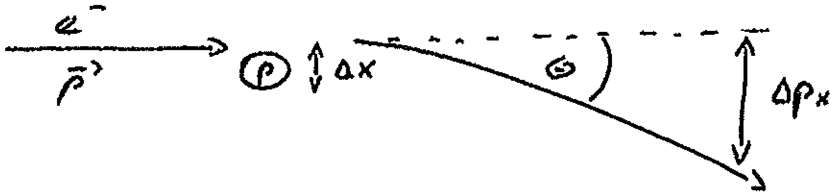
2) Beschreibung von Streuprozessen

Streuprozesse liefern Information über WW und die Struktur der Teilchen

Es gibt zwei Arten von Streuung

a) elastische Streuung z. B. $e^- + p \rightarrow e^- + p$

$\Delta p_x = \sin\Theta |\vec{p}|$



Δx: Ausdehnung des Protons

(im Ruhesystem des Protons)

Struktur kann aufgelöst werden, wenn die reduzierte de Broglie Wellenlänge $\lambda\!\!\!^{-} = \frac{\hbar}{|\vec{p}|}$
In der Größenordnung der Struktur ist.

$\lambda\!\!\!^{-} = \Delta x$
$\Rightarrow \Delta p_x \lesssim \frac{\hbar}{\Delta x}$ (Heisenberg)
$\hbar \sim 197\ \mathrm{MeV}/_c\mathrm{fm}$ $\Delta p_x \approx \frac{197\ \mathrm{MeV}/_c\mathrm{fm}}{\Delta x}$

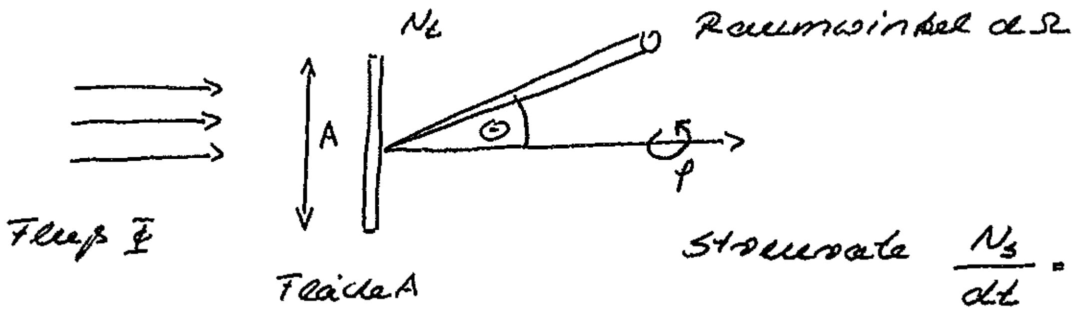
b) inelastische Streuung $e^- + p \rightarrow e^- + p^*$
(angeregter Zustand)

tief inelastische Streuung $e^- + p \rightarrow X + Y$
Erzeugung und Vernichtung von Teilchen

2.1) Wirkungsquerschnitte (WQ) & Zerfallsraten

2.1.1) WQ eines Prozesses

WQ = Maß für Wahrscheinlichkeit einer Reaktion zwischen Stoßpartnern



Streurate $\frac{dN_s}{dt} = \dot{N}_s$

Einfallender Fluß: $\Phi = \frac{\dot{N}_i}{A} = \frac{dN_i}{dt} \frac{dx}{A\,dx}$

$$= \frac{dN_i}{A\,dx} \frac{dx}{dt} = n_i v_i$$

$\dot{N}_i$: Rate der auf A einfallenden Teilchen
N_i: Teilchendichte im Strahl
v_i: Geschwindigkeit der einfallenden Teilchen

Rate der nach $d\Omega$ (φ, θ) gestreuten Teilchen
$d\dot{N}_s(\varphi, \theta) = c\ \Phi\ N_t\ \ d\Omega\ (\varphi, \theta)$

↑
Konstante

differentieller WQ $\frac{d\sigma}{d\Omega}(\varphi, \theta) = c = \frac{d\dot{N}_s(\varphi,\theta)}{\Phi\ N_t\ d\Omega\ (\varphi,\theta)}$

Totaler WQ: $\sigma_{tot} = \frac{\dot{N}_s}{\Phi\ N_t} = \int \frac{d\sigma}{d\Omega}(\varphi, \theta) d\Omega$

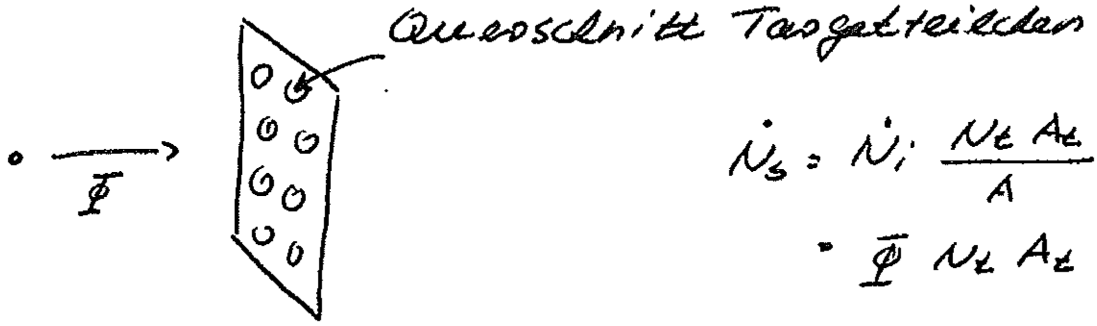
Dimension des WQ · $\frac{Rate}{Rate/Fläche} = Fläche$

$[\sigma] = 1\,b = 10^{-28}\ m^2$

$b \equiv$ barn

Veranschaulichung: geometrischer WQ

(1) punktförmiges Probe-Partial auf dünnes Target (nur eine Atomlage)

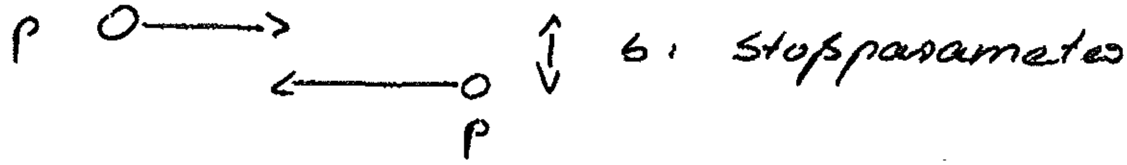


$$\dot{N}_s = \dot{N}_i \frac{N_t A_t}{A} = \Phi N_t A_t$$

$$\sigma^{tot}_{geom} = \frac{\dot{N}_s}{\Phi N_t} = A_t = \pi R_t^2$$

Totaler WQ ≡ geom. Querschnitt eines Streuzentrums

(2) geom. p – p WQ



$$b_{max} = 2 R_p = 2 \cdot 0.8\,fm \approx 1.6\,fm$$

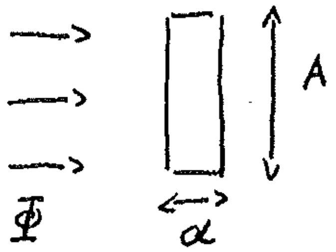
$$\sigma^{tot}_{geom} = \pi b_{max}^2 \simeq 80\,mb$$

experimentelle WQ (el. + inel. WQ)

σ_{pp} (10 GeV) $\simeq$ 40mb
σ_{pp} (1 TeV) $\simeq$ 80mb

=> Radius des Proton ~ Reichweite der starken WW

2.1.2 Freie Weglänge und Strahlabschwächung



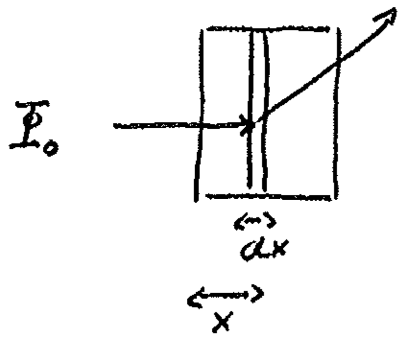
betrachte dickes Target
$N_t = n_t\, A\;\, d$
$= \frac{\rho\, N_A}{m_{Mol}}\, A\, d$

ρ: Dichte
N_A: Avogadrozahl
d: Dicke

$$\dot{N}_s = \;\Phi\, N_t\;\, \sigma = \frac{\dot{N}_i}{A} n_t\;\, A\;\, d\;\, \sigma = \;\dot{N}_i\;\, n_t\;\, d\sigma$$

Wahrscheinlichkeit für Streuung nach Strecke x in Abschnitt dx:

$P(x) = \frac{\dot{N}_s(x)}{\dot{N}_i(x)} = \;n_t\, \sigma\, dx$



Schwächung des einlaufenden Fluß
- $-\Delta\Phi(x) = \Phi(x)\; n_t\; ddx$
- $\Rightarrow \Phi(x) = \Phi_0 e^{-x(n_t\sigma)} = \;\Phi_0 e^{-x/\lambda}$

$\lambda\; = 1/_{n_t\,\sigma}$: mittlere freie Weglänge des Projektils im Target

2.1.3 Zerfallgesetz und Zerfallsbreite von Teilchen

Radioaktives Zerfallsgesetz $N(t)\;\; = N_0 e^{-t/\tau}$
τ = mittlere Lebensdauer des Teilchens ($\tau = t_{1/2}\,\ln 2$)

a) Wellenfunktion für stabiles Teilchen im Ruhesystem ($E=mc^2$)

$\Psi(t) = \;\Psi_0 e^{-i\,E/\hbar t} = \Psi_0 e^{-imc^2/\hbar\, t}$
=> Wahrscheinlichkeit $P(t) \sim |\psi(t)|^2 = |\psi_0|^2$ konstant!

b) Wellenfunktion für instabiles Teilchen

$P(t) \sim |\Psi(t)|^2 \sim e^{-t/\tau}$

$$\Rightarrow \Psi(t) = \Psi_0 e^{-imc^2/\hbar\, t - t/2\tau}$$
$$= \Psi_0 e^{-iE/\hbar t} \text{ mit } E = mc^2 - \frac{i\hbar}{2\tau}$$
$$= mc^2 - i\,\Gamma/2$$

Zerfallsbreite $\Gamma = \hbar/\tau$

Energieverteilung des Teilchens => Fouriertransformation der zeitabhängigen Wellenfunktion (Herleitung z.B. Frauenfelder & Henley)

$$\Psi(E) = \frac{I}{\sqrt{2\pi}} \int \Psi_0 e^{-\frac{iE}{\hbar} t}\, dt$$

$$= \frac{\Psi_0}{\sqrt{2\pi}} \frac{i\hbar}{(E - mc^2) + i\,\Gamma/2}$$

$$\tilde{P}(E) \sim |\Psi(E)|^2 = \frac{\Psi_0^{\ 2}}{2\pi} \frac{\hbar}{(E - mc^2)^2 + \Gamma^2/4}$$

Normierung $\Downarrow$

$$\tilde{P}(E) = \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{\hbar}{(E - mc^2)^2 + \Gamma^2/4}$$

Aufgrund seiner endlichen Lebensdauer besitzt das Teilchen eine Energiebreite
$\Delta E = \Gamma \equiv$ „natürliche Linienbreite“