

## 2.2 Übergangswahrscheinlichkeit und Fermi's Goldene Regel

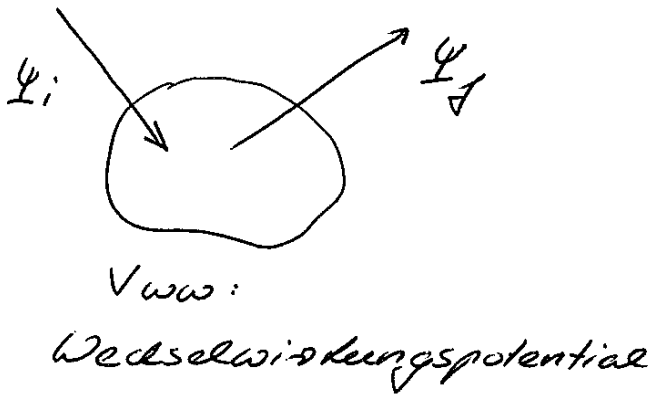
Übergangswahrscheinlichkeit/zeit  $w$  bestimmt den WQ eines Streuprozesses

$$w = \frac{\dot{N}_s}{N_i N_t} = \frac{\sigma \Phi N_t}{N_i N_t} = \frac{n_i v_i \sigma}{n_i V} = \frac{v_i \sigma}{V}$$

$V$ : Normierungsvolumen, fällt aus Rechnung raus

Theoretische Berechnung der Übergangswahrscheinlichkeit/zeit ergibt sich aus Fermi's Goldener Regel

$$\omega_{fi} = \frac{2\pi}{\hbar} |\mathcal{A}_{fi}|^2 \rho(E_f)$$



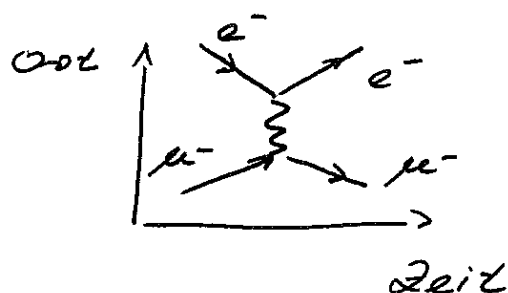
Übergangsamplitude:  $\mathcal{A}_{fi} = \langle f | V_{ww} | i \rangle$  wird mittels Feynman-Diagramm berechnet

$$\rho(E_f) = \text{Zustandsdichte} = \frac{dN}{dE}(E_f)$$

= Zahl der Zustände in  $[E_f, E_f + dE]$

### 2.2.1) Feynman-Diagramme

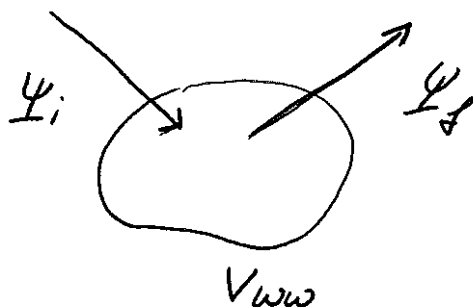
Bsp:  $e^- + \mu^- \rightarrow e^- + \mu^-$



Korrekte Einführung von Feynman-Graphen erst in der QFT möglich.

Feynman-Graphen veranschaulichen Rechenregeln für die Berechnung von Übergangsamplituden. Auch ohne die Graphen berechnen zu können, geben sie eine gute Illustration der betrachteten Prozesse. Sie sind ein wichtiges Werkzeug der Teilchenphysik.

Übergangsamplituden sind aus PEP-4 bekannt (atomare Übergänge)



$\Psi_i, \Psi_f$  Eigenfunktionen zu  $H_0$ , für freie Teilchen.

$$\Psi_i = N \exp(i\vec{k}\vec{x} - i\omega t)$$

$$\text{mit } \vec{k} = \vec{p}/\hbar \text{ und } \omega = E/\hbar$$

$$H = H_0 + H_{WW} = \frac{\vec{p}}{2m} + V(\vec{x})$$

$H_{WW} \ll H^0 \Rightarrow$  Störungstheoretischer Ansatz

$$\mathcal{A}_{fi} = \iint_{t: -\infty \rightarrow +\infty} \Psi_f^* H_{WW} \Psi_i d\vec{x} dt$$

$$\text{Übergangsrates} \sim P \sim |\mathcal{A}_{fi}|^2$$

Ansatz gültig für nichtrelativistische Problemstellungen, in denen der Teilcheninhalt erhalten bleibt.

Beide Voraussetzungen nicht in Teilchenphysik erfüllt => Ausweg QFT

Die skalare Funktion  $\Psi(\vec{x})$  wird durch Operator ersetzt, der Teilchen mit Impuls  $\vec{k}$  erzeugen und vernichten kann.

In der Teilchenphysik gilt rel. Energie-Impulsbeziehung:

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$$

$$E_+ = +\sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}$$

$$\Rightarrow \omega_+ = E_+ / \hbar = \omega > 0$$

$$E_- = -\sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}$$

$$\Rightarrow \omega_- = E_- / \hbar = \omega > 0$$

$$\Psi_+ = N \exp(i\vec{k}x - i\omega t)$$

$$\Psi_- = N \exp(i\vec{k}x - i(-\omega)t)$$

$$= N \exp(i\vec{k}x - i\omega(-t))$$

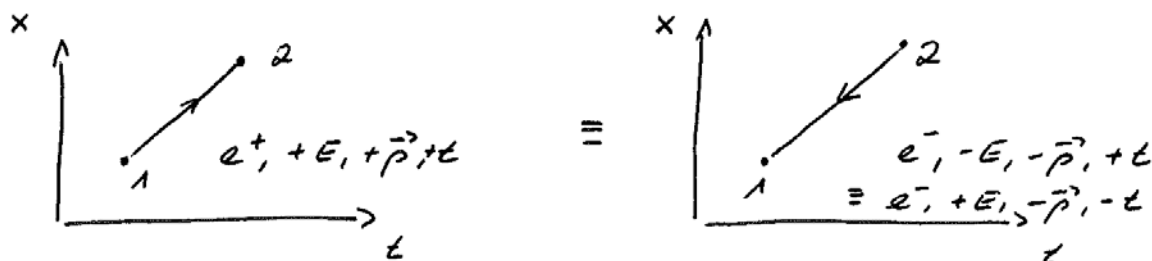
Teilchen mit negativer Energie kann interpretiert werden als Teilchen, das sich rückwärts in der Zeit bewegt.

$$\text{Betrachte EM 4-Vektor Strom } j^\mu = q p^\mu = q \begin{pmatrix} E/c \\ \vec{p} \end{pmatrix}$$

$$\text{Ladung } q: q(e^-) = +1$$

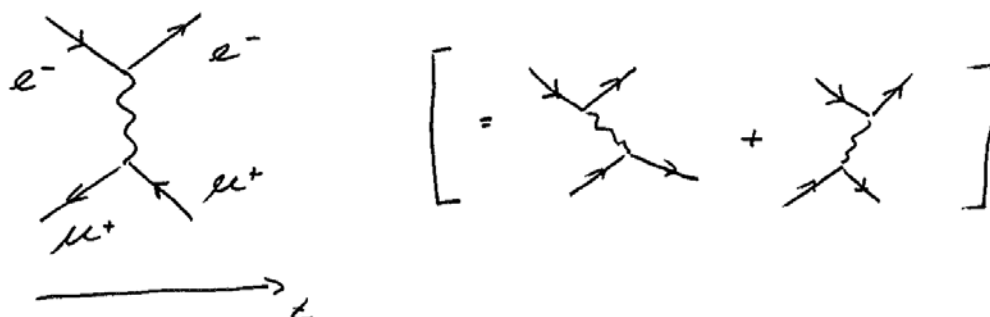
$$q(e^+) = -1$$

$$j^\mu(e^-, E, \vec{p}) = q p^\mu = +1 \begin{pmatrix} E/c \\ \vec{p} \end{pmatrix} = -1 \begin{pmatrix} -E/c \\ -\vec{p} \end{pmatrix} \\ = j^\mu(e^+, -E/c, -\vec{p})$$



„Mathematisch“ (= in der Behandlung von Feynman-Diagrammen) ist ein Antiteilchen, das sich in positive x und t Richtung bewegt, identisch zu dem zugehörigen Teilchen, das sich in negative x und t Richtung bewegt.

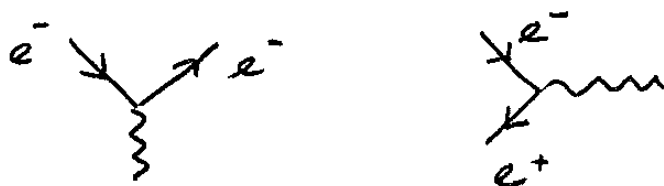
## a) Feynman-Diagramme in QED

Bsp:  $e^- + \mu^+ \rightarrow e^- + \mu^+$ 

(In dieser Vorlesung Zeitachse von links nach rechts)

## Feynman-Regeln:

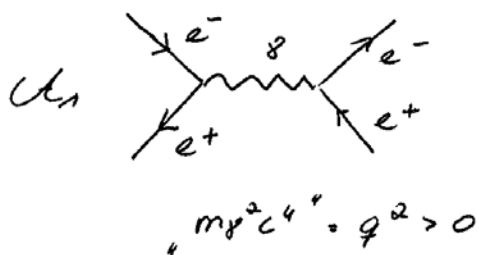
- 1) Fermionen werden mit Pfeilen in positive Zeitrichtung, Antifermionen mit Pfeilen in negative Zeitrichtung gezeichnet.
- 2) Austauschteilchen : Photon
- 3) In QED gibt es nur einen Vertex (kann gedreht werden)

Stärke  $\sim$  el. Ladung  $\sim \frac{1}{\sqrt{137}} = \sqrt{\alpha}$  : Feinstrukturkonstante

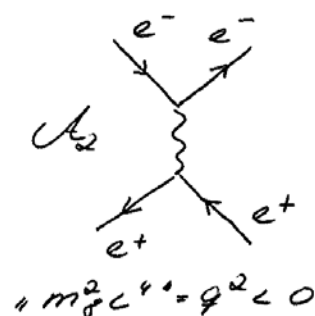
- 4) An jedem Vertex gilt
  - Impulserhaltung
  - Leptonenzahlerhaltung
  - Fermionstromerhaltung
  - Ladungserhaltung
- 5) Innere Linien (mit Anfangs- und Endvertex) sind virtuell, d.h. es gilt in der Regel nicht die Energie-Impuls-Beziehung freier Teilchen (freies Photon  $m^2 c^4 = 0 = E^2 - p^2 c^2$ )  
virtuelles Photon  $E^2 - p^2 c^2 \neq 0$

6) Äußere Teilchen (Linien) erfüllen rel. Energie-Impuls-Beziehung

Bsp:  $e^+ + e^+ \rightarrow e^- e^-$



raumartiges virtuelles Photon



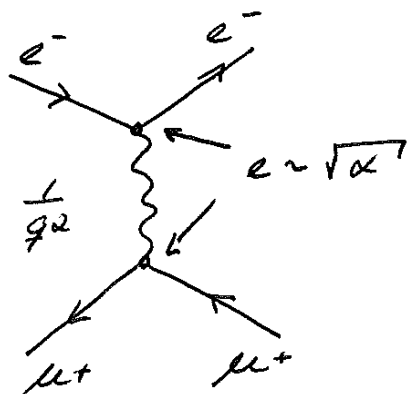
zeitartiges virtuelles Photon

reales Photon



$$q^2 = m^2 c^4 = 0$$

Berechnung von Übergangsamplituden aus Feynman-Graphen



$$\mathcal{A}(e^- \mu^+ \rightarrow e^- \mu^+) \sim \frac{\text{Vertexkopplung} \cdot \text{Vertexkopplung}}{q^2 \text{ (Austauschteilchen)}}$$

$$\sim e \frac{1}{q} e = \frac{\alpha}{q^2}$$

Photon Propagator

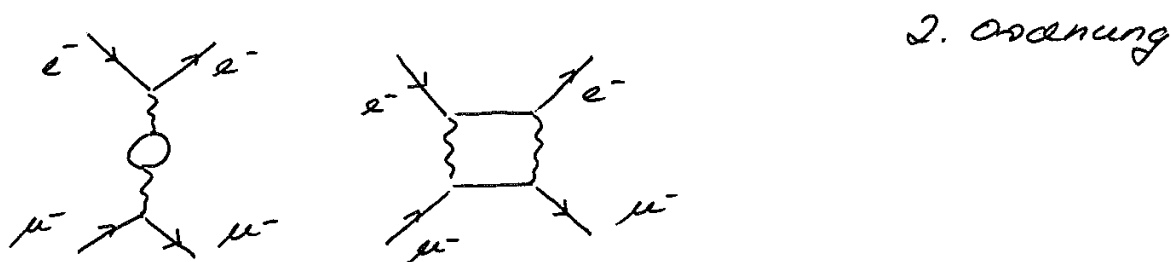
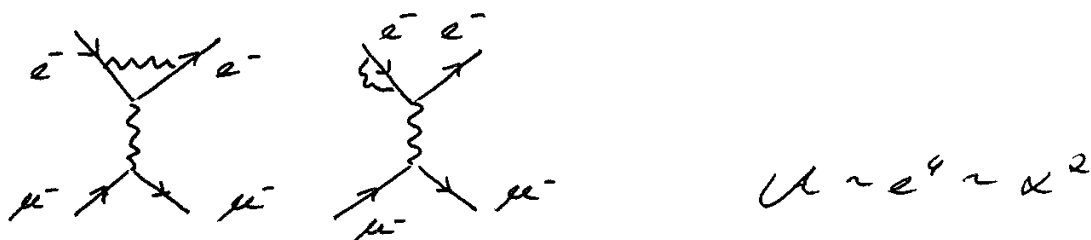
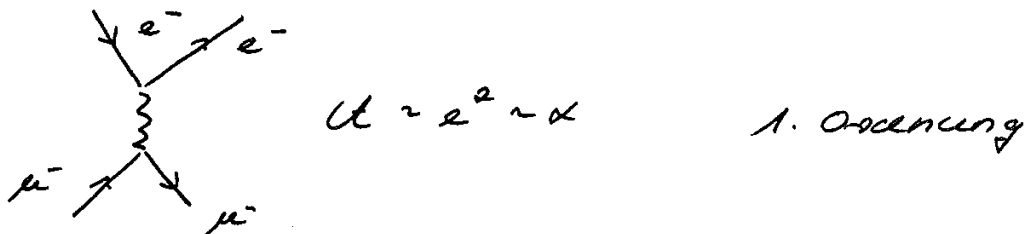
Jedes Feynman-Diagramm, das die Regeln einhält, entspricht einem physikalischen Prozess und muß bei der Berechnung berücksichtigt werden.

z.B.  $e^+ + e^- \rightarrow e^+ + e^-$

Die beobachtete Meßgröße ist  $\sim |\mathcal{A}_{tot}|^2 = |\mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2|^2$  Man erwartet also auch Beiträge von Interferenztermen.

b) Feynman-Graphen höherer Ordnung

Bsp:  $\mu^- e^- \rightarrow \mu^- e^-$



Da  $\alpha = \frac{1}{137}$  spielen Terme höherer Ordnung kaum eine Rolle.

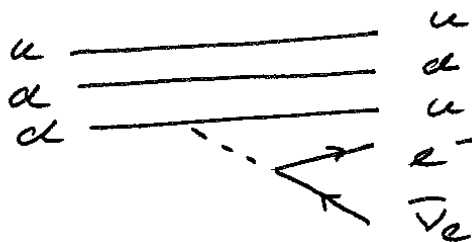
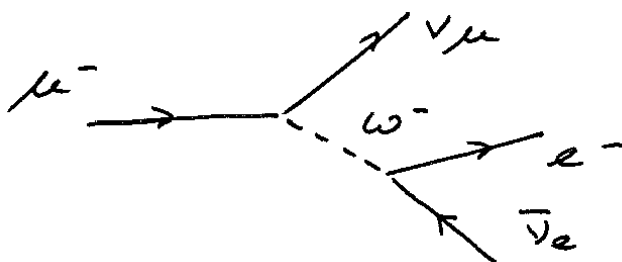
[Diagramm erster Ordnung  $\equiv$  Diagramm mit der kleinst möglichen Anzahl an Vertices]

c) Feynman-Graphen für schwache WW

Austauschteilchen:  $W^\pm, Z$

$\beta$ -Zerfall

$n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$



Kopplungsstärke  $\sim \sqrt{\alpha_w} = g_w = \frac{1}{\sqrt{40}}$

Zuschauerquarks in 1. Ordnung unbeteiligt

Massive W-Bosonen ( $80 \text{ GeV}/c^2$ ) führen zu Änderung im Propagator

$$\mathcal{A} \sim \underbrace{\sqrt{\alpha_w} \frac{1}{q^2 - M_w^2} \sqrt{\alpha_w}}_{\text{Propagator eines massiven Teilchens}} = \frac{g_w^2}{q^2 - M_w^2}$$

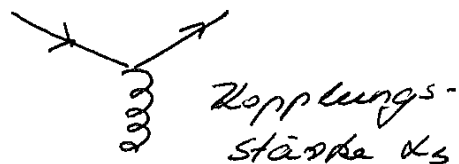
Propagator eines massiven Teilchens

=> schwache Kraft ist schwach, da bei  $q^2 \ll M_w^2$  der Propagator die Prozesse unterdrückt.

$$\frac{1}{40} = \alpha_w > \alpha_{EM} = \frac{1}{137}$$

d) Feynman-Graphen für starke WW  
 Austauscheteilchen: masselose Gluonen  
 => Propagator  $\sim \frac{1}{q^2}$

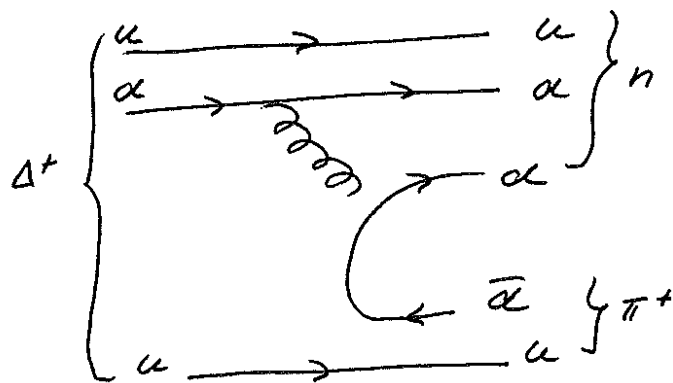
Fundamentaler Vertex



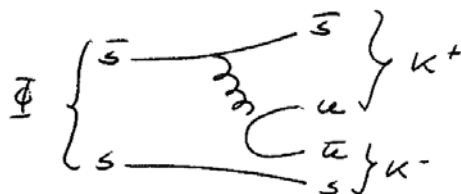
$\alpha_s$  ist stark energieabhängig!

Für  $\alpha_s > 1$  höhere Ordnung, Diagramme nicht vernachlässigbar

Bsp:  $\Delta^+ \rightarrow n + \pi^+$   
 $(uud) \rightarrow (udd) + u\bar{d}$



$\Phi \rightarrow K^+ K^-$   
 $(s\bar{s}) (u\bar{s})(\bar{u}s)$



Besonderheit der starken WW:

Austauschteilchen (Gluonen) tragen selbst Farbladung, d. h. WW miteinander

=>



3 und 4 Gluon Vertices sind erlaubt