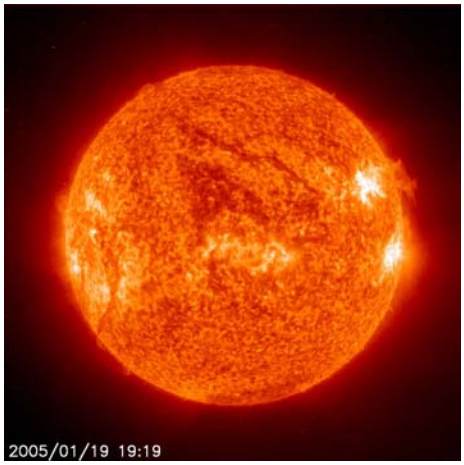
# 7. Elementsynthese und Sternentwicklung

## 7.1 Kernprozesse in der Sonne




91% H und 9% He (O,C,N,Si,Mg,Fe $\leq 10^{-3}$)

**a) Sonnen-Eigenschaften**

$$M_S = 1.989 \cdot 10^{30}\ \text{kg}$$

$$R_S = 6.96 \cdot 10^{8}\,\text{m}$$

$$V_S = 1.3 \cdot 10^{27}\,\text{m}^3$$

$$\bar{\rho}_S = 1.41\,\text{kg/dm}^3$$ (¼ von Erde)

$$SK = \text{Solarkonst.}$$

$$= \frac{L_S}{4\pi r_{SE}^2} = 1.36 \cdot 10^3\ \text{W/m}^2$$

$$L_S = 3.85 \cdot 10^{26}\ \text{W}$$

Massenabnahme $\frac{dM_S}{dt} = 4.2 \cdot 10^9$ kg/s

$\Rightarrow$ $\Delta M_S(5 \cdot 10^9\,\text{a}) \approx 3.4 \cdot 10^{-4} M_S$

**Oberflächen-Temperatur**

Unter Annahme, dass Sonne ein schwarzer Körper ist lässt sich aus Strahlungsleistung mit Stefan-Boltzmann Gesetz die Oberflächen-Temperatur der Sonne berechnen:

$$\frac{dW}{dt} = 4\pi R_S^2 \sigma \cdot T^4$$

$$T_{eff} = 5770\ \text{K}$$

**Temperatur im Innern der Sonne**

Betrachte Sonne als Kugel der Masse M und Radius R im Hydrostatischen Gleichgewicht. Es gilt für die Radiale Druckänderung dP/dr:

$$\frac{dP}{dr} = -\rho(r)\frac{GM(r)}{r^2}$$

Der Gesamtdruck ist unter Vernachlässigung des Strahlungsdrucks gleich dem Gasdruck $P_G$:

$$P_G = \rho \frac{kT}{\bar{m}}$$

$\bar{m}$ = Masse der Gasteilchen

Bei $10^6$ K ist Wasserstoff im innern vollständig ionisiert (Plasma): $\bar{m} = 1/2(m_p + m_e) \approx 0.5 \cdot m_p$

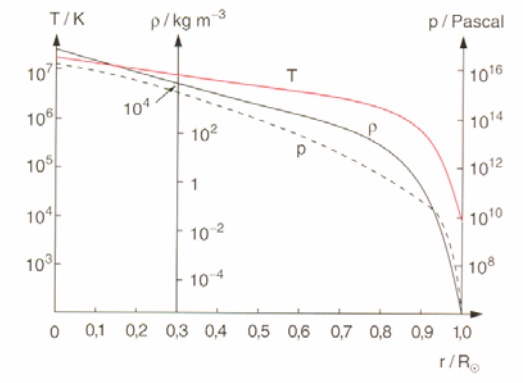
Setzt man ρ=const. kann man den Druck im Zentrum der Sonne bestimmen:

$$P_C \approx 2.5 \cdot 10^{14}\ \text{Pa}$$

Genaue Rechnungen liefern um Faktor 100 größeren Druck

Die mittlere Temperatur T im Inneren der Sonne ergibt sich dann mit $\rho = \bar{\rho}_S$ zu

$$\bar{T}_S \approx 6 \cdot 10^6\ \text{K}$$




Unter Berücksichtigung der korrekten radialen Dichteverteilung ergeben sich die gezeigten radialen Temperatur- und Druckverhältnisse im Innern der Sonne: T(Zentrum)≈$1.5 \cdot 10^7$ K

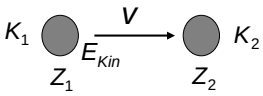
Hälfte der Sonnenmasse innerhalb eines Radius $r<0.25R_S$

**b) Energieerzeugung: Wasserstoffbrennen**

Coulomb-Abstoßung

→ Tunneleffekt

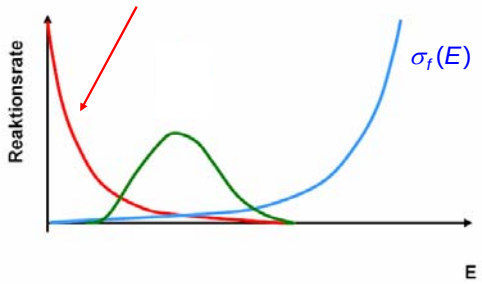
$$V_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r}$$




Fusionsrate $Z_F = n_d n_t \cdot \langle \sigma_f(v) v \rangle$ [Fusionen/(m³s)]

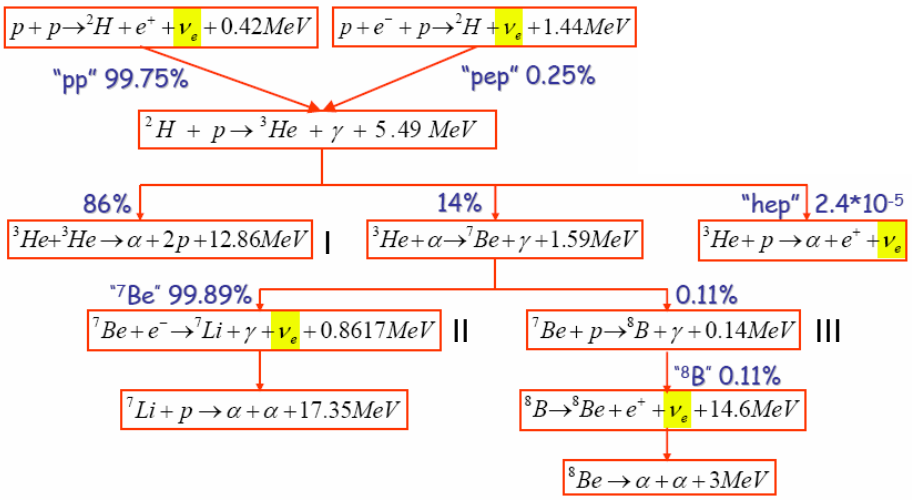
Maxwell-Verteilung mit

$\bar{E}_{Kin} \approx 1\,\text{keV} \leftrightarrow T \approx 10^7\,\text{K}$



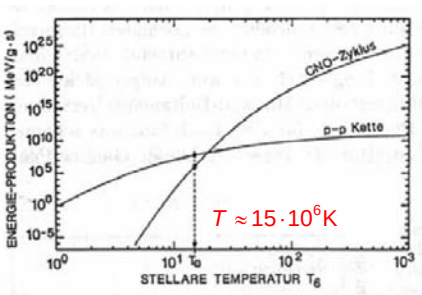

Nur Kerne aus dem äußersten Schwanz der Maxwell-Verteilung nehmen an Fusion teil: **Stabiler Zustand langsamer Fusison**

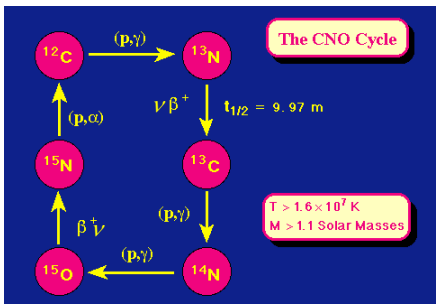
**p-p Zyklus der Sonne**




**CNO Zyklus** (Bethe und Weizsäcker)

Weiterer Zyklus der bei Sonne aber nur untergeordnete Rolle spielt, aber bei heißeren Sternen den Hauptanteil der Energieerzeugung ausmachen kann.



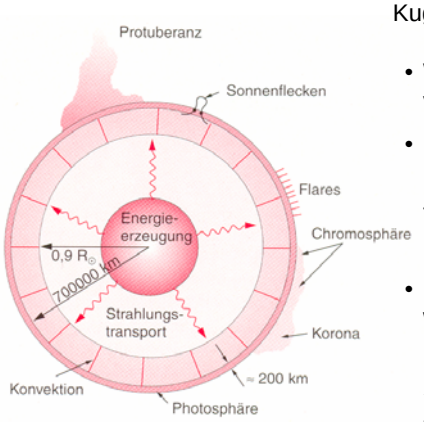




Netto-Reaktion:

$$4 \cdot {}^1H \rightarrow {}^4_2He + 2e^+ + 2\nu_e + 2\gamma + \Delta E$$

Kohlenstoff wirkt dabei als Katalysator

## c) Energietransport



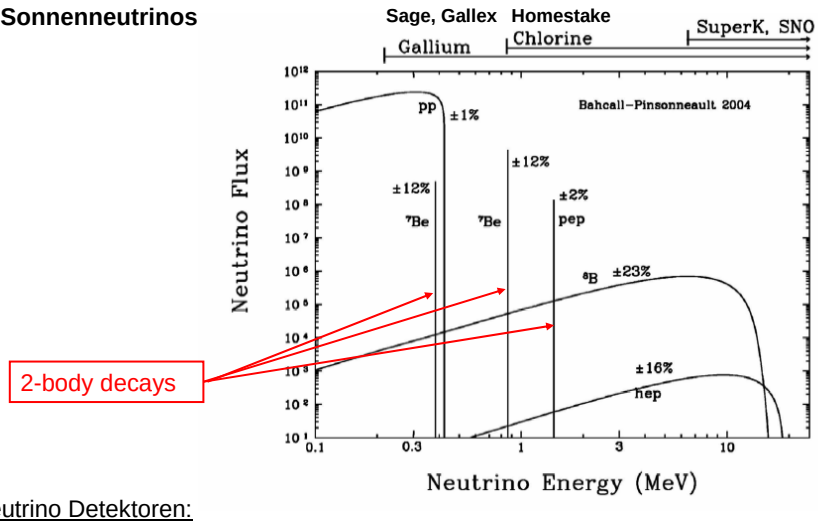

Energieerzeugung im wesentlichen innerhalb Kugel mit Radius $r < 0.25R_S$ $\rightarrow$ Energietransport

- Wärmeleitung im Innern der Sonne vernachlässigbar
- Konvektion spielt bei Sonne nur im Außenbereich eine Rolle: $r = 0.84 \ldots 0.98\ R_S$

  Typische Transportzeiten durch Schicht mit $10^5$ km Dicke: 55 h
- Im überwiegenden Teil der Sonne ($r<0.84R_S$) wird Energie durch Strahlung transportiert.

  Photonen $\rightarrow e^+e^- \rightarrow$ Bremstrahlung d.h. Strahlungstransport ist nicht geradlinig
  $\rightarrow$ Diffusion:
  $\rightarrow$ typ. Transportzeiten **~$10^7$ Jahre**.

## d) Sonnenneutrinos




2-body decays

Neutrino Detektoren:

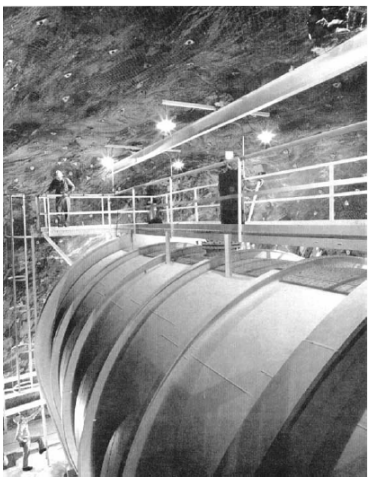
| | | |
|---|---|---|
| $Cl_2$ Detektoren | $\nu_e + {}^{37}Cl \rightarrow {}^{37}Ar + e$, ${}^{37}Ar \rightarrow {}^{37}Cl$ (EC) | $E_\nu$>0.8 MeV |
| Ga Detektors | $\nu_e + {}^{71}Ga \rightarrow {}^{71}Ge + e$ | $E_\nu$>0.2 MeV |
| $H_2O$ Detektoren | Elastische Streuung: $\nu_e + e \rightarrow \nu_e + e$ | $E_\nu$>5 MeV (Sensitivität) |

**Radio-chemische Experimente:** **Homestake, SAGE, GALLEX** (MPI-K HD)

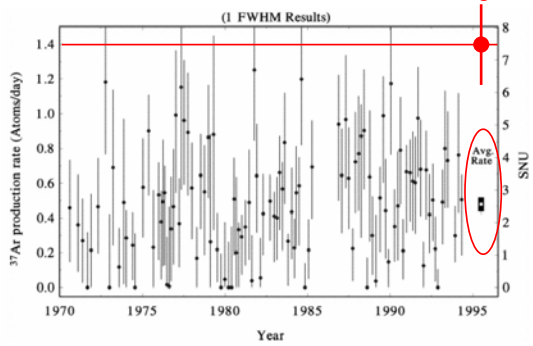
- Homestake Mine, 1400 m Tief
- 615 t of $C_2Cl_4$ (Perchlorethylen) = $2.2 \times 10^{30}$ $^{37}Cl$ Atome
- Man benutzt $^{36}Ar$ und $^{38}Ar$ um die wenigen $^{37}Ar$ Atome (~ 1 Atom/Tag) rauszuspülen.
- Zählt die radioaktiven Zerfälle von $^{37}Ar$

Homestake $Cl_2$ experiment

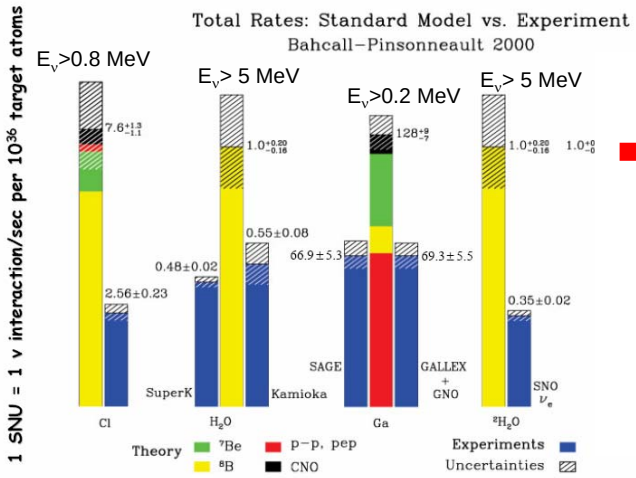
*R.Davies, Nobelpreis 2002*



SSM Vorhersage




**Solares Neutrino-Problem: Experimentelle Zusammenfassung** (Status ~2000)




Neutrino Defizit

Erklärung:

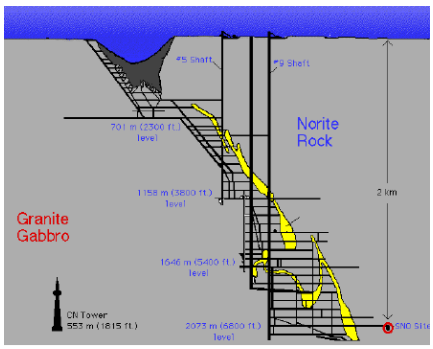
Sonnenmodell falsch

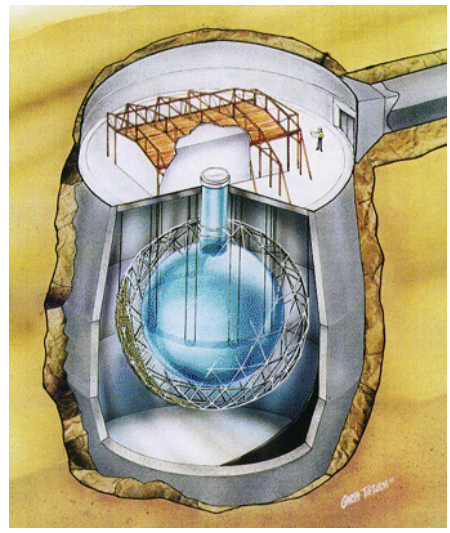
Elektron-Neutrinos oszillieren in andere Neutrino-Flavour und gehen so für die Messung verloren.

Gibt es einen $\nu_\mu$ / $\nu_\tau$ Fluss von Sonne ?

**Sudbury Neutrino Observatory (SNO) → Gesamter Neutrinofluss von Sonne**

- 6 m radius transparent acrylic vessel
- 1000 t of heavy water ($D_2O$)
- 9456 inward looking photo multipliers
- Add 2 t of NaCl to detect neutrons



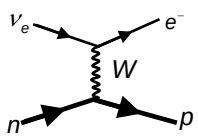



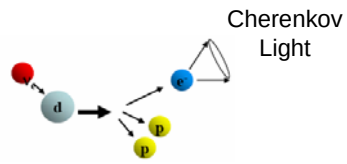
**Neutrino Nachweis mit SNO**

Charged current

$$\sigma(\nu_\mu) = \sigma(\nu_\tau) = 0$$

$$\phi_\nu = \phi_{\nu_e}$$

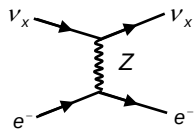


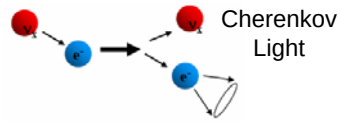



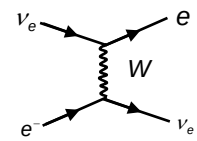

Elastic scattering

$$0.154 \cdot \sigma(\nu_e) = \sigma(\nu_\mu) = \sigma(\nu_\tau)$$

$$\phi_\nu = \phi_{\nu_e} + (\phi_{\nu_\mu} + \phi_{\nu_\tau})/6$$



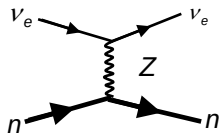



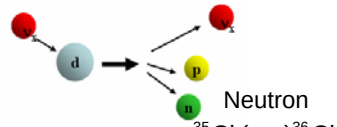




Neutral current

$$\sigma(\nu_e) = \sigma(\nu_\mu) = \sigma(\nu_\tau)$$

$$\phi_\nu = \phi_{\nu_e} + \phi_{\nu_\mu} + \phi_{\nu_\tau}$$

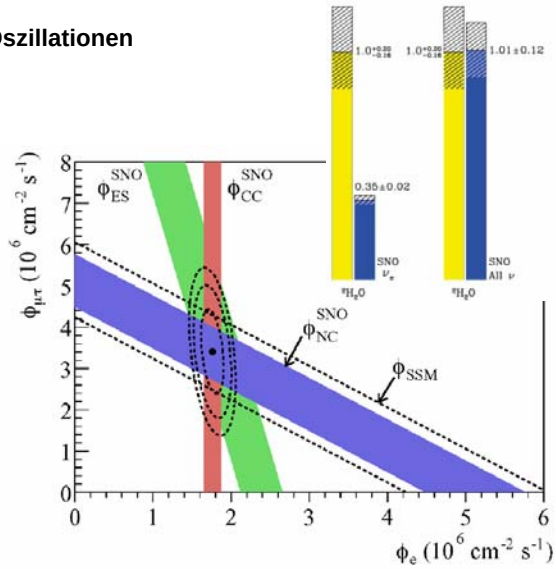


**SNO – Evidenz für Neutrino Oszillationen**

$$\phi_{CC}^{SNO} = 1.76^{+0.06}_{-0.05}(\text{stat})^{+0.09}_{-0.09}(\text{syst}),$$
$$\phi_{ES}^{SNO} = 2.39^{+0.24}_{-0.23}(\text{stat})^{+0.12}_{-0.12}(\text{syst}),$$
$$\phi_{NC}^{SNO} = 5.09^{+0.44}_{-0.43}(\text{stat})^{+0.46}_{-0.43}(\text{syst}).$$

*Phys. Rev.Lett. 89 (2002) 011301*




Electron neutrino flux is too low.

Total flux of neutrinos is correct.

Sonnenmodell ist korrekt

Interpreted as

$\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu$ or $\nu_\tau$ oscillation

## 7.2 Fusion und Elementsynthese in massereichen Sternen

**Wasserstoffbrennen:**

ähnlich wie bei leichten Sternen

**Heliumbrennen und α-Reaktionen:**

Ist Wasserstoff im Innern verbraucht steigt infolge von Kontraktion die Temperatur auf etwa $10^8$ K und der Prozess des Heliumbrennens beginnt.

3α Prozess
$$\begin{cases} {}^4He + {}^4He \rightarrow {}^8Be + \gamma \\ {}^8Be + {}^4He \leftrightarrow {}^{12}C^* \rightarrow {}^{12}C + \gamma \end{cases}$$

Rückreaktion von C nach Be und He ist 1000mal häufiger

Weitere (α,γ) Reaktionen möglich:

$${}^{12}C(\alpha,\gamma)^{16}O(\alpha,\gamma)^{20}Ne(\alpha,\gamma)^{24}Mg(\alpha,\gamma)^{28}Si$$

Bei höheren Temperaturen als beim 3α Prozess kann auch $^{14}N$ (Produkt des CNO Zyklus) zerstört werden:

$${}^{14}N(\alpha,\gamma)^{18}F(e^+,\nu_e)^{18}O(\alpha,\gamma)^{22}Ne(\alpha,n)^{25}Mg$$

Liefert freie Neutronen zum Aufbau schwerer Elemente (A > 56) durch s-Prozess im "Roten Riesen"

**Kohlenstoffbrennen:**

Nach Ende des Heliumbrennens und der $\alpha$-Reaktionen kann bei Temperaturen von 6…7·$10^8$ K das Kohlenstoffbrennen einsetzen dessen wichtigste Reaktionen zu $^{20}$Ne führen:

$$^{12}C + ^{12}C \rightarrow ^{23}Na + p \qquad ^{23}Na(p,\alpha)^{20}Ne$$
$$^{12}C + ^{12}C \rightarrow ^{20}Ne + \alpha$$

**Weitere Brennphasen:**

**Neonbrennen:** Bei Energien von 1.5…2·$10^9$ K sind thermische Photonen energiereich genug um $^{20}$Ne durch Photodesintegration zu zerstören:

$$^{20}Ne(\gamma,\alpha)^{16}O$$

Durch Folgereaktionen mit $\alpha$ Teilchen $\quad ^{20}Ne(\alpha,\gamma)^{24}Mg(\alpha,\gamma)^{28}Si$

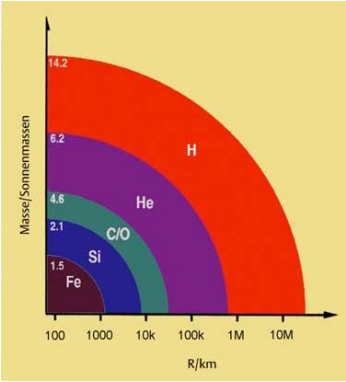
**Sauerstoffbrennen und Siliziumbrennen** folgen bei noch höheren Temp.:

$$^{16}O + ^{16}O \rightarrow ^{28}Si + \alpha \qquad \text{bzw.} \qquad ^{28}Si + ^{28}Si \rightarrow \begin{cases} ^{56}Ni + \gamma \\ ^{52}Fe + \alpha \end{cases}$$

**Brennphasen :** Stern mit M = 25 $M_S$

| Fusion of | Time to complete | Core temperature (K) | Core density (kg m$^{-3}$) |
|---|---|---|---|
| H | $7 \times 10^6$ yr | $6 \times 10^7$ | $5 \times 10^4$ |
| He | $5 \times 10^5$ yr | $2 \times 10^8$ | $7 \times 10^5$ |
| C | 600 yr | $9 \times 10^8$ | $2 \times 10^8$ |
| Ne | 1 yr | $1.7 \times 10^9$ | $4 \times 10^9$ |
| O | 0.5 yr | $2.3 \times 10^9$ | $1 \times 10^{10}$ |
| Si | 1 day | $4.1 \times 10^9$ | $3 \times 10^{10}$ |

Brenndauern werden mit steigender Temperatur immer kürzer.




**Endstadium :**

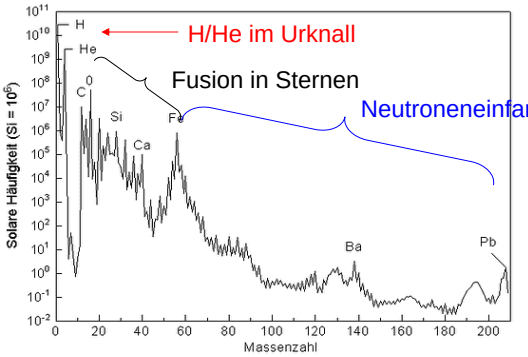
Im Endstadium hat ein massereicher Stern eine Zwiebelschalenstruktur:

Eisenkern und Schalen in denen noch Fusionsprozesse laufen.

Stark aufgebläht: Roter Riesenstern

## 7.3 Nukleosynthese schwerer Elemente (A>56)

- Entstehung schwerer Elemente nicht durch Fusion




Isotopenhäufigkeit im Sonnensystem relativ zur Häufigkeit von Si die auf $10^6$ festgelegt ist.

- Entstehung schwerer Element durch Neutroneneinfangreaktionen:
  Saatkern fängt Neutonen ein, bis radioaktives Isotop entsteht
  $\rightarrow$ durch $\beta$ Zerfall entsteht ein neues Element

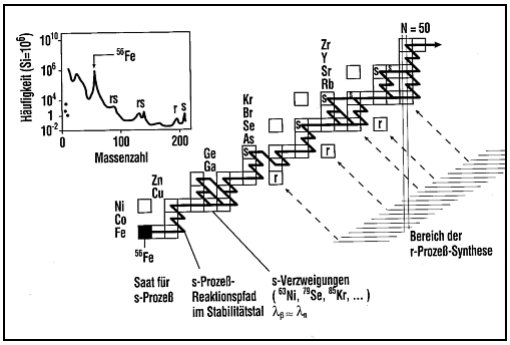
  Neutroneneinfang und $\beta$ Zerfall wiederholen sich so dass sich sukzessive immer schwere Elemente bilden.

## s-Prozess ("Slow neutron capture")

Neutronenbestrahlung der schweren Elemente

Neuroneneinfänge sind **langsamer** als $\beta$ Zerfall.

Durch $\beta$ Zerfall entstehen stabile Kerne $\Rightarrow$ Synthesepfad entlang des Stabilitätstals

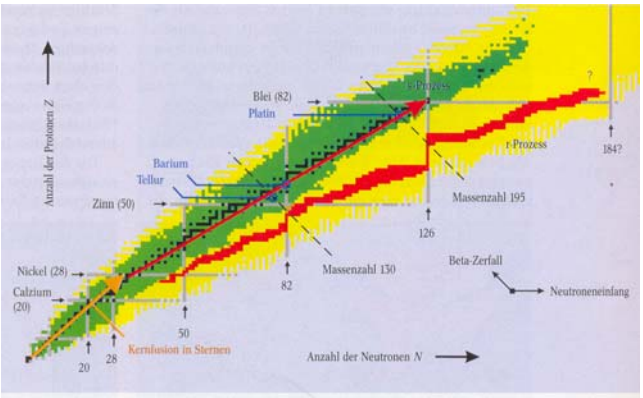



Prozess läuft während des Heliumbrennens in "Roten Riesen" ab und erklärt die Entstehung der Elemente bis Z=82 (Kerne mit größerem Z nicht mehr stabil genug um Neutronen anlagern zu können).

http://nuclear-astrophysics.fzk.de/index.php?id=36

**r-Prozess („rapid neutron capture“)**

- Bei sehr hohen Neutronendichten: mittlere Neutroneneinfangzeit typ. $10^{-4}$ s, sehr viel kürzer als Halbwertszeit für $\beta$ Zerfall
- Synthesepfad etwa 10-20 Masseneinheiten zum Stabilitätstal verschoben
- Entstehung neutronenreicher $\beta$-instabiler Kerne, die sich nach ihrer Bildung über eine Reihe von $\beta$ Zerfällen in stabile Kerne umwandeln.
- Kurze Dauer des r-Prozess und die hohe Neutrondichten deuten daraufhin, dass Prozess wahrscheinlich in Super-Novae abläuft




## 7.4 Sternenentstehung und -entwicklung

*Orion-Nebel (M42) - Hubble ST: nächstgelegenes Sternentstehungsgebiet*

Sternentstehung durch Kontraktion riesiger Molekülwolken.

Jeans-Kriterium: $p_{Gas} < p_{grav}$

$$M \geq \frac{2kT}{G\overline{m}} \cdot R$$

$\overline{m}$ = mittlere Masse der Gasatome

Fragmentation:

Molekülwolken mit Massen von $10^2 \ldots 10^5$ $M_S$ sind bei Temperaturen von T = 20…100 K instabil.

Sie kondensieren zu Protosternen mit Massen M = 0.1 … $10^2$ $M_s$

**Stabile Sternphasen (Hauptreihenentwicklung)**

Durch die Kontraktion der Molekülwolke steigt der Druck und die Temperatur im Innern des Protosterns. Der Stern geht durch verschiedene Kontraktionsphasen

→ **stabile Sternphasen** abhängig von Masse des Sterns

- $M < 0.1\ M_s$

  Zentraltemperatur zu niedrig um Kernfusion zu zünden: **Braune Zwerge**

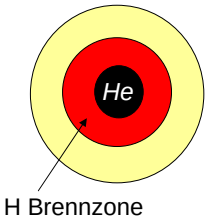
- $0.1\ M_S < M < 0.25\ M_s$

  Zündtemperatur für pp-Zyklus nur in kleinem Zentralbereich, da starke Konvektion existiert kann aber alles H verbrannt werden. Am Ende kollabiert der Stern und wird zu einem **Weissen Zwerg** (erkaltet langsam)

- $0.25\ M_S < M < 1.5\ M_s$

  Zündbedingung für pp-Zyklus in einem Kernbereich ($r < 0.3R$) erfüllt. Zentrum der Sterne ist radiativ, die Hülle konvektiv (Keine Vermischung zwischen Hülle und Kern)

  Es entsteht ein Heliumzentralbereich, um ihn herum eine Wasserstoffbrennschale.




- $M > 1.5\ M_s$

  Zentraltemperatur hoch genug, dass CNO Zyklus wesentlichen Teil der Energieproduktion übernimmt. Fusion auf kleinen Kernbereich beschränkt (großer Temperaturgradient) der durch Konvektion gut durchmischt wird: Wasserstoff nimmt im Kern gleichmässig ab.

**Spätphasen der Sternentwicklung**

**Leichte Sterne**

Sterne mit niedrigen Massen (Sonne) bilden nach der H und der He Brennphase Kerne aus O und C. Aufgrund einer Temperaturerhöhung des Kerns setzt Heliumbrennen in dünner Schale um Kern ein

→ starke Expansion der Sternenhülle "Roter Riese": Sternenwind und Massenverlust.

1. Sternmasse ~ $M_s$ (nach Massenverlust):

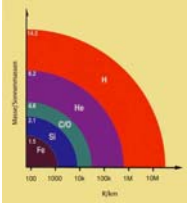
   Augrund der niedrigen Temperatur im Zentralbereich kommt es nicht zum Kohlenstoffbrennen. Fusionsprozess stoppt. Stern kühlt ab und kontrahiert.

   Für $M < M_{Ch}$ (Chandrasekhar Masse) = $1.4\ M_S$ verhindert der Fermidruck der Elektronen das vollständige Kollabieren des Sterns: **Weisser Zwerg**

2. Sternenmasse > 1.4 $M_S$ (nach Massenverlust):

   Fermidruck (Elektronen) wird überwunden – aufgrund der Kontraktion steigt Temperatur weiter an und Kohlenstoffbrennen zündet: Explosiver Ablauf
   – C Detonation ohne Reststern ??

**Schwere Sterne M > 8$M_s$**




Sterne gehen durch die oben beschriebenen Brennphasen.

Nachdem Stern über keine Brennstoff mehr verfügt kontrahiert Zentralbereich.

Durch Elektroneneinfang entsteht im Inneren des Sterns innerhalb kurzer Zeit (1 s) ein Neutronenstern: $\rho \geq 2 \cdot 10^7 kg/m^3$ (= Atomkerndichte)

Inkompressible Neutronen/Materie bremst die von außen weiter einfallende Sternmaterie
→ Neutronenkern schwingt zurück → Sckockwelle nach außen

1. Schockwelle erreicht Sternenoberfläche und es kommt zum Abstoßen der Sternenhülle und zu einer Supernova (Typ II).

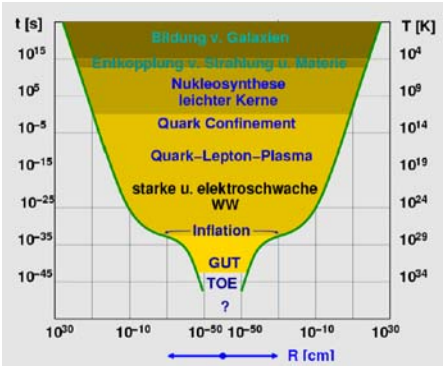
   Zurück bleibt ein **Neutronenstern** im Zentrum.

2. Schockwelle kommt im Neutronensterninnern zum Stehen. Dann kann durch die Stoßfront hindurch weiter Materie angesammelt werden:

   Materie kollabiert zu einem **schwarzen Loch**.

*Krebsnebel mit Pulsar (Neutronen-Stern)*

## 7.5 Primordiale Nukleosynthese (Urknall)




**Urknall**

**Quark-Ära:** t=$10^{-6}$s, kT=O(1 GeV)

- Plasma aus Quark, Gluonen Leptonen und Photonen

**Quark-Confinement**

- Bildung von Mesonen und Nukleonen
- Mesonen zerfallen. Nukleonen und Anti-Nukleonen vernichten sich gegenseitig: kleiner Überschuss an Nukleonen ($10^{-9}$, CP Verletzung – kann nicht durch Standardmodell erklärt werden).

Weitere Abkühlung: t=1s, kT=O(1 MeV)

$n + \nu \leftrightarrow p + e^-$
$n + e^+ \leftrightarrow p + \bar{\nu}$ fallen aus Gleichgewicht

$\nu$ entkoppeln, $e^+$ $e^-$ zerstrahlen

Beim Freeze-Out

$$\left.\frac{N_n}{N_p}\right|_{t=1s} = \exp\left(\frac{m_n - m_p}{kT}\right) \approx 0.2$$

**Nukleonsynthese:** t ≈ 300 s, kT=O(0.05 MeV)

Zu diesem Zeitpunkt war Photonhintergrund soweit verdünnt, dass keine Photodissoziation des Deuterons $^2H + \gamma \rightarrow n + p$ mehr stattfinden konnte.

Damit war die Bildung schwerer Kerne möglich:

$$\boxed{n + p \rightarrow {}^2H + \gamma}$$
$$^2H + n \rightarrow {}^3H + \gamma$$
$$^3H + p \rightarrow {}^4He + \gamma$$
$$^2H + p \rightarrow {}^3He + \gamma$$
$$^3He + n \rightarrow {}^4He + \gamma$$

$^4He + {}^3H \rightarrow {}^7Li + \gamma$ konkurriert mit $^7Li + p \rightarrow 2 \cdot {}^4He$

Keine stabilen Kerne mit A=5 oder A=8: Bildung von Kernen schwerer als Li erst sehr viel später im Inneren von Sternen.

**Vorhersage der Häufigkeit leichter Elemente**

→ wichtige Stütze kosmologischer Modelle

Neutron-Proton Verhältnis für t=300s (Nukleonsynthese) ergibt sich aus dem Verhältnis beim Ausfrieren der Neutrinos:

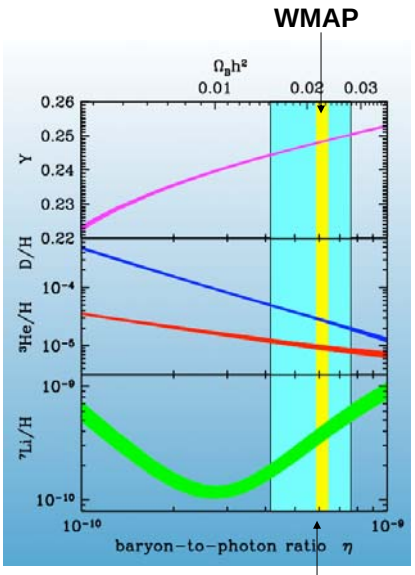
$$r = \frac{N_n(t)}{N_p(t)} = \frac{0.20 \cdot \exp(-t/\tau_n)}{1.20 - 0.20 \cdot \exp(-t/\tau_n)} \approx 0.135$$

Bei Nukleonsynthese werden praktisch alle n in $^4$He eingebaut ($m_N$=Nukleonm.):

$$M(^4He) = \frac{1}{2} N_n \cdot 4m_N$$

$$M(H) = (N_p - N_n) \cdot m_N$$

$$Y = \frac{M(^4He)}{M(^4He) + M(H)} = \frac{2N_n}{2N_n + N_p - N_n} = \frac{2r}{1+r} \approx 0.24$$




Messwerte:

$$Y_P = 0.2491 \pm 0.0091$$

$$\begin{cases} \rho_{Baryon} = (3.0 \pm 1.5) \times 10^{-28} \mathrm{kgm}^{-3} \\ \eta = \dfrac{N_B}{N_\gamma} = (4.0 \pm 2) \times 10^{-10} \end{cases}$$