

## 2. Beschreibung von Streuprozessen

2-1

### 2.1 Feynman-Diagramme

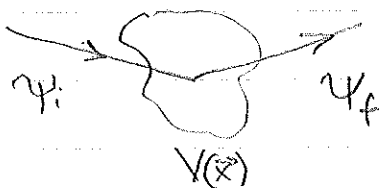
Korrekte theoretische Einführung von Feynman-Diagrammen ist schwierig und ist erst in QFT möglich. Feynman-Diagramme beschreiben „Rechenregeln“ zur Berechnung von Übergangsamplituden. Sie sind aber zugleich sehr illustrativ und geben bereits ohne ausgerechnet zu werden ein gutes Verständnis über die Dynamik eines Prozesses. Sie sind als „Piktogramme“ ein wichtiges Werkzeug in der Teilchenphysik.

#### Typisches Problem:

Vorhersage der WW-Wahrscheinlichkeit bzw. WW-Rate eines Streuprozesses.

$$\text{Bsp.: } e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$$

Aus der Physik 4 kennen Sie bereits die Übergangsamplitude eines atomaren Übergangs. Vereinfachte Situation:



Hamilton-Operator:

$$H = H_0 + H_{WW} = \frac{\vec{p}^2}{2m} + V(\vec{x})$$

Störungstheorie für  $H_{WW} \ll H_0$ :

$\psi_i, \psi_f$  sind Eigenfkt. zu  $H_0$ .

Für freies Teilchen:

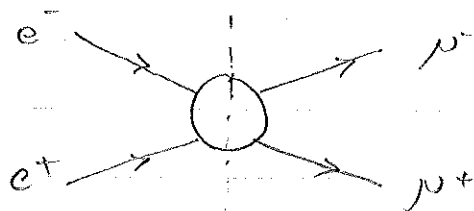
$$\psi_i = N \cdot \exp(i\vec{k}\vec{x} - i\omega t) \\ \text{mit } \vec{k} = \vec{p}/\hbar \quad \text{und } \omega = E/\hbar$$

$$\text{Übergangsamplitude: } A(i \rightarrow f) = \int_{t=-\infty}^{t=+\infty} \int \psi_f^* H_{WW} \psi_i d\vec{x} dt$$

$$\rightarrow \text{Übergangsrate} \sim P(\text{Wahrscheinlichkeit}) \sim |A|^2$$

Für dieses Problem: (1) Teilchen bleibt erhalten  
 (2) nicht relativistisch.  $E = \frac{\vec{p}^2}{2m}$

Im der Teilchenphysik hingegen ist die Situation häufig komplizierter:



- (1) Teilchen vernichten sich, neue Teilchen entstehen
- (2) Teilchen sind hochrelativistisch

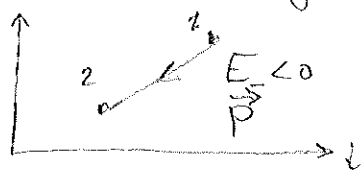
(1) QFT (Quantenfeldtheorie) zur korrekten Behandlung:  $\psi(\vec{x})$  ist nicht nur lange eine skalare Funktion, sondern eine Operator des Teilchen mit Impuls  $\vec{k}$  erzeugen und vernichten kann.

(2) Relativistische Energieimpulsbeziehung:  $E^2 = \vec{p}^2 c^2 + m^2 c^4$

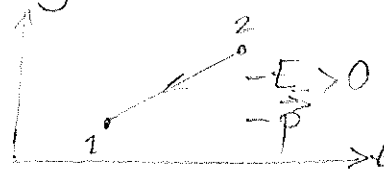
→ 2 Energieeigenwerte:  $E_+ = \sqrt{\vec{p}^2 c^2 + m^2 c^4} = E_+ \rightarrow \omega_+ = +\sqrt{\hbar} =: \omega$   
 $E_- = -\sqrt{\vec{p}^2 c^2 + m^2 c^4} = E_- \rightarrow \omega_- = -\sqrt{\hbar} =: -\omega$

→ Eigenfunktion:  $E_+ > 0: \psi_+ = N \cdot \exp(i\vec{k}\vec{x} - i\omega t)$   
 $E_- < 0: \psi_- = N \exp(i\vec{k}\vec{x} + i\omega t)$   
 $N = \text{Normierungskonst.}$

Interpretation der neg. Energie lösung:



Teilchen bewegt sich in  
 " $-t$ " Richtung mit neg. Energie

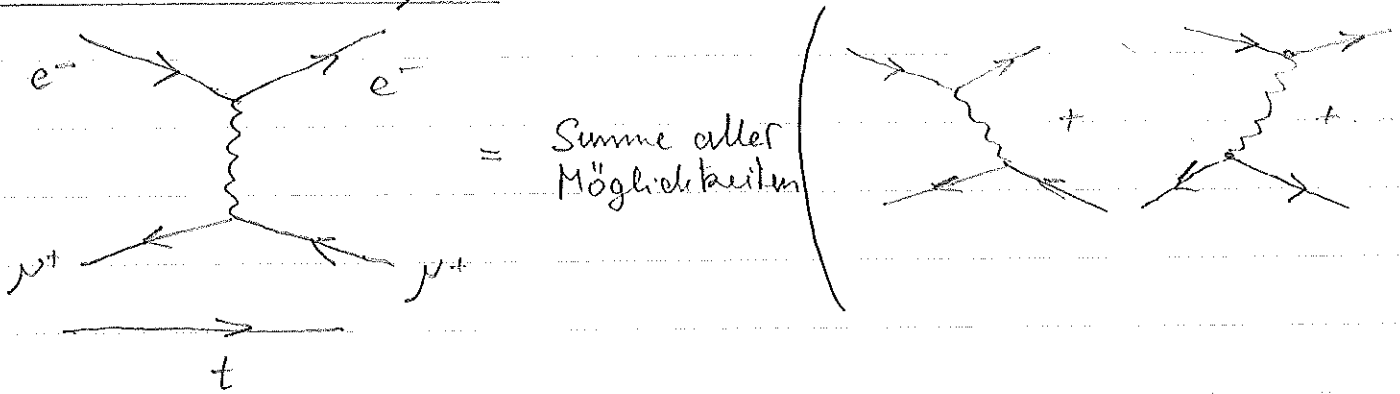


Antiteilchen in  $+t$  -Richtung  
 mit pos. Energie, umgekehrtem Impuls.

⇒ Die Lösung für  $E_-$  erlaubt die Beschreibung von Antiteilchen.

a.) Feynman-Diagramme in QED  
 (→ Übergangsamplituden für e.m. Prozesse)

Bsp.:  $e^- \mu^+ \rightarrow e^- \mu^+$



Feynman-Regeln:

(1) Fermionen (im Limit frei): Pfeile in pos. Zeitrichtung  
 Anti-Fermionen (im Limit frei): Pfeile in neg. Zeitrichtung.

(2) Austauschboson (Photon):

(3) In QED nur eine Art von Vertex

Stärke  $\sim$  elektr. Ladung  $e$

$\sim \sqrt{\alpha} \sim \frac{1}{\sqrt{137}}$



(4) An jedem Vertex gilt  $4\pi$ -Impulserhaltung + Drehimpulserhaltung

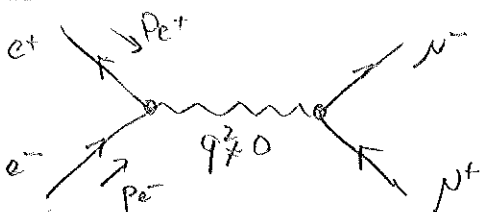
(5) Innere Linien (Propagatoren) sind virtuell

und erfüllen i. d. Regel nicht die Energie-Impulsbedingung für reale Teilchen

(6) Äußere Teilchen (Linien) sind reale Teilchen

und erfüllen die Energie-Impulsbedingung:  $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$

Bsp.:  $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$  bei LEP:  $45 \text{ GeV } e^- \rightarrow \leftarrow 45 \text{ GeV } e^+$



im CMS:  $\vec{p}_{e^-} = -\vec{p}_{e^+} =: \vec{p}_e$

$q = 4e\pi$ -Impuls des Photons:

$P_\mu = (\frac{E}{c}, \vec{p}_e)_e + (\frac{E}{c}, -\vec{p}_e)_{e^+} = (\frac{2E}{c}, 0)$

Invariante Masse des Photons:  $M^2 = P_\mu^2$

$M^2 = \frac{1}{c^4} \cdot 4E^2 \neq 0$  wie man für freie  $\mu$  erwartet.

Die Energieimpulsbedingung ist also für das virtuelle Photon verletzt.  
Dies ist für eine kurze Zeit  $\Delta t$  möglich:

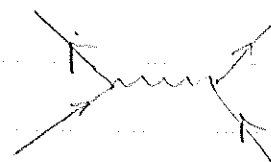
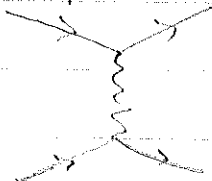
$$\Delta E \Delta t \approx \hbar$$

### Bemerkung $q^2$ -Wert des ausgetauschten Photons

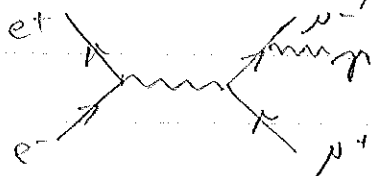
- Je nach Vorzeichen des  $q^2$ -Wertes des virtuellen Teilchens spricht man von raumartigen oder zeitaartigen Photonen:

$$(q^2 < 0)$$

$$(q^2 > 0)$$



- für freie Photonen:  $q^2 = M_\gamma^2 c^4 = 0$   
(z.B. in  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ )



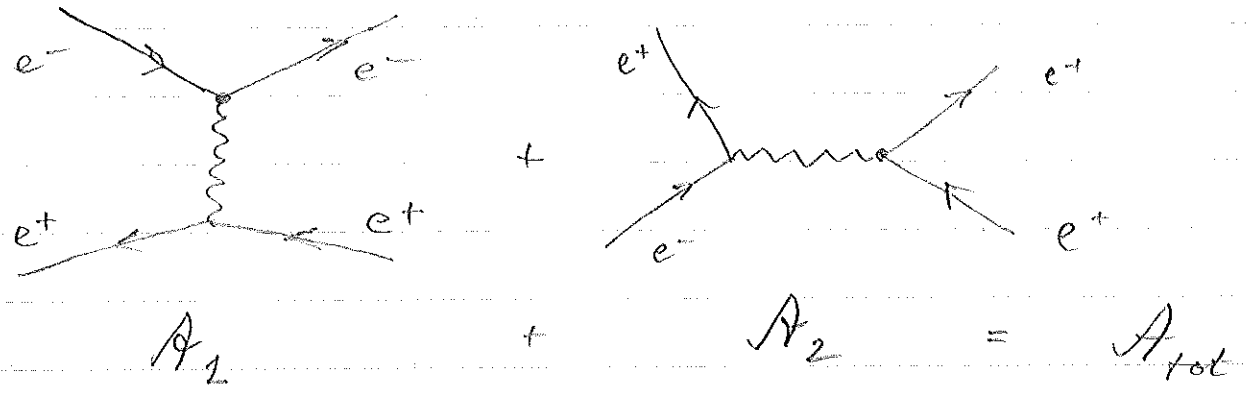
### Übergangsamplituden aus Feynman-Graphen:

$$A(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-) \sim \frac{\text{Vertexkopplung} \cdot \text{Vertexkopplung}}{q^2 (\text{Austauschteilchen})}$$

$$\sim e \cdot \underbrace{\frac{1}{q^2}}_{\text{Propagator}} \cdot e \sim \frac{\alpha}{q^2} \leftarrow \begin{array}{l} \text{Feinstruktur} \\ \text{konst.} \end{array}$$

Ein physikalisch beobachtbarer Prozess wird durch die Summe aller möglichen Amplituden (Feynman-Graphen), die zum gleichen Endzustand führen beschrieben. Die Beiträge werden kohärent d.h. auf Amplitudenlevel addiert.

Bsp. :  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$



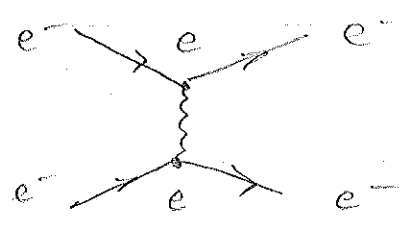
Die beobachtbaren Meßgrößen sind  $\sim |A_{tot}|^2 = |A_1 + A_2|^2$

( $\rightarrow$  Man erwartet also auch Beiträge von Interferenstermen  $\sim A_1 A_2$ )

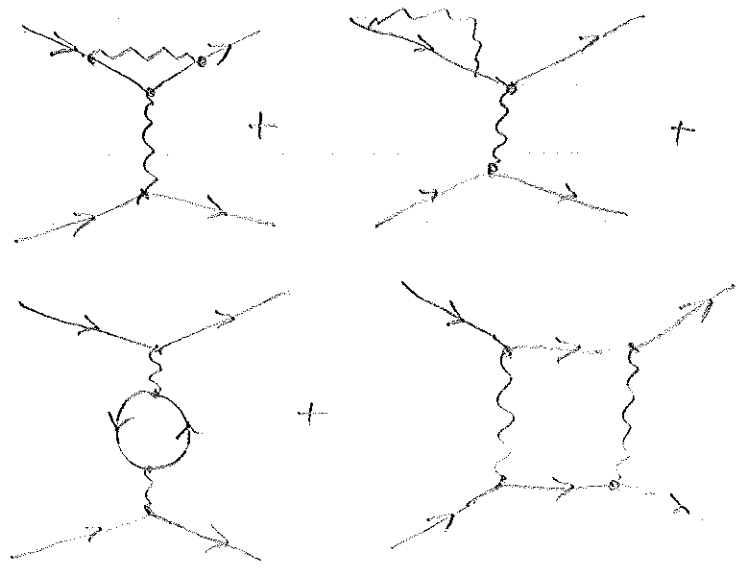
b) Feynman-Graphen höherer Ordnung:

Bsp:  $e^-e^- \rightarrow e^-e^-$

$A \sim e^2 \sim \alpha$  ;



$A \sim e^4 \sim \alpha^2$  :



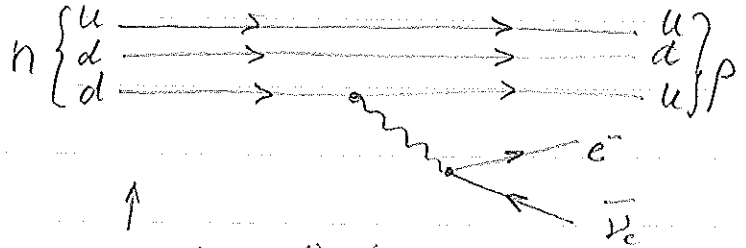
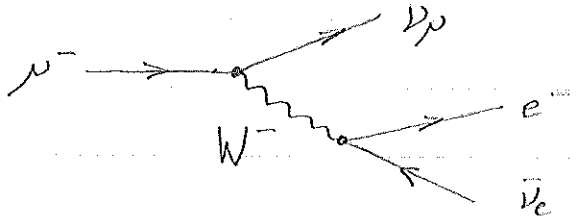
Da  $\alpha = \frac{1}{137} \ll 1$  spielen in der Störungsreihenentwicklung die Terme höherer Ordnung eine immer weniger wichtige Rolle.

c) Feynman-Graphen für schwache WW

QED:  $\gamma \rightarrow$  schwache WW:  $W^\pm, Z$

$\beta$ -Zerfall:  $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$

$n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$



Kopplungsstärke  $\sim \sqrt{\alpha_W} \sim g_W$

Zuschauer Quarks in erster Ordnung unbeteiligt!

Massive W-Bosonen ( $80 \text{ GeV}/c^2$ ) führen zu Änderung des Propagators:

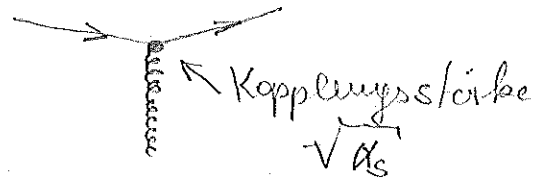
$$\frac{1}{q^2} \rightarrow \frac{1}{q^2 - M_W^2}$$

$$A \sim \frac{g_W^2}{(q^2 - M_W^2)}$$

d) Feynman-Graphen für starke Wechselwirkung:

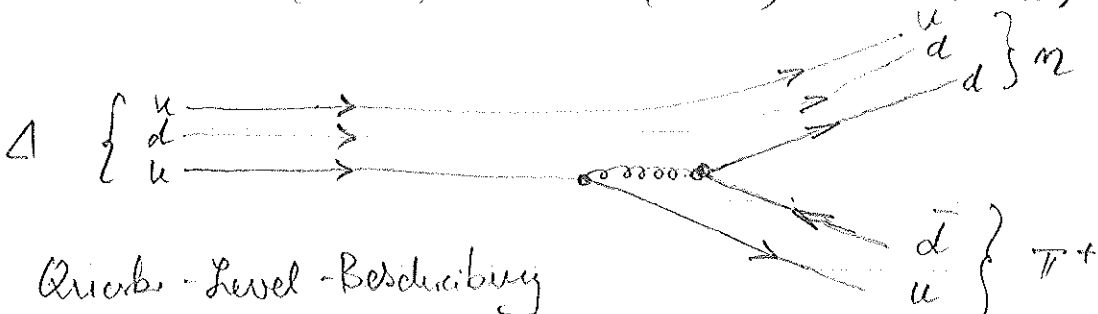
Austauschteilchen: Masselose Gluonen  $\rightarrow$  Propagator  $\sim \frac{1}{q^2}$

Fundamentaler Vertex:



Bsp.: starker Zerfall einer  $\Delta$ -Resonanz (Baryon):

$$\Delta^+(uud) \rightarrow n(udd) + \pi^+(u\bar{d})$$



Quark-Level-Beschreibung