

6. Supraleitung

6.1. Phänomenologie

Supraleitung: in manchen Materialien fließt Strom bei niedriger Temperatur ohne Widerstand, $\rho = 0!$ → Fig 6-1

von Kamerlingh Onnes 1911 an flüssigem Hg bei 4.2K (fl. He stand seit Jahren zur Verfügung!) entdeckt

Onnes: $R < 10^{-5} \Omega$, Abfall sehr scharf

heute: ρ unmeßbar klein, Messung durch persistente Ströme. Brünige Supraleiterschleife im Magnetfeld, induzierte Strom, entpne Magnetfeld und Werte ... Jahre! $\rho < 10^{-25} \Omega m$

$\Delta T \leq 10^{-3} K$ abh. von Probequalität

Phasenübergang, u.U. 1. Ordnung

viele Metalle, Legierungen und A. zeigen Supraleitung

hohes Magnetfeld und/oder hohe Strom ^{stark} ~~erhöhen~~ ^{erhöhen} diese Eigenschaft! sehr schmale b17. Anwendung → Fig. 6-2
aber bei einigen Legierungen 50T und $10^{11} A m^{-2}$
bei fl. He Temp ok

Messner-Ochsenfeld Effekt: 1933 entdeckt, daß Supraleiter auch perfekter Diamagnet, $\chi_m = -1$ ^{für} $T < T_c$

$\vec{M} = -\vec{B}_0 / \mu_0$, Magnetisierung kompensiert externes

B-Feld $\vec{B}_{sc} = \mu_0 (\vec{H}_{sc} + \vec{M}_{sc}) = 0$

äußeres Magnetfeld induziert Ströme in dünnen

Schicht an Oberfläche des Supraleiters, nach
 Lenz'scher Regel Gegenmagnetfeld, Kompensation
 des äusseren Felds im Inneren des Supraleiters

$$B(z) = B(0) \exp(-z/\lambda_L) \quad \lambda_L = 10-100 \text{ nm} \quad \text{London'sche Eindringtiefe}$$

Zusätzlicher Effekt zu perf. Leitung!
 wo alles durch Faraday'sches
 Gesetz erklärt $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$ & magnet. Fluß durch
 geschl. Ökz. sich nicht ändert ⇒ [Fig. 6-3]

6.2. Mikroskopische Theorie

1957 durch J. Bardeen, L.M. Cooper und J.R.
 Schrieffer \leftrightarrow BCS-Theorie (Nobelp. 1972)

Supraleitender Zustand \leftrightarrow Quantenphänomene
 auf mikroskop. Skala

sehr viele Teilchen im selben Zustand, aber
 Elektronen sind Fermionen?!

Elektronen bilden sogenannte "Cooper-Paare"
 die Bosonen sind (Nukleonen im Kern
 tun das auch! ebenso ^{fermionische} Alkaliatome in kal-
 ten Quantengasen)

Grundsätzlich geht das immer, wenn eine
 u.U. beliebig schwache, attraktive WW zwischen
 den Fermionen herrscht.

Zur Supraleit: Elektronen tauschen 'virtuelle'
 Phononen aus, die Elektron-Photon WW
 führt zu attraktiver effektiver Elektron-Elektron
 WW (trotz Coulombabstoßung) ⇒ [Fig. 6-4]
 für anschauliche Erklärung.

6-3

Die Elektronen des Cooperpaar können durch
Fermionenzustände beschrieben werden

$$\{(\vec{k}\uparrow), (-\vec{k}\downarrow)\} \quad * \text{ (siehe 6-3 für mehr)}$$

während Abstand $\xi = 0.4 \text{ nm} - 1 \mu\text{m}$! kann
sehr groß sein "Kohärenzlänge"

quantenmech. Behandlung der Cooperpaar
BCS-Theorie

Elektronen in der Nähe der Fermikante tau-
schen Phononen mit $\hbar\omega$ bis zu $\hbar\omega_D$ aus
alle anderen Elektronen sind durch
Fermi-Dirac Statistik blockiert

Energieerwin Δ pro Elektron oder 2Δ pro Paar:
durch Bildung der Cooperpaar erniedrigt
sich Energie & alle Paare kondensieren
in diesem neuen Zustand wenn Entropie
unwichtig wird (bei sehr kleiner Temperatur)
→ konsequent: zwischen besetzten und
unbesetzten Zuständen bildet sich eine
Lücke (gap) von 2Δ um die Fermikante

→ Fig 6-5

Bildungsenergie des Cooperpaars bei $T=0$

$$\Delta(T=0) = 2\hbar\omega_D \exp(-1/V \cdot g(E_F))$$

mit Debye Frequenz ω_D , attraktivem V Potential
und el. Zustandsdichte $g(E_F)$

Δ fällt mit T da Cooperpaar durch $k_B T$ auf-
gehoben werden und wird 0 bei T_c

Cooper löst 1956 Schrödingers Gleichung für 2 wechselwirkende Elektronen in Anwesenheit einer Fermikugel nicht-wechselwirkender Elektronen

Wellenfunktion der 2 Elektronen

$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \sum_{\vec{k}_1, \vec{k}_2} f(\vec{k}_1, \vec{k}_2) \exp(i\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1) \exp(i\vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2)$$

mit $k_1, k_2 > k_F$ (Rolle der anderen Elektronen)

für niedrigste Energie ist c.m. der beiden Elektronen in Ruhe, d.h. $\vec{k}_1 = -\vec{k}_2 = \vec{k}$ damit

$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \sum_{\vec{k}} g(\vec{k}) \exp(i\vec{k} \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2))$$

$k > k_F$

es gibt gebundene Zustände wenn WW beliebig schwach aber attraktiv

BCS: Wellenfunktion von n Cooperpaaren ohne Restriktion $k > k_F$

sphärische Symmetrie der Paarwellenfunktion kein Bahndrehimpuls

totale Paarwellenfunktion antisymmetrisch durch antisymmetrischen Spin Singulett $\phi(1,2) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow) \cdot \Psi(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$

N -Elektronenwellenfunktion

$$\Psi(1, 2, 3, \dots, N) = P \{ \phi(1,2) \phi(3,4) \dots \phi(N-1,N) \}$$

mit Operator P der Produktwellenfunktion $\{ \dots \}$ antisymmetrisch bezüglich Vertauschen von je 2 Elektronen macht

- Nachweis des Gaps und der Cooperpaare:
 - Tunneln zwischen Supraleit mit $T < T_c$ und normalem Metall, getrennt durch Isolator. Durch Anlegen einer äusseren Spannung U kann Fermienergie des Metalls auf Höhe der unbesetzten Zustände im Supraleit gebracht werden sobald $eU = \Delta \approx$ fließt Tunnelstrom exp. Bestimmung von Δ → Fig 6-6

- Makroskopische kohärente Wellenfunktion der Cooperpaare direkt beobachtbar durch Quantisierung des mag. Flusses durch von supraleitendem Ring umschlossene Fläche
 eindeutige Wellenfunktion erfordert fixen Umlauf um Ring Phasenänderung $2\pi n$ (n positiv ganzzahlig)
 $\Rightarrow \Phi = n \Phi_0$ mit elementarem Flussquantum $\frac{2\pi\hbar}{q} = \frac{h}{q}$ und $q = 2e$

experimentell bestätigt, kühler Ring im Magnetfeld bis supraleitend, $\approx B=0$
 messe Fluss $\Phi = 1, 2, 3 \frac{h}{2e}$
 $2 \cdot 10^{-15} \text{ Tm}^2$

Deaver, Fairbank 1961

Warum Supraleitend?

Strom ~~durch~~ Kondensat von Cooperpaaren
 $\hat{=}$ ganzes Kondensat wird im E-Feld
 beschleunigt, alle Coop-paare haben jetzt
 statt Paarimpuls $q=0$ endlichen

Paarimpuls $\hbar \vec{q} = 2m \vec{v}$

jedes Paar trägt zu Stromdichte \vec{j} bei

$$\vec{j} = -\frac{n_s}{2} ze \frac{\hbar \vec{q}}{2m} \quad \frac{n_s}{2} \text{ Dichte der Paare}$$

der kohärente Zustand erlaubt nicht, daß
 ein einzelnes Coop-paar ein Phonon streut
 und seinen Impuls ändert ohne daß
 alle anderen Paare ihn auch ändern
 Grundzustandswellenfunktion des
 Kondensats müsste sich ändern

- allerdings: durch genügend starkes
 externes Feld ist das möglich