7. Kerne, Kernzerfälle und Kernmodelle

Zur Beschreibung von Atomkernen existieren eine Reihe sehr guter phänomenologischer Modelle. Eine Beschreibung im Rahmen der Theorie der starken WW (QCD) hingegen ist sehr schwierig. „Austausch von π“

7.1 Tröpfchenmodell zur Beschreibung der Bindungsenergie

Bindungsenergie der Kerne = Massendefizit:

$$B(A,Z) = \Big[Z(m_p + \cancel{m_e}) + (A-Z)\, m_n - \underbrace{M(A,Z)}_{\text{Masse des Atomkerns mit } (A,Z)} \Big] c^2$$

Als Massenstandard wird häufig das Nuklid $^{12}_{6}C$ des Kohlenstoffatoms benutzt: Die atomare Masseneinheit u.

$$u = \frac{1}{12} M_{^{12}C} = 931{,}481\ \mathrm{MeV}/c^2$$

← Masse des ^{12}C-Atoms

Für die Bindungsenergie in Abhängigkeit von A findet man den folgenden Verlauf:

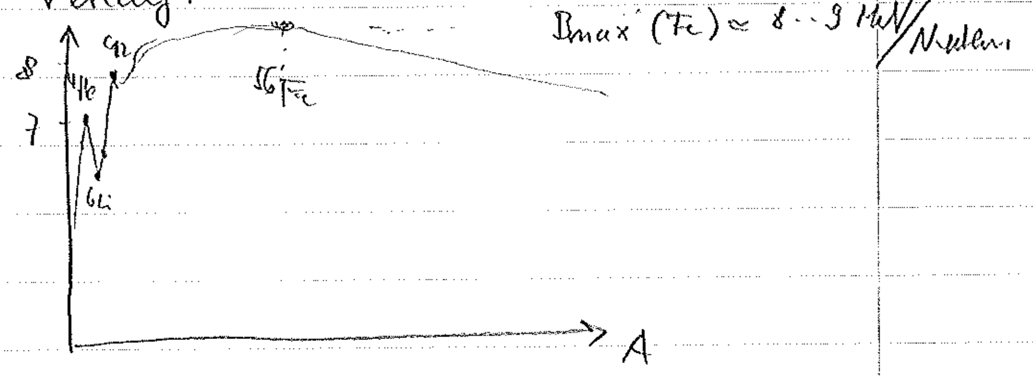


Fig. 7.1

Die max. Bindungsenergie findet man für $A \simeq 60$ (Fe und Ni Isotope)

Eine erste Parametrisierung der Bindungsenergie bzw. der Kernmassen in Abhängigkeit von A und Z wurde 1935 von C.F. von Weizsäcker vorgeschlagen, die unter dem Namen Massenformel bekannt ist.

Sie beschreibt den Effekt der kurzreichweitigen starken WW eines Nukleons mit den anderen Nukleonen des Kerns in Anlehnung an die WW der Atome in einem Wassertropfen. Sie basiert auf ein annähernd konst. Dichte, sowie $Vol \sim A$ ist:

$$B(A,Z) = a_V \cdot A - a_0 A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{sym} \frac{(N-Z)^2}{A} + \delta / A^{1/2}$$

$N = A - Z$, maximal $1/A$

Die Bedeutung der Terme ist:

Volumenbeitrag $a_V \cdot A$: Jedes Nukleon liefert ein Beitrag zu B

Oberflächeneffekt $-a_0 A^{2/3}$: Nukleonen an Oberfl. $\sim A^{2/3}$ sind weniger stark gebunden.

Coulombabstoßung $-a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}}$: Effekt $\sim$ mittlerer Radius $\sim A^{1/3}$

Asymmetrieterm $-a_{sym} \frac{(N-Z)^2}{A}$: bei leichten Kernen sind solche mit $N \approx Z$ stabiler, bei schweren Kernen solche mit $N > Z$.

Paarungsterm $\frac{\delta}{A^{1/2}}$: Gerade Anzahl von p oder n erhöht die Stabilität des Kerns (n und p sind zu Paaren gekoppelt).

s.a. Povh:

$a_V \approx 15.6$ MeV
$a_0 \approx 17.2$ MeV
$a_C \approx 0.7$ MeV
$a_{sym} \approx 22.5$ MeV

$$\delta = \begin{cases} +11.2 \text{ MeV} & Z, N \text{ gerade: gg-Kerne} \\ 0 \text{ MeV} & Z \text{ od. } N \text{ gerade: ug-Kerne} \\ -11.2 \text{ MeV} & Z \text{ u. } N \text{ ungerade: uu-Kerne} \end{cases}$$

(s. auch Fig 7.2)

Massenformel od. Bindungsenergie erlaubt die Berechnung der Q-Werte (= freiwerdende Energie) für Kern-Prozesse: α, β Zerfälle, Spaltung und Fusionsreaktionen.

Mehr braucht man nicht!

7.2 Kernzerfälle, Kernspaltung und Kernfusion

a) Stabilität der Kerne:

Ordnet man die beobachteten Kerne in der (Z, N) Ebene (s. Abb. 7.3), so beschränken sich die „stabilen Kerne" auf einen engen Bereich („Stabilitätstal"), der für leichte Kerne mit $N \approx Z$ und für schwere Kerne mit leichtem Neutronenüberschuß definiert ist.

- Bei deutlichem Neutronüberschuß ist es energet. günstiger wenn ein Neutron in ein Proton zerfällt.
- Bei überzähligen Protonen, findet die umgekehrte Reaktion statt (β^+-Zerfall oder EC).

b) β-Zerfall

Mit der Massenformel läßt sich die Masse von Kernen mit konst. A als Funktion von Z schreiben:

$$M(A,Z) = \alpha A - \beta Z + \gamma Z^2 + \frac{\delta}{A^{1/2}}$$

(α, β, γ: Koeffizienten aus Massenformel)

Die Masse ist also eine quadratische Fkt (Parabel) der Kernladung: Für gg, ug, uu Kerne sind diese Parabeln jeweils um $\delta/\sqrt{A}$ verschoben: $gg \xrightarrow{+\delta/\sqrt{A}} ug \xrightarrow{+\delta/\sqrt{A}} uu$

Das Minimum liegt bei $Z = \beta/2\gamma$. Kerne im Minimum sind stabil gegen β-Zerfall.

Bsp.: β-Zerfall für ug-Kerne
$A = 101$

ug → ug : gleiche Parabel

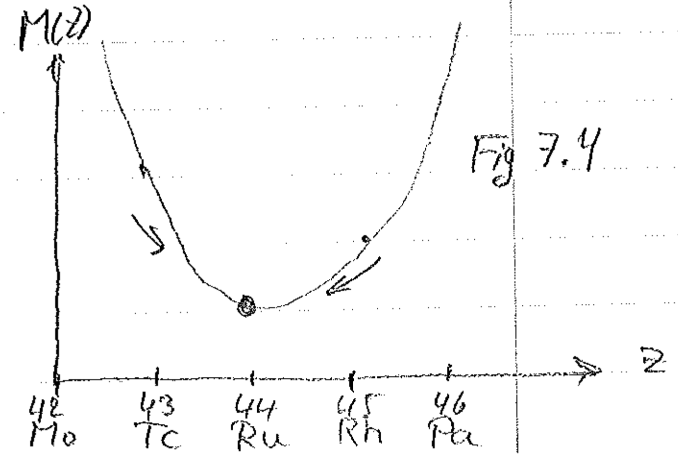


Fig 7.4

Im Fall von uu oder gg Kernen ist die Situation schwieriger, da es 2 getrennte Parabeln gibt zwischen denen die Übergänge stattfinden. Alle uu Kerne haben einen stärker gebundenen gg-Kern als Nachbarn und sind deshalb instabil. (s. Fig. 7.5).

Bei den gg-Kernen gibt es mehr als ein stabiles Nuklid. (Bsp.: Cd und Pd): der mögliche doppelte β-Zerfall (2β) ist sehr stark unterdrückt.

In Konkurrenz zum β^+-Zerfall kann auch Elektroneneinfang eines K-Schalen-Elektrons stattfinden, wobei allerdings im Vergleich zum β^+-Zerfall bei EC aufgrund der Energie des „entladenen Lochs" mehr kinetische Energie zur Verfügung steht (es gibt Kerne bei denen β^+ nicht möglich, aber EC kinematisch erlaubt ist)

c) α-Zerfall

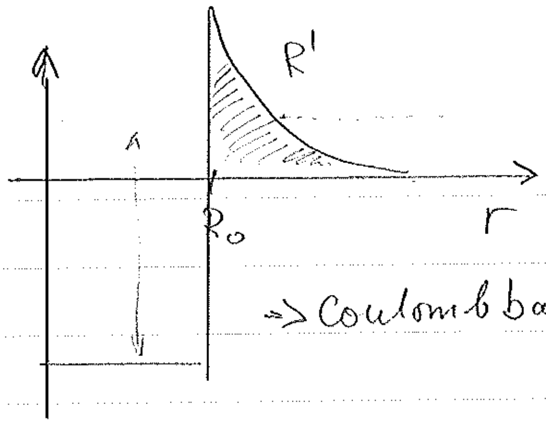
Protonen und Neutronen sind auch in sehr schweren Kernen mit bis zu 7 MeV/Nukleon gebunden und können nicht aus dem Kern entweichen.
Oft ist allerdings die Emission eines ^4He-Kerns (2p 2n) möglich, was an der sehr starken Bindung des ^4He liegt.

Außerhalb des Kerns erfährt das α-Teilchen durch den Restkern eine Coulombabstoßung:

$$V_{Coul.}(r) = \underset{\substack{^4_2He \\ 2}}{2} \cdot \underset{\substack{Rest \\ Z}}{(Z-2)} \cdot \frac{\alpha \cdot \hbar c}{r}$$

Innerhalb des Kerns herrscht das stark anziehende Kernpotential, das näherungsweise durch einen tiefen Potentialtopf beschrieben wird.

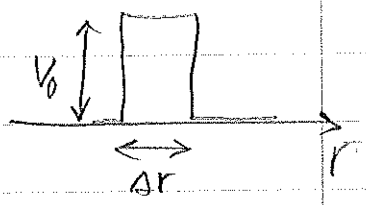
Potential



→ Coulombbarriere

Die Wahrscheinlichkeit eines α-Zerfalls wird durch die Tunnelwahrscheinlichkeit durch die Coulomb-Barriere gegeben.

Für die Tunnelwahrscheinlichkeit durch ein Rechteckpotential gilt:



Transmission $T = e^{-2\kappa \Delta r}$

mit $\kappa = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2 m_\alpha (V_0 - E_\alpha)}$

Analog findet man für das Coulomb-Potential:

$$T = e^{-2G} \quad \text{mit Gamov-Faktor} \quad G = \frac{1}{\hbar}\int_{R_0}^{R'} \sqrt{2 m_\alpha (V(r) - E)}$$

$\propto \frac{1}{\sqrt{E}}$ (Zentral Potential)

Zerfallsrate: $\Gamma = W(\alpha) \cdot \nu \cdot e^{-2G}$

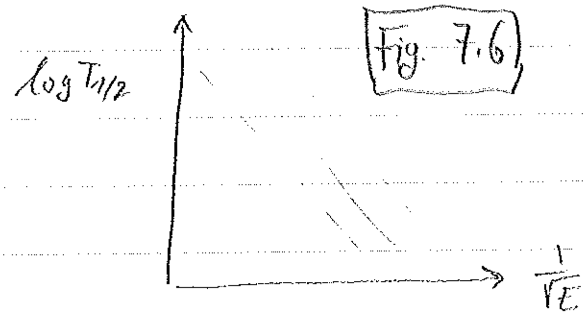
↑ Stoßrate mit Potentialbarriere

↑ Bildungswahrscheinlichkeit für α-Teilchen

Halbwertszeit $T_{1/2}$:

$\ln T_{1/2} = 2 \ln \tau \sim \ln \frac{1}{\Gamma} \approx + \text{Const} \cdot \frac{1}{\sqrt{E}}$ (Geiger-Nuttall Regel)

Fig. 7.6



Durch die α-Zerfälle werden 4 radioaktive Zerfallsreihen festgelegt: A = 4n, 4n+1, 4n+2, 4n+3
s. Abb. 7.7

d) Kernspaltung

(Z=26)

Da die Bindungsenergie für ^{56}Fe am größten ist, können sich Kerne mit $A > 56$ prinzipiell in 2 mittelschwere Kerne aufspalten, wobei die Potentialbarriere, die durchtunnelt werden muß i.a. sehr hoch ist.

(i) Spontane Spaltung

Leichteste Isotope bei denen spontane Spaltung mit dem α-Zerfall konkurriert sind einige Uran-Isotope.
Damit sich ein Kern spaltet muß sich seine Nukleonenverteilung zu einem Ellipsoid deformieren:
- Bindungsenergie verringert sich aufgrund der anwachsenden Oberfläche
- Gleichzeitig sinkt aber auch die Coulomb-Abstoßung

(Man findet, daß eine spontane Spaltung möglich ist, wenn $\frac{Z^2}{A} > \frac{2a_0}{a_C} \approx 48$ ~~(Z > 114 ; A > 270)~~)

(ii) Stoßinduzierte Kernspaltung

Für Kerne mit $Z^2/A < 48$ kann die Spaltung durch Zuführen einer Stoßenergie, mit der die Spaltbarriere ΔE_{spalt} überwunden werden kann, induziert werden.
Besonders effektiv ist der Beschuß mit Neutronen, die keine Coulomb-Barriere überwinden müssen. In manchen Fällen reichen therm. Energien:

Compound-Kern

Bsp.:

$$n(\text{therm.}) + {}^{235}U \longrightarrow \left({}^{236}U\right)^* \longrightarrow Y_1 + Y_2 + \nu n$$
$$E_B = m({}^{235}U) + m_n - ({}^{236}U) = 6.4\,\text{MeV} > \Delta E_{spalt} \approx 5.8\,\text{MeV}$$

$_{92}U$

$$n(\approx 1\,\text{MeV}) + {}^{238}U \longrightarrow \left({}^{239}U\right)^* \longrightarrow Y_1 + Y_2 + \nu n$$
$$E_B = m({}^{238}U) + m_n - m({}^{239}U) = 4.8\,\text{MeV} < \Delta E_{spalt} \approx 6.4\,\text{MeV}$$

$_{82}Pb$