6. Schwache Wechselwirkung

Studium der schwachen WW hat in der Vergangenheit zu einer Vielzahl von Entdeckungen geführt:

Phänomene der schw. WW:
- Neutrinos
- W und Z Bosonen
- P, C und CP Verletzung

Es lohnt sich die schwache WW zu untersuchen.

6.1 e^--Spektrum im β-Zerfall

β-Zerfall: Prototyp: $n \longrightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$

Kern: ${}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + e^- + \bar{\nu}_e$

β^+ und EC: in Konkurrenz miteinander
$$\begin{cases} {}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}U + e^+ + \nu_e \\ {}^{A}_{Z}X + e^- \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}U + \nu_e \end{cases}$$

Neutrinos nicht direkt beobachtbar
↓
2-Teilchenzerfall?

Bereits in den 1920er Jahren wurde beobachtet, daß das β-Spektrum im Gegensatz zum Spektrum von α-Teilchen kontinuierlich ist, was sich mit einem 2-Teilchenendzustand nicht erklären läßt (Fig 6.1 = kontinuierliches β-Spektrum ... leichtes neutrales Teilchen...)

Dieses Problem wurde durch das Neutrino-Postulat von Pauli (1930) gelöst: „Das kontinuierliche β-Spektrum wird verständlich, wenn man annimmt, daß beim β-Zerfall ein leichtes neutrales Teilchen emittiert wird, so daß die Gesamtenergie des Elektrons und des Neutrinos konstant bleibt." ($\rightarrow$ 3 Teilchen phasenraum)

→ 3-Teilchenphasenraum:

Die Übergangswahrscheinlichkeit/Zeit = Übergangsrate für β-Zerfall wird durch Fermi's Goldene Regel gegeben:

$$\omega = \frac{2\pi}{\hbar} \cdot |A_{fi}|^2 \rho_3(E_0)$$

$$A_{fi} = \langle \psi_f | H_W | \psi_i \rangle$$

E_0 = Energie (E_f) die frei wird $= E_e + E_\nu$

Mit dem 3-Teilchen Phasenraumfaktor $\rho_3(E_0)$

$$\rho(E_0) = \frac{V^2}{(2\pi\hbar)^6} \cdot \frac{d}{dE_0} \int p_e^2 dp_e \, d\Omega_e \, p_\nu^2 dp_\nu d\Omega_\nu$$

(s. auch Abschnitt 2.4); Normierungsvol. im folgenden zu 1 gesetzt

Man findet für masselose Neutrinos $E_\nu = p_\nu \cdot c$:

$$d\rho_3(E_0) = \frac{d\Omega_e \, d\Omega_\nu}{(2\pi\hbar)^6 c} p_e^2 p_\nu^2 dp_e$$

und mit $p_\nu^2 = (E_0 - E_e)^2/c^2$ folgt:

Kennen!!

$$d\Gamma = d\omega = \frac{1}{2\pi^3 c^3 \hbar^7} \cdot |A_{fi}|^2 p_e^2 (E_0 - E_e)^2 dp_e \quad (**)$$

Das Matrixelement ist in sehr guter Näherung vom Impuls des Elektrons unabhängig (s. u.: Diskussion 4-Pkt WW);
Man muß bei der Berechnung berücksichtigen, daß das e^- sobald es den Kern verläßt dessen Coulombpotential spürt.
→ Coulomb-Korrektur: $F(\mp, Z, E_e)$ die zur Spektrumsänderung führt.
↑ Vorzeichen des β-Teilchens

a) Lebensdauer

$$\frac{1}{\tau} = \underset{d\Gamma}{\overset{}{\int dw}} = \frac{1}{2\pi^3 c^3 \hbar^7} \cdot \underbrace{|A_{fi}|^2}_{} \cdot \underbrace{\int F(\mp, Z, E_0)\, p_e^2 (E_0 - E_e)^2 dp_e}_{(*) =: m_e^5 c^7 f(E_0)}$$

$\hbar = 1$

in guter Näherung unabh. von E : nicht mit integriert!

($\to f(E)$ dimensionslos)

$$\text{bzw: } |A_{fi}|^2 = \frac{2\pi^3}{f\tau} \cdot \frac{\hbar^7}{m_e^5 c^4}$$

- Die Werte $f\tau$ bzw $f \cdot T_{1/2}$ (mit $T_{1/2} = \tau \cdot \ln 2$) sind tabelliert.

- Für große Energien und kleine Z-Werte für die $F \approx 1$ ist, erhält man für das obige Integral $(*) = \frac{1}{30c^3} \cdot E_0^5$

bzw.: $\boxed{\tau \sim \frac{1}{E_0^5}}$ was man häufig als Sargent-Regel bezeichnet.

Übungsaufgabe zur τ-Lebensdauer

b.) Curie-Plot:

Aus Formel (**) findet man: $\to$ Fig 6-2

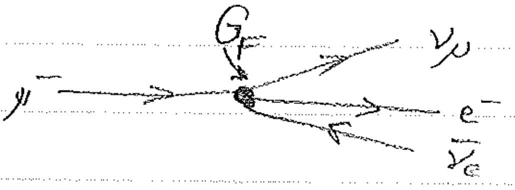
$$\left(\frac{dw}{p_e^2\, dp_e}\right)^{1/2} = G \cdot \sqrt{|A_{fi}|^2}\, (E_0 - E_e)$$

Diese lineare Abhängigkeit wird aufgetragen und als Curie-Plot bezeichnet. Für Neutrino-Massen $\neq 0$ ändert sich in der Nähe des Endpunktes der Verlauf des gemessenen Elektronen-Spektrums, was eine Bestimmung der Neutrino-Masse ermöglicht!

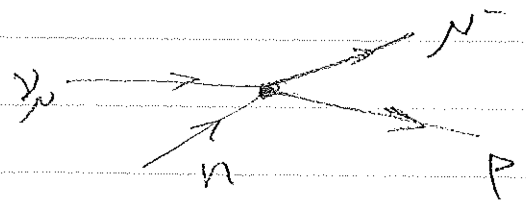
6.2 W und Z-Bosonen als Austauschteilchen der schw. WW

In den 1930er Jahren hat Fermi die schwache WW aufgrund der scheinbaren Energieunabhängigkeit der Prozesse (kein q^2-Abh.) ohne den Austausch eines Bosons durch eine 4Pkt-WW beschrieben (gibt es im SM nicht !!):

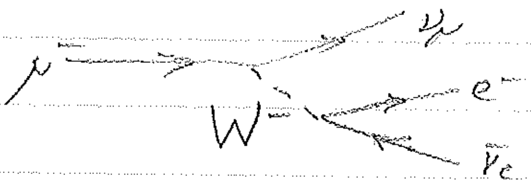
Bsp: $\mu^- \to e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$



Diese Behandlung führt aber für die Neutrino Streuung an Nukleonen zu einem WQ der $\sim E_\nu$ ansteigt. → verletzt Unitarität!



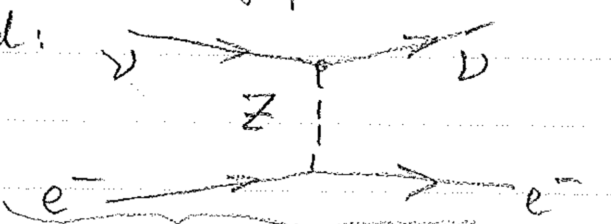
Um dieses Problem zu beheben werden im Standardmodell massive Austauschbosonen $W^\pm$ eingeführt. Der Propagator



$$\frac{1}{q^2 + M_W^2/c^2}$$

bewirkt für kleine $q^2 \ll M_W^2 c^2$ (typ. Energie von β-Zerfall) eine scheinbare Unabh. von q^2. Für große q^2-Werte dominiert die $1/q^2$-Abh. und „repariert" das Unitaritäts Problem.

In der von Glashow, Salam & Weinberg entwickelten Theorie muß aus einem ähnlichen Problem auch ein neutrales Z-Boson eingeführt werden, damit folgende Prozesse erlaubt sind:



und

Dieser Prozess wurde 1973 am CERN nachgewiesen.
"Neutral Current" Fig 6-3

1983 wurden am CERN SPS (Super Proton Synchrotron) das auf Anregung von C. Rubbia als $Sp\bar{p}S$ betrieben wurde in $p\bar{p}$ Stößen bei einer Schwerpunktsenergie von $E_{CMS} = 540$ GeV W und Z Bosonen nachgewiesen. und erstmalig ihre Masse bestimmt:

$\boxed{\text{Fig. } 6\text{-}4,5}$ $\qquad M_W \approx 80\ \mathrm{GeV}/c^2 \qquad M_Z \approx 91\ \mathrm{GeV}/c^2$

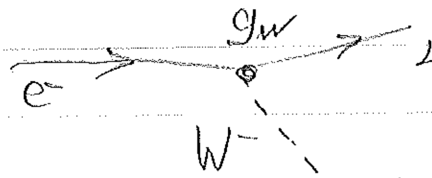
Die Vorhersage und der Nachweis dieser schweren Bosonen ist sicher einer der größten Erfolge des Standardmodells.

6.3 Kopplungen der W und Z Bosonen an Quarks & Leptonen

* Im β-Zerfall entstehen nur LH Teilchen / RH-Antiteilchen:
  ⇒ W-Bosonen koppeln nur an LH (RH) Teilchen (Anti-T.) (max. Paritätsverletzung)
* Z-Bosonen koppeln an LH und RH Teilchen, aber mit leicht unterschiedlicher Stärke: Paritäts-Verletzung!
* W-Bosonen transferieren Ladungen und schw. Isospin: Sie wirken als $\sigma^\pm$ Operatoren im schwachen Isospin Raum.

Für Leptonen:

schwache Isospin Doublett $\begin{pmatrix}\nu \\ e^-\end{pmatrix} \uparrow W^+ \downarrow W^-$



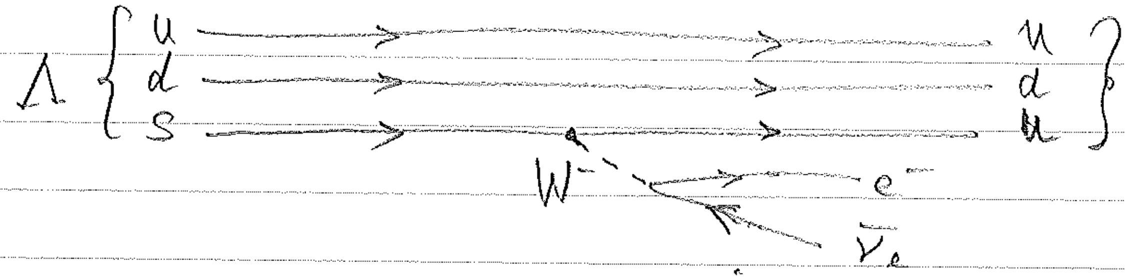
Die Kopplungsstärke g_W ist universell!

Analog für Quarks:

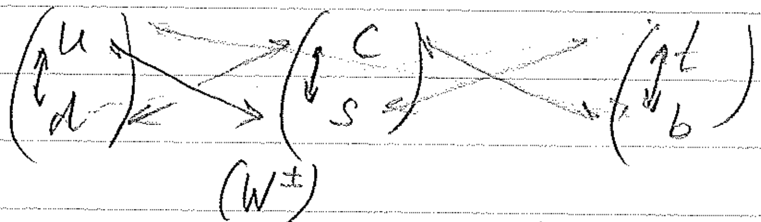
$\begin{pmatrix}u \\ d\end{pmatrix} \uparrow W^+ \downarrow W^-$ im Prinzip genauso, aber...

Bsp.: Strangeness verletzung im schw. Zerfall

$$\Lambda^0 (uds) \longrightarrow p + e\bar{\nu}_e$$



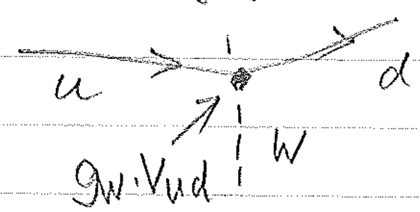
d.h. hier gibt es auch Übergänge:



Die schwache WW mischt Quarks verschiedener Quark Doubletts miteinander. Die Mischung wird durch die sogenannte Cabibbo-Kobayashi-Maskawa Matrix gegeben:

$$V_{CKM} = \begin{array}{c c} & \begin{array}{ccc} d & s & b \end{array} \\ \begin{array}{c} u \\ c \\ t \end{array} & \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \end{array}$$

Diese Matrix beschreibt die Kopplungsstärke für den jeweiligen Quarkübergang.



$$|A_{fi}|^2 \sim g_w^2 \, |V_{qq'}|^2$$

Es gilt: $|V_{id}|^2 + |V_{is}|^2 + |V_{ib}|^2 = 1$

$$|V_{uj}|^2 + |V_{cj}|^2 + |V_{tj}|^2 = 1$$

CKM Matrix ist komplex $\rightarrow$ Ursache für CP Verletzung.