Strukturbildung und Selbstorganisation weit weg vom Gleichgewicht

Heinz Horner
Inst. f. Theor. Physik
Uni Heidelberg
horner@tphys.uni-heidelberg.de

13. Okt. 2007

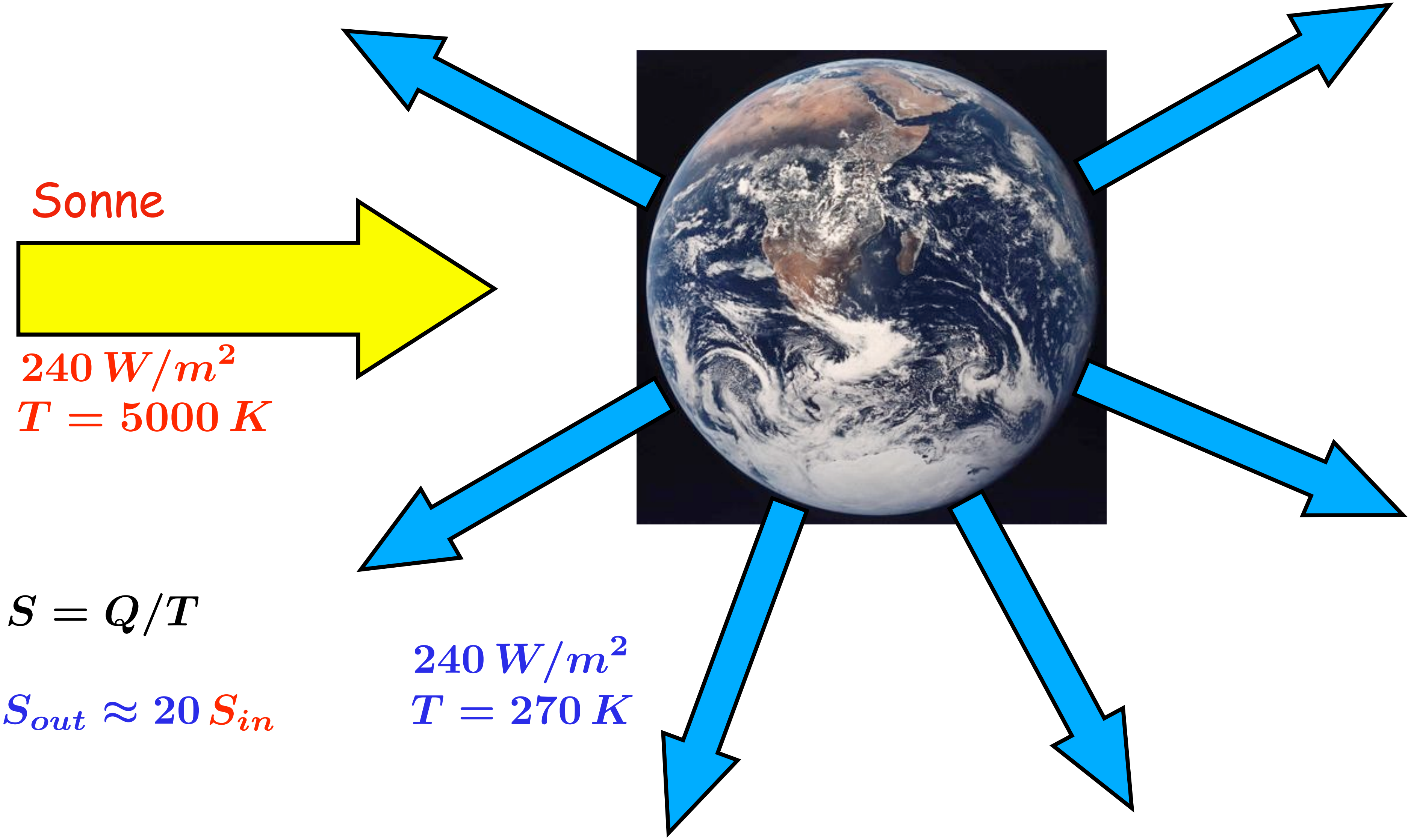
Literatur:

H. Meinhard: Models of biological pattern formation, Academic Press, London (1982)
frei erhältlich unter http://www.eb.tuebingen.mpg.de/meinhardt

H. Meinhard: The Algorithmic Beauty of Sea Shells, Springer, Heidelberg (2003)

H. Haken: Synergetics, an introduction, Springer, Heidelberg (1977/1983)
Advanced synergetics, Springer, Heidelberg (1983/1987)

Energie- und Entropiebilanz der Erde



Sonne

$240\,W/m^2$
$T = 5000\,K$

$S = Q/T$

$S_{out} \approx 20\,S_{in}$

$240\,W/m^2$
$T = 270\,K$

Direkte Entropieerzeugung
(z.B. Wärmeleitung)?

langsam!

Energiekaskade -> Strukturbildung ->
(belebte Natur) -> .... -> Dissipation

Maximale Entropieproduktion?

Beispiele:

Konvektion

Musterbildung in der belebten Natur

diplopoda.de

Konvektion, Taylor-Instabilität

Abfolge der Muster:

Laminare Strömung -> Gerade Rollen ->
Gewellte Rollen -> Gerade turbulente Rollen

Navier-Stokes-Gleichung

$$\partial_t \vec{u}(r,t) = \left(\vec{u}(r,t)\cdot\nabla\right)\vec{u}(r,t) - \nabla\left(\vec{u}(r,t)\cdot\vec{u}(r,t)\right) + \nu\Delta\vec{u}(r,t)$$

Dissipation

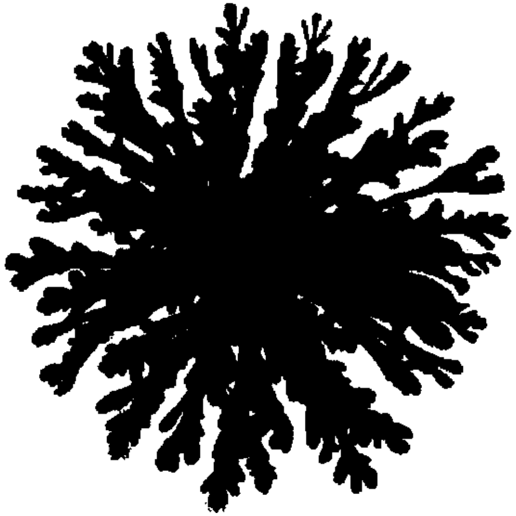
Konvektion (nichtlinear)

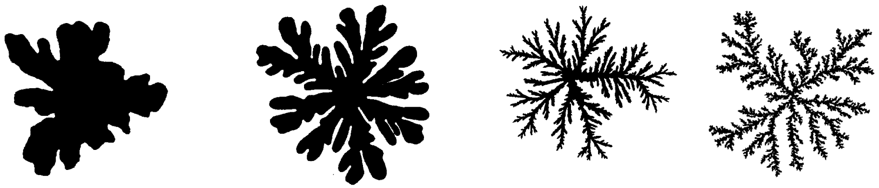
Turbulente Strömung:

Energiekaskade von großen
zu kleinen Längenskalen
Energiedissipation auf kleinster Skala

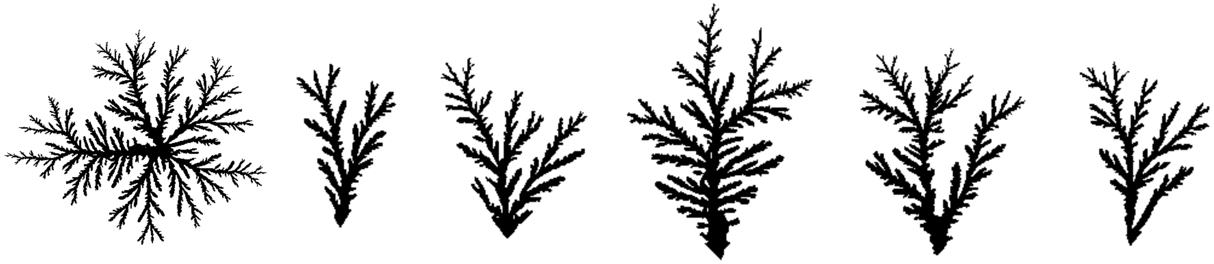
Flussinstabilität (viscous fingering)

Hele-Shaw Zelle
Eine Flüssigkeit geringer Viskosität (Wasser, Luf)
verdrängt eine Flüssigkeit hoher Viskosität (Öl)





Selbstähnliche Strukturen



Strukturbildung, Gierer Meinhard Modell

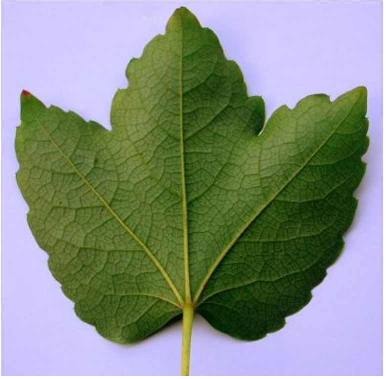
Reaktions-Diffusionsgleichungen (nichtlinear)

Aktivator (autokatalytisch)

$$\partial_t A(x,t) = -\big(A(x,t) - A_o\big) + \frac{A(x,t)^2}{B(x,t)} + D_A \partial_x^2 A(x,t)$$

Inhibitor (aktiviert durch A)

$$\partial_t B(x,t) = -C\, B(x,t) + A(x,t)^2 + D_B \partial_x^2 B(x,t)$$



diplopoda.de

Strukturbildung, Gierer Meinhard Modell

Reaktions-Diffusionsgleichungen (nichtlinear)

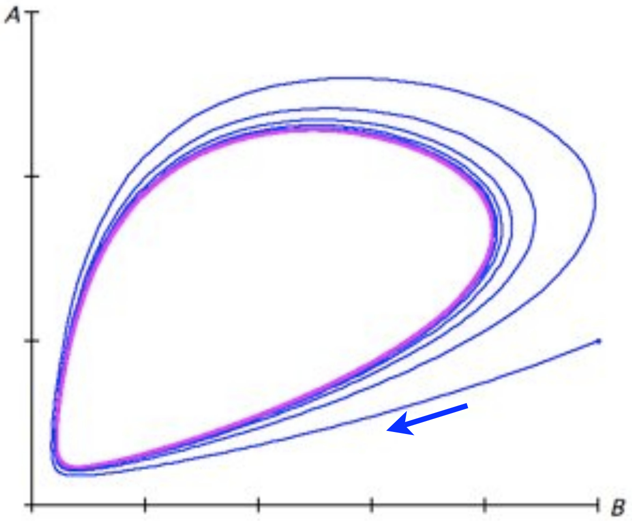
Aktivator (autokatalytisch)

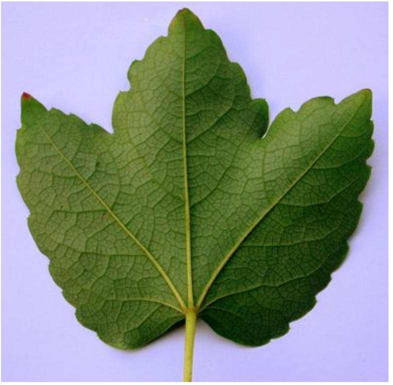
$$\partial_t A(x,t) = -\left(A(x,t) - A_o\right) + \frac{A(x,t)^2}{B(x,t)} + D_A \partial_x^2 A(x,t)$$

Inhibitor (aktiviert durch A)

$$\partial_t B(x,t) = -C\, B(x,t) + A(x,t)^2 + D_B \partial_x^2 B(x,t)$$

Ohne Diffusion (durchmischt):
Zeitlich periodisch, Grenzzyklus





diplopoda.de

Strukturbildung, Gierer Meinhard Modell

Reaktions-Diffusionsgleichungen (nichtlinear)

Aktivator (autokatalytisch)

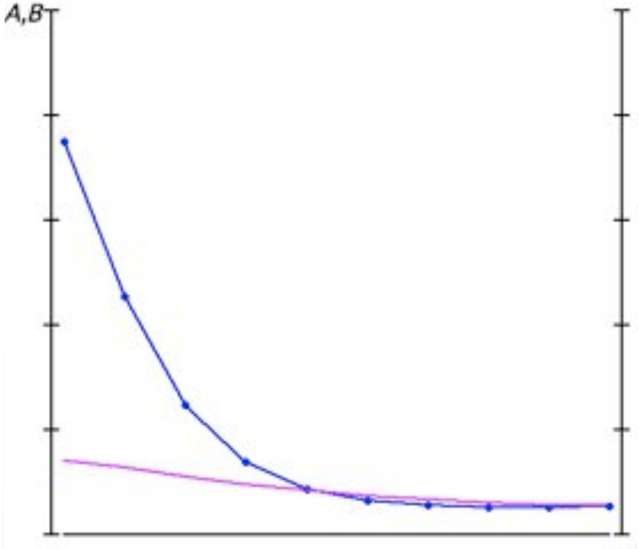
$$\partial_t A(x,t) = -\big(A(x,t) - A_o\big) + \frac{A(x,t)^2}{B(x,t)} + D_A \partial_x^2 A(x,t)$$

Inhibitor (aktiviert durch A)

$$\partial_t B(x,t) = -C\,B(x,t) + A(x,t)^2 + D_B \partial_x^2 B(x,t)$$

Mit Diffusion: $D_B > D_A$

Räumliche Muster: Gradient



diplopoda.de

Strukturbildung, Gierer Meinhard Modell

Reaktions-Diffusionsgleichungen (nichtlinear)

Aktivator (autokatalytisch)

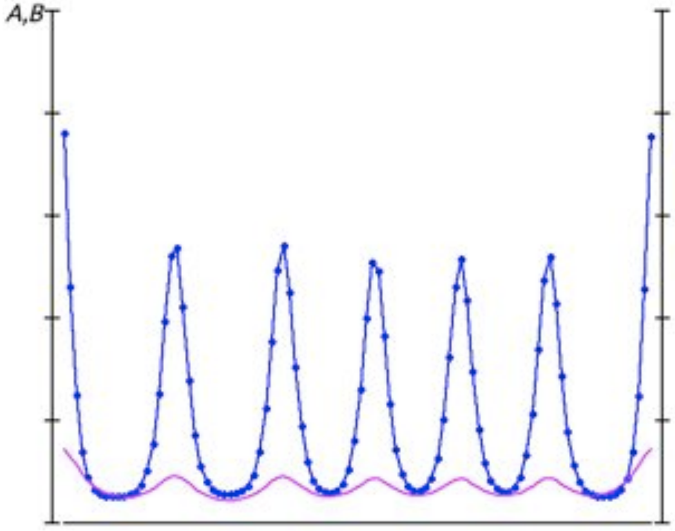
$$\partial_t A(x,t) = -(A(x,t) - A_o) + \frac{A(x,t)^2}{B(x,t)} + D_A \partial_x^2 A(x,t)$$

Inhibitor (aktiviert durch A)

$$\partial_t B(x,t) = -C\, B(x,t) + A(x,t)^2 + D_B \partial_x^2 B(x,t)$$

Mit Diffusion: $D_B > D_A$

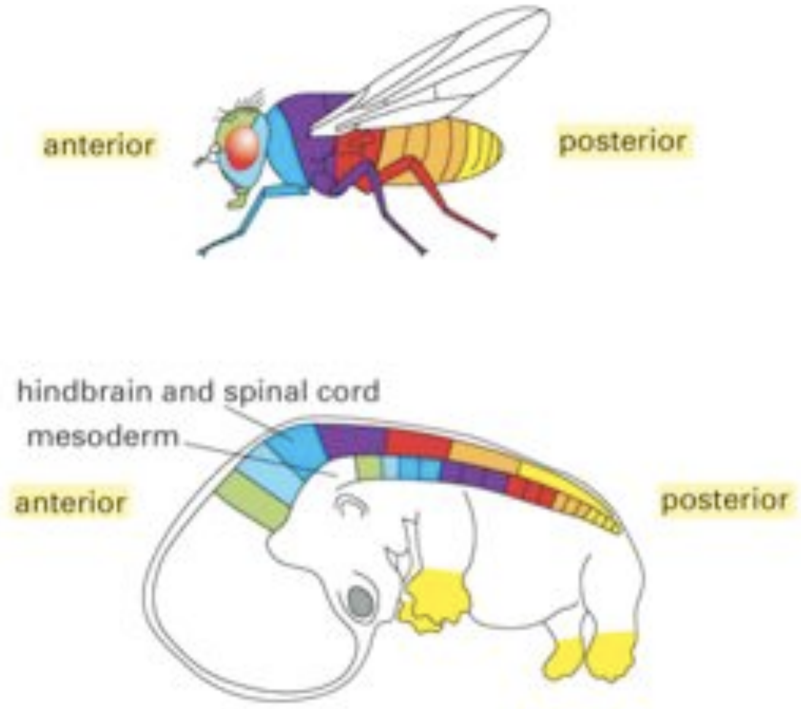
Räumliche Muster: Periodisch

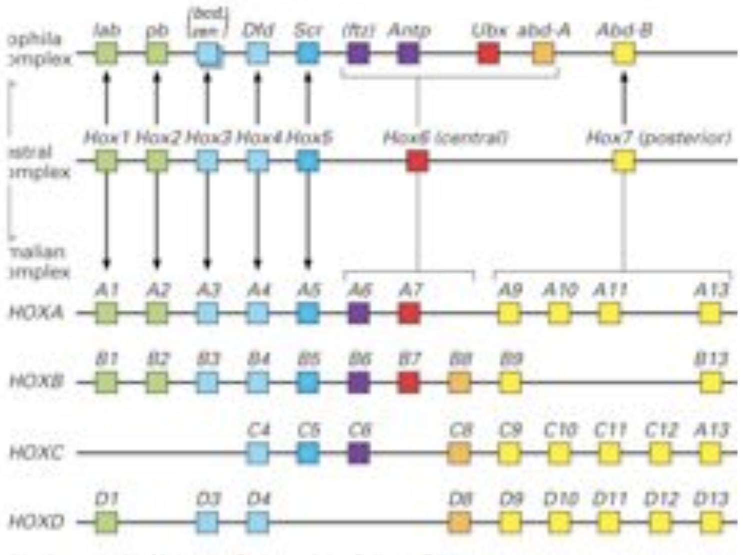


diplopoda.de

Strukturbildung, Gierer Meinhard Modell

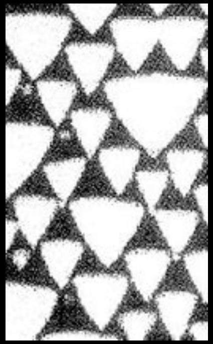
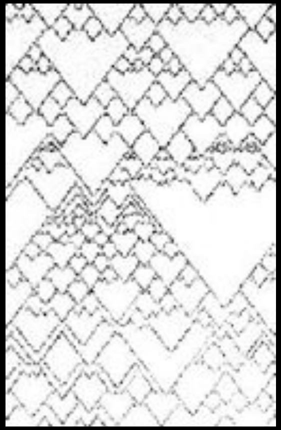
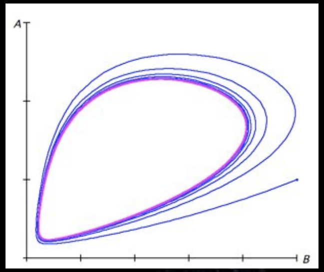
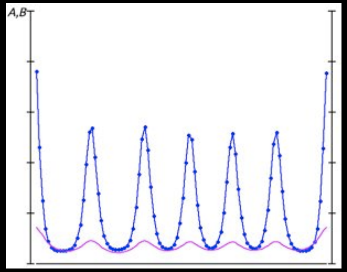
Genetische Grundlage: Drosophila - Mensch


anterior
posterior
hindbrain and spinal cord
mesoderm
anterior
posterior


ophila
omplex
lab
pb
(bcd,
zen)
Dfd
Scr
(ftz)
Antp
Ubx
abd-A
Abd-B
estral
omplex
Hox1
Hox2
Hox3
Hox4
Hox5
Hox6 (central)
Hox7 (posterior)
malian
omplex
HOXA
A1
A2
A3
A4
A5
A6
A7
A9
A10
A11
A13
HOXB
B1
B2
B3
B4
B5
B6
B7
B8
B9
B13
HOXC
C4
C5
C6
C8
C9
C10
C11
C12
A13
HOXD
D1
D3
D4
D8
D9
D10
D11
D12
D13

21-45 part 1 of 2. Molecular Biology of the Cell, 4th Edition.

Strukturbildung,

Gierer Meinhard Modell
(modifiziert)