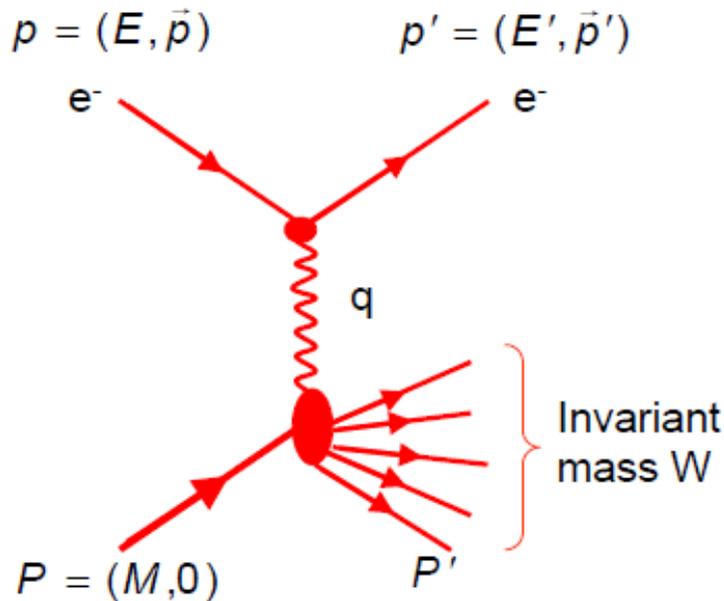


- ▶ Elastische Streuung an schweren Kernen  
( $E \sim E'$ ,  $M_N \gg m_e$ )
- ▶ Inelastische Streuung
  - ▶ Quasi-Elastische Streuung, ein Nukleon wird aus dem Kern rausgelöst (nimmt Rückstoss auf) ( $m_n$  nicht  $\gg m_e$ )
  - ▶ Tiefinelastische Streuung: der Kern wird angeregt oder fragmentiert ( $M \neq M' = W$ ;  $W$  Invariante Masse der Endprodukte)

# Kinematik der Streuung



Reaktion beschrieben durch Variablen:

$$\nu, q^2, W$$

Man findet:

$$W^2 = M^2 + 2Pq + q^2$$

$$2Pq = 2M\nu$$

---


$$q^2 = W^2 - M^2 - 2M\nu = -Q^2$$

a) **Elastische Streuung:  $W=M$**

$$\frac{Q^2}{2M\nu} = 1$$

Kinematik durch eine Variable bestimmt

b) **Inelastische Streuung:  $W > M$**

$$2M\nu - Q^2 > 0$$

Kinematik erfordert 2 Variablen zur eindeutigen Festlegung des Prozesses:

$$(\theta, E'), (Q^2, \nu), \dots$$

# Elastische Streuung

## ▶ Rutherford

(punktförmiger Kern, schwere Masse (kein Rückstoß, kein Spin):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}_{Ruth} = \frac{Z^2 \alpha^2}{4E^2 \sin^4(\theta/2)}$$

## ▶ Ausgedehnte Ladungsverteilung, schwere Masse, kein Spin:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma}{d\Omega}_{Ruth} * |F(\vec{q})|^2;$$

**Faktoriert!**

kugelsymmetrische Ladungsverteilung:  $\rho(\vec{r}) = \rho(r)$

$$F(\vec{q}) = \int \rho(r) e^{i\vec{q}\vec{r}} r^2 d^3r$$

**Formfaktor: Fouriertransformierte der Ladungsverteilung**

# Formfaktor

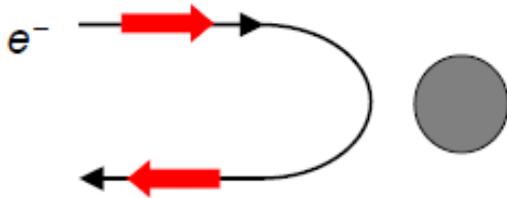
---

- ▶ Formfaktor enthält alle Information über Ladungsverteilung
- ▶  $F(\vec{q}^2) \rightarrow 1$  für  $q^2 \rightarrow 0$
- ▶ Für große  $q^2$  nimmt Formfaktor ab: Die Auflösung des ausgetauschten Photons nimmt zu. Elektron "sieht" deshalb nur noch einen Teil der Ladung
- ▶ Je ausgedehnter die Ladungsverteilung desto stärker fällt der Formfaktor ab
- ▶ Je punktförmiger die Ladungsverteilung desto glatter ist der Formfaktor
- ▶ Bei Streuung an scharf begrenzten Ladungsverteilungen kommt es zur Ausbildung von scharfen Beugungsmaxima
- ▶ Umso ausgedehnter die Ladung umso weniger Rückstreuung!

# Mott Streuung

Bisher wurde Spin des Elektrons nicht berücksichtigt.

Streuung hochrelativistischer ( $\beta \approx 1$ ) Elektronen an Spin 0 Zentrum:



Helizitätserhaltung und Drehimpulserhaltung unterdrückt Rückwärtsstreuung

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \sim \cos^2 \frac{\theta}{2}$$

Für den Fall beliebiger  $\beta$  findet man für Streuung von Spin  $\frac{1}{2}$  Elektronen an spinloser punktförmiger Ladung:

Mott WQ:

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Mott} = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Rutherford} \cdot \left( 1 - \beta^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

Für  $e^-$  Streuung (Spin  $\frac{1}{2}$ ) an ausgedehnter Ladungsverteilung (Spin 0):

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Mott} \cdot |F(\vec{q}^2)|^2$$

# Elektron-Proton Streuung

- ▶  $m_{Proton} \ll m_N$ , Rückstoß kann nicht vernachlässigt werden
- ▶ Proton trägt Spin 1/2; Wechselwirkung mit Feld der bewegten Elektronladung

- ▶ Dirac-WQ:

keine Ladungsausdehnung des Protons, Spin des Protons berücksichtigt

(punktförmiges Dirac-Teilchen, kein anomales mag. Moment)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}_{Dirac} = \frac{d\sigma}{d\Omega}_{Mott} \left( 1 + \frac{Q^2}{2M^2} \tan^2(\theta/2) \right)$$

- ▶ Rosenbluth-Formel:

endliche Ausdehnung/Verschmierung der Ladungsverteilung und der Magnetisierung berücksichtigt

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{eN} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} \left( \frac{G_E^2(Q^2) + \tau \cdot G_M^2(Q^2)}{1 + \tau} + 2\tau \cdot G_M^2(Q^2) \cdot \tan^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

Mit Formfaktoren  $G_E$  und  $G_M$  und  $\tau = \frac{Q^2}{4M^2}$

Aus den elektrischen und magnetischen Formfaktoren  $G_E$  und  $G_M$  kann man auf die räumliche Ladungsverteilung zurückschliessen.

Im Grenzfall  $Q^2 \rightarrow 0$  findet man:

$$\text{ep-Streuung} \quad G_E(0) = Q/e = 1 \quad G_M(0) = \frac{g_p}{2} = 2.79$$

$$\text{en-Streuung} \quad G_E(0) = 0 \quad G_M(0) = \frac{g_n}{2} = -1.91$$

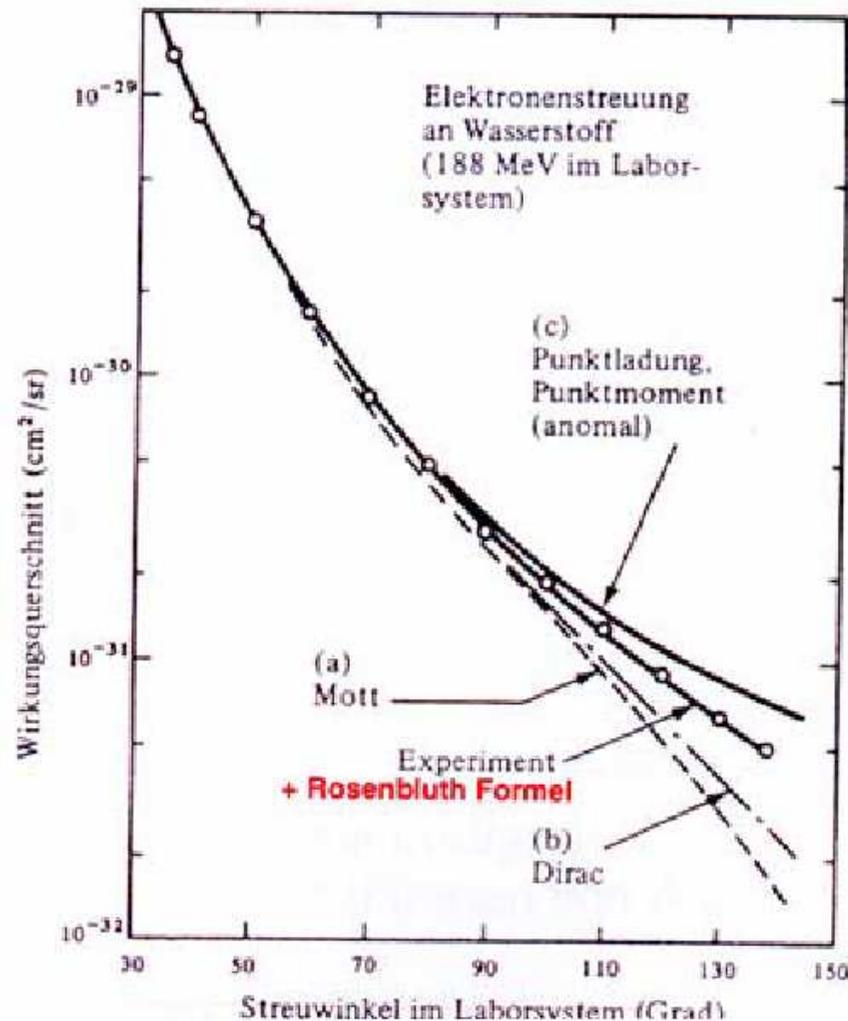
Was auch den Namen „elektrischer“ und „magnetischer“ Formfaktor erklärt.

## a) Experiment

SLAC 1956:

R. Hofstadter, R.W. Allister

- a) Mott: Spin  $\frac{1}{2}$  Elektron an Spin 0 (Punktförmig)
- b) Dirac: Spin  $\frac{1}{2}$  Elektronen an Spin  $\frac{1}{2}$  Proton (punktf)
- c) Wie Dirac aber anomales magn. Moment (+2.79)
- d) Rosenbluth: Punktf Spin  $\frac{1}{2}$  Elektronen an ausgedehntem Spin  $\frac{1}{2}$  Proton



## b) Parametrisierung

### Rosenbluth Plot:

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right/ \left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{Mott} = A(q^2) + B(q^2) \tan^2 \frac{\theta}{2}$$

$$A(Q^2) = \frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau} \quad \text{mit } \tau = \frac{Q^2}{4M^2}$$

$$B(Q^2) = 2\tau G_M^2$$



Erlaubt die Bestimmung der elektrischen and magnetischen Formfaktoren

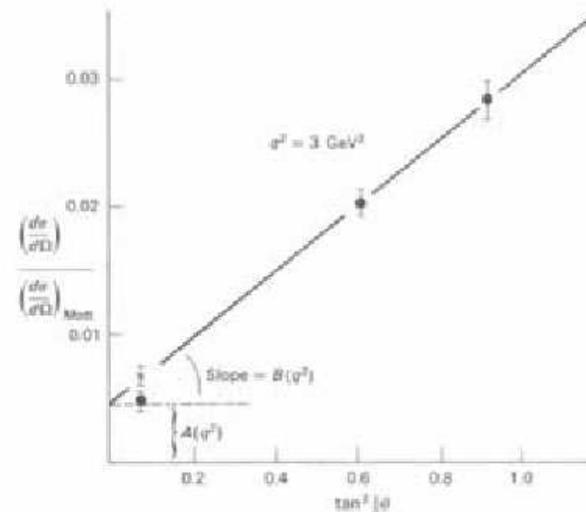


Figure 6.4 The electron-proton scattering cross-section plotted for fixed  $q^2$  and different scattering angles  $\theta$  (Rosenbluth plot). (After Weber (1967).)

---

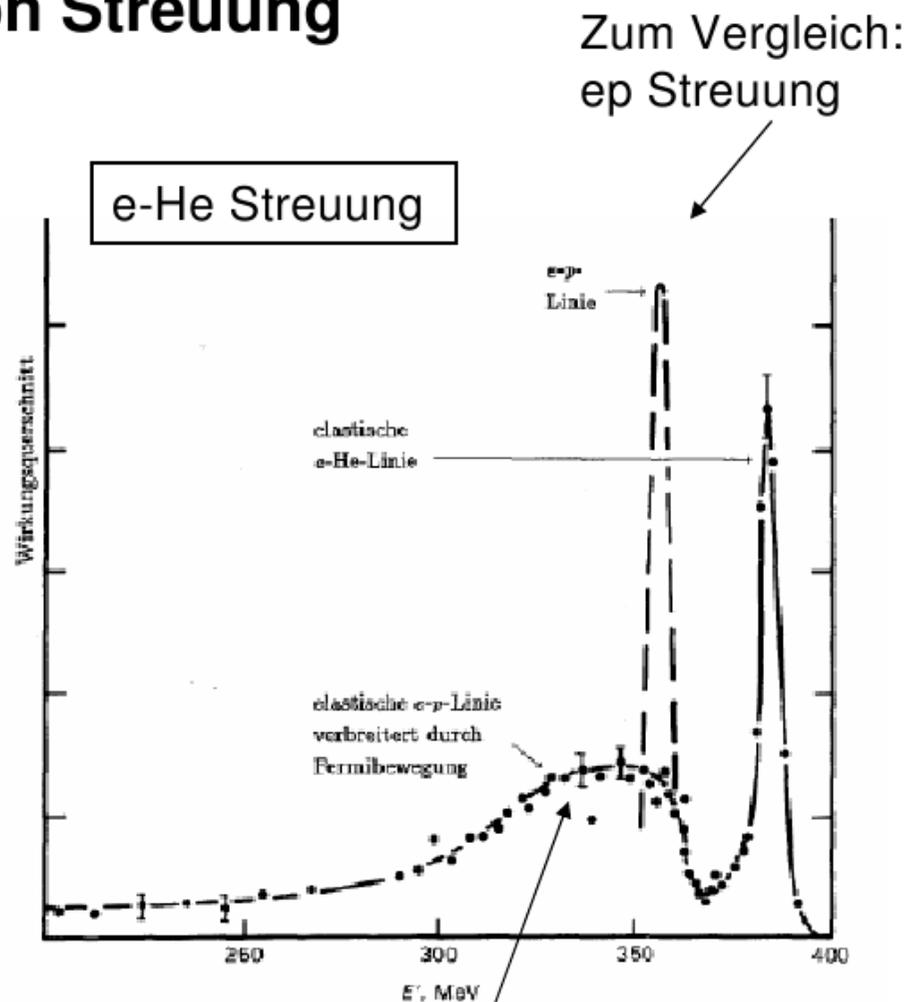
# Inelastische Streuung

# 3. Tiefinelastische e-Nukleon Streuung

## 3.1 Motivation

a) Elastische e-Kern Streuung

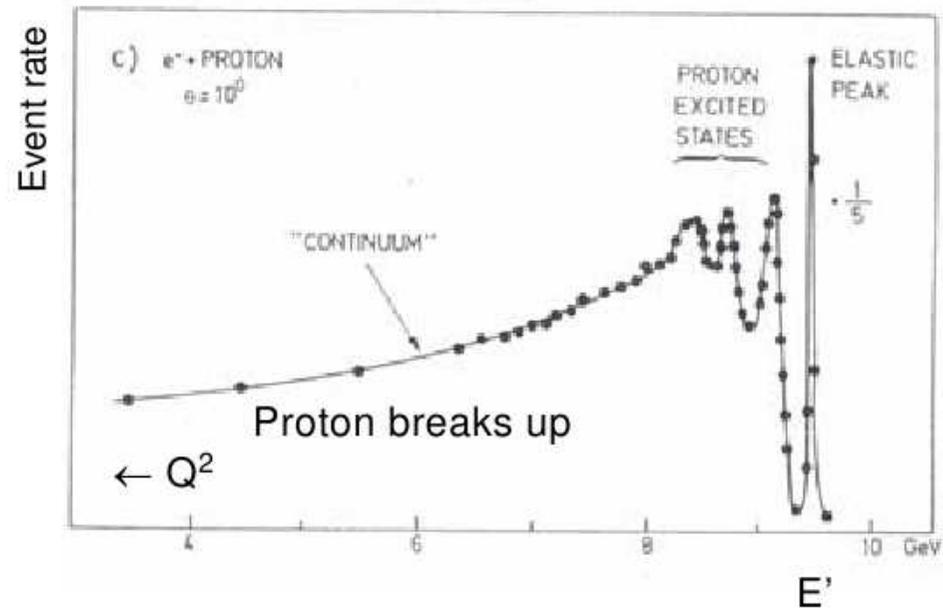
Man sieht bei steigendem  $Q^2$  elastische Streuung an einzelnen Nucleonen



Verbreiterung durch Fermi-Bewegung der Protonen im He Kern

## b) e-Proton Streuung

1. Ohne Energieübertrag: Elastische Streuung am Proton
2. Bei steigendem  $\nu = E - E'$  :  
Anregung innerer Freiheitsgrade  
Resonanzen  $\Delta(1232) \rightarrow \pi p$
3. Für  $\nu = E - E' >$  Bindungsenergie  
Proton bricht auf.



Man beobachtet ein erhebliches Kontinuum auch für große  $Q^2$ : Aus elastischen Formfaktoren würde man starke **Unterdrückung mit  $Q^2$  erwarten**.



Hinweis auf Substruktur ?



Kann man Kontinuum als Streuung an Konstituenten interpretieren ?

# Formfaktoren inelastische e-p Streuung

Elastische Streuung zweier punktförmiger Spin  $\frac{1}{2}$  Teilchen

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Dirac} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} \cdot \left(1 + 2\tau \tan^2 \frac{\theta}{2}\right) \quad \tau = \frac{Q^2}{4M^2}$$

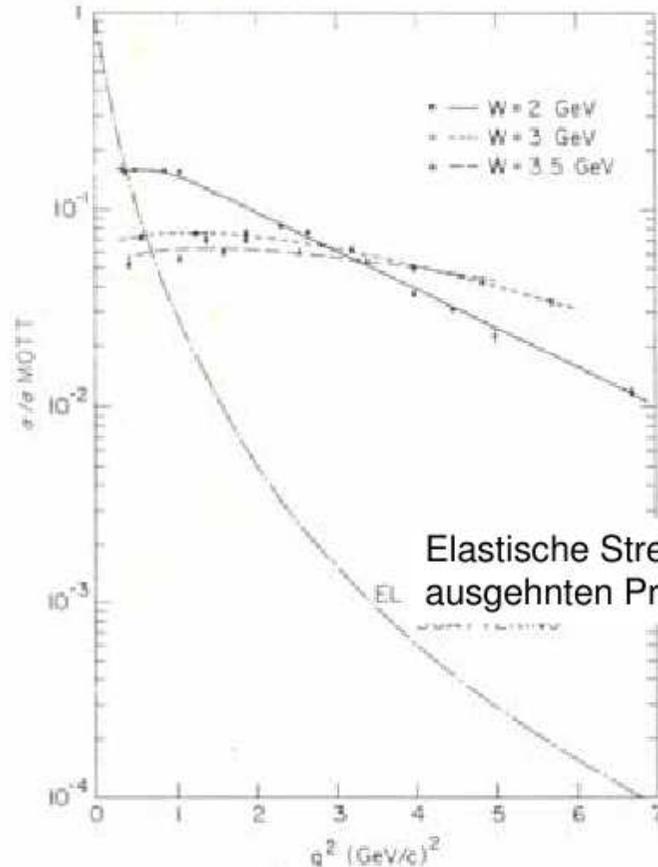
Erweiterung auf tiefinelastische Streuung an ausgedehntem Proton

$$\left(\frac{d^2\sigma}{dQ^2 d\nu}\right)_{ep} = \left(\frac{d\sigma}{dQ^2}\right)_{Mott} \cdot (W_2(\nu, Q^2) + 2W_1(\nu, Q^2) \tan^2 \frac{\theta}{2})$$

$W_1(\nu, Q^2)$ ,  $W_2(\nu, Q^2)$  Inelastische Formfaktoren bzw. Strukturfunktionen

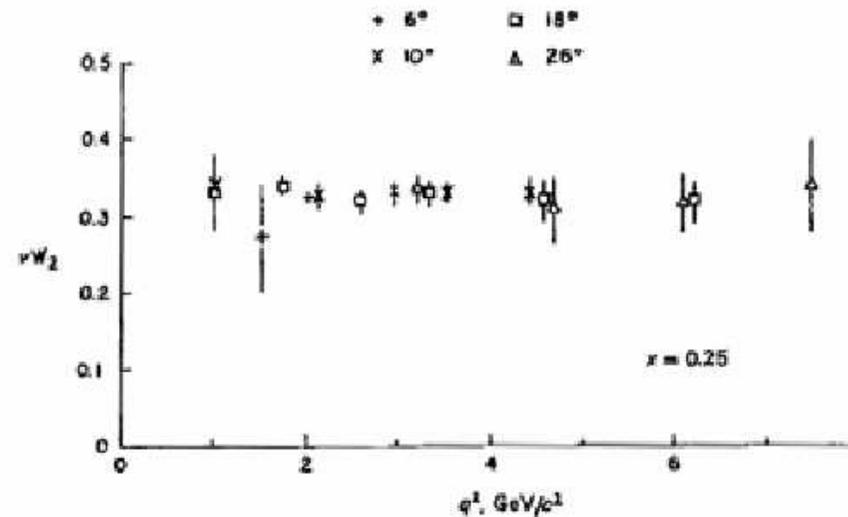
Man erwartet dass  $W_1$  und  $W_2$  explizit abhängig von 2 Variablen sind.

# Gemessene Ergebnisse



Elastische Streuung an ausgehnten Protonen

FIG. 1.  $(d^2\sigma/d\Omega dE')/\sigma_{Mott}$ , in  $\text{GeV}^{-1}$ , vs  $q^2$  for  $W = 2, 3,$  and  $3.5$  GeV. The lines drawn through the data are meant to guide the eye. Also shown is the cross section for elastic  $e$ - $p$  scattering divided by  $\sigma_{Mott}$ ,  $(d\sigma/d\Omega)/\sigma_{Mott}$ , calculated for  $\theta = 10^\circ$ , using the dipole form factor. The relatively slow variation with  $q^2$  of the inelastic cross section compared with the elastic cross section is clearly shown.



Structure function  $\nu W_2$  does not depend explicitly on  $Q^2$  but depends only on the dimensionless variable  $x$ :

Bjorkensche  
Skalenvariable

$$x_{Bj} = \frac{Q^2}{2M\nu}$$

→  **$Q^2$  Scale invariance: "scaling"**

# Interpretation: Scalen Invarianz

Scaling (Skalierungsverhalten) wurde von Bjorken für den Fall vorausgesagt, dass Nukleonen aus quasifreien punktförmigen Partonen (Quarks) bestehen an denen das Elektron elastisch streut.

⇒ **Sensation:**

Statistisches Quarkmodell bei dem man die Hadroneigenschaften (Isospin und Strangeness) mittels drei verschiedener Quarks erklärt war sehr erfolgreich. Es gab bis dahin allerdings keinerlei Hinweis für eine Substruktur der Hadronen.



The Nobel Prize in Physics 1990



Jerome I. Friedman

Henry W. Kendall

Richard E. Taylor

*“for their pioneering investigations concerning deep inelastic scattering of electrons on protons and bound neutrons, which have been of essential importance for the development of the quark model in particle physics”*

# Verletzung des Skalenverhaltens

Annähernde Skalen-  
unabhängigkeit für  
mittlere x.

Für große und kleine x:

Q<sup>2</sup> Abhängigkeit von F<sub>2</sub>(x)

$$F_2(x) = \nu W_2(x = \frac{Q^2}{2M\nu})$$

$$F_1(x) = MW_1(x = \frac{Q^2}{2M\nu})$$

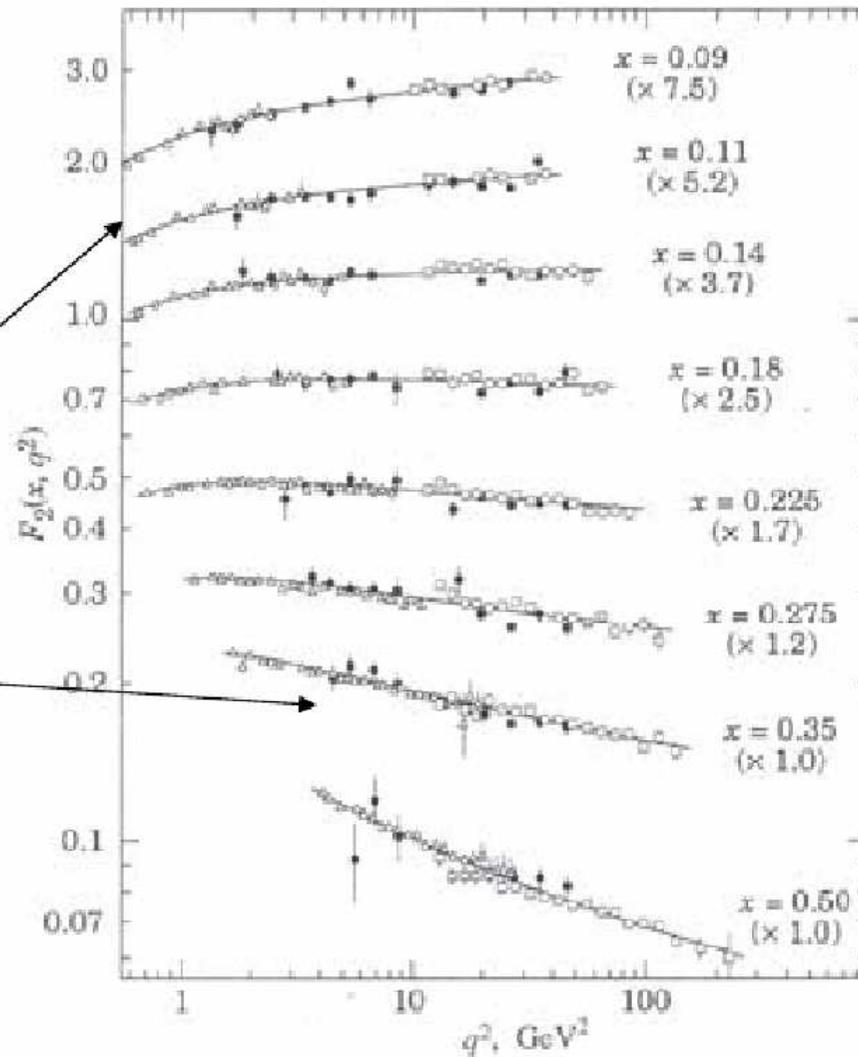


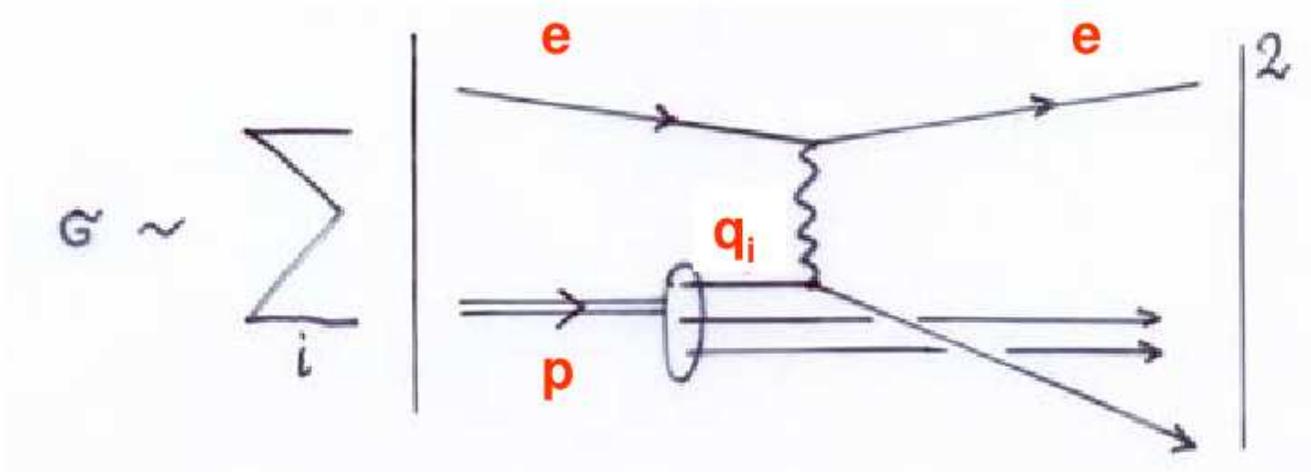
Fig. 6.14. The nucleon structure function  $F_2(x, q^2)$  measured in deep inelastic muon and electron scattering off a deuterium target. The curves show the dependence expected from QCD, with  $\Lambda = 0.2$  GeV. For clarity, the different curves have been multiplied by the factors shown in brackets.  $\bullet$ , NMC;  $\Delta$ , SLAC;  $\square$ , BCDMS. (After Montanet *et al.* 1994.)

# Partonmodell

## a) ep Streuung im Partonmodell

1. Nucleon besteht aus quasi-freien punktförmigen Bausteinen (Partonen, Quarks)
2. Lepton streut elastisch an freien Spin  $\frac{1}{2}$  Partonen
3. Gestreutes Parton wechselwirkt stark mit den anderen Partonen (Zuschauer) um beobachtbare Hadronen zu formen.

$\sigma$  = Inkohärente Summe aller möglichen Parton (Quark) Beiträge



# Interpretation von $x$

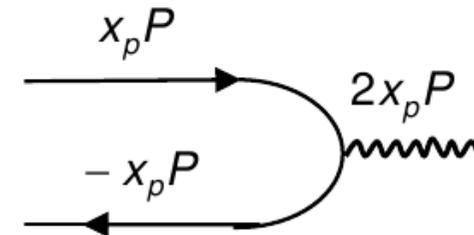
## Elastische Parton-Streuung

4er Impulserhaltung

$$\left. \begin{array}{l} p_p + q = p'_p \\ x_p P + q = p'_p \end{array} \right\} \underbrace{p_p^2 + 2x_p Pq + q^2}_{m_p^2} = \underbrace{p_p'^2}_{m_p^2}$$

→  $2x_p Pq = -q^2$   
 $2x_p M_V = Q^2$

$$1 = \frac{Q^2}{2x_p M_V} = \frac{Q^2}{2m_p v}$$



Nun gilt aber auch: Bjorken Skalenvariable

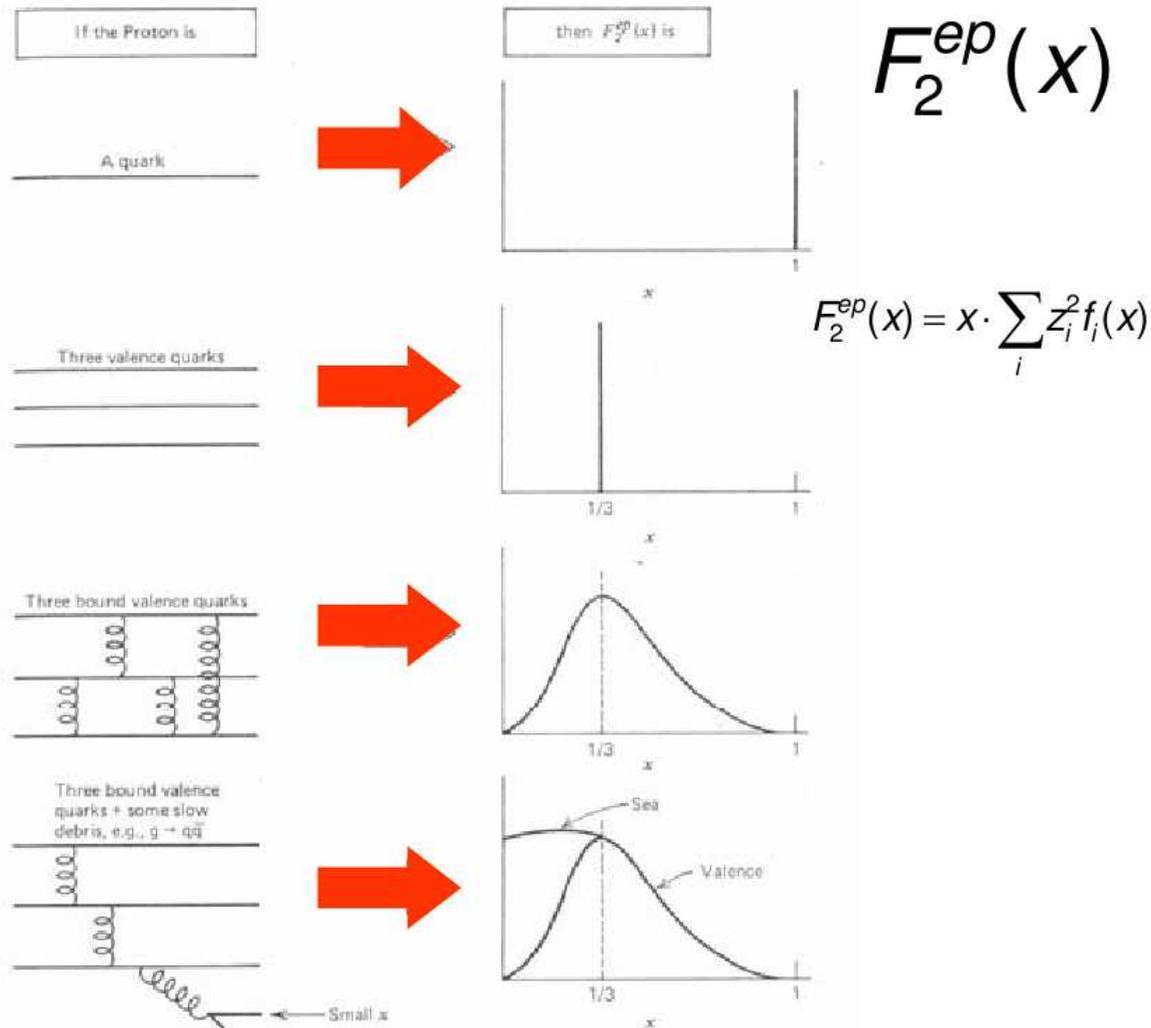
$$x_{Bj} = \frac{Q^2}{2M_V} = x_p \equiv x$$

D.h. ep Streuung mit einem Bjorken  $x = \frac{Q^2}{2M_V}$  kann als elastische Streuung an einem Parton, das den 4er Impulsanteil  $x$  des Protons trägt interpretiert werden.

→ Unter der Annahme dass die  $e^-$  elastisch mit den Partonen streuen, kann man von außen die Impulsverteilung der Partonen messen.

# x-Verteilung der Partonen

Proton  
Modell



Zusätzlich Gluonen, d.h. peak verschiebt sich zu kleineren  $x$  Werten,  
Gluonen tragen ca. 50% des Impulses des Proton