II. Beschreibung von Wechselwirkungen

1. Relativistiche Kinematik

In Teilchenphysik: E >> m $\rightarrow$ relativistische Rechnung: $E^2 = \vec{p}^2 + m^2$

1.1 4er-Vektoren

(Zeit, Ort) und (Energie, Impuls) werden zu 4er Vektoren zusammengefasst

$$x = (t, \vec{x})$$
$$p = (E, \vec{p})$$

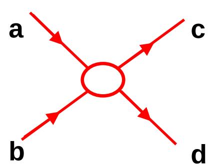
Kontravariante Darstellung $\quad x^\mu = \left(x^0, \vec{x}\right) = (t, \vec{x}) \quad p^\mu = \left(p^0, \vec{p}\right) = (E, \vec{p})$

Kovariante Darstellung $\quad x_\mu = \left(x^0, -\vec{x}\right) = (t, -\vec{x}) \quad p_\mu = \left(p^0, -\vec{p}\right) = (E, -\vec{p})$

Definition des Skalarproduktes von 4er Vektoren

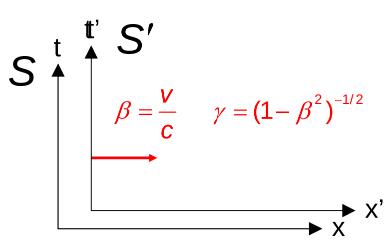
$$a \cdot b = a_\mu b^\mu = \sum_{\mu=0}^{3} a_\mu b^\mu = (a^0 b^0 - \vec{a} \cdot \vec{b})$$

Energie- und Impulserhaltung in Streuung $\rightarrow$ 4er Impulserhaltung



$$p_a + p_b = p_c + p_d$$

1.2 Lorentztransformationen



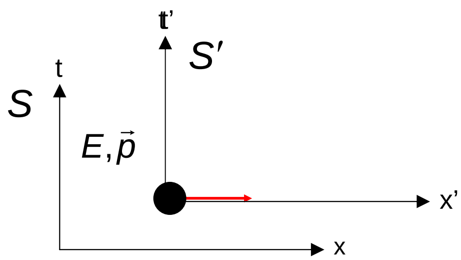
Teilchen mit $p = (E, \vec{p})$ in System S

In System S' gilt:

$$p' = \begin{cases} \begin{pmatrix} E' \\ \vec{p}_l' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma \\ -\beta\gamma & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ \vec{p}_l \end{pmatrix} \\ \vec{p}_t' = \vec{p}_t \end{cases}$$

Beispiel: Teilchen bewegt sich im Laborsystem S

Lebensdauer im Teilchenruhesystem (S') τ



$$\beta = \frac{|\vec{p}|}{E} \qquad \gamma = \frac{E}{m}$$

Lebenszeit des Teilchens im Laborsystem S:

$$t = \gamma\tau$$

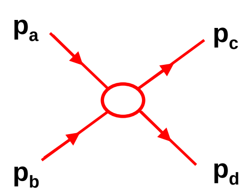
Lorentz-Invarianz: **Skalarprodukte sind Lorentz-invrariant, d.h. unabhängig vom Bezugssystem.**

Bsp: $$p^2 = E^2 - \vec{p}^2 = m^2$$

4er-Impulsquadrat = Invariante Masse

1.3 Mandelstam Variablen

Streuprozess



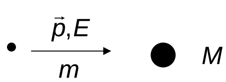
a) Mandelstam Variable s: $\boxed{s = (p_a + p_b)^2}$

$\sqrt{s} = E_{CM}$ = (Schwerpunktsenergie)^2

= $(E_{CM})^2$

Bsp.: E_{CM} für Kollider mit Strahlenergie E_B $\quad E_{CM} = \sqrt{s} = 2E_B$

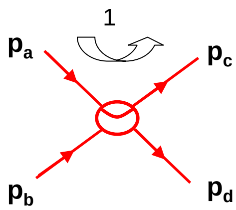
Bsp.: E_{CM} für Fixed Target und Strahlenergie E_B



$$s = ((E,\vec{p}) + (M,0))^2 = \ldots = E^2 + 2EM + M^2 - \vec{p}^2$$
$$\approx 2EM \quad \text{fuer } m, M << E$$

$$E_{CM} = \sqrt{s} = \sqrt{2ME_B}$$

b) Mandelstam Variablen t und u



$$\boxed{\begin{aligned} t &= (p_A - p_c)^2 \\ u &= (p_A - p_D)^2 \end{aligned}}$$

4er Impulsübertrag von Teilchen 1

Für Mandelstam Variablen gilt:

$$s + t + u = m_A^2 + m_B^2 + m_C^2 + m_D^2$$

Wirkungsquerschnitte lassen sich durch 2 der 3 lorentzinvarianten Mandelstam Variablen ausdrücken.