K. Müller

Beugung, Pfeile und der ganze Rest

David Sauer danke ich herzlich für wertvolle Diskussionen im allgemeinen und hilfreiche Anmerkungen zu diesem Dokument im besonderen.

Version vom 06.01.2016

KaiR.Mueller /at/ web.de

1 Grundlagen (Start bei Null)

Mit „Beugung“ ist das Phänomen, dass Wellen „um etwas herum“ gehen, gemeint. Am einfachsten lässt es sich mit Laserlicht und einem Doppelspalt oder Gitter zeigen. Die Überlegungen dazu werden erleichtert, wenn wir Pfeile verwenden. Beugung tritt für klassische Wellen auf, auch in der modernen Physik können viele Phänomene mit der Pfeil-Idee erklärt werden, Richard Feynman (Nobelpreis Physik 1965) wendete Pfeile in der Quantenelektrodynamik an. Ohne diese Pfeil-Technik kann die Untersuchung der Beugung z. B. an einem Dreifachspalt, Vierfachspalt etc. eher undurchsichtig werden („Welche Welle aus welchem Teil interferiert mit welcher destruktiv?“ etc.).

Die entscheidende Frage bei der ganzen Beugerei ist immer: Wir gehen gedanklich an eine bestimmte Stelle des Schirms. Ist es dort dunkel oder hell? Die Idee zur Beantwortung: An dieser Stelle kommt Licht aus den verschiedenen Öffnungen (oder verschiedenen Punkten des Spalts, falls es ein Einzelspalt ist) an, also auf verschiedenen Lichtwegen. Jedem Lichtweg kann ein gewisser Beitrag zugeordnet werden. Verschiedene Beiträge können sich verstärken oder abschwächen und sogar gegenseitig komplett aufheben. Jeder Beitrag wird nach bestimmten Regeln berechnet. Wir müssen lediglich die Regeln konsequent anwenden wie eine Art Rezept. Die Begründung dieser Regeln würde hier zu weit führen.
Wir beginnen ganz harmlos mit dem Doppelspalt, dabei werden wir merken, dass wir Regeln für Pfeile brauchen. Diese werden dann in einem eigenen Abschnitt zusammengestellt. Damit sind wir dann gerüstet für den 3-fach-Spalt und weitere Beugungsobjekte.

Feynman meint im Falle der Quantenelektrodynamik [FeynmanQED]:

„Sie werden Ihre ganze Kraft dafür zusammennehmen müssen – nicht weil es schwierig zu verstehen wäre, sondern weil es absolut lächerlich ist: Wir werden nämlich nichts weiter machen als kleine Pfeile auf ein Blatt Papier zeichnen – weiter nichts!“

1.1 Doppelspalt

Ein Doppelspalt wird beleuchtet, dahinter ist ein Schirm. Wir wollen wissen, ob es in einem Punkt Z hell oder dunkel ist. In Gedanken schauen wir von oben auf das Experiment.

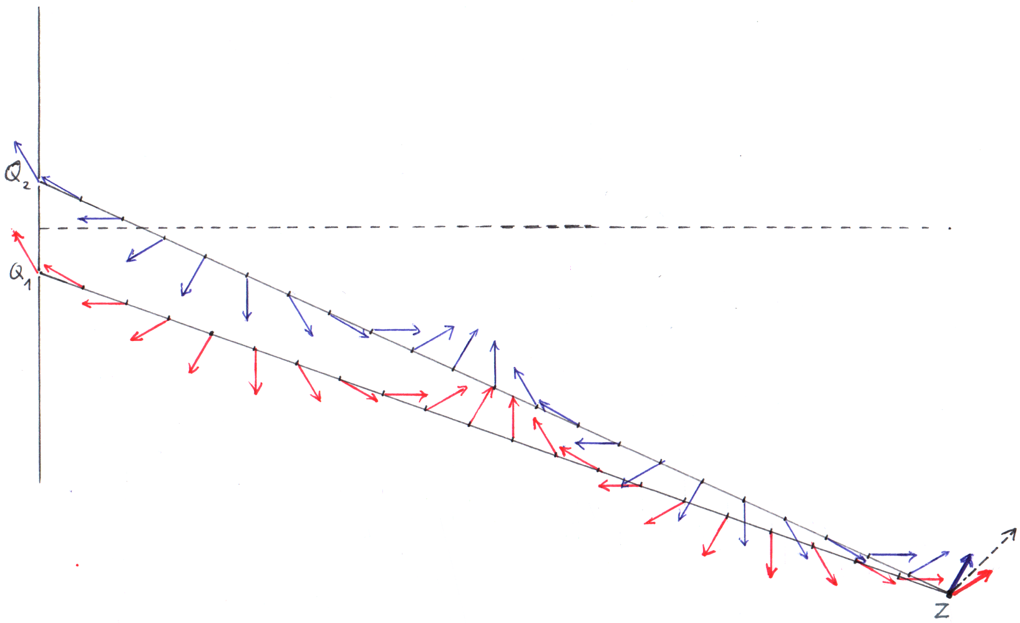


Abb. 1: Entlang eines jeden Wegs wird der Pfeil gedreht.

Zu Z führen zwei Lichtwege: der von Quelle Q_1 und der von Q_2. In beiden Quellen werden Elementarwellen ausgesendet (Gruß von Herrn Huygens). Bei beiden Quellen stehen die Pfeile am Beginn gleich, da die Quellen in Phase sind, in Abb. 1 auf ca. „11 Uhr“. Auf jedem Weg drehen sich die Pfeile (mit gleicher Geschwindigkeit), das ist ein Teil der Regeln. Beim Ankommen im Punkt Z hat sich der Pfeil von Q_2 weiter gedreht als der von Q_1, da der Weg länger ist. Es gibt also einen Phasenunterschied φ zwischen den Pfeilen, sie sind um einen bestimmten Winkel φ gegeneinander verdreht. In der Abbildung sind die Endzustände jeweils fett gezeichnet. Diese beiden Endpfeile werden, auch das gehört zu den Regeln, addiert und ergeben den resultierenden Pfeil (gestrichelt gezeichnet). Die Addition von zwei Pfeilen funktioniert wie bei Kräften: An Z ziehen zwei Hunde gleich stark in verschiedene Richtungen, das Herrchen läuft dann entlang der Winkelhalbierenden.

Daraus werden folgende Aspekte klar: Wenn wir den betrachteten Punkt Z weiter nach unten schieben, wird irgendwann der Fall eintreten, dass der Endpfeil des Lichts von Q_1 und der von Q_2 genau entgegengesetzt zeigen, der Phasenunterschied ist $\varphi = 180°$. Der resultierende Pfeil ist dann ein Nullpfeil. An dieser Stelle ist es auf dem Schirm dunkel, es liegt ein Minimum vor. An anderen Stellen zeigen die beiden Endpfeile jeweils in dieselbe Richtung, der resultierende Pfeil ist besonders lang, der Phasenunterschied ist $\varphi = 360°$ oder $\varphi = 720°, \ldots$. Die betreffende Stelle ist maximal hell, es liegt ein Maximum vor. Wir kommen jetzt zu den Berechnungen dieser Schirm-Stellen und beginnen in der „Mitte“, der Geradeaus-Richtung. Dort ist ein Maximum, das zentrale Maximum, denn die Wege von Q_1 bzw. Q_2 zur Mitte sind gleich lang, die beide Pfeile haben sich genau gleich weit gedreht und haben die gleiche Endstellung, es ist $\varphi = 0°$. Wir bewegen uns nun von dieser Stelle seitlich nach rechts (die Spaltöffnungen sind längs), also in Abb. 1 nach unten. Wir kommen an die Stelle des ersten Minimums, die beiden Endpfeile zeigen in genau entgegengesetzte Richtungen. Der Q_2-Pfeil hat hat eine halbe Umdrehung mehr als der Q_1-Pfeil gemacht. Laut Regel entspricht eine ganze Drehung genau λ, also hat das Licht von Q_2 einen Weg zurückgelegt, der um $\lambda/2$ länger ist als der von Q_1. Diese Differenz von $\lambda/2$ ist der Gangunterschied und wird oft mit δ bezeichnet.

Wo sind wir angelangt?

Dazu berechnen wir den Richtungswinkel, also den Winkel, unter dem wir den gerade untersuchten Punkt Z sehen würden, wenn der Kopf direkt am Doppelspalt wäre und wir in Ausbreitungsrichtung des Lichts schauten. Die Richtung „geradeaus“, also 0°, führt zum Mittelpunkt, siehe dazu Abb. 2 links:

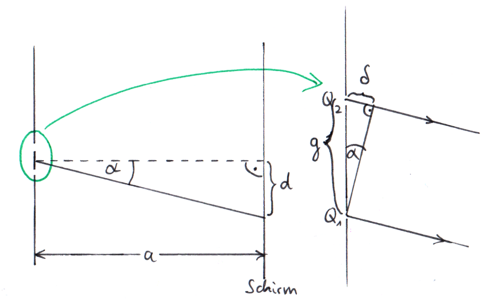


Abb. 2: Geometrische Überlegungen.

Im vergrößerten Bereich, rechts in Abb. 2, gilt

$$\sin\alpha = \frac{\delta}{g}\,.$$

Für ein Minimum muss der Gangunterschied $\lambda/2$ sein, also $\sin\alpha = (\lambda/2)/g$. Damit kann also die Lage des ersten Minimums berechnet werden. Nun bewegen wir uns noch weiter nach rechts. Der Vorsprung des Pfeils von Q_2, der gerade eine halbe Umdrehung war, wird weiterhin immer größer. Irgendwann wird der Q_2-Pfeil den Q_1-Pfeil treffen, um ihn zu überrunden. In diesem Moment zeigen beide in dieselbe Richtung, sie ergeben einen besonders langen resultierenden Pfeil. Wir sind am ersten Maximum angekommen (das Maximum ist der Mitte ist das nullte Maximum). Wie groß ist jetzt der Gangunterschied? Da der Q_2-Pfeil genau eine Umdrehung mehr hat, wurde ein um λ längerer Weg zurückgelegt. Es ist also $\delta = \lambda$. Also liegt das erste Maximum vor beim Winkel α, für den gilt $\sin\alpha = \lambda/g$.

Wenn wir jetzt wieder weiter laufen, wird Q_2 nach dem Überholen seinen Vorsprung zu Q_1 ausbauen und irgendwann wieder eine halbe Drehung weiter sein als dieser. Der Q_2-Pfeil hat dann einen Vorsprung von eineinhalb, also 3/2, Umdrehungen, das Q_2-Licht hat also einen Gangunterschied von $\delta = (3/2) \cdot \lambda = 3 \cdot \lambda/2$. Die Pfeile ergeben nach Addition einen Nullpfeil, daher liegt ein Minimum vor. Gehen wir noch weiter nach rechts, wird irgendwann der Q_2-Pfeil den Q_1-Pfeil zum zweiten Mal überrunden, dann ist $\delta = 2\lambda$ und wir sind an einem Maximum.

Wir können also zusammenfassen: Minima treten auf bei $\delta = 1 \cdot \lambda/2; \delta = 3 \cdot \lambda/2$. Analog werden sie auch bei $\delta = 5 \cdot \lambda/2; \delta = 7 \cdot \lambda/2$ etc. auftreten. Allgemein geschrieben: $\delta_k = (2k-1) \cdot \lambda/2$ mit $k = 1; 2; 3; \ldots$. Der Term $(2k-1)$ ergibt immer eine ungerade Zahl. An dem δ ist ein Index k, der anzeigt, dass es verschiedene Gangunterschiede gibt, nämlich $\delta_1; \delta_2$; etc. Die entsprechenden Minima treten an bestimmten Positionen $d_1; d_2$ usw. auf, weshalb auch hier d_k geschrieben wird und analog für die Winkel α_k. Maxima treten auf bei $\delta = 0$ (nulltes Maximum im Zentrum); $\delta = 2\lambda$ und analog bei $\delta = 3\lambda$; $\delta = 4\lambda$ usw. Übersichtlich geschrieben:

Beim Doppelspalt gilt für die Richtungswinkel α_k zum		
k-ten Minimum:	$\sin\alpha_k = (2k-1) \cdot \left(\frac{\lambda}{2}\right) / g$	$k = 1; 2; 3; \ldots$
k-ten Maximum:	$\sin\alpha_k = k \cdot \lambda / g$	$k = 0; 1; 2; 3; \ldots$

Wie weit ist eine bestimmte Stelle vom Zentrum entfernt?

Um vom Richtungswinkel zum Abstand zu kommen, überlegen wir uns, dass im Dreieck links in 2 gilt: $\tan\alpha = d/a$. Daraus können wir d berechnen, wenn vorher aus der sinus-Formel α berechnet wurde.

Welche Effekte ergeben sich, wenn noch mehr Spalte vorhanden sind?

Ein Gitter besteht aus vielen Öffnungen. Es ist üblich, von einem Mehrfach- oder n-fach-Spalt zu sprechen, wenn $n > 2$ ist, aber nicht allzu „groß“. Beispiele dafür sind der 3-fach-Spalt und 4-fach-Spalt. Meist ist mit „Gitter“ gemeint, dass n „groß“ ist (Konsens), obwohl rein logisch auch „ein Gitter mit 3 Spalten“ Sinn ergibt. Wir kommen bald zum 3-fach-Spalt. In einem Schirmpunkt gibt es dann drei Pfeile, da es drei Lichtwege sind, beim 4-fach-Spalt sind vier Pfeile zu addieren und so weiter. Die bisher bereits verwendetem Regeln stellen wir zusammen und geben auch an, wie es mit mehreren Pfeilen funktioniert.

1.2 Regeln

1. Jedem Lichtweg wird ein Pfeil mit gleicher Länge zugeordnet (z. B. Länge 1).

2. Ein Pfeil wird entsprechend der Länge des jeweiligen Lichtwegs im Gegenuhrzeigersinn[1] gedreht. Er macht genau eine Umdrehung, wenn das Licht einen Weg zurücklegt, der λ ist. An dem zu untersuchenden Punkt des Schirms hat der Pfeil einen „Endzustand“.

[1]Die andere Drehrichtung wäre auch möglich, es muss nur insgesamt konsistent sein, also alle Pfeile im gleichen Rotationssinn. Abb. 1 zeigt für jeden Weg eine Abfolge. Die Darstellungen sind *nicht* als Momentaufnahmen mit den jeweiligen Phasen für die Raumpunkte gedacht wie oft in anderen Zusammenhängen zu finden, aber auch mit solchen ergäben sich gegeneinander verdrehte Endpfeile.

3. Die Pfeile aller Wege im jeweiligen Endzustand werden wie Vektoren addiert, dadurch erhalten wir einen „resultierenden Vektor“, siehe Abb. 3.

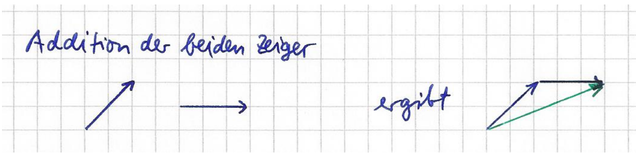


Abb. 3: Addition von Pfeilen.

Zwei Pfeile werden also addiert, indem der Fuß des einen an die Spitze des anderen gesetzt wird, der resultierende Pfeil ergibt sich dann als Pfeil zwischen dem Fuß des einen und der Spitze des anderen. Werden mehrere Pfeile addiert, kann einfach die Spitze des zweiten an den Fuß des ersten gesetzt werden, dann die Spitze des dritten den Fuß des zweiten usw. und dann geht der resultierende all dieser vom Fuß des ersten zur Spitze des letzten. Damit können Gitter untersucht werden. Wir beginnen mit einem Gitter mit drei Spalten, dem 3-fach-Spalt.

1.3 Gitter (Mehrfachspalte eingeschlossen)

Wellen von *benachbarten* Öffnungen haben bei Ankunft am Schirm einen Gangunterschied δ und einen Phasenunterschied φ (also alles wie immer).
Wo gibt es Minima, also Dunkelheit?
Auf dem Schirm müssen wir an einer gewählten Stelle immer drei Pfeile berücksichtigen, für jede Öffnung einen. Dunkel ist es genau dann, wenn der resultierende Pfeil der Nullpfeil ist. Zunächst in Gedanken, ohne zu zeichnen: Wir beginnen mit dem Pfeil für eine Öffnung, Pfeil „1“. Pfeil 2 ist gegenüber diesem um einen kleinen Winkel φ gedreht, Pfeil 3 gegenüber Pfeil 2 wiederum um φ. Alle drei Pfeile summiert ergeben einen bestimmten resultierenden Pfeil.

Wenn φ etwas größer ist, ergibt sich ein anderer resultierender Pfeil. Das entspricht einem anderen Punkt auf dem Schirm, etwas weiter entfernt von der Mitte. Wenn $\varphi = 120°$ ist, ergibt sich der Nullpfeil als resultierender Pfeil, siehe Tabelle 1. Das entspricht einem Gangunterschied $\delta = \lambda/3$, denn $\varphi = 360°$ entspricht $\delta = \lambda$. Wir lassen φ weiter zunehmen. Erst wenn $\varphi = 240°$ ist, tritt erneut der Fall ein, dass sich der Nullpfeil ergibt. Bei $\varphi = 360°$ zeigen alle drei Pfeile in die gleiche Richtung, wir bekommen ein Maximum, das nächste Hauptmaximum. Dann geht das gleiche Spiel von vorne los. Also hatten wir zwischen den Hauptmaxima genau 2 Minima. Zwischen den beiden Minima ergibt sich mal ein relativ langer resultierender Pfeil, der dem Nebenmaximum entspricht. Tabelle 1 zeigt eine Zusammenstellung für verschiedene Phasenunterschiede.

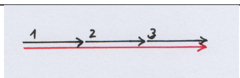
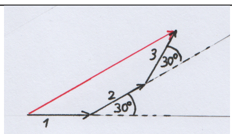
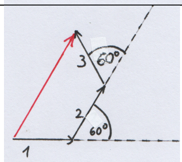
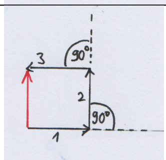
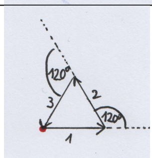
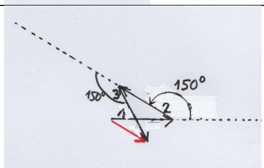
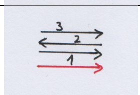
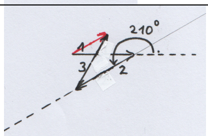
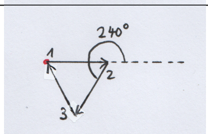
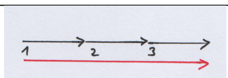
Pfeile	Phasenunterschied **benachbarter** Spalte	Besonderheit
	$0° \hat{=} 0$	Hauptmaximum 0. Ordnung
	$30° \hat{=} \frac{\pi}{6}$	
	$60° \hat{=} \frac{\pi}{3}$	
	$90° \hat{=} \frac{\pi}{2}$	
	$120° \hat{=} \frac{2\pi}{3}$	Minimum
	$150° \hat{=} \frac{5\pi}{6}$	
	$180° \hat{=} \pi$	Nebenmaximum
	$210° \hat{=} \frac{7\pi}{6}$	
	$240° \hat{=} \frac{4\pi}{3}$	Minimum
...	...	...
...	...	...
...	...	...
	$360° \hat{=} 2\pi$	Hauptmaximum 1. Ordnung

Tabelle 1: Übersicht zum 3-fach-Spalt. Ein Phasenunterschied von 360°, also 2π, bedeutet einen Gangunterschied von $\delta = \lambda$; einer von 180°, also π, gehört zu $\delta = \lambda/2$ usw. Die Darstellung ist angelehnt an [Philipp].

Abb. 4 zeigt, wie sich die Länge des resultierenden Pfeils, die Amplitude, in Abhängigkeit vom Winkel zwischen den Pfeilen benachbarter Spalte ergibt. Ein einzelner Pfeil hat die Länge 1.

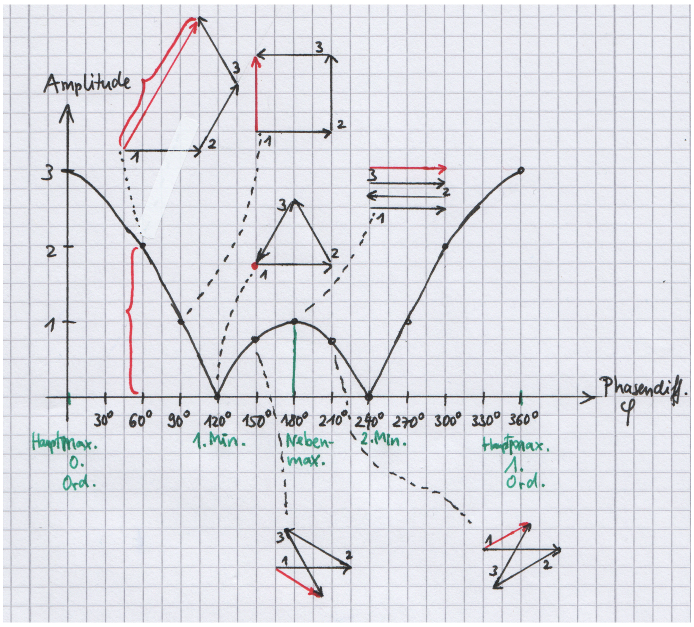


Abb. 4: Amplitude des resultierenden Pfeils, nach [DornBader].

Es ist erkennbar, dass beim Nebenmaximum, $\varphi = 180°$, die Amplitude 1 ist. Auch bei $\varphi = 60°$ ist die Amplitude 1, jedoch führt eine kleine Verkleinerung von φ zu einem längeren resultierenden Pfeil, eine kleine Vergrößerung zu einem kürzeren. Beim Nebenmaximum ergibt sich beide Male eine Verkleinerung. (Mathematische Definition eines Maximums: Auf dem Graphen liegen in der Umgebung dieser Stelle alle Punkte tiefer).

Für den 4-fach-Spalt, 5-fach-Spalt usw. können wir ganz analog vorgehen. Es ergibt sich:

Beim optischen Gitter gilt: Je mehr Spaltöffnungen es gibt, desto heller und schärfer sind die Maxima und desto mehr nehmen die Resthelligkeiten in den Zwischenräumen ab.

Ein Gitter mit beispielsweise 500 Öffnungen hat also sehr scharfe Maxima; deren Abstand lässt sich besonders gut, verglichen mit einem Doppelspalt, im Experiment am Schirm ablesen. Daher werden in Experimenten für Messungen meist Gitter verwendet.

Wie passt das zu den Pfeilen?

Nehmen wir der besseren Vorstellung halber eine konkrete Zahl, z. B. 16 Öffnungen. Dann sind 16 Pfeile zu addieren. Im Zentrum zeigen alle 16 Pfeile in dieselbe Richtung, als resultierender Pfeil ergibt sich ein 16-mal so langer Pfeil wie ein einzelner Pfeil. Es ist wieder $\delta = 0$ und das 0. Maximum ist sehr hell (Abb. 5).

Nun gehen wir soweit zur Seite, bis das 1. Minimum kommt, also die Addition aller 16 Pfeile einen Nullpfeil ergibt, wie in Abb. 6.

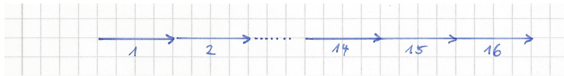


Abb. 5: Maximum.

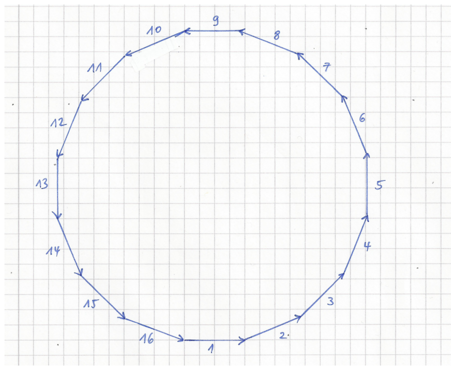


Abb. 6: Pfeildiagramm für das 1. Minimum.

Damit ein Vollkreis (360°) entsteht, müssen zwei benachbarte Pfeil um 360°/16 versetzt sein. Der zugehörige Gangunterschied ist $\delta = \lambda/16$ (für zwei benachbarte Spalte(!)). (Beim Doppelspalt ist beim 1. Minimum $\delta = \lambda/2$). Das erste Minimum ist also näher am Zentrum, denn δ ist kleiner und $\sin\alpha = \delta/g$ und damit ist der sinus kleiner und auch der Winkel, daher erscheint das Maximum schlanker, also schärfer. Wären es 100 Spalte, wäre schon für $\delta = \lambda/100$ das erste Minimum erreicht.

Wir entfernen uns jetzt weiter vom Zentrum, die Winkel zwischen zwei benachbarten Pfeilen werden immer größer, es ergibt sich ein resultierender Pfeil, wie in Abb. 7 gezeigt. Die Länge ist deutlich kleiner als die in Abb. 5 oben, es ergibt sich eine Resthelligkeit. Wenn wir weiterlaufen kommen wir wieder zu der Situation, dass sich insgesamt Null ergibt wie in Abb. 8.

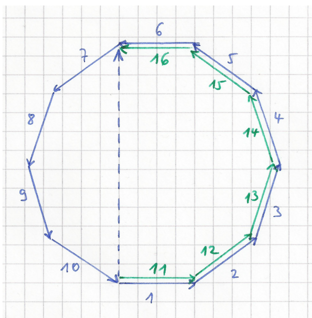


Abb. 7: Resthelligkeit ergibt Nebenmaximum.

Schon zwei Gruppen von je acht Pfeilen ergeben Null (analog ergibt 5 + (-3) + (-5) + 3 = 0, aber schon 5 und -5 und -3 und 3 ergeben bereits Null, die Summe der ersten beiden Zahlen muss nicht berechnet werden). Dies ist beim Gangunterschied $\lambda/8$ der Fall. Das kann auch als $2\lambda/16$ geschrieben werden, bei $3\lambda/16$ bilden sich 3 Kreise, die

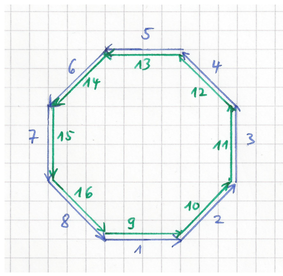


Abb. 8: Pfeildiagramm für das 2. Minimum.

jeweils einen Nullpfeil ergeben usw. Erst für $\delta = 16\lambda/16$ sind wieder alle Pfeile in gleicher Stellung, dies ergibt ein *Hauptmaximum* (das 1. Hauptmaximum). Die Resthelligkeiten dazwischen heißen *Nebenmaxima*. Bis jetzt sind also nach dem 0. Maximum im Zentrum 15 Minima (16-1) aufgetreten ($\delta = \lambda/16; ...\delta = 15\lambda/16$), dazwischen immer wieder Resthelligkeiten, nämlich 14 Nebenmaxima (16-2). Zwischen 15 Positionen passen immer 14 Zwischenräume. Wenn wir vom 1. Hauptmaximum weitergehen, wiederholt sich das ganze Spiel wieder.

Allgemein befinden sich bei n Spalten zwischen zwei Hauptmaxima $(n-1)$ Minima und $(n-2)$ Nebenmaxima.

Zusammenfassend geschrieben:

Beim Gitter (also auch Mehrfachspalten) gilt für die Richtungswinkel α_k zum (Haupt-)Maximum k-ter Ordnung: $\sin\alpha_k = k \cdot \lambda \,/\, g \qquad k = 0; 1; 2; 3; ...$

1.4 Einzelspalt

Wir lassen vom Spalt viele Elementarwellen starten, mit einem einzelnen Pfeil kommt man nicht weit. Wir könnten auch beim Gitter und Doppelspalt von jeder Öffnung mehrere Wellen ausgehen lassen, was dann zu mehr Pfeilen führt. Das ändert nichts am Ergebnis: Wenn wir für jeden Spalt zusätzliche Ausgangspunkte für Wellen annehmen, sind diese nah an den bisher betrachteten und die entsprechenden Endpfeile unterscheiden sich kaum und verändern somit die Stellung des resultierenden Pfeils kaum.

Im Prinzip sind es unendlich viele Elementarwellen. Wir gehen aus Gründen des einfacheren Zeichnens von 12 Elementarwellen im Spalt aus (Die Zahl 12 ist willkürlich). Das 0. Maximum ergibt sich, wenn alle 12 Pfeile in die gleiche Richtung zeigen. Alle Wellen haben den gleichen Weg zurückgelegt, es ist $\delta = 0$ und damit $\varphi = 0$. Das 1. Minimum ergibt sich, wenn die Resultierende aller Pfeile zum ersten Mal Null ist, wie Abb. 9 zeigt. Pfeil 1 und Pfeil 12 sind um fast 360° gegeneinander gedreht. Würden wir noch mehr Elementarwellen annehmen, wäre der Winkel noch näher bei 360°.

Pfeil 12 hat Pfeil 1 so gut wie überrundet. Die zugehörigen Wellen haben also einen Gangunterschied von $\delta = \lambda$. Das sind gerade die Randstrahlen des Einzelspalts (Elementarwelle 1 und 12). Die allgemeingültige Gleichung $\sin\alpha = \delta/l$ (wir haben hier nur g durch l ersetzt, l ist die Breite des Spalts) liefert also $\sin\alpha = \lambda/l$. Das 2. Minimum ergibt

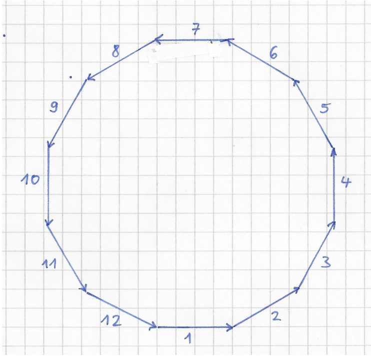


Abb. 9: Pfeile für das 1. Minimum beim Einzelspalt. Die Anzahl von 12 Elementarwellen ist beliebig. Die Darstellung ist von [Philipp] übernommen.

sich, wenn die Resultierende aller Pfeile zum zweiten Mal Null ist (doppelt geschlossene Pfeilkette). Zwischen erstem und letztem Pfeil ist der Winkel annährend 720°. Daher ist der Gangunterschied der zugehörigen Wellen $\delta = 2\lambda$, für den Winkel ergibt sich $\sin\alpha = 2\lambda/l$.

Somit erhalten wir

Beim Einzelspalt der Breite l gilt für die Richtungswinkel α_k zum k-ten Minimum: $\sin\alpha_k = k \cdot \lambda/l \qquad k = 1; 2; 3; \ldots$

Für die Maxima gibt es nur eine Näherung: Die Maxima sind *etwa*[2] bei den Gangunterschieden $\delta = 3 \cdot \lambda/2; 5 \cdot \lambda/2; \ldots.$

Es ist fällt auf, dass die *Minimum*-Bedingung beim *Einzelspalt* „ähnlich“ der *Maximum*-Bedingung beim *Doppelspalt* ist!

Bedenkenswert ist auch folgende Überlegung: Bei einem Doppelspalt wird anfangs ein Spalt zugehalten. Wenn jetzt der zweite geöffnet wird, entstehen zusätzliche Dunkelstellen. Denn der zusätzliche Spalt hat eine gewisse Entfernung vom anderen Spalt, von da kommen Pfeile, die sich mehr weiterdrehen können als vorher mit nur einem geöffneten Spalt. Ist einer um 180° weitergedreht, ergibt die Addition einen Nullpfeil. Wenn also irgendwo Licht ist und es werden zusätzliche Spalte geöffnet, kann dort plötzlich Dunkelheit sein. Ist es allerdings irgendwo, wenn die Spalte einzeln betrachtet werden, jeweils dunkel, kann nach dem Öffnen dort nicht Licht sein. Zwei geschlossene Pfeilketten ergeben insgesamt wieder einen Nullpfeil.

Beim Einzelspalt gibt es nur ein Hauptmaximum (das nullte), die anderen Maxima sind sämtlich Nebenmaxima.

[2]Für Experten: Es wäre auszuprobieren, bei wie vielen Umläufen der resultierende Pfeil maximale Länge hat. Dies ist bei *etwa* 1,5 Umläufen erstmals der Fall, was einem Gangunterschied von $3 \cdot \lambda/2$ entspricht.

1.5 Anhang

1.5.1 FAQs

- Wozu Pfeile?

  Für Herleitung der Formeln (nur wenn Herleitung ausdrücklich verlangt), bei Minimabestimmung für Mehrfachspalte **immer**.

- Bei *welchem* Beugungsobjekt kann *was* berechnet werden?

  Faustregel: Wir berechnen im allgemeinen Hauptmaxima, Nebenmaxima nicht.

  Wir berechnen beim...

  – Einzelspalt: Minima. (Maxima? Es gibt nur ein Hauptmaximum, das in der Mitte, alles andere sind Nebenmaxima, verwende dann Faustregel),
  – Doppelspalt: Maxima und Minima,
  – Mehrfachspalt: Hauptmaxima und Minima (es gibt auch Nebenmaxima, siehe aber Faustregel),
  – Gitter: Maxima.

  ODER Nenne $\sin\alpha = k \cdot \lambda/g$ privat „Hauptmaximums-Formel“

  – **Maxima**: Für Gitter (einschließlich Mehrfachspalt) und Doppelspalt berechnen wir die Maxima nach derselben Formel. Das ergibt immer Hauptmaxima. (Denn die Formel kommt von $\sin\alpha = \delta/g$ und $\delta = k \cdot \lambda$ bezieht sich auf lauter gleichgerichtete Pfeile).

    Da der Einzelspalt nur eines hat (das 0. in der Mitte), kann diese Formel keine weiteren liefern (auch wenn sich rechnerisch Werte ergeben würden).

  – **Minima**: Beim Einzelspalt mit $\sin\alpha = k \cdot \lambda/g$, ansonsten mit Pfeilen. (Beim Doppelspalt ergibt das die sinus-Formel mit ungeraden Vielfachen von $\lambda/2$, da zwei Pfeile nur dann einen Nullpfeil ergeben, wenn $\varphi = 180°$ oder $\varphi = 540°$, ...).

- Warum fällt der Einzelspalt aus der Reihe?

  Wenn mehrere Spalte vorhanden sind (beim Doppelspalt, n-fach-Spalt und Gitter) betrachten wir den Gangunterschied benachbarter Spalte. Beim Einzelspalt untersuchen wir den Gangunterschied der Randstrahlen (dieses einen Spaltes).

  Wir sind beim Einzelspalt von mehreren Elementarwellen ausgegangen. Beim n-fach-Spalt reicht es, pro Spalt eine Welle zu nehmen.

  Doppelspalt kann auch als Gitter mit 2 Spalten gesehen werden, Einzelspalt ist *kein* Gitter.

- Maximum oder Maxima?

  Einzahl ist das Maximum, Mehrzahl sind die Maxima. Außerdem: Die Spalte werden beleuchtet, nicht die Spalten.

1.5.2 Tiefergehende Anmerkungen

Bei Licht wird als Intensität die Energie pro Zeit und Fläche gemessen. Für die Energiedichte des elektrischen Feldes ρ gilt $\rho \sim E_{max}^2$, wobei E_{max} die Amplitude der elektrischen Feldstärke ist. Unsere Pfeillänge ist also jeweils der Betrag der elektrischen Feldstärke. Diese müsste also noch quadriert werden, um zur Intensität zu kommen. Dann ergeben sich auch die üblichen Intensitätsverteilungs-Graphen. In diesen haben die Minima auch eine waagrechte Tangente („runder Verlauf“), anders als in Abb. 4. Mathematisch: Quadrieren der in Abb. 4 gezeigten Funktion führt zur Intensitätsverteilung des 3-fach-Spalts. Allerdings wird auf der Rechtsachse solcher Verteilungsgraphen üblicherweise der Abstand d vom Zentrum oder der Richtungswinkel α aufgetragen!

Außerdem müssten die Pfeile während ihres Weges kürzer werden, da die Intensität abnimmt.

1.5.3 Näherungsweise Bestimmung der Maxima beim Einzelspalt

Hinweise zu einer genaueren Analyse: Mit Pfeilen kann die Intensität am Einzelspalt hergeleitet werden, [FeynmanVorl],

$$I = I_0 \cdot \left(\frac{\sin(\pi \frac{\delta}{\lambda})}{\pi \frac{\delta}{\lambda}} \right)^2 .$$

Diese Funktion hat das erste Maximum bei *etwa* $\delta \approx 1,430\lambda$. (Wir setzen z. B. $x = \frac{\delta}{\lambda}$. Dann ist die erste Ableitung (unter anderem dann) Null, falls $\pi \cdot x = \tan(\pi \cdot x)$, auf den Nachweis des Maximums verzichten wir hier. Numerische Lösung dieser Gleichung ergibt als erste nichttriviale Lösung $x = 1,430$).

1.5.4 Didaktische Anmerkungen

Vorteil der Pfeilmethode unter anderem beim Einzelspalt: Folgendes Problem bei Untersuchung des 2. Minimums tritt nicht auf, was bei der Herleitung über Einteilung des Einzelspalts in 4 Bereiche, aus denen sich dann besonders gewählte Wellen auslöschen, entsteht: Entsprechende Strahlen aus Bereich I und II löschen sich aus wegen des Gangunterschieds $\lambda/2$, aber bei anderer Zusammenfassung aus Abschnitt I und III hätten sie den Gangunterschied λ.

Literaturverzeichnis

[FeynmanQED] Richard P. Feynman, QED – Die seltsame Theorie des Lichts und der Materie, 16. deutsche Auflage 2011, Piper, München.

[Philipp] Wolfgang Philipp, Zeigermodell im Physikunterricht der Kursstufe, http://www.quantenphysik-schule.de/dokumente/zeiger-skript.pdf (abgerufen am 06.01.2016).

[DornBader] Friedrich Dorn, Franz Bader, Physik 11/12, Schroedel, 2010, Braunschweig.

[FeynmanVorl] Richard P. Feynman, Robert B. Leighton, Matthew Sands, Vorlesungen über Physik, Band I, Kapitel 30, 5. Auflage, 2007, Oldenbourg, München.