Kapitel IX: Gebundene Quarkzustände

Aus Zeitgründen wird dieses Kapitel in der Vorlesung nicht behandelt. Arbeiten Sie den Stoff bitte in der Literatur nach: D. Perkins, Povh oder. Frauenfelder/Henley

Theoretische Berechnung und Vorhersage gebundener $q\bar{q}$ od. qqq Zustände ist i.a. aufgrund der laufenden Kopplungskonstanten α_s sehr schwierig:

- Perturbative Ansätze sind nicht möglich ($\alpha_s \to 1$)
- Gitter-Eichtheorien: Versuche gebundene Quarkzustände zu berechnen.

Eine Ausnahme bilden Quarkoniazustände schwerer Quarks für die das Teilchen(Masssen)spektrum unter Verwendung einfacher Potenzialmodelle gut beschrieben wird:

- Bindungsenergien für Quarkonia << Quarkmassen → nicht relativ. Behandlung
- Für die relativ hohe b und c-Quark-Massenskala ist α_s bereits klein

Für Mesonen und Baryonen aus leichten Quarks (u, d, s) können die Massen der Zustände mittels des Konstituentenquark-Modells beschrieben werden.

1. Quarkonia schwerer Quarks

= gebundene $c\bar{c}$ und $b\bar{b}$ Zustände

Das Potenzial zwischen $q\bar{q}$ hat laut Kap. VII die Form:

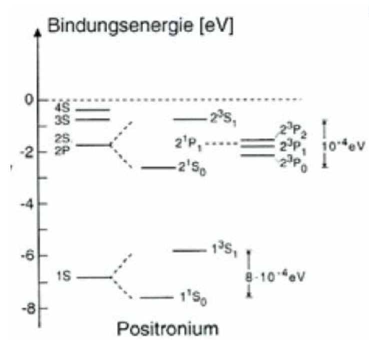
$$V(r) = -\frac{4}{3}\frac{\alpha_s}{r} + kr$$

Für kleine Quarkabstände sollte das Energieniveauschema der $c\bar{c}$ und $b\bar{b}$ Zustände mit den Zuständen des gebundenen e^+e^- System (Positronium) vergleichbar sein.

Zustände des Positroniums gleichen denen des Wasserstoffs falls man die reduzierte Masse

$$m_r = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_e}{2}$$

und die durch die stärkere Spin-Spin Kopplung bewirkte stärkere Hyperfeinstruktur-Aufspaltung berücksichtigt.



Positronium: Der Spin der geladenen Elektronen bewirkt aufgrund der damit verbundenen magnetischen Momente einen zusätzlichen Potenzialbeitrages:

$$\Delta E_{SS}^{ee} = \frac{2\pi}{3}\frac{e^2}{m_e m_e}\left|\psi(0)\right|^2 \vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2$$

Aufspaltung in

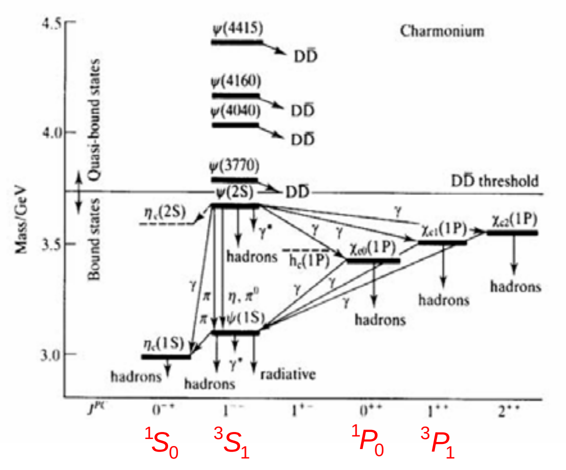
^1S-Triplett-Zustände: Ortho-Positronium

^0S-Singulett-Zustände: Para-Positronium

Quarkonia: Die Farbladung der Quarks bewirkt analog einen farb-magnetischen WW-Beitrag zum Potenzial:

$$\Delta E_{SS}^{q\bar{q}} = \frac{8\pi}{9}\frac{\alpha_s}{m_q m_{\bar{q}}}\left|\psi(0)\right|^2 \vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2$$

Massenspektrum der Charmonium (cc) Zustände



Mittels nicht-relativistischer Schrödinger-Gl. für obiges Potenzial können aus den gemessenen Zuständen die freien Parameter bestimmt werden:

$\alpha_s \approx 0.3$

$k \approx 1\,\text{GeV/fm}$

$m_c \approx 1.5\,\text{GeV}$

$$V(r) = -\frac{4}{3}\frac{\alpha_s}{r} + kr$$

(Gleiches Spektrum findet man auch für die Bottonium Zustände)

2. Konstituenten-Quarkmodell für Mesonen und Baryonen leichter Quarks (u, d, s)

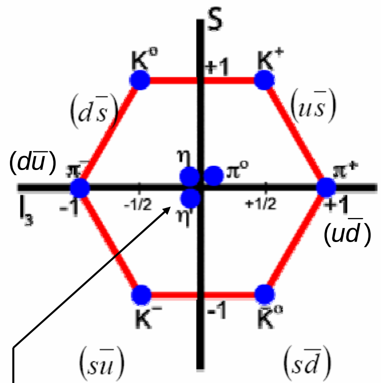
Zur Beschreibung der gebundenen Quarkzustände kann sehr erfolgreich das Konstituenten-Quarkmodell benutzt werden:

- Modell beschreibt die Quantenzahlen
- Modell erlaubt Vorhersage der Massen und magnetischen Momente

2.1 Mesonen und leichter Quarks

- Bildet man die möglichen $q\bar{q}$ Kombinationen der 3 leichten Quarks findet man insgesamt 9 Kombinationen, die sich in ein Oktett und ein Singulett, $3 \otimes \bar{3} = 8 \oplus 1$ ordnen lassen (vergl. Auch Farb/Antifarbkombinationen für Gluonen).
- Quarks und Antiquarks (Fermion-Antifermion) haben entgegengesetzte innere Parität, so dass die Parität der qq Zustände durch den relativen Drehimpuls bestimmt wird: $P(q\bar{q}) = (-1)(-1)^{\ell}$
- Spins von $q\bar{q}$ können zu S=0 (↑↓) bzw zu S=1 (↑↑) koppeln. Die energetisch niedrigsten $q\bar{q}$ Zustände (L=0) zerfallen in 2 Gruppen:

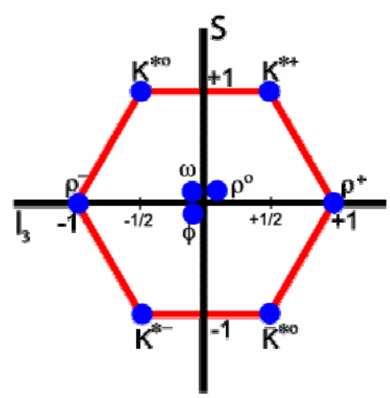
$J^P = 0^-$ Pseudoskalare Mesonen



$$\pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$$
$$\eta = \frac{1}{\sqrt{6}}(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})$$
Oktett

$$\eta' = \frac{1}{\sqrt{3}}(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s})$$
Singulett

$J^P = 1^-$ Vektormesonen



$$\rho^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$$

Für Vektormesonen sind ϕ und ω Mischung aus η* und η*':

$$\phi = s\bar{s} \quad \omega = \frac{1}{2}(u\bar{u} + d\bar{d})$$

Massenformel $$M_{q\bar{q}} = m_q + m_{\bar{q}} + \Delta M_{SS}$$

ΔM_{SS} beschreibt den Massenunterschied zwischen Vektormesonen S=1 (↑↑) und Pseudosklaren-Mesonen S=0 (↑↓) aufgrund der farbmagnetischen WW:

Die beobachteten Massen werden gut durch das Konstituenten-Quarkmodell beschrieben.

$$M_{q\bar{q}} = m_q + m_{\bar{q}} + \Delta M_{SS}$$

$$\Delta M_{SS}^{q\bar{q}} = \frac{8\pi}{9}\frac{\alpha_s}{m_q m_{\bar{q}}}\left|\psi(0)\right|^2 \vec{\sigma}_q \vec{\sigma}_{\bar{q}}$$

$\Rightarrow$

$$M_{q\bar{q}} = m_q + m_{\bar{q}} + \frac{a}{m_q m_{\bar{q}}} \times \begin{cases} 1/4 & S=1 \\ -3/4 & S=0 \end{cases}$$

$m_u \approx m_d \approx 310\,\text{MeV}$ $\quad a/m_u^2 \approx 640\,\text{MeV}$

$m_s \approx 483\,\text{MeV}$

Meson	Wavefunction	Predicted mass/(GeV/c^2)	Measured mass/(GeV/c^2)
π	$-u\bar{d}$	$2m_u - \frac{3a}{4m_u^2} = 0.140$	0.140
K	$u\bar{s}$	$m_u + m_s - \frac{3a}{4m_u m_s} = 0.485$	0.494
η	$\frac{1}{\sqrt{6}}(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})$	$\frac{2}{3}m_u + \frac{4}{3}m_s - \frac{a}{4m_u^2} - \frac{a}{2m_s^2} = 0.559$	0.549
$\begin{cases}\rho \\ \omega\end{cases}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} \mp d\bar{d})$	$2m_u + \frac{a}{4m_u^2} = 0.780$	0.768 0.782
K*(892)	$u\bar{s}$	$m_u + m_s + \frac{a}{4m_u m_s} = 0.896$	0.892
ϕ	$s\bar{s}$	$2m_s + \frac{a}{4m_s^2} = 1.032$	1.019

2.2 Baryonen (qqq-Zustände) leichter Quarks

a) Nomenklatur

Name	n/p	Δ	Λ	Σ	Ξ	Ω
Isospin	1/2	3/2	0	1	½	0
Strangeness	0	0	-1	-1	-2	-3
# s-Quarks	0	0	1	1	2	3

a) Konstruktion der Baryonen Multipletts

3 Quarks müssen dem Pauli-Prinzip gehorchen, d.h. die Gesamtwellenfkt.

$$\psi = \xi_{Ort}\zeta_{Flav}\chi_{Spin}\phi_{Farbe}$$

muss antisymmetrisch gegen Vertauschung von jeweils zwei Quarks sein.

Spinzustände: 3 Quarkspins können zu S=1/2 (↑↓↑) bzw. zu S=3/2 (↑↑↑) koppeln.

Ortswellenfkt.: Man beschränkt sich in Diskussion auf die niederenergetischsten Zustände (L=0) $\rightarrow$ symmetr. Ortswellenfkt.

$\rightarrow$ Zustände mit $J^P=3/2^+$ und $J^P=1/2^+$.

$J^P=3/2^+$ - Dekuplett (10 Zustände)

Zur Antisymmetrisierung der Gesamtwellen-fkt. ψ muss der Flavor$\times$Farbanteil antisym-metrisch sein:

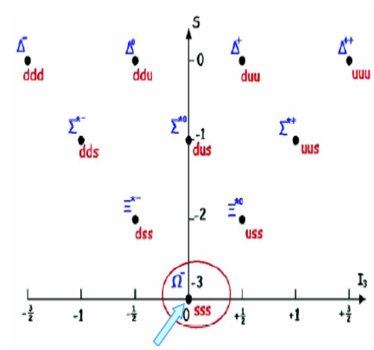
Betrachte Δ^{++}(uuu):

$\zeta_{Flav} = |uuu\rangle$ ist symmetrisch

$\phi_{Farbe} = \frac{1}{\sqrt{6}}\sum \varepsilon_{\alpha\beta\gamma}|q_\alpha q_\beta q_\gamma\rangle$ (antsymmetr.)

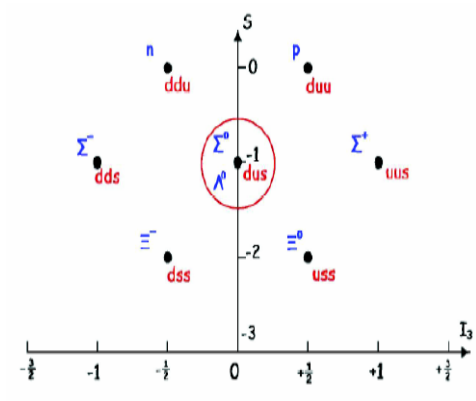
Aufgrund der Flavor-Symmetrie der starken WW muss Farbwellenfkt aller anderen 3 Quarkkombinationen ebenfalls antisymmetr. sein !!

Bsp $\Delta^+(uud) = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(|uud\rangle + |udu\rangle + |duu\rangle\right)$



Zustand im Rahmen des Quarkmodells vorherge-sagt und gefunden worden.

J^P=1/2$^+$ - Oktett (8 Zustände)



Massen der Baryonen

$$M_{Baryon} = \sum_{i=1}^{3} m_i + \Delta M_{SS}$$

ΔM_{SS} = Beitrag aufgrund der farbmagnetischen WW

→ Man findet dass die Massen des J^P=3/2$^+$ Dekupletts höher als die Massen des J^P=1/2$^+$ Oktetts sind.