Experimentiervorschlag
Nutzung von Wolfram Alpha auf dem Smartphone

Untersuchung von Schwingungen mit linearer und nichtlinearer Kraft
Schwingung mit Reibung
Erzwungene Schwingung

Kurzanleitung:

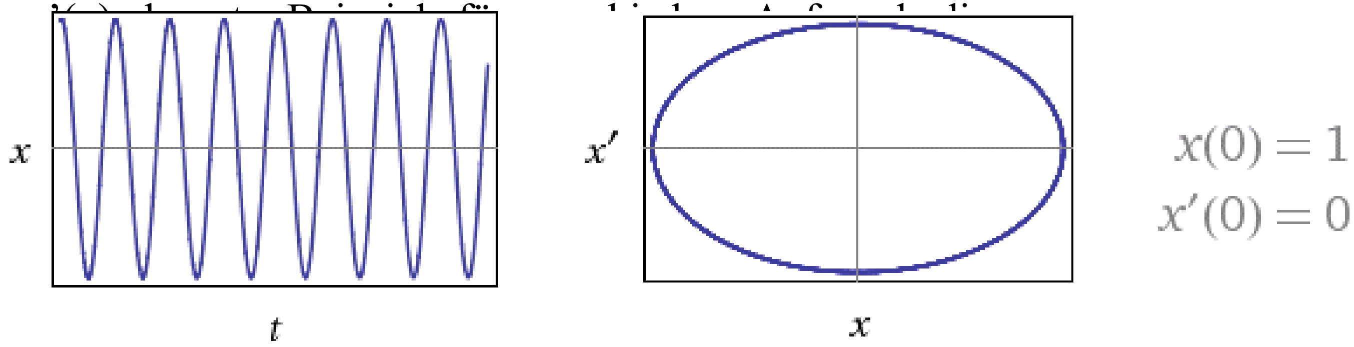
Dieses Experiment setzt voraus, dass das App WolframAlpha installiert und bezahlt wurde (3.85 Euro). Ausserdem braucht das Smartphone Internetverbindung.

Starten sie das App, tippen sie zur Eingabe auf das Eingabefeld→ Tastatur erscheint. Wenn sie nicht gerade zierliche Finger haben empfiehlt es sich, das Smartrphone in Querformat zu nutzen. Nuetzlich ist ein anderes Keyboard um die Wechslerei zu minimieren → z.B. Hackers Keyboard installieren.

1. Harmonische Schwingung

Tippen sie ein: x’’= -x → Go

sie sehen die Lösung $x(t)=c_2 \sin(t)+c_1 \cos(t)$ sowie Plots x(t) und den Phasenraumplot



Alle Bilder lassen sich auf dem Smartphone speichern: auf das Bild drücken bis ein Fenster erscheint. Dann Save image drücken (wird gespeichert in Datei WolframAlpha). Alternativ können sie das Bild auch an ihre E-mail schicken: Send image

Suchen sie die Schwingung zu festen Anfangsbedingungen → ergänzen sie die Eingabe zu

x’’= -x for x(0)=2 and x’(0)=2 → Go

2. **Vergleichen sie jetzt mit der Lösung für eine nichtlineare Schwingung** z.B.
x’’= -x^3 → Go

Schauen sie sich die Graphiken an: offensichtlich ist die Schwingung nicht mehr sin(t) oder cos(t). Den wesentlichen Unterschied sehen sie im plot Sample solution family: Die Frequenz der Schwingung hängt jetzt von der Amplitude ab. Je grösser die Amplitude ist, desto höher wird die Frequenz. Im Phasenraumplot sieht man auch, dass die Geschwindigkeit nach dem Nulldurchgang lange hoch bleibt und erst bei grosser Auslenkung schnell auf Null gebremst wird.

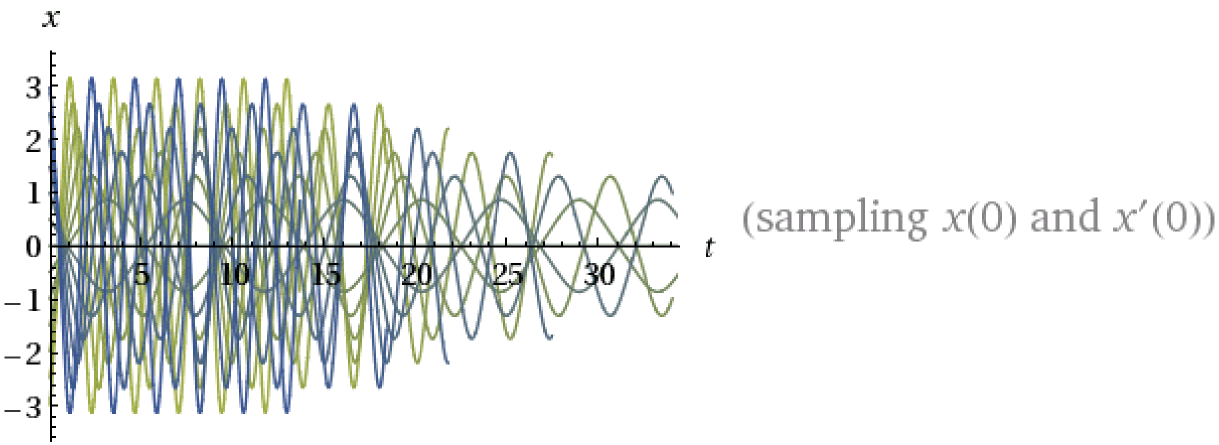
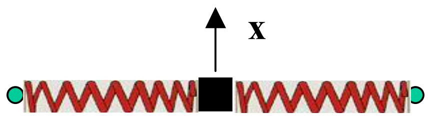


Abb.: Nichtlineare Schwingungen für eine rücktreibende Kraft F=-k*x^3 und verschiedene Amplituden. Die Frequenz hängt stark von der Amplitude ab.

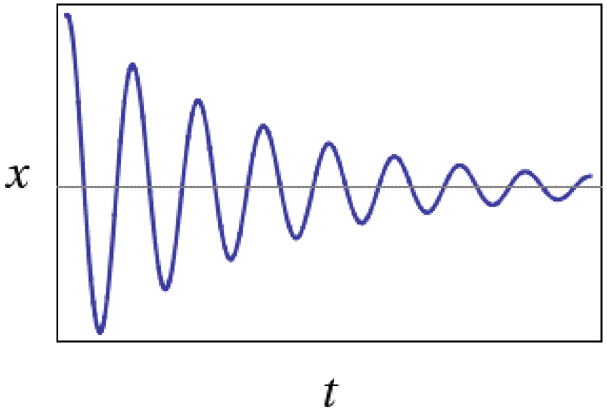
Erkenntnis: nur die harmonische Schwingung hat eine einzige Schwingungsfrequenz (daher der Name).

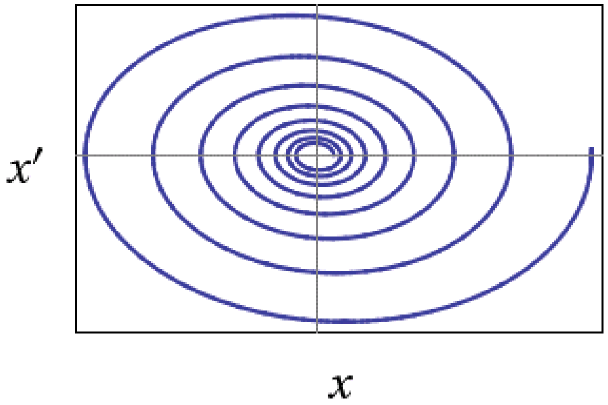
Bemerkung: Eine Nichtlineare Schwingung lässt sich leicht vorführen. Dazu eine Masse zwischen 2 Federn einspannen und möglichst reibungsfrei (z.B. auf Glasplatte) senkrecht zu den Federn schwingen lassen. Für kleine Auslenkungen ist die Kraft ~ - x^3!.



3. **Gedämpfte Schwingung:** Fügen sie jetzt eine Dämpfung proportional zur Geschwindigkeit hinzu

x''= -x –0.2 x' → Go

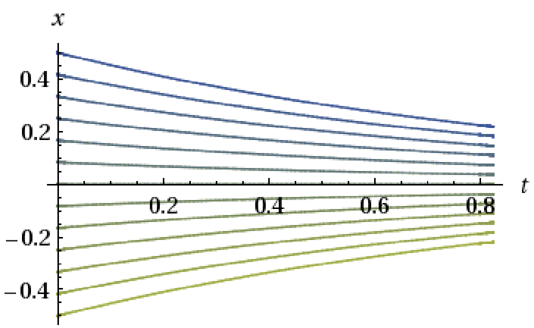




Die Amplituden der Schwingung fallen bei nicht zu starker Dämpfung exponentiell ab. Die Energie in der Schwingung wird durch Reibungsarbeit verbraucht.

Bei starker Dämpfung kommt es nicht mehr zur Schwingung, sondern die Amplitude fällt sofort exponentiell ab

x''= -x –2 x' → Go

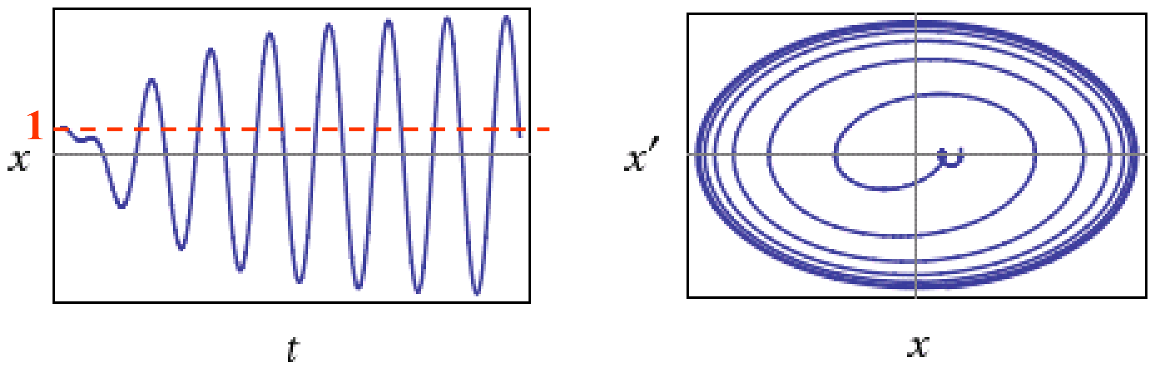


(sampling $x(0)$ and $x'(0)$)

Abb.: Lösungen für starke Dämpfung. Alle fallen exponentiell auf Null ab, unabhängig von der Anfangsamplitude. Dies ist der sogenannte 'Kriechfall'.

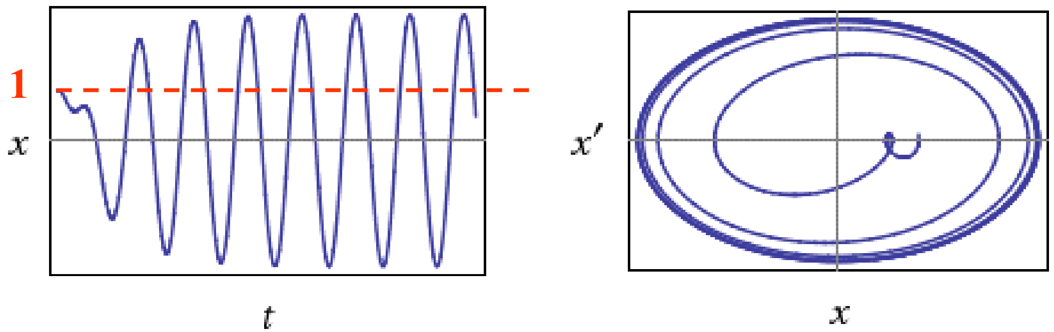
4. Erzwungene Schwingung: ein gedämpftes Schwingungssystem wird periodisch mit einer äußeren Kraft $F(t)= F_0 * \sin(\omega t)$ angeregt

$x'' = -x - 0.2\, x' + \sin(t)$ → Go



$x(0) = 1$
$x'(0) = 0$

Abb.: Erzwungene Schwingung eines gedämpften Systems. Die Schwingung schaukelt sich auf (Einschwingvorgang) und erreicht dann eine konstante Amplitude bei der Frequenz der äusseren Kraft. Wird die Dämpfung verdoppelt, dann halbiert sich die Endamplitude.



$x(0) = 1$
$x'(0) = 0$

$x'' = -x - 0.4\, x' + \sin(t)$

Bei der erzwungenen Schwingung wird die Amplitude nach einiger Zeit konstant. Dann ist die Leistung der Reibungskraft genau so gross wie die Arbeit der äusseren Kraft.