

6. Supraleitung

6-1

Als Supraleitung bezeichnet man die Eigenschaft, daß einige Metalle und gewisse Metalloxide unterhalb einer Sprungtemp. T_c keinen elektrischen Widerstand mehr aufweisen. Das Phänomen wurde 1911 von H. Kamerlingh Onnes für Hg entdeckt, es ermöglichte He zu verflüssigen und entsprechend tiefe Temp. (für Hg 4.2 K) zu erzeugen (s. Fig. 6.1).

Trotz erheblicher experimenteller und theoretischer Anstrengungen hat es bis 1957 gedauert, bis J. Bardeen, L. N. Cooper und J. R. Schrieffer eine theoretische Erklärung der Supraleitung lieferten (BCS-Theorie, basierend auf sogenannten Cooper-Paaren): Die Ladungsträger „kondensieren“ in einen einzigen Zustand und können durch einen kohärenten makroskopischen Wellenzustand beschrieben werden. Das ist möglich, weil die aus 2 Elektronen bestehenden Cooper-Paare einen ganzzahligen Spin ($S=0$) besitzen und sich wie Bosonen verhalten.

6.1 Phänomenologische Beschreibung

a) Verschwinden des Widerstandes und kritische Temp.

Für „normale“ Metalle würde man erwarten, daß Widerstand mit T abnimmt und dann einen konstanten Wert annimmt, der sich aus der Störstellen- und der endl. Ausdehnung des Leiters ergibt.

Für Supraleiter fällt der Widerstand unterhalb der Sprungtemp. T_c tatsächlich auf Null:

Experimentell wird in einem supraleitenden Ring mittels eines B-Feldes ein Strom induziert dessen Abnahme man über eine sehr lange Zeit (Jahre) untersucht:
 $\rightarrow R < 10^{-25} \Omega \cdot m$ (Limit).

Supraleitung ist ein häufiges Phänomen bei Metallen (s. auch Fig. 6.2). Man findet allerdings kein Ausschuss-Eigenschaften:

- (i) Für die besten metall. Leiter (Ag, Cu, Au, Pt) wird keine Supraleitung gefunden.
- (ii) Ferro-magnetische Metalle (Fe, Co, Ni) zeigen ebenfalls keine Supraleitung.

Für alle „reinen“ supraleitenden Elemente ist T_c sehr niedrig (für Nb: $T_c = 9.2 K$, (max)), für metall. Legierungen findet man höhere T_c -Werte (bis 40K) und für Oxide bestimmte Übergangsmetalle (Kuprate) werden Sprungtemper. $T_c \approx 100 K$ erreicht (HTC = High Temp superconductor).
 (s. a. Fig. 6.3)

Neben der Temp. beeinflussen zwei weitere Größen die Supraleitung erheblich:

- magnetische Feld in der Probe
- Stromdichte in der Probe.

Für eine Temp. $T < T_c$ ergibt sich die kritische Magnetfeldstärke, bei der die Supraleitung zusammen bricht:

$$B_c(T) = B_c(0) \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right] \quad \text{s. Fig. 6.4}$$

Die kritische Magnetfeldstärke $B_c(0)$ liegt für elementare (Typ I) Supraleiter bei weniger 100 G ($10 \dots 100_{\text{max}}$ mT):

100 ... 500 Gauss für $\frac{\text{Ti}}{\text{Ni}}$, In, Sn, Hg, Pb
max.

Genau wie für Magnetfelder ändert die Supraleitung auch oberhalb einer kritischen Stromdichte I_c zusammen, wobei $I_c = I_c(B, T)$. s. a. Fig. 6.4.

Für die supraleitenden „elementaren“ Metalle sind die Werte des kritischen B-Feldes aus der kritischen Stromdichte so niedrig, daß sich für technische Anwendungen nicht geeignet sind. Für die sogenannten Typ-II Supraleiter liegt die kritische B-Feldstärke und die kritische Stromdichte sehr hoch: Es werden Werte für $B_c > 10T$ und kritische Stromdichten bis zu $10^{11} A m^{-2}$ für $T = 4.2K$ erreicht, was die Benutzung zur Erzeugung höchster B-Felder erlaubt.

b.) Meissner-Effekt: (1933, W. Meissner
R. Ochsenfeld)

Ein Supraleiter hat ideale diamagnetische Eigenschaften, d.h. die magnetische Suszeptibilität $\chi = -1$, so daß die Magnetisierung, $\vec{M} = -\frac{\vec{B}}{\mu_0}$, (s. Fig. 6.5) im Inneren des Supraleiters das äußere Magnetfeld vollständig kompensiert \rightarrow Supraleiter werden aus Magnetfeldern herausgeschoben (\rightarrow Exp. Experimente mit mit HTc in stark inhomogenen Feldern: Fig. 6.6)

Der Meissner-Effekt ist eine zusätzliche Eigenschaft von Supraleitern, die nicht mit der idealen Leitfähigkeit erklärt werden kann.

Abb. Fig. 6.7 zeigt den Vergleich zwischen Supraleiter und idealen Leiter für $T \geq T_c$ und $B \neq 0$.

c.) Isotopen-Effekt

Die kritische Temp (vergl. Abb 6.8 für Sn) ist eine Funktion der Ionenmasse M und kann deshalb über die Isotopenzusammensetzung der Probe variiert werden. Man findet

$$T_c \sim M^{-1/2}$$

Wenn die Supramassen durch die Massen der Gitterionen (Isotope) beeinflusst wird, können wir die Näherung, die wir bisher bei der Behandlung der Elektronen gemacht haben, nämlich, daß man die Ionenbewegung vernachlässigen kann bei der Supraleitung nicht mehr machen (Born-Oppenheimer Näherung).

In der Tat zeigt ja die Schwingungsfrequenz der Ionen $\omega \sim \frac{1}{\sqrt{M}}$ die gleiche Abhängigkeit von der Masse, was ein starker Hinweis darauf ist, daß die Supraleitung mit der Bewegung der Ionen verknüpft ist.

6.2 Mikroskopische Theorie der Supraleitung

(BCS Theorie, J. Bardeen, L.N. Cooper, J.R. Schrieffer, 1957)

Um die Supraleitung zu verstehen müssen 2 Annahmen aufgegeben werden, die bisher sehr hilfreich waren:

- (i) Näherung, daß e^- und Ionen getrennt behandelt werden können
- (ii) Die Fern-Elektron Beschreibung in einem effektiven Potential.

Wie bereits erwähnt repräsentiert der supraleitende Zustand ein makroskopisches Quantenphänomen. Wie im Falle der Bose-Einstein Kondensation handelt es sich hierbei um ein Vielteilchenproblem, bei dem sich alle Teilchen im gleichen Grundzustand befinden. Letzteres ist aber nur mit bosonischen Teilchen möglich und nicht mit Spin $\frac{1}{2}$ Elektronen.

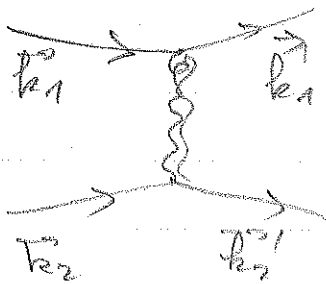
L.N. Cooper hat als erster realisiert, daß die Bildung eines Elektronenpaares aufgrund einer sehr schwachen attraktiven Kraft möglich ist. Dieses Elektronenpaar hat ganzzahligen Spin und verhält sich bosonisch.

Ein Mechanismus für eine schwache attraktive Kraft ist die Wechselwirkung der Elektronen mit dem Gitterionen: Ein Elektron, das durch den Kristall fliegt, "deformiert" das Gitter leicht, wobei die Zeitkonstante durch die Schwingungsfrequenz der Ionen gegeben wird. Das "deformierte" Gitter wirkt über die Ladung auf ein nachfolgendes Elektron und "bindet" dieses quasi an das vorausgehende Elektron. Fig. 6.9

Mit typ. Elektronengeschw. $v_F \approx 10^6$ m/s und typ. Gitterschw. Frequenz $\frac{2\pi}{\omega_0} \approx 10^{-13}$ s handelt es sich um Bindungsabstände ≈ 100 nm.

Das schwache attraktive Potential bewirkt also die Bindung der beiden Elektronen zu einem Cooper-Paar, wobei nur Elektronen mit entgegengesetzten Wellenvektoren und Spin gebunden werden: $(\vec{k}\uparrow; -\vec{k}\downarrow)^*$

Die WW zwischen den beiden Elektronen kann man als Austausch von Phononen beschreiben.



Die Phononenenergie kann max. den Wert $\hbar\omega_D$ annehmen.
 → NW. Elektronen nahe des Fermi-Niveaus ($E_F \pm \Delta$, $\Delta \approx \hbar\omega_D$) können Phononen absorbieren/emittieren.

Die Bildung von Cooper-Paaren führt für diese zu einem neuen Vielteilchenzustand: BCS-Grundzustand.

Für das Elektronenspektrum hat dies zur Folge, daß es um E_F einen verbotenen Bereich 2Δ gibt, in dem keine Elektronenzustände mehr erlaubt sind: Elektronen im Bereich 2Δ sind alle in einem Cooper-Paar gebunden und haben ein Mittel ein Energiequant von Δ /Elektron (Bindungsenergie). Die ungebundenen Elektronen haben also eine drastische veränderte Energieverteilung (Fig. 6.10). Der niedrigste mögliche angeregte Energiezustand liegt oberhalb von $E_F + \Delta$.

Das Gap im Einzel-Elektronenspektrum ist eine charakteristische Eigenschaft der BCS-Theorie, es kann mit verschiedenen Methoden gemessen werden. Gap ist Fkt. von T und am größten für $T=0K$,

*) Diese Aussage versteht man nur wenn man die 2-Teilchenwellenfunkt. aufschreibt: $\vec{k}_2 = -\vec{k}_1$ ist stark bevorzugt. Für den Spin sind prinzipiell auch $S=1$ Zustände möglich.

Mittels der Cooper-Paare und des Tabh. Gaps können die Phänomene der Supraleitung (kein Widerstand, kritische Stromdichte, kritische Feldstärke, Meissner Effekt) beschrieben werden.

Beispiel: Verschwindender Widerstand

Beim Anlegen eines elektr. Feldes wird das gesamte "Kondensat" der Cooper-Paare beschleunigt. Ein WW mit Fehlstellen, Phänomen oder der Probenoberfl. wäre dies für einzelne Elektronen der Fall ist, kann nicht stattfinden: Für die kondensierten Cooper-Paare müsste die Wechselwirkung mit allen Cooperpaaren gleichzeitig stattfinden, was nur möglich ist, wenn gleichzeitig eine gleiche Kraft (z.B. E-Feld) auf alle Cooper-Paare wirkt.

Ein Möglichkeit sind aber Störprozesse die die Cooper-Paare aufbrechen und in 2 Elektronen zerlegen (falls die zugeführte Energie $\geq \Delta$ ist).
 → wird von Bedeutung bei sehr hoher Stromdichte oder bei sehr hohen Magnetfeldern.

Bem.: Elektronen - Gitter WW sollte groß sein, damit sich Cooper-Paare bilden kann.
 Solche Metalle sind aber i. d. R. schlechte Leiter!

6.3 Magnetische Flussquantisierung

Die Ausbildung eines makroskop. Wellenfunktion der Vielteilchensystems aus Cooper-Paaren im Grundzustand kann in einer Reihe von Experimenten tatsächlich beobachtet werden.

Eine direkte Konsequenz dieses Wellenfunkt. ist die Quantisierung des magnetischen Flusses durch einen supraleitenden Ring. Nimmt man ein kohärentes Wellenfunkt für den Ring an, so muß folgendes Wellenfunkt dieser Zustände die „Bohrsche Quantisierungsbed.“ gelten: Der Umfang des Ringes muß ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge $\lambda = h/p$ sein.

Für ein Preis Teilchen gilt: $\oint \vec{p} \cdot d\vec{r} = nh$
 + Vektorpotential \vec{A} : $\oint (\vec{p} - q\vec{A}) \cdot d\vec{r} = nh$

Benutzt man $\vec{p} = m\vec{v}$ und $\vec{j} = nq\vec{v}$ folgt

$$\frac{m}{n \cdot q} \oint \vec{j} \cdot d\vec{r} - q \oint \vec{A} \cdot d\vec{r} = nh$$

Mit $\oint \vec{A} \cdot d\vec{r} = \int_F \text{rot} \vec{A} \cdot d\vec{F} = \int_F \vec{B} \cdot d\vec{F} = \Phi_B$ folgt

$$\frac{m}{nq^2} \oint \vec{j} \cdot d\vec{r} - \Phi_B = n \frac{h}{q}$$

Man findet daß $\Phi_B = n \frac{h}{q}$ und mit $q = 2e$
 = Ladung des Cooper-Paars:

$$\Phi_B = n \frac{h}{2e}$$