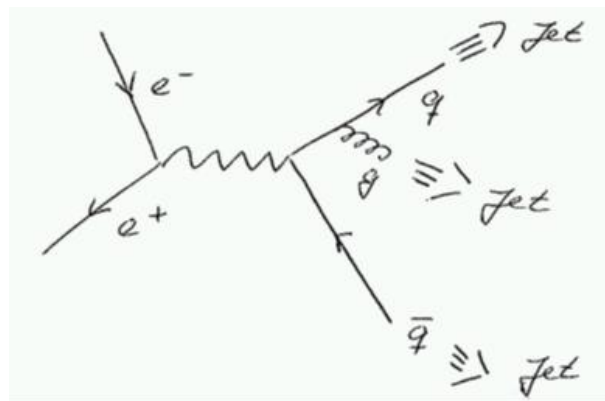


## 7.4 Evidenz für Gluonen

Analog der Bremsstrahlung erwartet man auch die Abstrahlung "reeller Gluonen".

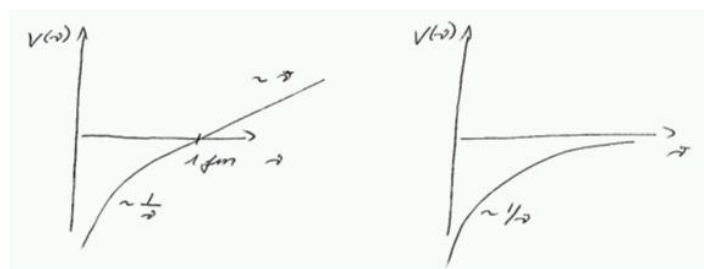


3 Jet Ereignisse bei Tasso am PETRA Beschleuniger (DESY) 1977 gelten als Nachweis für Gluonen. Aus dem Verhältnis von 3-Jet zu 2-Jet Ereignissen bekommt man eine Abschätzung der starken Kopplungskonstante  $\alpha_s$ .

## 7.5 Quark-Antiquark Potential

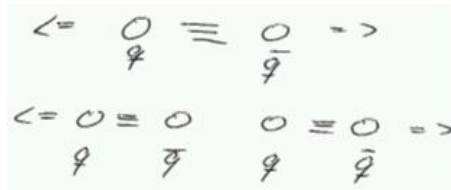
Starke WW (QCD)

Coulomb WW (QED)



$$V(r) = -4/3(\hbar c) \frac{\alpha_s}{r} + kr$$

Der Unterschied zwischen dem Potential der starken und der elektromagnetischen Wechselwirkung kommt von der Gluonselbstwechselwirkung. Für kleine  $r$ -Werte sind Quarks quasi frei, das nennt man asymptotische Freiheit. Für große Abstände braucht man immer mehr Energie die  $q\bar{q}$ -Paare zu trennen. Die Quarks sind also im Farbpotential eingesperrt  $\Rightarrow$  Confinment. Aufgrund des Confinments ist die Produktion freier Quarks (oder allgemein farbgeladener Objekte) nicht möglich. Der Produktion des  $q\bar{q}$ -Paares in der  $e^+e^-$ -Annihilation schliesst sich deshalb der Prozess der Hadronisierung an. Ab gewissem Abstand ist es energetisch vorteilhafter, neue Quark-Antiquark-Paare aus dem Vakuum zu bilden.



Am Ende der Hadronisierung steht der beobachtete Teilchen-Jet. Der genaue Prozess der Hadronisierung ist nur schlecht verstanden. Es gibt jedoch viele Modelle (oft mit vielen freien Parametern), die eine gute Beschreibung der experimentellen Daten ergeben. Diese Modelle sind wohlmotiviert, dennoch weit entfernt von einer first principle Beschreibung.

## 7.6 Laufende Kopplungskonstante $\alpha_s$ und asymptotische Freiheit

Die asymptotische Freiheit bei kleinen Abständen (großen  $Q^2$ <sup>16</sup>) wird durch die in diesem Limit immer kleiner werdende Kopplungskonstante  $\alpha_s = \alpha_s(Q^2)$  beschrieben.

$$\alpha_s(Q^2) \rightarrow 0 \text{ für } Q^2 \rightarrow \infty$$

Dieses Verhalten wurde von Wilczek, Politzer und Gross 1975 im Rahmen der Quantumchromodynamik (QCD) vorhergesagt und experimentell

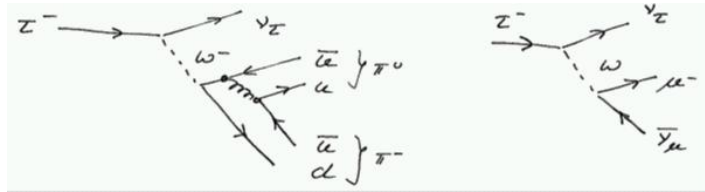
<sup>16</sup>Abstand und Impulsübertrag sind für virtuelle Teilchen über die Unschärferelation miteinander verknüpft.

bestätigt.

Wilczek, Politzer und Gross erhielten für diese Vorhersage und deren experimentelle Bestätigung den Physiknobelpreis 2004. Für kleine  $Q^2$  ( $Q^2 \rightarrow 0$ ) steigt  $\alpha_s(Q^2)$  sehr stark an und erreicht bei etwa  $Q^2 \approx (200 \text{ MeV}/c)^2$  die Grösse  $O(1)$ . Eine störungstheoretische Behandlung der starken Wechselwirkung ist in dem Bereich deshalb nicht möglich. Höherer Ordnung Feynman-Diagramme können nicht vernachlässigt werden. Die Bindung von Quarks in Hadronen kann nicht perturbativ behandelt werden. Gleiches gilt für die Bindung von Nukleonen im Kern. Hier kommen effektive Theorien zur Anwendung.

### 7.7 Nebenbemerkung: Messung von $\alpha_s$ bei $q^2 = m_\tau^2 c^4$

Die starke Kopplungskonstante bei  $Q = 90 \text{ GeV}$  wurde in  $e^+e^- \rightarrow \text{multi-Jet}$  Ereignissen bei LEP ( $e^+e^-$  Kollider bei einer Schwerpunktsenergie von  $E_{CMS} = 90 \text{ GeV}$  gemessen. Wobei multi-Jet für 2,3, und mehr Jet Ereignisse steht.



Der Vergleich der Verzweungsverhältnisse der Zerfälle  $\tau^- \rightarrow \nu_\tau \pi^0 \pi^-$  mit  $\tau^- \rightarrow \nu_\tau \mu^- \bar{\nu}_\mu$  erlaubt Rückschlüsse über  $\alpha_s(m_\tau^2 c^4)$

### 7.8 Nebenbemerkung: Bestimmung des $q\bar{q}$ Potentials

Analog zum gebundenen  $e^+e^-$  Zustand (Positronium) eignen sich gebundene Zustände schwerer Quarks ( $c\bar{c}$  und  $b\bar{b}$ ), um mehr über das  $q\bar{q}$  Potential zu lernen.

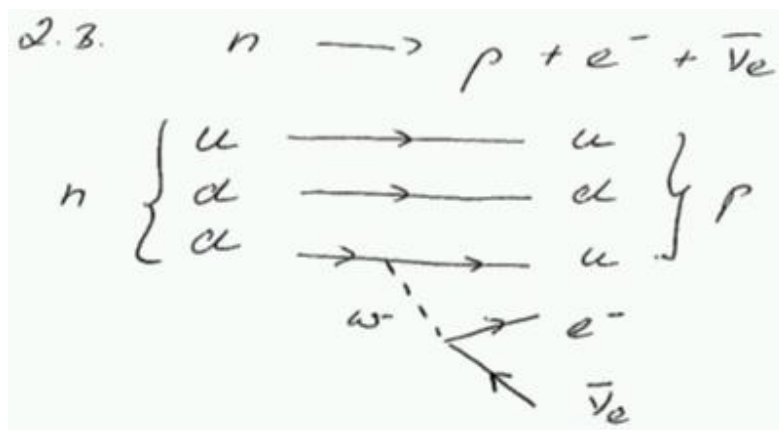
Die Auswertung der Charmoniumzustände unter der Annahme eines Potentials der Form  $V(r) = -4/3(\hbar c) \frac{\alpha_s}{r} + kr$  hat die folgenden Parameter ergeben.  $\alpha_s = 0.3$ ,  $k = 1 \text{ GeV}/\text{fm}$ . Diese Anpassungsrechnungen basieren aber nur auf

einem kleinen Bereich (die Grösse des Charmoniums):  $r \sim 0.2 - 0.3 \text{ fm}$ . Der Vergleich der Unterschiede der Energieniveaus des Charmoniums und des Bottoniums zeigt, dass die starke WW flavour-blind ist, d. h.  $\Delta E$  ist in beiden Systemen gleich. (siehe Folien).

## 8 Schwache WW

Prozesse der schwache Wechselwirkung haben aufgrund der kleinen Kopplungskonstanten und der zusätzlichen Unterdrückung durch die schweren Austauscheteilchen sehr kleine Wirkungsquerschnitte. Deshalb wurde diese Wechselwirkung und die von ihr verursachten Phänomene später als Effekte der starken oder elektromagnetischen Wechselwirkung entdeckt. Das Studium der schwachen Wechselwirkung hat in der Vergangenheit zu einer Vielzahl von Entdeckungen geführt. Z.B. die Entdeckung des Postulation und die Entdeckung des Neutrinos (siehe unten), die Entdeckung der  $W$  und  $Z$  Bosonen und die Entdeckung der Paritätsverletzung (Wu-Experiment) die Entdeckung von  $C$  und  $CP$  Verletzung in  $K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$  Zerfällen bei Cronin und Fitch 1964 (Nobelpreis 1980). Die Erklärung der  $CP$  Verletzung sprängt leider den Rahmen dieser Vorlesung wird aber in der "Particle Physics" diskutiert.

### 8.1 $\beta$ -Zerfall



Kernzerfall ( $\beta^-$ )  $\quad {}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z+1} Y + e^- + \bar{\nu}_e$

Kernzerfall ( $\beta^+$ )  $\quad {}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z-1} Y + e^+ + \nu_e$

Der  $\beta^+$  Übergang ( $\equiv$  Protonzerfall) ist nur im Kern möglich, wo die Energiebilanz durch den Rückstoss am Kern ausgeglichen wird. Ein freies Proton kann nicht in ein Neutron zerfallen, da es leicht schwerer ist als ein Neutron.

Ohne das Neutrinos sieht der  $\beta$ -Zerfall wie ein Zweikörperzerfall aus. Unter der Annahme eines Zweikörperzerfalls wird ein fester Elektron-Impuls erwartet, den man wie folgt berechnen kann.

Im Schwerpunktsystem des Neutrons gilt  $\vec{p}_e = -\vec{p}_p$ . Zusätzlich gilt Erhaltung des 4er-Impulses. Zur Vereinfachung wählen wir die  $x$ -Achse in der Richtung des Impulses des emittierten Elektrons:

$$\left[ \begin{pmatrix} E_e/c \\ p \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_p/c \\ -p \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right]^2 = \begin{pmatrix} M_n c \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}^2 \quad (150)$$

Nach einigen Rechnungen und unter Ausnutzung der relativistischen Energie-Impulsbeziehung findet man:

$$p^2 = \frac{(M_n^2 - m_e^2 - m_p^2)^2 - 4m_e^2 m_p^2}{4M_n^2} c^2$$

und damit kann man dann die Energie des Elektrons berechnen ( $E(e^-) = \sqrt{p^2 c^2 + m_e^2 c^4}$ ).

Die Beobachtung eines kontinuierlichen  $\beta$ -Spektrums (siehe Folien) wurde von Pauli (1930) durch das Postulat des Neutrinos gelöst.

D.h. zur Beschreibung des  $\beta$  Zerfalls und der zugehörigen Wirkungsquerschnitte muss der 3 Teilchenphasenraum betrachtet werden.

## 8.2 Lebensdauer von $\beta$ -Zerfällen

Wir berechnen im folgenden die Lebensdauer des  $\beta$ -Zerfalls und starten dafür mit Fermi's goldene Regel:

Übergangsrates  $\omega = \frac{2\pi}{\hbar} |\mathcal{A}_{fi}|^2 \rho(E_f)$

$$\mathcal{A}_{fi} = \langle \Psi_f | H | \Psi_i \rangle$$

$E_f$ : = Energie, die in dem Zerfall frei wird

$$E_f = E_e + E_\nu + \underbrace{E_{\text{Rückstoss}}}_{\text{vernachlässigbar}}$$

Der Rückstoss des Kerns ist vernachlässigbar, da das Elektron und das Neutrino wesentlich leichter sind.

Der 3-Teilchen Phasenraum wurde in Gleichung 45 bereits gegeben:

$$\rho(E_f) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^6} \frac{d}{dE_f} \int p_e^2 dp_e d\Omega_e p_\nu^2 dp_\nu d\Omega_\nu \quad (151)$$

Da es sich um einen 3-Körperzerfall handelt sind die Impulse des Neutrinos und des Elektrons unkorreliert und die Integration über die Winkel kann direkt ausgeführt werden was zweimal den Faktor  $4\pi$  ergibt.

$$\rho(E_f) = \frac{(4\pi)^2}{(2\pi\hbar)^6} \frac{d}{dE_f} \int p_e^2 dp_e p_\nu^2 dp_\nu \quad (152)$$

Bei gegebenen  $E_f$  und  $p_e$  ist der Impuls des Neutrinos festgelegt:

$$p_\nu = \frac{E_f - E_e}{c} \quad \text{und} \quad dp_\nu = \frac{dE_f}{c}$$

Damit erhält man die Zustandsdichte  $\rho(E_f) = \frac{1}{4\pi^4 \hbar^6 c^3} \int p_e^2 (E_f - E_e)^2 dp_e$  und mit Fermi's goldener Regel:

$$d\Gamma := d\omega = \frac{1}{2\pi^3 c^3 \hbar^7} |\mathcal{A}_{fi}|^2 p_e^2 (E_f - E_e)^2 dp_e \quad (153)$$

Sobald das  $e^-$  den Kern verläßt, spürt es das Coulombpotential des Kerns. Um das Spektrum auch quantitativ zu verstehen, muss man deshalb einen Korrekturfaktor  $F(\pm, Z, E_e)$  anbringen, der die Wechselwirkung des Elektrons mit dem Coulomb-Feld berücksichtigt. Die Korrektur ist unterschiedlich je nach Vorzeichen der Ladung des emittierten Elektrons bzw. Positrons. Für einen punktförmigen Kern und ein nicht relativistisches Elektron ergibt sich

eine analytische Funktion (Fermifunktion). Für alle realistischen Fälle muß der Korrekturfaktor numerisch berechnet werden. Für kleine  $Z$  Werte ist  $F(Z, E_e) \sim 1$

$$\omega = \frac{1}{2\pi^3 c^3 \hbar^7} |\mathcal{A}_{fi}|^2 \int F(\pm, Z, E_e) p_e^2 (E_f - E_e)^2 dp_e \quad (154)$$

$$= \frac{1}{2\pi^3 c^3 \hbar^7} |\mathcal{A}_{fi}|^2 f(\pm, Z, E_f) m_e^5 c^7 \quad (155)$$

$$= \frac{1}{\tau} \quad (156)$$

$\tau$  ist dabei die Lebensdauer des Zustands. Die Funktion  $f$  ist tabelliert. d.h. die Messung der Lebensdauer erlaubt direkt die Messung des Matrixelements.

$$|\mathcal{A}_{fi}|^2 = \frac{2\pi^3}{f(\pm, Z, E_f) \tau} \frac{\hbar^7}{m_e^5 c^4} \quad (157)$$

Für große Energien und kleine  $Z$ -Werte erhält man für das Integral  $f(Z, E_f) m_e^2 c^7 \sim \frac{1}{30c^3} E_f^5$  und damit gilt

$$\tau \propto \frac{1}{E_f^5} \quad (158)$$

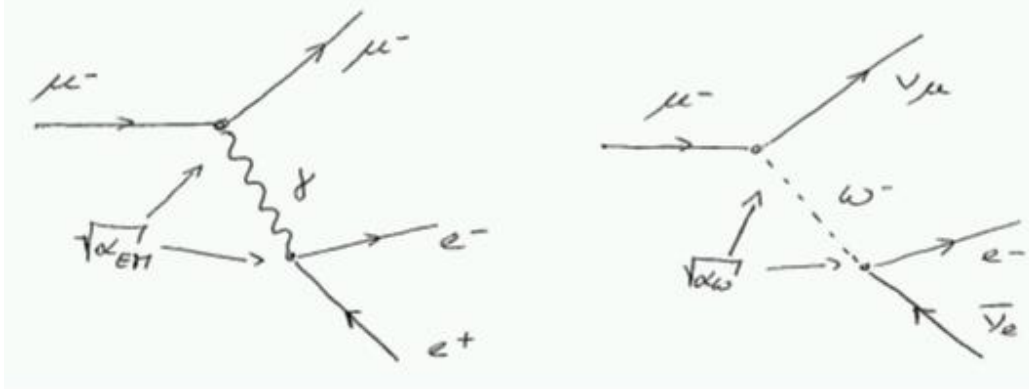
Dieser Zusammenhang wird auch als Sargent Regel bezeichnet.

### 8.3 Kurie-Plot

Aus Formel 153 erhält man (siehe Folie):

$$\left( \frac{d\Gamma}{p_e^2 dp_e} \right)^{1/2} = C \cdot \sqrt{|\mathcal{A}_{fi}|^2 (E_f - E_e)} \quad (159)$$

Diese linear Abhängigkeit von  $E_f - E_e$  wird als Kurie-Plot bezeichnet. Für Neutrino-Massen  $\neq 0$  ändert sich in der Nähe des Endpunktes ( $E_e \sim E_f$ ) das gemessene Elektronenspektrum, was eine Bestimmung der Neutrinomasse ermöglicht. Diese Technik wird z.B. am KATRIN-Experiment (am KIT, Karlsruhe) ausgenutzt. (siehe Folie).



## 8.4 Austauschteilchen der schwachen WW

Der Propagator des geladenen Stroms ( $W$ -Austausch) der schwachen Wechselwirkung ist  $\frac{1}{q^2 - M_W^2 c^2}$ <sup>17</sup>. Bei niedrigen Energien ( $q^2 \ll M_W^2 c^2$ ) kann der Propagatorterm mit  $\frac{1}{M_W^2 c^2}$  genähert werden. Die Masse des  $W$  Bosons ist  $M_W \sim 81 \text{ GeV}/c^2$ . Die Kopplungskonstante der schwachen Wechselwirkung ist  $\alpha_W \sim \frac{1}{40}$ , d.h. größer als die Kopplungskonstante der EM Wechselwirkung  $\alpha_{EM} \sim \frac{1}{137}$ . Prozesse der schwachen Wechselwirkung sind aufgrund der zusätzlichen Unterdrückung durch die Masse des Austauschteilchens so klein!

Der Propagator der beiden oben skizzierten Prozesse ist gegeben durch  $\mathcal{A}_{EM} \propto \sqrt{\alpha_{EM}} \frac{1}{q^2} \sqrt{\alpha_{EM}}$  bzw.  $\mathcal{A}_w \propto \sqrt{\alpha_W} \frac{1}{q^2 - M_W^2 c^2} \sqrt{\alpha_W}$ .

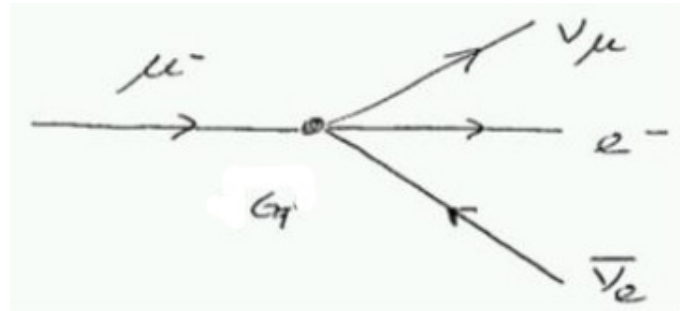
Für kleine  $q^2$  Werte:  $\frac{1}{q^2 + M_W^2 c^2} \Rightarrow \frac{1}{M_W^2 c^2}$  ist der Propagator und damit die Amplitude unabhängig von  $q^2$ .

In den 1930er Jahren (als nur Experimente bei kleinen  $q^2$  durchgeführt wurden) dachte man, die Amplitude sei für alle  $q^2$  unabhängig von  $q^2$  und interpretierte den  $\mu$ -Zerfall als 4-Punkt WW, die es so im SM aber nicht gibt.

Daraus entstand die sogenannte Fermitheorie (die bei kleinen  $q^2$  eine gute Näherung an das Standardmodell ist).

<sup>17</sup>Der Propagator Term des neutralen Stroms ( $Z$ -Austausch) ist  $\frac{1}{q^2 - M_Z^2 c^2}$ , mit  $M_Z \sim 91 \text{ GeV}/c^2$ .





$$G_F \sim \frac{\alpha_W}{M_W^2 c^2}$$

Die Annahme, dass der Propagator Term auch für große  $q^2$  durch eine 4-Punktwechselwirkung mit der Kopplungskonstante  $G_F$  interpretiert kann führte aber für die Neutrinostreuung an Nukleonen zu einem Wirkungsquerschnitt der mit  $E_\nu$  ansteigt. D. h. für beliebig hohe Energien können beliebig hohe Übergangswahrscheinlichkeiten erreicht werden, was die Universalität verletzt.

⇒ Dieses Problem führte zur Vorhersage massiver Austauschteilchen  $W^\pm, Z^0$  von Glashow, Salam & Weinberg, bevor diese experimentell nachgewiesen wurden.

Die massiven  $W$  und  $Z$ -Bosonen wurden 1983 am CERN SPS (Super Proton Synchrotron) in  $p\bar{p}$  Kollisionen bei einer Schwerpunktsenergie von  $E_{CMS} = 540$  GeV nachgewiesen (siehe Folien). Die Vorhersage und der Nachweis dieser schweren Bosonen ist einer der größten Erfolge des Standard Modells.