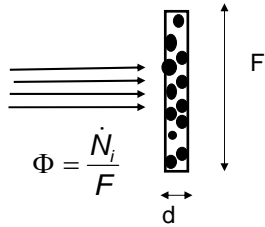


3.3 Freie Weglänge und Strahlabschwächung



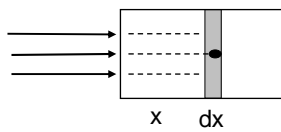
Zahl der Streuzentren N_t

$$N_t = n_t \cdot F \cdot d = \frac{\rho N_A}{M_{mol}} \cdot F \cdot d$$

Rate gestreuter Teilchen

$$\dot{N}_s = \Phi \cdot N_t \cdot \sigma = \dot{N}_i \cdot n_t \cdot d \cdot \sigma$$

Reaktionswahrscheinlichkeit



Wahrsch. für Reaktion in dx nach Strecke x

$$dW(x) = \frac{\dot{N}_s}{\dot{N}_i} = n_t \sigma dx$$

Abnahme des Fluss einfallender Teilchen:

$$-d\phi = \phi(x) \cdot n_t \cdot \sigma \cdot dx$$

bzw
$$\phi(x) = \phi_0 \cdot e^{-x \cdot n_t \cdot \sigma} = \phi_0 \cdot e^{-x/\lambda}$$

mit mittlerer freier Weglänge $\lambda = \frac{1}{n_t \cdot \sigma}$

3.4 Luminosität

Reaktionsrate im Steuexperiment $\dot{N}_s = \Phi \cdot N_t \cdot \sigma_{tot}$

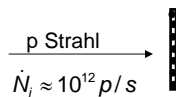
$$\underbrace{\Phi \cdot N_t}_{\equiv \mathcal{L}} \Rightarrow \dot{N}_s = \mathcal{L} \cdot \sigma_{tot}$$

wird als Luminosität bezeichnet

$$[\mathcal{L}] = \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$$

Bsp: Luminosität in fixed Target Konfiguration

Target-Dichte

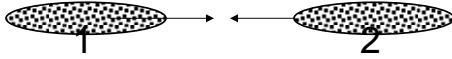


$$n_t = N_A \frac{\rho}{M_{mol}} \text{ typ. } \approx 10^{24} \text{ cm}^{-3}$$

$$N_t = N_A \frac{\rho}{M_{mol}} A d$$

$$\mathcal{L} = \Phi N_t = \frac{\dot{N}_i}{A} N_t \approx 10^{36} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$$

Bsp: Luminosität für Kollider Konfiguration



$$\mathcal{L} = \frac{N_1 N_2}{A} f$$

$N_{1,2}$ = Zahl Teilchen pro Stahl
 A = Strahlquerschnitt
 f = Umlauffrequenz / Kollisionsfrequenz

Bsp.: LEP (typ. Strahlströme ≈ 3 mA) PEP II (typ. Ströme ≈ 2 A)
 $\mathcal{L} \approx 10^{31} \dots 10^{32} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ $\mathcal{L} \approx 10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$

Häufig wird für Beschleuniger-Experimente auch die zeitl. Integrierte Luminosität angegeben:

$$L = \int \mathcal{L} dt$$

Sie ist direkt proportional der im Detektor registrierten Ereignisse

4. Lebensdauer und Zerfallsbreiten von Teilchen

Betrachte Zeitabhängigkeit von Teilchen-Wellenfkt. im Ruhesystem: $E=M$.

Stabiles Teilchen:

$$\psi(t) = \psi_0 e^{-iEt} = \psi_0 e^{-iMt}$$

Wahrscheinlichkeit Teilchen zu beobachten:

$$|\psi(t)|^2 = |\psi_0|^2 = \text{const.}$$

Instabiles Teilchen:

$$|\psi(t)|^2 = |\psi_0|^2 \cdot e^{-t/\tau} \quad (\text{s.a. D. Perkins})$$

(Lebensdauer τ)

$$\psi(t) = \psi_0 e^{-iMt - \frac{t}{2\tau}} = \psi_0 e^{-iMt - \frac{\Gamma}{2}t}$$

Die Größe $\Gamma = \frac{1}{\tau}$ nennt man Zerfallsbreite

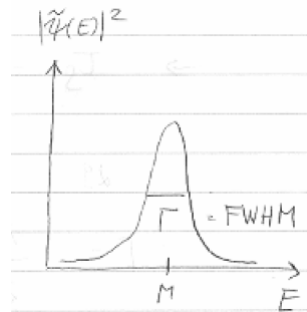
Beschreibung des Teilchens im Energieraum durch Fourier-Transformation:

$$\tilde{\psi}(E) = \int \psi(t) e^{iEt} dt = \psi_0 \int e^{-iMt + iEt - \frac{\Gamma}{2}t} dt \sim \frac{1}{(M-E) - i\Gamma/2}$$

Bzw.: $|\tilde{\psi}(E)|^2 \sim \frac{1}{(M-E) - i\Gamma/2}$

Teilchen besitzt keine scharfe Masse sondern eine gewisse Energiebreite:
Konsistent mit Unschärferelation

$$\Gamma \tau = \hbar = 1$$



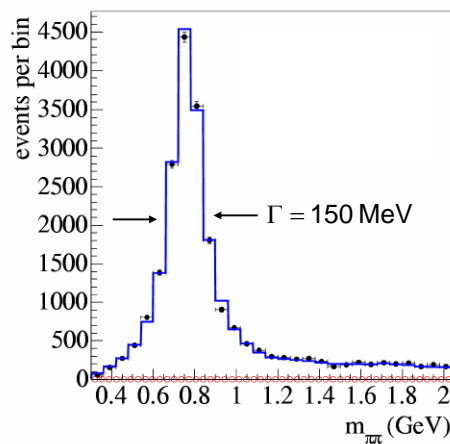
Was heißt das ? Siehe Bsp. des ρ Zerfall (nächste Seite)

Partialbreiten Falls Teilchen mehrere Zerfallskanäle besitzt kann man mittels Verzweungsverhältnissen B_i partielle Breiten def,

$$\Gamma_i = B_i \cdot \Gamma \quad \Gamma = \sum_i \Gamma_i$$

Bsp.: ρ Zerfall $\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$

Im Experiment mißt man die Impulse der beiden Pionen (Spurkrümmung)



4er Impulse: $p_{\pi 1}, p_{\pi 2}$

$$m_{\pi\pi}^2 = (p_{\pi 1} + p_{\pi 2})^2$$

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma} = 0.4 \times 10^{-23} \text{ s}$$

typ. für starken Zerfall:
Zeit kann nicht direkt gemessen werden.

Bei kurzlebigen Teilchenzuständen entspricht die "Teilchenmasse" dem Mittelwert der Massenverteilung

Resonanzen

In Streuexperimenten (pp, ee) kommt es häufig zur Bildung von Bildung von Zwischenzuständen die dann mit endlicher Lebenszeit wieder zerfallen.

Trifft die Schwerpunktsenergie gerade die Masse des Zwischenzustandes kann dieser reell gebildet werden und es kommt zu einem beträchtlichen Anstieg des Wirkungsquerschnittes. Bsp. $\pi p \rightarrow \Delta \rightarrow \pi p$

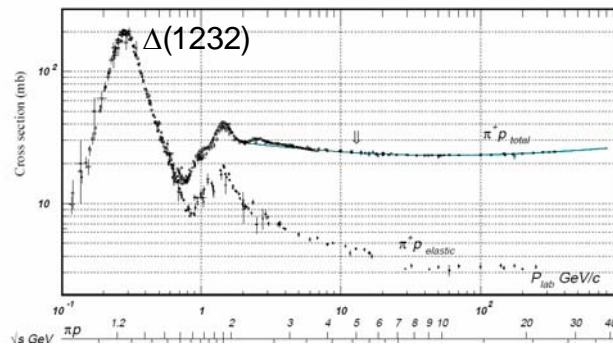
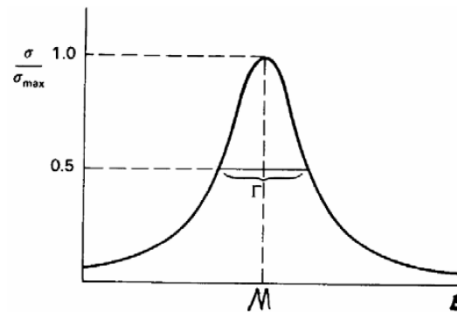
e+e- Annihilation

Breit-Wigner Form

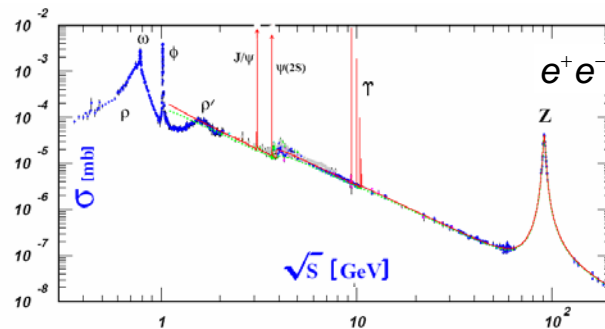
Wirkungsquerschnitt wird durch Breit-Wigner Form beschrieben

$$\sigma(E) = \sigma_0 \frac{\Gamma^2/4}{(E - M)^2 + \Gamma^2/4}$$

(s.a. D. Perkins)



$\pi N \rightarrow \pi N$



$e^+ e^- \rightarrow \text{hadrons}$

5. Übergangswahrscheinlichkeiten und Fermi's Goldene Regel

5.1 Übergangswahrscheinlichkeiten

a) Teilchen mit Lebensdauer τ

$$\text{Übergangswahrsch / Zeit} \quad W = \frac{1}{\tau}$$

b) Im Streuexperiment
$$W = \frac{\dot{N}_s}{N_i N_t} = \frac{n_i v_i N_t \sigma}{n_i v N_t} = \frac{v_i \sigma}{V}$$

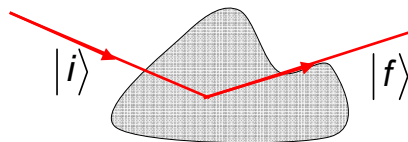
$V = \text{Normierungsvol.} = 1$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{W \cdot V}{v_i} = \frac{W}{\beta_i}$$

Hier: Beziehung zwischen Übergangswahrsch. und Meßgrößen.

Im weiteren: Theoretische Bestimmung der Übergangswahrsch.

5.2 Fermi's Goldene Regel



$$M_{fi} = \langle f | H_{WW} | i \rangle$$

$$W = \frac{2\pi}{\hbar} |M_{fi}|^2 \rho_f(E)$$

$\rho_f(E)$ = Zustandsdichte
(Phasenraumfaktor)

$$\rho_f(E) = \frac{dN_f}{dE}$$

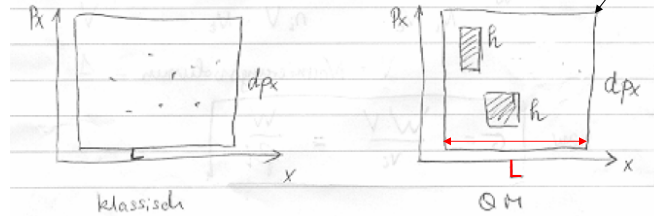
dN_f Zahl der Endzustände für
Energieintervall $[E, E+dE]$

5.3 Zustandsdichte $\rho_f(E)$

Frauenfelder&Henley

Betrachte Phasenraum (x, p_x) in einer Dimension

Kinematisch erlaubter Bereich



- Klassisch: Zustand durch Punkt in (x, p_x) Ebene gegeben (x, p_x) beliebig genau meßbar.
- QM: Aufgrund Unschärfe entspricht Zustand einer Phasenraumzelle mit Fläche $h \rightarrow$ es existiert eine begrenzte Zahl von Zuständen dN .

Zahl Zustände in einer Dim. $dN = \frac{L dp}{h}$

Zahl Zustände in 3 Dim. $dN = \frac{L^3 d^3 p}{h^3} = \frac{V d^3 p}{(2\pi\hbar)^3}$