

Durch Lorentzkontraktion nimmt die transversale E-Feld Komponente der bewegten Ladung zu, d.h. das Medium sieht effektiv eine höhere Ladung. Der relativistische Anstieg ist aber ein sehr kleiner Effekt. In 1. Näherung können Teilchen mit $\beta\gamma > 3$ als MIP (minimal ionising particle) betrachtet werden.

Die empirische Bethe-Bloch Formel beschreibt den mittleren Energieverlust im Bereich $\beta\gamma$ in $[0.1, -\infty]$ auf $\pm 5\%$ genau. Allerdings schwankt insbesondere bei dünnen Absorberschichten der tatsächliche Energieverlust um den Mittelwert. Die Verteilung in dünnen Absorberschichten kann näherungsweise mit einer Landauverteilung beschrieben werden.

Beispielaufgabe:

- Schätzen Sie den Energieverlust eines positive geladenen Pions mit der Masse $m_{\pi^+} = 139,57 \text{ MeV}/c^2$ und einem Impuls von $500 \text{ MeV}/c$ in einem Plexiglasplatte der Dichte $\rho = 1.2 \text{ g}/\text{cm}^3$ und der Dicke 2 cm ab.

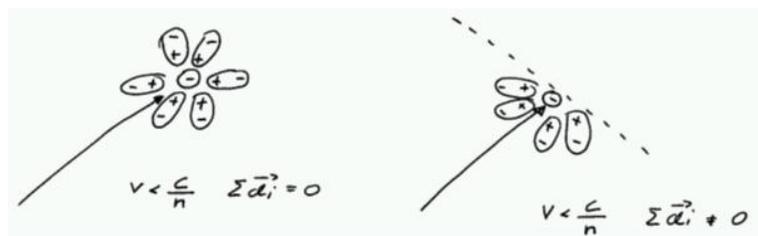
Ein Teilchen gilt als minimal ionisierendes Teilchen (MIP: minimal ionizing particle), wenn $\beta \cdot \gamma = \frac{p}{m \cdot c}$ zwischen 2 und 4 liegt. Das ist für das betrachtete Pion der Fall: $\beta \cdot \gamma = 500 / 139,57 \sim 3,6$. Der mittlere Energieverlust pro Dichte für MIP-Teilchen liegt bei $\frac{-dE}{dx} \cdot \frac{1}{\rho} = 1,4 \frac{\text{MeV cm}^2}{\text{g}}$. d.h der Energieverlust bei gegebener Dichte und Dicke des Materials ist $-E = 1,4 \cdot 1,2 \cdot 2 \text{ MeV} \sim 3,4 \text{ MeV}$. Das Pion verliert ca. eine Energie von $3,4 \text{ MeV}$ beim Durchgang durch die Plexiglasplatte.

- Deponiert ein Proton mit doppeltem Impuls mehr oder weniger Energie?

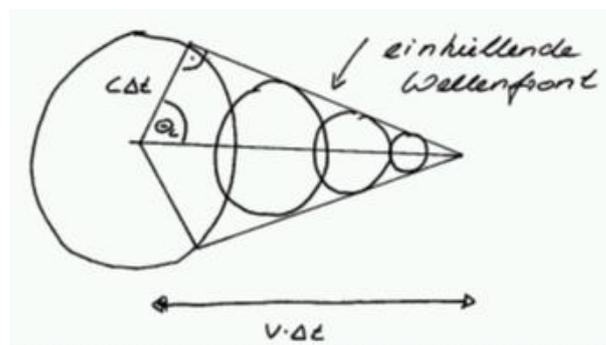
$\beta \cdot \gamma = \frac{p}{m \cdot c} \sim 1000/1000 = 1$. Das Proton ist kein MIP-Teilchen sondern verliert wesentlich mehr Energie als das Pion.

3.2 Cherenkov Strahlung

Geladene Teilchen polarisieren beim Durchgang durch Materie ihre Umgebung. Wenn das Teilchen ruht bzw. sich langsam bewegt, ist die Umgebung vor, hinter, rechts und links des Teilchens vollständig polarisiert. Die Summe aller Dipolmomente hebt sich auf und ergibt null. Für Teilchen mit einer Geschwindigkeit v größer als die Lichtgeschwindigkeit im Medium ($v > \frac{c}{n}$; n : Brechungsindex des Mediums) bewegt sich das Teilchen schneller als seine eigene EM Welle sich ausbreitet. D.h. die Region vor dem Teilchen ist nicht polarisiert. Das Gesamtdipolmoment \vec{d} ist damit ungleich null. Das bedeutet, dass Strahlung ausgesendet wird, sogenannte **Cherenkov-Strahlung**. Das ist kein langsam einsetzender Effekt sondern ein Schwell-Effekte: Erst ab dem Moment wo $v > \frac{c}{n}$ wird Strahlung emittiert.



In einem vereinfachtes Bild nehmen wir an, dass das Teilchen an jedem Punkt entlang seiner Bahn eine Elementarwelle aussendet. Diese Wellen breiten sich kugelförmig mit der Geschwindigkeit $c' = \frac{c}{n}$ aus. Das Teilchen breitet sich mit der Geschwindigkeit v aus. Daraus ergibt sich eine kegelförmige einhüllende Wellenfront.



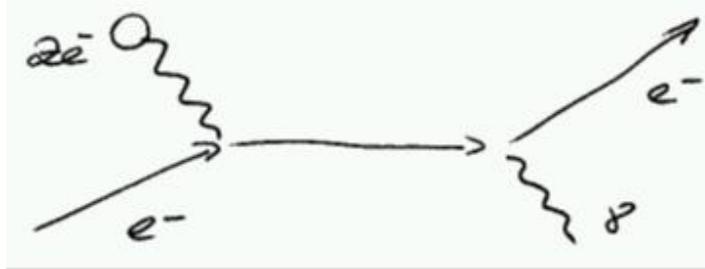
Der Cherenkov-Winkel θ_c ist gegeben durch: $\cos\theta_c = \frac{c}{n v} = \frac{1}{\beta n}$

Die Messung des Cherenkov-Winkels θ_c gibt Aufschluß über die Geschwindigkeit des Teilchens. Zusammen mit einer Messung des Teilchen-Impulses kann so auf die Teilchenmasse und damit auf die Teilchensorte rückgeschlossen werden. Der Cherenkov-Effekt wird oft in Detektoren zur PID (= particle identification) benutzt, d.h. um die Teilchensorte zu bestimmen.

3.3 Energieverlust durch Bremsstrahlung

Neben Energieverlust durch Ionisation gibt es noch einen weiteren Effekt wie geladene Teilchen Energie verlieren.

Die Teilchen werden im Coulombfeld des Kerns beschleunigt und emittieren



Bremsstrahlung. Der Energieverlust wird beschrieben durch die charakteristische Größe X_0 (Strahlungslänge)

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{E}{X_0} \quad (57)$$

$$E(x) = E_0 e^{-x/X_0} \quad (58)$$

Die Strahlungslänge hängt von der Ladung des Kerns Z und der Masse des Teilchens m ab: $\frac{1}{X_0} \sim \frac{Z^2}{m^2}$

Der Energieverlust durch Bremsstrahlung ist für sehr hochenergetische Teilchen ($-dE/dx \propto E$) und für Elektronen relevant ($X_0 \propto m^2$), da Elektronen im Vergleich zu den anderen Teilchen sehr leicht sind ($m_e = 511 \text{keV}/c^2$). Eine Strahlungslänge für Myonen ($m_\mu = 105 \text{MeV}/c^2$), das nächst leichtere

Teilchen, ist einen Faktor 40.000 größer als für Elektronen.

$$\frac{X_0(\mu)}{X_0(e)} = \frac{m_\mu^2}{m_e^2} = \left(\frac{105 \text{ MeV}/c^2}{0.511 \text{ MeV}/c^2} \right)^2 \sim 40.000 \quad (59)$$

Das heißt Myonen müssen eine 40.000 mal so lang Strecke im Medium zurücklegen, um die gleiche Energie abzustrahlen wie ein Elektron. Typische Werte für die Strahlungslänge von Elektronen sind:

$$X_0(C) = 18.8 \text{ cm} \quad (60)$$

$$X_0(Al) = 8.9 \text{ cm} \quad (61)$$

$$X_0(Pb) = 0.6 \text{ cm} \quad (62)$$

Tabellierte Werte für Strahlungslängen beziehen sich immer auf Elektronen⁸. Der gesamte Energieverlust beim Durchgang von Materie ist die Summe aus dem Energieverlust durch Ionisation und durch Bremsstrahlung:

$$-\frac{dE}{dx} = (-dE/dx)_{ion} + (-dE/dx)_{Brems}$$

Als kritische Energie wird die Energie definiert bei der der Energieverlust durch Ionisation und durch Bremsstrahlung für Elektronen gleich groß ist:

$$(-dE/dx)_{ion} = (-dE/dx)_{Brems}$$

Für Materialien mit $Z > 13$ ist die kritische Energie näherungsweise geben durch $E_c = 550 \text{ MeV}/Z$ (siehe Folien Abb 5.2).

⁸Oft findet man auch statt der Strahlungslänge, die Strahlungslänge mal die Dichte tabelliert (z.B. $X_0(Pb) = 6.37 \text{ g/cm}^2$), was verwirrender Weise ebenfalls als X_0 bezeichnet wird.

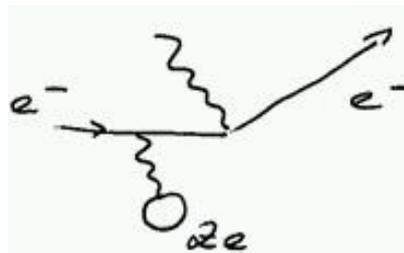
3.4 Wechselwirkung von Photonen mit Materie

(siehe auch Folien Abb. 5.4)

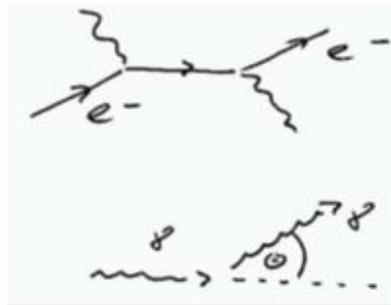
3.4.1 Photoeffekt

Ein Photon schlägt eine Elektron aus dem Atom. Im Atom gebundene Elektronen können die Energie eines Photons vollständig absorbieren, was freie Elektronen aus Impulserhaltungsgründen nicht können. Der Atomkern nimmt dabei den Rückstoß auf. Deshalb ist der Wirkungsquerschnitt für den Photoeffekt für Elektronen in Schalen nahe des Atomkerns besonders groß. Das frei gewordene Photoelektron kann weitere Sekundärelektronen herausschlagen (sogenannte Auger-Elektronen), die in der Regel eine kleiner Energie haben als das primäre Photoelektron. Die leer gewordenen Plätze können durch kann unter Emission von charakteristischer Röntgenstrahlung durch Elektronen aus äußeren Schalen aufgefüllt werden.

Der Photoeffekt dominiert bei niedrigen Photon Energien ($E(\gamma) < 100 \text{ keV}$) die Photon-Wechselwirkungsrate mit Materie.



3.4.2 Compton-Streuung



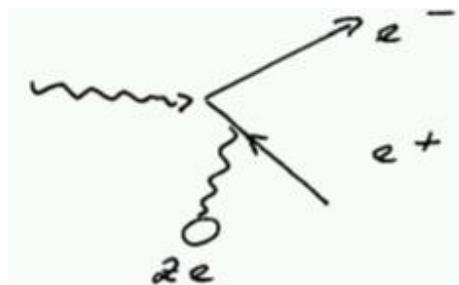
Bei einer Energie von $E(\gamma) \sim 1$ MeV dominiert die Streuung an quasifreien Elektronen, die sogenannte Comptonstreuung. Das Photon mit der Energie E_γ wird absorbiert und ein Photon niedriger Energie E'_γ wird emittiert:

$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2} (1 - \cos\theta)} \quad (63)$$

Der Winkel θ beschreibt die Richtungsänderung des auslaufenden gegenüber dem einlaufenden Photon. Die Comptonstreuung ist insbesondere in dem Bereich von Photonenergien von 10 keV - 1 MeV relevant.

3.4.3 Paarbildung

Aus ein Photon wird ein Elektron-Positron-Paar gebildet. Aufgrund von



Energie- und Impulserhaltung ist die Elektron-Positron-Paarbildung nur in der Nähe eines Kerns möglich der den Rückstoß aufnimmt. Die kinetische

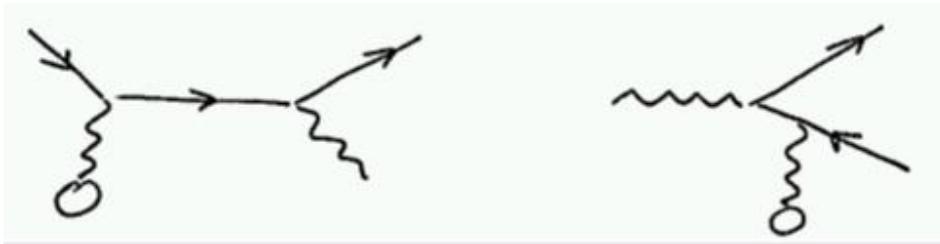
Schwelle, um ein Elektron-Positron zu erzeugen ist:

$$E_\gamma = 2m_e + \frac{2(m_e c^2)^2}{m_K c^2} \quad (64)$$

$$\geq 1.02 \text{ MeV} \quad (65)$$

Der zweite Term steht für die Energie, die der Kern mit der Masse m_K bei der Rückstreuung aufnimmt.

Es ist auch möglich, dass ein anderes Elektron im Atom den Rückstoß aufnimmt, dann muss entsprechend die Masse des Kerns m_K durch die Elektronenmasse ersetzt werden. Die Feynman-Graphen für Paarbildung und Bremsstrahlung sehen sich ähnlich, im Sinne der Berechnung der Feynman-Regeln sind sie identisch.



Energie- bzw. Intensitätsverlust wird in beiden Fällen durch die material-spezifische Strahlungslänge X_0 beschrieben.

Energieverlust bei Bremsstrahlung: $E(X) = E_0 e^{-x/X_0}$

Intensität der Photonen bei Paarbildung: $I(x) = I_0 e^{-x/X_{Paar}}$

wobei $X_{Paar} = \frac{9}{7} X_0$. Für viele Abschätzungen kann $X_{Paar} = X_0$ angenommen werden. Die Kombination von Bremsstrahlung und Paarbildung führt für hochenergetische Elektronen und Photonen zu elektromagnetische Schauern (siehe Übungsaufgabe).

3.5 Wechselwirkung von Hadronen mit Materie

Neben der Ionisation trägt für hochenergetische Hadronen die starke Wechselwirkung mit den Nukleonen des Absorbermedium (p, n) zum Energieverlust bei. Z.B.:



wobei $n \cdot \pi$ hier für mehrere Pionen steht, die in der Reaktion entstehen können.

Die entstehenden Sekundärteilchen können selbst wieder stark mit dem Medium wechselwirken. Dies führt zur Ausbildung von Teilchen-Schauern. Hadronische Schauer haben größere Fluktuationen in Tiefe, Breite und Teilchenzahl als elektromagnetische Schauer, da es eine größere Bandbreite von möglichen Prozessen gibt die stattfinden können. Hadronische Schauer können z.B. elektromagnetische Schauer beinhalten.

(siehe Folien Abb. 5.5)

Die Hadronische Wechselwirkungslänge λ_{had} setzt sich aus der Wechselwirkungslänge für inelastische (siehe Kapitel 2) und elastische Streuung zusammen und ist in der Regel etwa einen Faktor 10 größer als die elektromagnetische Strahlungslänge X_0 .

3.6 Nachweis von Teilchen in Teilchendetektoren

(siehe Folien)

Detektoren sind in der Regel schalenförmig um den Wechselwirkungspunkt aufgebaut. Jede Detektorlage ist dazu da eine andere Information über die Teilchen zu erhalten. Im Innenbereich sind Detektoren, die die Flugbahn der Teilchen nur minimal stören. Die Teilchen ionisieren das Detektormaterial entlang ihrer Flugbahn. Die Ionen werden z.B. in Nebelkammern sichtbar gemacht oder die entstandenen Landungsträger (Ionen und Elektronen) werden abgesaugt und ergeben so ein elektrisches Signal (z.B. in Gaskammern). Aus den einzelnen Messpunkten werden dann Spuren rekonstruiert. Liegt zusätzlich ein Magnetfeld an, kann aus der Krümmung der Spur der Impuls bestimmt werden. Detektoren, die den Cherenkov-Effekt ausnützen werden oft zur Teilchenidentifikation eingesetzt. Sie stören ebenfalls nur minimal die Teilchenbahn.

In den äußeren Detektorschalen befinden sich Detektoren die durch Absorption die Energie der Teilchen messen.

Die Energie von Elektronen und Photonen werden in sogenannten elektromagnetischen Kalorimetern nachgewiesen. Aus der Breite und Tiefe des elektromagnetischen Schauers (Kombination aus Bremsstrahlung und Paarbildung) wird auf die Energie des ursprünglichen Photons oder Elektrons geschlossen. Aufgrund der größeren hadronischen Wechselwirkungslänge im Vergleich zur Strahlungslänge benötigt man zur Detektion von Hadronen mittels Hadronischer Schauer massivere Kalorimeter, die befinden sich in den typischen Teilchenphysikexperimenten außerhalb der elektromagnetischen Kalorimeter. Myonen sind zu schwer um signifikant Energie durch Bremsstrahlung zu verlieren, d.h. sie bilden keine elektromagnetischen Schauer. Sie nehmen nicht an der starken Wechselwirkung teil, d.h. erzeugen auch keine hadronischen Schauer. D.h. Myonen werden dadurch indentifiziert, dass sie die einzigen Teilchen sind, die ohne Schauerbildung massive Kalorimeter durchqueren. Sie werden als einzige Teilchen außerhalb der Kalorimeter nachgewiesen.