

4.3 Struktur der Nucleonen (= Protonen und Neutronen)

→ elastische Elektronen-Nucleonen Streuung.

a) Nucleon-Spin und magnetisches Moment

p und n haben Spin $\frac{1}{2}$ und „anomale“ magnetische Momente, die ein Indiz für eine „innere“ Struktur der Nucleonen sind.

$$\text{Magnet. Moment: } \vec{\mu}_N = g_N \cdot \mu_N \cdot \vec{S}$$

$N = \text{Nucleon}$

wobei μ_N (häufig auch μ_K) als Nucleon- (od. Kern) magneton bezeichnet wird:

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_N c} \approx 3,15 \cdot 10^{-14} \frac{\text{MeV}}{\text{T}}$$

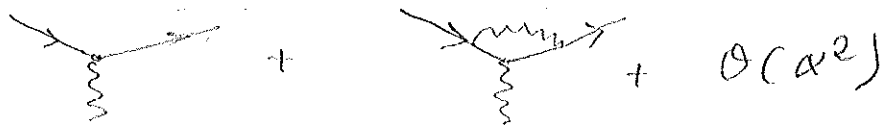
(im Vergleich zum Bohr-Magneton $\mu_B = 5,79 \cdot 10^{-11} \frac{\text{MeV}}{\text{T}}$ für Elektronen)

$$\langle \vec{\mu}_p \rangle = g_p \cdot \mu_N \langle \vec{S}_p \rangle = \pm \frac{g_p}{2} \mu_N = \pm 2,79 \mu_N \text{ bzw. } g_p = 5,58$$

$$\langle \vec{\mu}_n \rangle = g_n \cdot \mu_N \langle \vec{S}_n \rangle = \pm \frac{g_n}{2} \mu_N = \mp 1,91 \mu_N \text{ bzw. } g_n = -3,82$$

Bem.:

Für punktförmige Teilchen (z.B. e^-) erwartet man
 $g = 2 + \text{QED-Korrekturen} = 2 + \frac{\alpha}{\pi} + \mathcal{O}(\alpha^2)$



→ anomales magnet. Moment des Elektrons.

b) Elektronen-Streuung an „punktformigen“ Spin- $\frac{1}{2}$ Protonen:

→ $g_p = 2$ (theoretisch)

→ Neben der elektrischen WW sowie des Effektes der Umkehrdrückung der Rückwärtsstreuung aufgrund des Elektronenspins (→ Mott-Streuung) existiert jetzt auch eine Spin-Spin WW aufgrund der magnet. Momente

Für hochrelativistische Elektronen wird die WQ (Dirac WQ) gegeben:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Dirac ep}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Ruth.}} \left(\underbrace{\cos^2 \frac{\theta}{2}}_{\text{Helizitätserhalt.} \rightarrow \text{Mott-WQ}} + \underbrace{\frac{Q^2}{2M_p^2 c^2} \sin^2 \frac{\theta}{2}}_{\text{Spin-Spin WW} \rightarrow \text{bewirkt Spin Flip} \rightarrow \text{erhöht Rückwärtsstreuung}} \right)$$

Bem. 1: für elast. Streuung ist $q^2 = (\underline{p}_e - \underline{p}'_e)^2 < 0$
 deshalb führt man $Q^2 = -q^2$ ein. Viererimpulse

Bem. 2: Spin-Spin WW:

$$(1) \sim \frac{1}{M^2} \quad \text{wg } \sigma \sim |A_{fi}|^2 \sim N^2 \sim \frac{1}{M^2}$$

(2) $\sim Q^2$ Spin-Spin WW fällt stark mit Abstand ab: hoher Q^2 ! \rightarrow kleiner Impact-Parameter \rightarrow großer Effekt

Mit dem Mott-WQ ergibt sich:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{ep, Dirac}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} \left(1 + 2\tau \tan^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

mit $\tau = \frac{Q^2}{4M_p^2 c^2}$

Dirac WQ im Vergleich zu Mott-WQ für große Q^2 (große θ) größer!

Bem.: Bei der Elektronen-Protonen Streuung spielt der Rückstoß wichtige Rolle und kann nicht mehr vernachlässigt werden: e^- Energiemittelstoß $E' \neq E$;

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Rückstoß}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} \cdot \left(\frac{E'}{E}\right) \left(1 + 2\tau \tan^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

c) Elektronen-Strahlung an „ausgeheulten“ Spin $\frac{1}{2}$ Protonen
real

→ Einführung zweier Formfaktoren $G_E(Q^2)$ und $G_M(Q^2)$ die die elektrischen und magnetischen Verteilungen berücksichtigen.

Rosenbluth Formel für WQ:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} \left[\underbrace{\frac{G_E^2(Q^2) + \tau G_M^2(Q^2)}{1 + \tau}}_{A(Q^2)} + \underbrace{2\tau G_M^2(Q^2)}_{B(Q^2)} \tan^2 \frac{\theta}{2} \right]$$

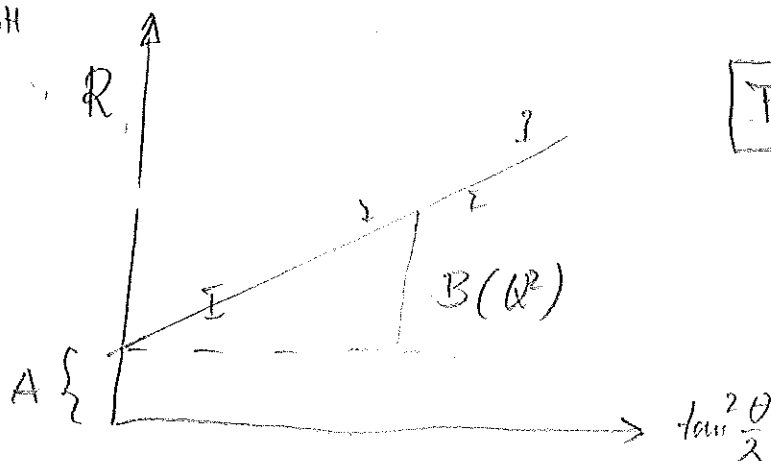
Es ist instruktiv das Verhalten für $Q^2 \rightarrow 0$ (großer Impact parameter und „schlechte“ Auflösung des ausgetauschten Photons) zu betrachten:

	ep-Strahlung:		en-Strahlung:
$Q^2 \rightarrow 0$:	$G_E^p(Q^2=0) = 1$	} = plzf. Proton mit anomalen μ_p	$G_E^n(Q^2=0) = 0$
	$G_M^p(Q^2=0) = +2,79$		$G_M^n(Q^2=0) = -1,91$

zusätzlich ist in WQ-Formel $\tau \rightarrow 0$. Diskussion von Fig 4.7

Um $G_E(Q^2)$ und $G_M(Q^2)$ separat bestimmen zu können muß man den WQ für feste Werte von Q^2 bei verschiedenen Streuwinkeln d.h. verschiedenen Elektronenenergie messen.

$$R = \frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{ep}}}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}}} = A(Q^2) + B(Q^2) \cdot \tan^2 \frac{\theta}{2} \quad \text{mit } \left. \begin{array}{l} A(Q^2) = \\ B(Q^2) = \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{siehe} \\ \text{oben} \end{array}$$



Messungen wurden erstmalig von Hofstadter und McKeown (Stanford) 1956 mit 180 MeV Elektronenstrahl durchgeführt.

- 5

Resultate (s. Fig - 4.9)

(i) Formfaktoren gehorchen der Skalierungsgesetz

$$G_E^p(Q^2) = \frac{G_M^p(Q^2)}{\mu_p} = \frac{G_M^n(Q^2)}{\mu_n}$$

d.h. elektrische + magn. „Ausdehnung“ für Protonen + Neutronen^{*} gleich

(ii) Formfaktoren lassen sich durch die Dipolformel beschreiben

$$G(Q^2) = \left(1 + \frac{Q^2}{0.71^2 (\text{GeV}/c)^2} \right)^{-2}$$

„Dipol-Formel“ entspricht der Fermi-Typ ein exp. Verteilung:

$$\rho(r) = \rho_0 e^{-ar} \quad \text{mit } a = 4.27 \text{ fm}^{-1}$$

(iii) Mittlere quadratische Radius des Protons/Neutrons:

$$\langle r^2 \rangle_{\text{Dipol}} = -6 \hbar^2 \frac{dG^{\text{Dipol}}(Q^2)}{dQ^2} \Big|_{Q^2=0} = \frac{12}{a^2} = 0.66 \text{ fm}^2$$

$$\sqrt{\langle r^2 \rangle_{\text{Dipol}}} = 0.81 \text{ fm}$$

* G_E^n = elektrische FF für Neutron ist sehr klein: Neutron elektr. neutral.