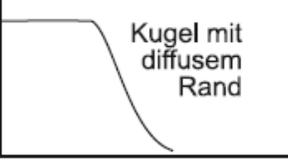
$$G^{Dipol}(Q^2) = \left(1 + \frac{Q^2}{0,71(\text{GeV}/c)^2} \right)^{-2}$$

$$\sqrt{\langle r^2 \rangle}_{Dipol} = 0,81 \text{ fm}$$

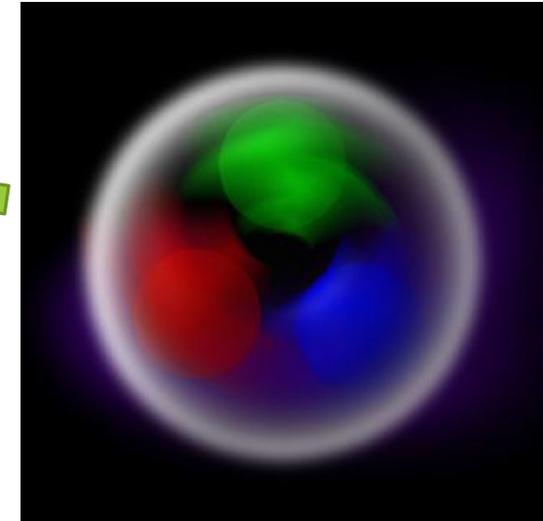


Povh et al.: Teilchen und Kerne, Springer-Verlag, 9. Auflage 2014, S. 80

Formfaktoren verschiedener Ladungsverteilungen

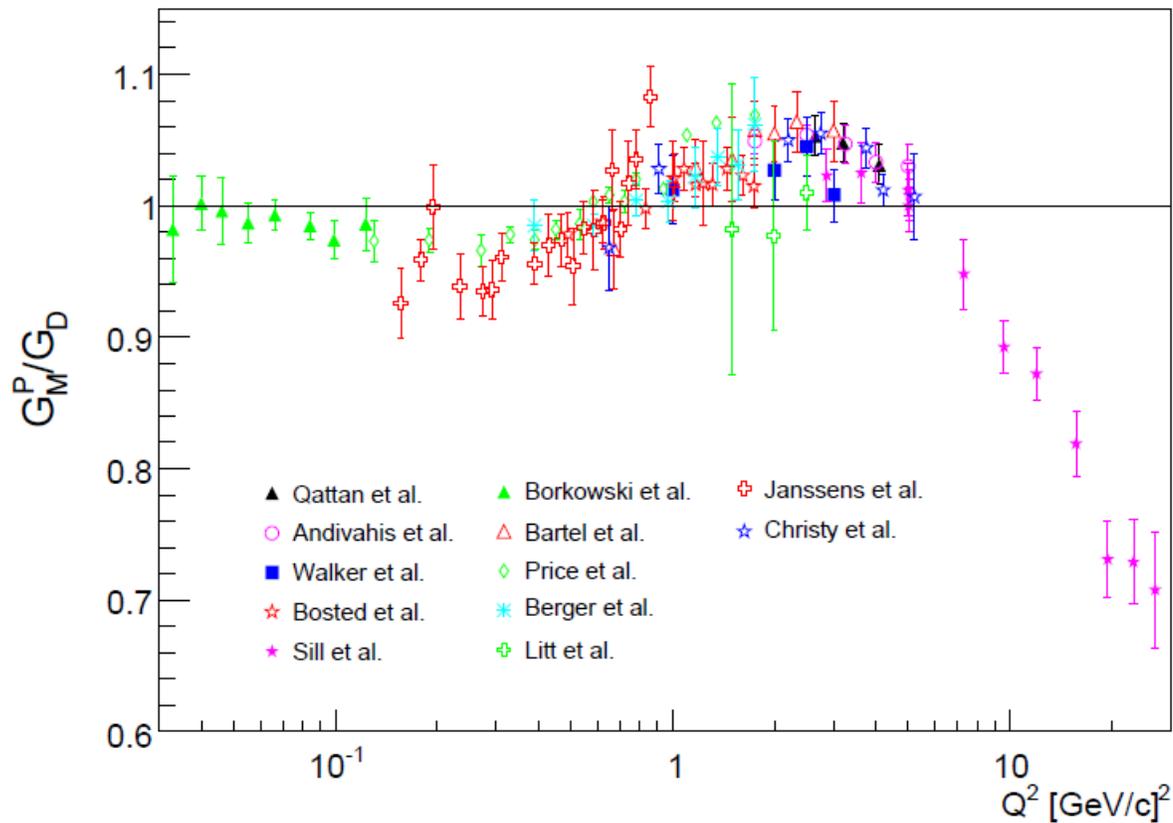
$\rho(r)$	$ F(q^2) $	Beispiel
punktförmig	konstant	Elektron
	Dipol	
	gaußförmig	leichte Kerne
	oszillierend	-
	oszillierend	schwere Kerne

$r \rightarrow$ $|q| \rightarrow$

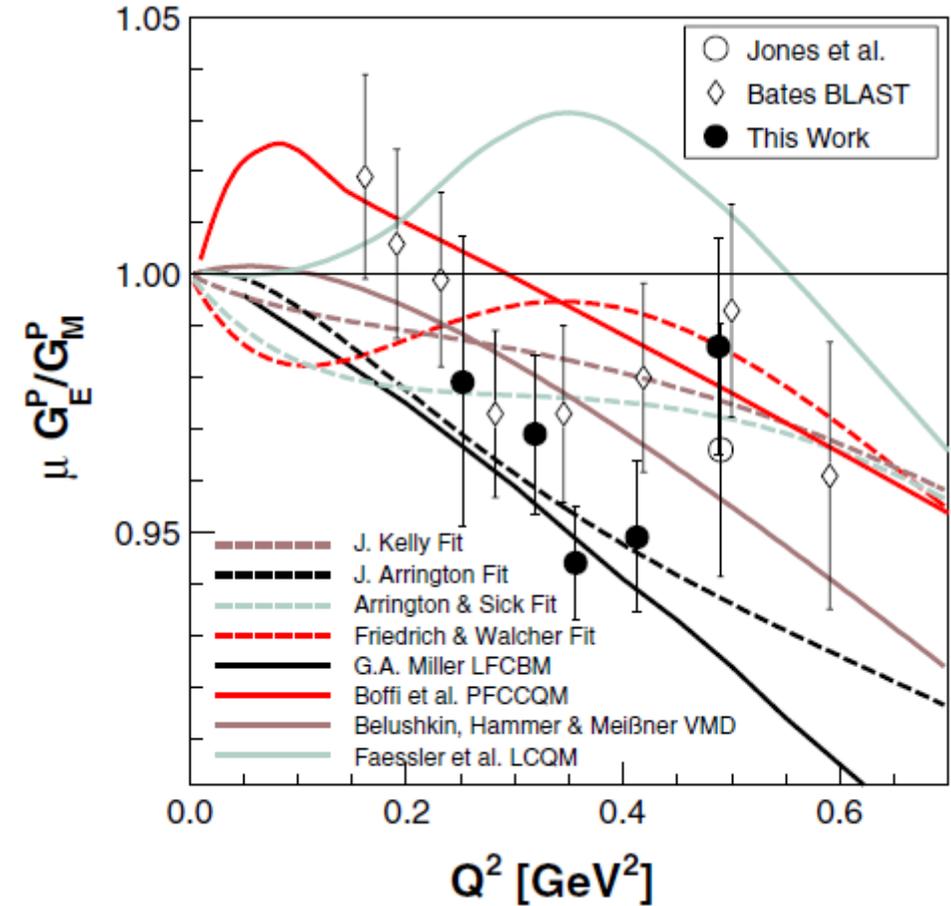


Povh et al.: Teilchen und Kerne, Springer-Verlag, 9. Auflage 2014, S. 69

Bestimmung der Formfaktoren

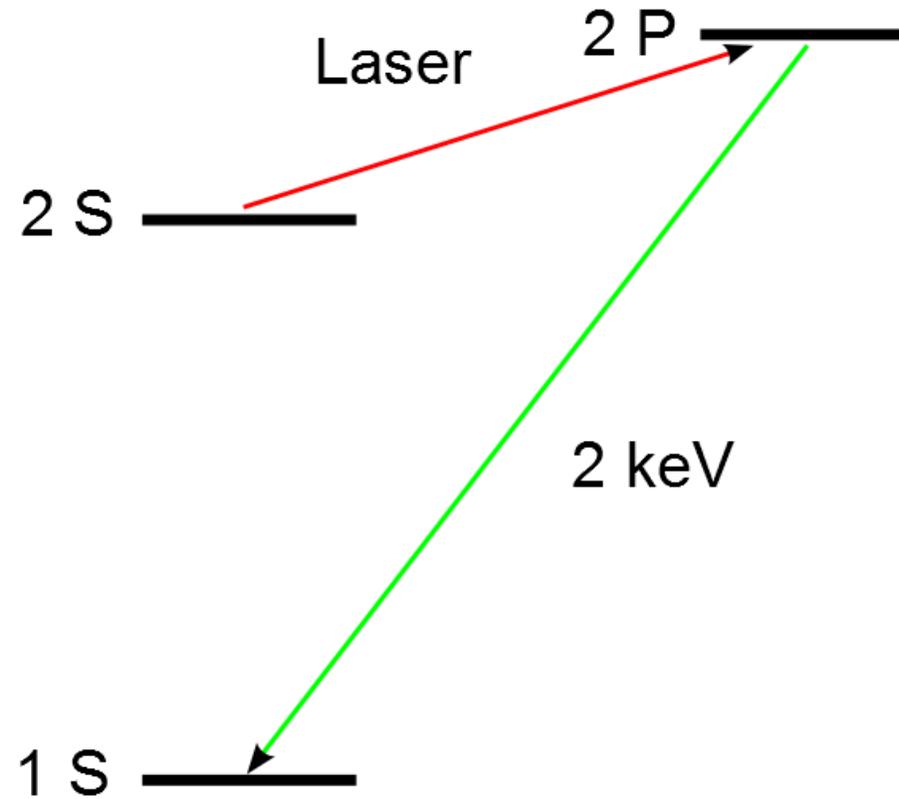


arXiv:1108.4441 [nucl-ex]

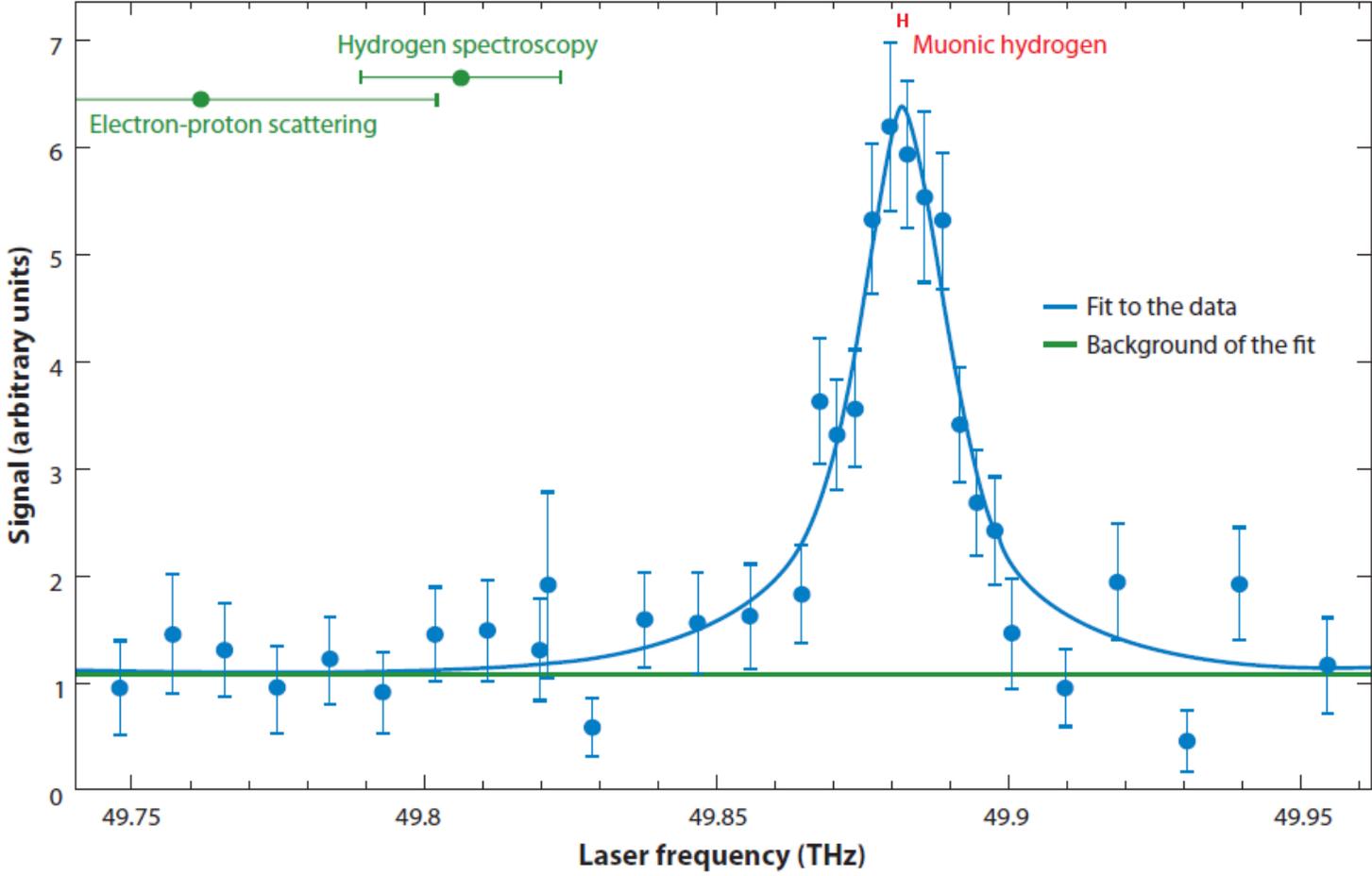


G. Ron et al.: Phys. Rev. Lett. 99, 202002 (2007)

Proton Radius Puzzle

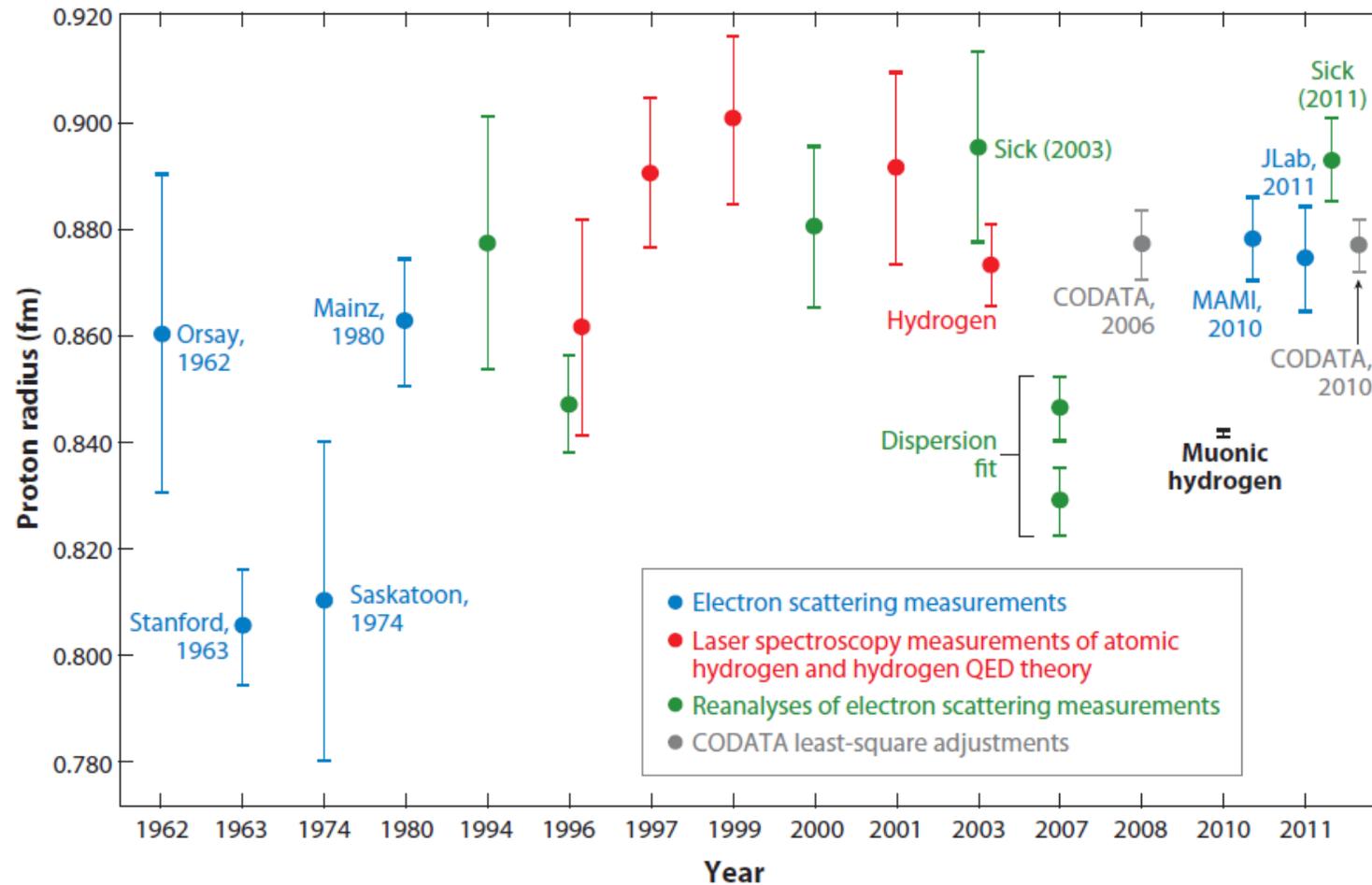


Proton Radius Puzzle



Pohl et al.: Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. 2013, Vol. 63: 175-204

Heutiger Stand der Messung



Pohl et al.: Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. 2013, Vol. 63: 175-204

Zusammenfassung

- experimentelle Messung des Wirkungsquerschnittes
- Rosenbluth-Separation zur Bestimmung der Formfaktoren
- $\langle r^2 \rangle = -6 \frac{dF(\vec{q}^2)}{d\vec{q}^2} \Big|_{\vec{q}^2=0}$
- aus elastischer Elektron-Proton Streuung: $r_p \approx 0,88 \text{ fm}$

ABER:

- aus Messungen am Muonic Hydrogen: $r_p = 0,84 \text{ fm}$

Vielen Dank!