

8.4 Austauschteilchen der schwachen WW

Der Propagator des geladenen Stroms (W -Austausch) der schwachen Wechselwirkung ist $\frac{1}{q^2 - M_W^2 c^2}$ ¹⁷. Bei niedrigen Energien ($q^2 \ll M_W^2 c^2$) kann der Propagatorterm mit $\frac{1}{M_W^2 c^2}$ genähert werden. Die Masse des W Bosons ist $M_W \sim 81 \text{ GeV}/c^2$. Die Kopplungskonstante der schwachen Wechselwirkung ist $\alpha_W \sim \frac{1}{40}$, d.h. größer als die Kopplungskonstante der EM Wechselwirkung $\alpha_{EM} \sim \frac{1}{137}$.

Amplituden von Prozessen der schwache Wechselwirkung sind aufgrund der zusätzlichen Unterdrückung durch die Masse des Austauschteilchens so klein, nicht aufgrund einer kleinen Kopplungskonstanten!

Der Propagator der beiden oben skizzierten Prozesse ist gegeben durch $\mathcal{A}_{EM} \propto \sqrt{\alpha_{EM}} \frac{1}{q^2} \sqrt{\alpha_{EM}}$ bzw. $\mathcal{A}_W \propto \sqrt{\alpha_W} \frac{1}{q^2 - M_W^2 c^2} \sqrt{\alpha_W}$.

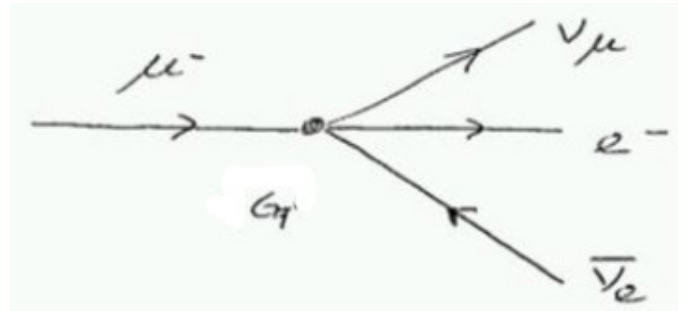
Für kleine q^2 Werte ist der Propagator und damit die Amplitude unabhängig von q^2 :

$$\frac{1}{q^2 - M_W^2 c^2} \Rightarrow \frac{1}{M_W^2 c^2} \quad (160)$$

In den 1930er Jahren (als nur Experimente bei kleinen q^2 durchgeführt wur-

¹⁷Der Propagator Term des neutralen Stroms (Z -Austausch) ist $\frac{1}{q^2 - M_Z^2 c^2}$, mit $M_Z \sim 91 \text{ GeV}/c^2$.

den) dachte man, die Amplitude sei für alle q^2 unabhängig von q^2 und interpretierte den μ -Zerfall als 4-Punkt WW, die es so im SM aber nicht gibt.



Daraus entstand die sogenannte Fermitheorie, die bei kleinen q^2 eine gute Näherung an die schwache Wechselwirkung des Standardmodells ist.

$$G_F \sim \frac{\alpha_W}{M_W^2 c^2}$$

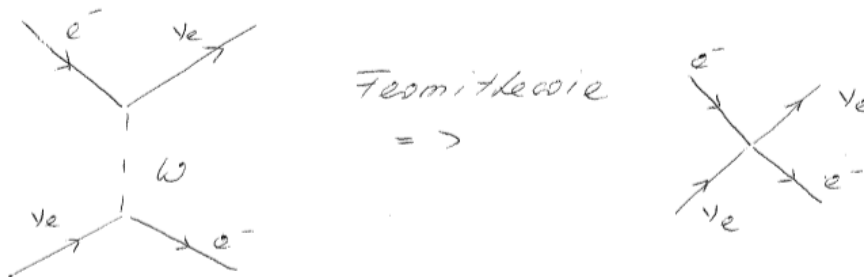
Die Annahme, dass der Propagator Term auch für große q^2 durch eine 4-Punktwechselwirkung mit der Kopplungskonstante G_F interpretiert kann führte aber z.B. für die Neutrino-Streuung an Nukleonen (siehe Abbildung) zu einem Wirkungsquerschnitt der mit dem Quadrat der Schwerpunktsenergie ansteigt.

$$\sigma(\nu_e e^- \rightarrow \nu_e e^-) = \frac{G_F^2 \cdot E_{CMS}^2}{\pi} \quad (161)$$

D. h. für beliebig hohe Energien können beliebig hohe Übergangswahrscheinlichkeiten erreicht werden. Übergangswahrscheinlichkeiten größer als eins sind aber unphysikalisch, dass heißt in einer vollständigen Theorie nicht erlaubt.

Dieses Problem führte zur Vorhersage massiver Austauschteilchen W^\pm, Z^0 von Glashow, Salam & Weinberg, bevor diese experimentell nachgewiesen wurden.

Die massiven W und Z -Bosonen wurden 1983 am CERN SPS (Super Proton Synchrotron) in $p\bar{p}$ Kollisionen bei einer Schwerpunktsenergie von $E_{CMS} = 540$ GeV nachgewiesen (siehe Folien). Die Vorhersage und der Nachweis dieser schweren Bosonen ist einer der größten Erfolge des Standardmodells.

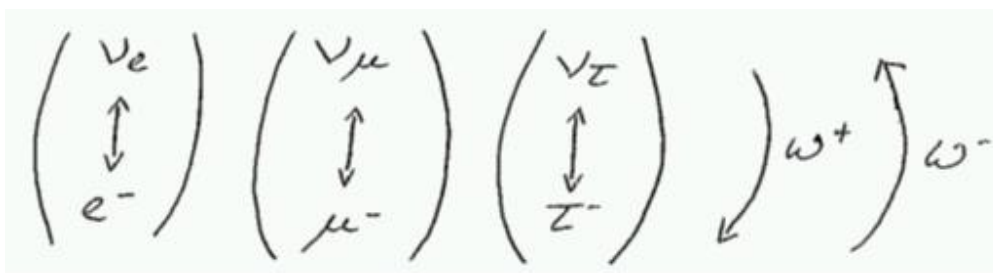


8.5 Kopplung der W und Z Bosonen an Quarks und Leptonen

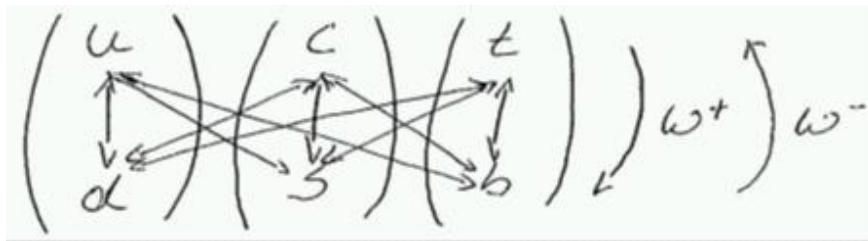
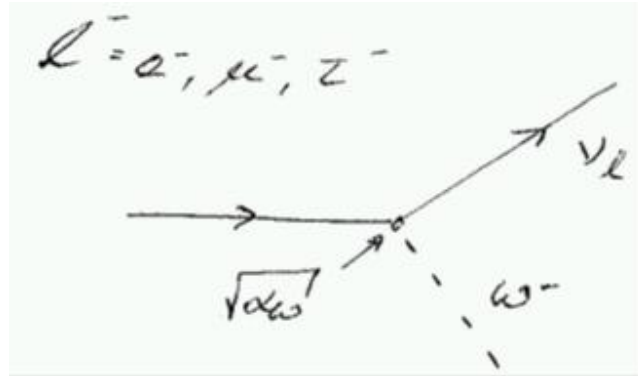
W Bosonen koppeln nur an links chirale Teilchen bzw. rechts chirale Antiteilchen. Dies führt zur Paritätsverletzung in der schwachen Wechselwirkung (siehe Wu-Experiment). Z Bosonen koppeln an links chirale und rechts chirale Teilchen, allerdings mit unterschiedlichen Wechselwirkungsstärken.

8.5.1 Geladener Strom - W^\pm Austausch

Für Leptonen koppelt das W Boson mit gleicher Stärke an die Teilchen jeder Familie. Aufgrund von Leptonzahlerhaltung im Standardmodell führt der geladene Strom nur zu Übergängen innerhalb einer Lepton-Familie.



Für Quarks sind auch Übergänge ausserhalb der selben Familie erlaubt, jedoch unterdrückt.

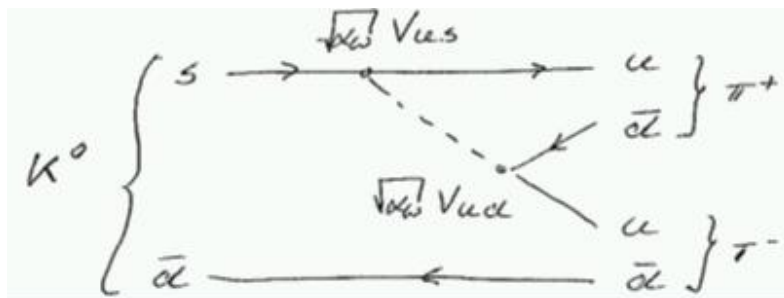


Die Stärke der Übergänge werden durch die Elemente der sogenannten Cabibbo-Kobayashi-Maskawa-Matrix gegeben.

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}$$

V_{CKM} ist eine unitäre Matrix.

z.B. $K^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$



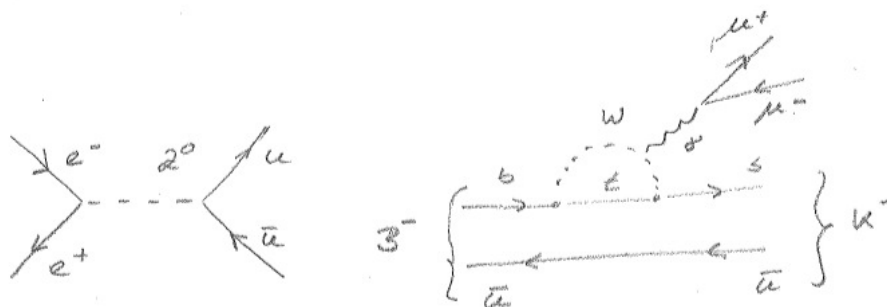
$$\mathcal{A} \sim \sqrt{\alpha_W} V_{us} \frac{1}{q^2 + M_W^2 c^2} \sqrt{\alpha_W} V_{ud}$$

$$\rightarrow \sigma \propto |V_{us}|^2 |V_{ud}|^2$$
 Mit Hilfe der CKM Matrixelemente kann das relative Verzweungsverhältnis von Zerfällen mit ähnlichen Phasenraum (gleiche Anzahl Teilchen ähnlicher Masse im Endzustand) abgeschätzt werden.

Nebenbemerkung: Die komplexen Parameter der CKM Matrix sind die einzige Ursache für CP-Verletzung im Standardmodell.

8.5.2 Neutraler Strom - Z^0 Austausch

Es gibt keine flavour changing neutral currents FCNCs (auf tree-level). Das heißt das Z^0 boson koppelt immer an Quark-Antiquark oder Lepton-Antilepton-Paare der gleichen Familie (siehe Bild unten links). Neutrale Übergänge z.B. von einem b zu einem s Quark sind nur in Diagrammen höherer Ordnung möglich (siehe Bild unten rechts).



Nebenbemerkung: Die schwache Wechselwirkung ist die einzige Wechselwirkung an der Neutrinos teilnehmen. Die Neutrinooszillation ist im Standardmodell NICHT beschrieben. Die schwache Wechselwirkung ist die einzige Wechselwirkung die Parität (P) und Teilchen-Antiteilchenasymmetrie (CP) verletzt. Wir wissen dass wir um unser Materie-dominiertes Universum erklären zu können im Bereich der CP-Verletzung einiges NICHT verstehen. Die schwache Wechselwirkung ist deshalb meiner Meinung nach am interessantesten da sie eine potentielle Brücke zur sogenannten Neuen Physik, Physikphänomenen jenseits des Standardmodells darstellt.

9 Kerne, Kernzerfälle und Kernmodelle

Atomkerne werden durch effektive Restwechselwirkung der starken Kraft gebunden. Eine Beschreibung der Kernkraft durch fundamentale QCD ist aber sehr schwierig. Deshalb werden Kerne meist durch effektive Modelle beschrieben.

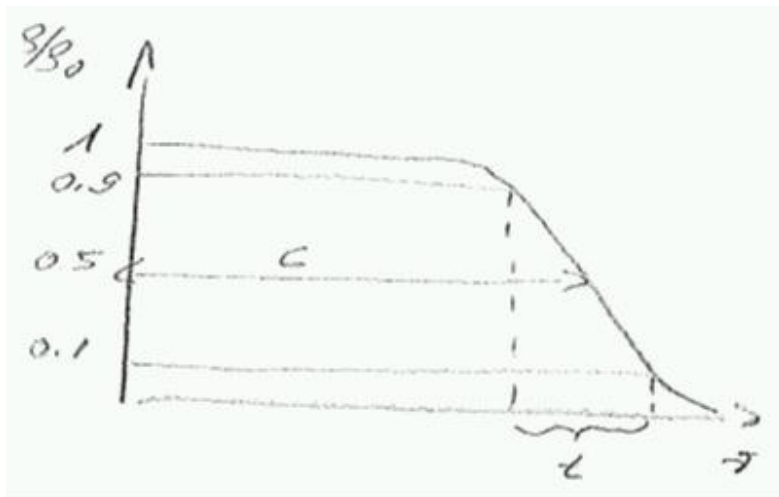
9.1 Tröpfchenmodell

Erinnerung: Was wissen wir über Atom-Kerne aus der Elektron-Kernstreuung? (s. Kapitel 5)

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{exp} / \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} = |F(q^2)|^2$$

F: Formfaktor $q^2 = \text{Quadrat des 3er-Impulsübertrags}$

Der Formfaktor ist die Fouriertransformierte der Ladungsverteilung. Durch Vergleich der Fouriertransformierten Verteilung verschiedener Kernmodelle wurde gefunden, dass eine Fermiverteilung die meisten Kerne (insbesondere für große A) gut beschreibt.



Radiale Ladungsverteilung: $\rho(r) = \frac{\rho_0}{1+e^{(r-c)/a}}$

c: Halbdichtenradius $c \approx (1.18A^{1/3} - 0.48)fm$

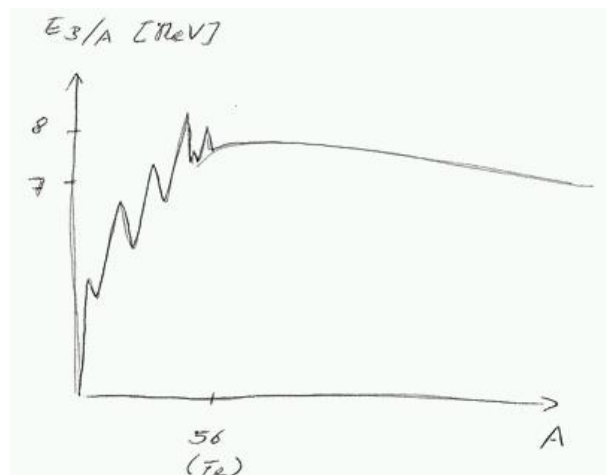
t: Oberflächendichte $4\ln 3a = 4.4a$ $a \approx 0.545fm$

9.1.1 Bindungsenergie von Kernen

$$M(Z, A)c^2 = Zm_p c^2 + \underbrace{(A - Z)}_N m_n c^2 - E_B(Z, A)$$

In dieser Definition ist die Bindungsenergie $E_B(Z, A) > 0$.

Die Bindungsenergie pro Nukleon (E_B/A) hat ein Maximum bei $A = 56$ von



8.7 MeV und fällt dann nur leicht ab (z. B. $E_B(U^{235})/A \sim 7.6MeV$)

(Nahezu) konstante Bindungsenergie pro Atom modulo Oberflächeneffekten und konstante Dichte im Inneren des Kerns sind sehr ähnlich zu den Eigenschaften einer nicht kompressibaren Flüssigkeit. Dies führte zur Einführung des Tröpfchenmodells in dem ein Atomkern durch einen Flüssigkeitstropfen beschrieben wird.

Aus diesem Modell kann eine semi-empirische Massenformel (Bethe-Weizäcker-Formel) hergeleitet werden, die viele Eigenschaften sehr gut beschreibt und

die Bindungsenergie pro Nukleon auf E_B/A auf $\pm 1.5\%$ genau angibt.

9.1.2 Bethe-Weizsäcker-Massenformel

$$E_B(Z, A) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c Z^2/A^{1/3} - a_{sym} \frac{(N-Z)^2}{A} + \delta/A^{1/2} \quad (162)$$

Volumenbeitrag $a_v A$:

Jedes Nukleon ist nur mit seinen Nachbarn gebunden (Abstand zu Nachbarn 1-2 fm). Das ist das Ergebnis der kurzen Reichweite der starken Wechselwirkung und spiegelt sich auch in der konstanten Dichte im Kern wieder. Das Volumen des Kerns ist proportional zu der Anzahl der Nukleonen im Kern.

Oberflächeneffekte $-a_s A^{2/3}$:

Nukleonen an der Oberfläche haben weniger Nachbarn und sind entsprechend weniger stark gebunden.

Die Größe der Oberfläche geht mit $V^{2/3}$ und damit mit $A^{2/3}$.

Coulombabstoßung $-a_c Z^2/A^{1/3}$:

Jedes Proton wechselwirkt mit jedem anderen Proton im Kern. Der Effekt hängt vom mittleren Abstand der Protonen ab $\sim A^{1/3}$

Asymmetrie-Term $-a_{sym} \frac{(N-Z)^2}{A}$:

Bei leichten Kernen sind Isobare (gleiches A, unterschiedliches Z) mit $N \approx Z$ stabiler, bei schweren Kernen solche mit $N > Z$.

Paarungs-Term: $\delta/A^{1/2}$

Gerade Anzahl von p und n erhöhen Kernstabilität

$$\delta = \begin{cases} + 11.2 \text{ MeV} & \text{Z, N gerade: gg-Kerne} \\ 0 & \text{Z oder N ungerade: gu oder ug-Kerne} \\ - 11.2 \text{ MeV} & \text{Z und N gerade} \end{cases}$$

Man findet empirisch

$$a_v = 15.8 \text{ MeV}$$

$$a_s = 17.2 \text{ MeV}$$

$$a_c = 0.7 \text{ MeV}$$

$$a_{sym} = 22.5 \text{ MeV}$$

Das Tröpfchenmodell ist sehr vereinfacht und hat einige Schwächen. Es beschreibt z.B. nicht die Spinausrichtung der Nukleonen. Es beschreibt keine mögliche Deformation von der Kugelform, die zu dem in der Natur beobachteten Quadrupolmoment (und zu Kernspaltung) führt. Alle Quantenmechanischen Effekte (z. B. Anregungszustände) werden in dem Modell nicht beschrieben. Trotz einiger Mängel ist die Massenformel aber eine sehr nützliche (und sehr genaue) Beschreibung der frei werdenden Energie bei Kernprozessen (α , β -Zerfall, Kernspaltung, Kernfusion). Das Tröpfchenmodell ist die Basis für unser Verständnis der Kernsynthese in der Sternentstehung.

9.1.3 β -Zerfall

$$\beta^- \text{-Zerfall: } X(Z, A) \rightarrow Y(Z + 1, A) + e^- + \bar{\nu}_e$$

$$\beta^+ \text{-Zerfall: } X(Z, A) \rightarrow Y(Z - 1, A) + e^+ + \nu_e$$

9.1.4 Elektronen-Einfang (Electron Capture EC)

Ein Elektron aus der Elektronhülle wird eingefangen:

$$e^- + X(Z, A) \rightarrow Y(Z - 1, A) + \nu_e$$

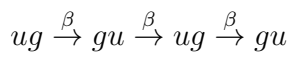
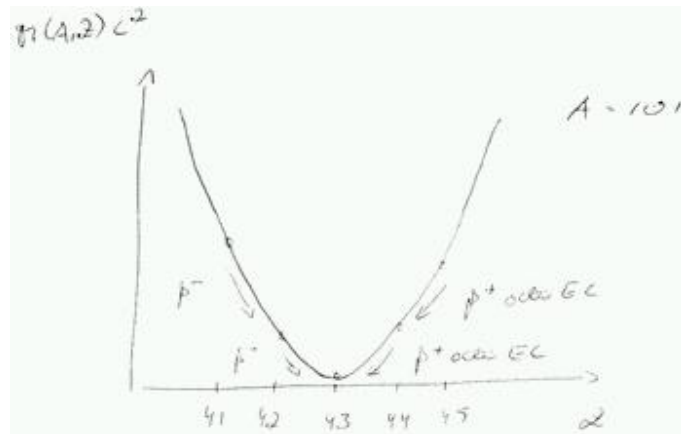
β -Zerfall bzw. EC ändern die Atommassenzahl A nicht, d. h. das sind Übergänge zwischen Isobaren.

Für konstantes A läßt sich die Massenformel als Funktion von Z schreiben.

$$M(A, Z)c^2 = Zm_p c^2 + (A - Z)m_n c^2 - E_B(Z, A) = \alpha + \beta Z + \gamma Z^2 + \delta/A^{1/2} \quad (163)$$

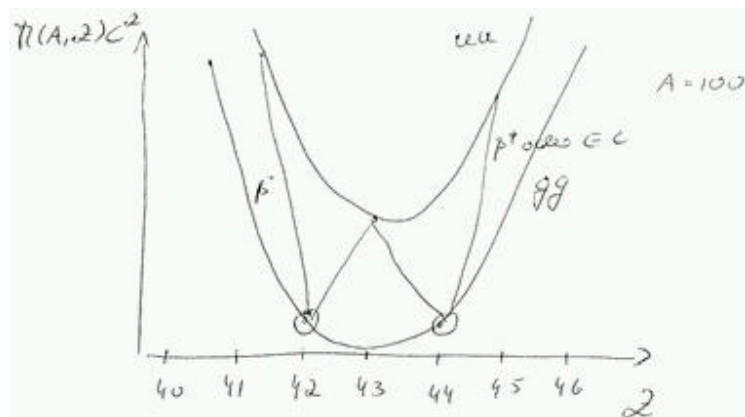
Die Koeffizienten α, β, γ kommen aus Bethe-Weizsäcker-Formel.

1) Bsp. für β -Zerfall für ug-Kerne



Ruthenium ist der einzig gegen β -Zerfälle stabile Isobar für $A = 101$.

2) Bsp. für β -Zerfall für gg/uu Kerne



Aufgrund des Paarungsterms gibt es 2 Parabeln.

In diesem Beispiel gibt es zwei gegen β -Zerfall stabile gg-Kerne und keinen stabilen uu-Kern. Je nach Steilheit der Parabeln kann es aber auch stabile uu-Kerne geben

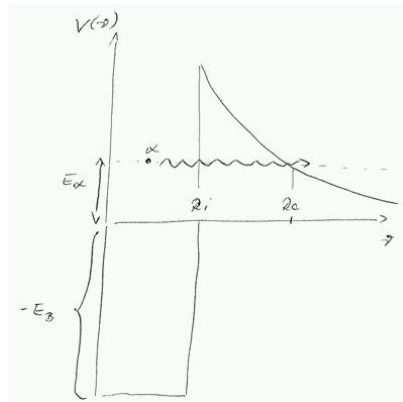
9.1.5 α -Zerfall

Protonen und Neutronen sind mit 8-9 MeV/A gebunden und können nicht aus dem Kern entweichen. Oft ist allerdings die Emission eines ${}^4\text{He}$ -Kerns ($2n, 2p$) möglich, was an der starken Bindung des ${}^4\text{He}$ liegt.

Sobald das α -Teilchen den Kern verläßt, erfährt es Coulomb-Abstoßung.

$$V_{\text{Coulomb}}(r) = \underbrace{2}_{\text{He}} \underbrace{(Z-2)}_{\text{Rest}} \frac{\alpha \hbar c}{r} \quad (164)$$

Im Inneren des Kerns herrscht ein stark anziehendes Kernpotential, das näherungsweise durch einen Potentialtopf beschrieben wird. Durch die Bildung des α -Teilchens wird Bindungsenergie frei, die dazu führt, dass das α -Teilchen auf ein Energie-Niveau E_α angehoben wird (das durch die Massenformel berechnet werden kann). Auf diesem Energie-Niveau ist tunneln durch die Coulombbarriere möglich. Nach der Emission entspricht E_α der kinetischen Energie des α -Teilchens.



Für das Coulombpotential findet man die Tunnelwahrscheinlichkeit T (Transmissionskoeffizient) $T = e^{-2G}$ mit

$$G = \frac{1}{\hbar} \int_{R_i}^{R_a} \sqrt{2m_\alpha c^2 (V(r) - E_\alpha)} dr \sim \frac{1}{\sqrt{E_\alpha}} \quad (165)$$

Die Wahrscheinlichkeit für die Emission eines α -Teilchens ist: $\Gamma \sim \frac{1}{\tau} = \lambda_0 T$, wobei λ_0 die Wahrscheinlichkeit ist, ein α -Teilchen zu bilden mal der Wahrscheinlichkeit, dass es gegen die Potentialwand läuft

$$\Rightarrow \ln \tau \sim \frac{1}{\sqrt{E_\alpha}}$$

Durch α -Zerfälle werden vier Zerfallsreihen festgelegt.

9.2 Kern-Spaltung

Da die Bindungsenergie pro Nukleon für ${}^{56}\text{Fe}$ maximal ist, können sich schwere Kerne mit $A > 56$ prinzipiell in zwei mittelschwere Kerne spalten, das passiert durch zwei Mechanismen, die spontane und die stoßinduzierte Spaltung.

i) spontane Spaltung

Die Nukleonenverteilung verformt sich zu Ellipsoiden, die Bindungsenergie verringert sich wegen der vergrößerter Oberfläche und gleichzeitig sinkt die Coulombabstoßung. Die Situation ist ähnlich zu dem α -Zerfall, jedoch die freiwerdende Energie der Spaltprodukte E_Q ist größer, aber auch der Potentialtopf V_c ist tiefer wegen der größerer Ladung der beiden Tochterkerne im Vergleich zum α -Zerfall.

$E_f = V_c - E_Q$ ist die benötigte Aktivierungsenergie der Spaltung (Höhe der Tunnelbarriere). Diese ist kleiner als beim α -Zerfall, jedoch ist die Tunnelwahrscheinlichkeit bei schweren Teilchen ebenso kleiner, d. h. spontane Spaltung ist sehr selten.

ii) Stoßinduzierte Spaltung

Von außen wird Aktivierungsenergie hinzugefügt. Das geht am besten durch Beschuß von Neutronen, da diese keine Coulombbarriere überwinden müssen.