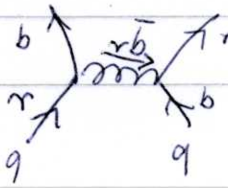
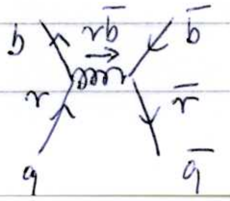
3. Starke Wechselwirkung und Quarkstruktur von Hadronen

6 Quarks und 6 Antiquarks kommen in der Natur in gebundenen Zuständen vor, den Hadronen
2 Typen: Baryonen haben 3 Valenzquarks, sind Fermionen; Mesonen sind Quark-Antiquark gebundene Zustände.
Entsprechend der elektrischen Ladung, an die die Photonen in der elektromagnetischen WW koppeln haben Quarks ausserdem eine von 3 möglichen Farben, oder Farbladungen. Die Austauschteilchen der starken WW, die Gluonen koppeln an die Farbe. Hadronen sind farbneutral oder farblos.
Baryonen: 3 Valenzquarks verschiedener Farbe, r, g und b
Mesonen: Valenzquarks und Antiquarks von je einer Farbe und der entsprechenden Antifarbe.
Im Gegensatz zum elektrisch neutralen Photon tragen Gluonen Farbladung und zwar je eine Farbe und eine Antifarbe. Die 9 möglichen Kombinationen zerfallen nach gruppentheoretischen Überlegungen in ein Farboktett mit Zuständen
$r\bar{b}$, $r\bar{g}$, $b\bar{r}$, $b\bar{g}$, $g\bar{r}$, $g\bar{b}$, $\frac{1}{\sqrt{2}}(r\bar{r}-g\bar{g})$, $\frac{1}{\sqrt{6}}(r\bar{r}+g\bar{g}-2b\bar{b})$
und in ein farbneutrales (farbloses) Singlett
$\frac{1}{\sqrt{3}}(r\bar{r}+g\bar{g}+b\bar{b})$
farbige Quarks wechselwirken miteinander durch Gluonaustausch wie z.B.



oder


1975 wurde von Wilczek, Politzer und Gross eine Feldtheorie für die starke WW vorgeschlagen: Quantenchromodynamik (QCD) - Nobelpreis 2004
bei kleinen Abständen ist die WW Coulombartig, $1/r$ Potential, bei großen Abständen wird es zunehmend schwerer Quarks oder Quark-Antiquark zu trennen ≡ confinement

Potential $V = -\frac{4}{3}\frac{\alpha_s}{r} + \tilde{kr}$

essentieller Beitrag von Gross, Politzer, Wilczek: bei sehr kleinen Abständen sind Quarks asymptotisch frei: für $r \to 0$ geht $\alpha_s \to 0$ } "asymptotische
ebenso für $q^2 \to \infty$ " } Freiheit"

Insgesamt sind einige Hundert Hadronen bekannt mit Massen zwischen 135 MeV und ca 11 GeV
Siehe Zusammenstellung der Particle Data Group http://pdg.lbl.gov/, die ständig aktualisiert wird.
Wegen Massenhierarchie der Quarks und Quantenzahlen ist eine Ordnung in Multiplets sinnvoll.

<u>Mesonen</u>: die leichtesten Mesonen haben Spin $S=0$ und totalen Drehimpuls $J=0$
aus nur u und d-Quarks (und $\bar{u}$ und $\bar{d}$) kann man 4 Zustände konstruieren, 1 Triplett und 1 Singlett.
Nimmt man s-Quark (und $\bar{s}$) als 3. Quark dazu → 9 Zustände, die aus gruppentheoretischen Überlegungen in ein Oktett und ein Singlett gruppiert sind.

Die beiden Quantenzahlen I_3 und S spannen eine Ebene auf, in der diese Resonanzen 9 Punkte belegen ⇨ $\boxed{\text{Fig. 3-1}}$

Erinnerung: u $I_3 = 1/2$ d $I_3 = 1/2$ s $S = -1$
und Antiquarks entgegengesetzt

~ eine $SU(3)_f$ Gruppenstruktur in Flavor, zerfällt in ein Oktett und ein Singlett (sollten bei exakter Symmetrie alle dieselbe Masse haben)

am energetisch günstigsten: $S = 0$, $J = 0$
9 sogenannte "Pseudoskalare Resonanzen", da Parität (Symmetrie der Wellenfunktion unter räumlicher Inversion $\vec{r} \to -\vec{r}$) negativ ist.
NB: Symmetrie der Wellenfunktion bezüglich Spin ↑↓: kann symm. oder antisymm. sein

für eine gegebene Strangeness gruppieren sich die Teilchen in Multipletts bezüglich des Isospins

Pion: $\pi^+ = u\bar{d}$ $m_{\pi^+} = 139\ MeV/c^2$ $I_3 = 1$
$\pi^- = \bar{u}d$ m_{π^-} " $I_3 = -1$ Antiteilchen zu π^+
die Pionen mit $I = 1$ müssen ein Triplett bilden
3. Teilchen $\pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$ $m_{\pi^0} = 135\ MeV/c^2$
antisymm. bez. Vertauschung $u\bar{u} \leftrightarrow d\bar{d}$

Kaon: $K^+ = u\bar{s}$ $494\ MeV/c^2$ $I_3 = 1/2$ $S = 1$
$K^- = \bar{u}s$ " $I_3 = -1/2$ $S = -1$ Antit. zu K^+
$K^0 = d\bar{s}$ $498\ MeV/c^2$ $I_3 = -1/2$ $S = 1$
$\bar{K}^0 = \bar{d}s$ " $I_3 = 1/2$ $S = -1$ Antit. zu K^0

2 Teilchen fehlen noch: eins im Oktett
$\frac{1}{\sqrt{6}}(u\bar{u}+d\bar{d}-2s\bar{s})$
und ein im Flavor symmetrisches Singlett
$\frac{1}{\sqrt{3}}(u\bar{u}+d\bar{d}+s\bar{s})$

die beiden Teilchen η (548 MeV/c²) und
η' (958 MeV/c²) entsprechen (in etwa) diesen
Zuständen
da die Quantenzahlen I_3 und $S=0$ sind
können sie allerdings mischen und die
physikalischen Teilchen η und η' sind
keine reinen Flavoroktett und -singlett
Zustände.
Die doch erheblichen Massenunterschiede der
9 Zustände zeigen gewisse Brechung der Flavor-
symmetrie

Bei paralleler Kopplung der Quark- und
Antiquark-Spins $\uparrow\uparrow$ $S=1$; mit $L=0 \Rightarrow J=1$
wieder 9 Zustände

allerdings etwas höher in der Energie (Masse) die "Vektormesonen" ⇒ $\boxed{\text{Fig 3-2}}$

Rho ρ^+, ρ^-, ρ^0 Analoge des Pions $m \simeq 770\,MeV/c^2$
$K^{*+}, K^{*-}, K^{*0}, \overline{K^{*0}}$ wie Kaon $m \simeq 892\,MeV/c^2$
ω und φ entsprechend dem η und η', allerdings sind Oktett und Singlett Zustand so gemischt, daß φ hauptsächlich $s\bar{s}$
und $\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d})$
Diese Mischung erklärt die Zerfälle ($\omega \to 3\pi$ und $\varphi \to K\bar{K}$) und Massen (Gell-Mann Okubo Formel, siehe z.B. Perkins 4.7) für ω $783\,MeV/c^2$ und φ $1019\,MeV/c^2$
(ω-Masse ähnlich ρ-Masse)

Es gibt auch Mesonen mit $L \neq 0$ und $J > 1$ aber höher in Energie z.B. f_4 bei $2050\,MeV$ $J = 4$

<u>Baryonen</u>: 3 Valenzquarks spin $S = 1/2$ oder $3/2$
mögliche elektrische Ladung ++, +, 0, −
und entsprechende Antibaryonen

totale Wellenfunktion muß bezüglich Vertauschung von 2 Quarks definierte Symmetrie haben und antisymmetrisch sein (Fermionen)

Betrachte zunächst

$$\Psi(1,2,3) = \underbrace{\Psi_r(1,2,3)}_{\text{räumlich}} \cdot \underbrace{\chi_s(1,2,3)}_{\text{Spin}} \cdot \underbrace{\varphi_f(1,2,3)}_{\text{Flavor}}$$

aber das reicht nicht aus!

Baryon uuu mit $S=3/2$ existiert mit $l=0$ und ist ein Ladungszustand des 1. angeregten Zustands des Nukleons: $\Delta^{++}(1232)$

s-Welle ~ ψ_r symmetrisch

$\uparrow\uparrow\uparrow$ χ_s "

uuu φ_f "

d.h. es muß einen zusätzlichen antisymmetrischen Teil der Wellenfunktion geben: Evidenz für Farbe

3 Quarks, jedes mit einer anderen der 3 Farben

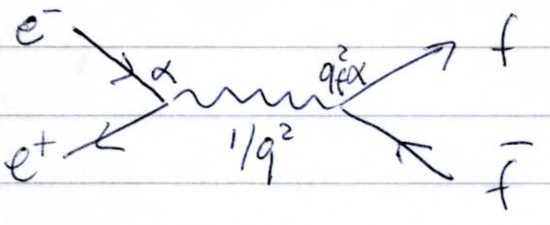
Konstruktion einer antisym. Farbwellenfunktion $\varphi_c = \frac{1}{\sqrt{6}} \sum_{ijk} \varepsilon_{ijk} u_i u_j u_k =$

$$= \frac{1}{\sqrt{6}} (u_1u_2u_3 - u_1u_3u_2 - u_3u_2u_1 + u_2u_3u_1 - u_2u_1u_3 + u_3u_1u_2)$$

Produkt $\psi_r \chi_s \varphi_f$ immer symmetrisch f. Baryonen

Experimentelle Evidenz für 3 Farben:

mehrere Observable, z.B. Wirkungsquerschnitt e^+e^- Annihilation in Fermionpaar



$$\sigma_{e^+e^- \to \mu^+\mu^-} = \frac{4\pi\alpha^2(\hbar c)^2}{3s}$$

wenn $\sqrt{s}$ die cm Energie des e^+e^- Paars ist mit $\sqrt{s} = q^2$ in diesem Fall

$\sigma_{e^+e^- \to u\bar{u}} = \frac{4}{9} \frac{4\pi\alpha^2(\hbar c)^2}{3s}$ ohne Farbe

$= 3 \cdot \frac{4}{9} \cdot \ldots$ mit 3 Farben

$$\sigma_{e^+e^- \to q\bar{q}} = 3 \frac{4\pi\alpha^2(\hbar c)^2}{3s} \sum_f q_f^2$$

$$R = \frac{\sigma_{e^+e^- \to \text{Hadronen}}}{\sigma_{e^+e^- \to \mu^+\mu^-}} = 3 \sum_f q_f^2$$

erwarte als Funktion von s Stufen in R(s), je nachdem welche Quarkflavors populiert werden können

unterhalb K^+K^- Schwelle $R = 3(\frac{4}{9} + \frac{1}{9}) = 5/3$

oberhalb K^+K^-, unterhalb $D\bar{D}$ $R = 3(\frac{4}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}) = 2$

(D: Meson mit c-Quark)

oberhalb $D\bar{D}$, unterhalb $B\bar{B}$ $R = 3(\frac{4}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{4}{9}) = 10/3$

oberhalb $B\bar{B}$ Meson m. b Quark $R = 11/3$

⇒ Fig 3-3

Mehr zur Konstruktion einer gesamten Wellenfunktion mit definierten Symmetrieeigenschaften bez. Vertauschung von 2 Quarks:

z.B. symm Spin-Flavor Wellenfunktion wenn ψ_r symm und φ_c antisymm.

Kopple zunächst 2 Quarks zu Zustand definiert Symm. und addiere 3. Quark

Beispiel: Proton (uud, Spin S = 1/2)

Spin ↑↑ $\frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow)$ ↓↓ symm Triplett od.

$\frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow)$ antisymm. Singlett

und entsprechend im Flavor

2 Quarks in Spin Singlett und Flavor antisymm

$(u\uparrow d\downarrow - u\downarrow d\uparrow - d\uparrow u\downarrow + d\downarrow u\uparrow)\, \underbrace{u\uparrow}_{\text{Kopple 3. Quark}}$

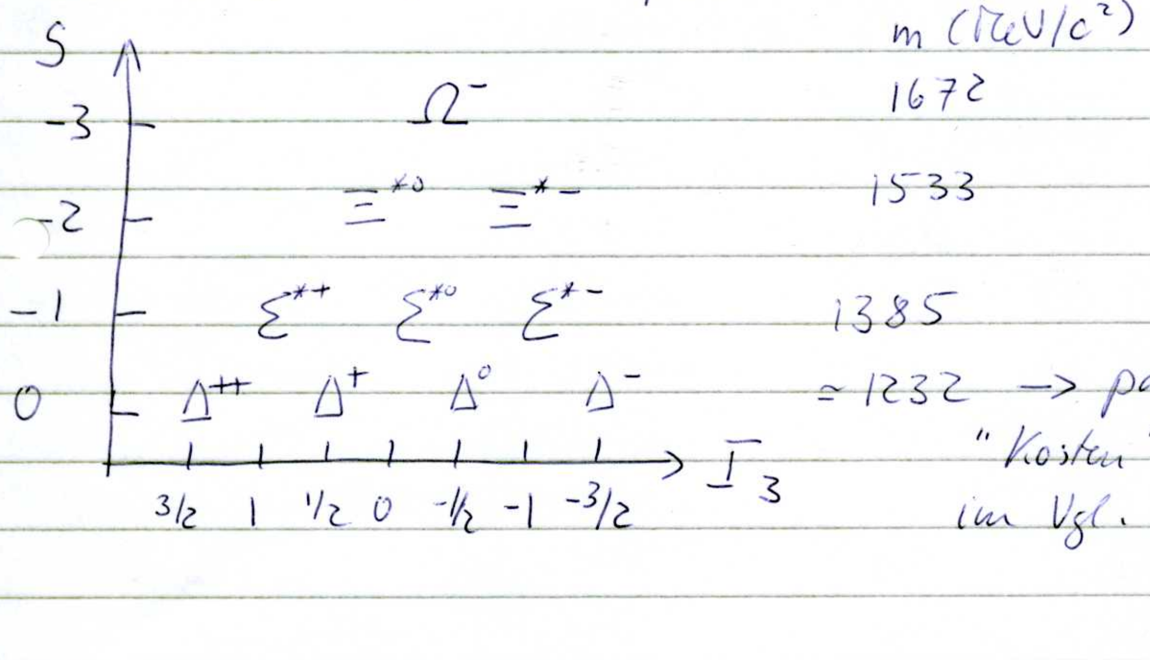
Symmetrisierung durch zyklische Permutationen (insgesamt 12)

Baryon-Multipletts: energetisch am niedrigsten

$L=0 \quad S=1/2 \sim 1$ Oktett ⇨ $\boxed{\text{Fig } 3\text{-}4}$

- warum fehlen die Ecken $I_3 = 3/2, S=0$ $\quad I_3 = -3/2, S=0$ und $I_3 = 0, S=-3$?
  Kann keine symm. Spin-Flavor Wellenfunktion mit $S=1/2$ bilden
  für $L=0$, 3 identische Quarks und $S=3/2$ funktioniert es!
- warum 2 uds Zustände? I_3 für u+d Quark ⇒ 0
  kann Mitglied eines symmetrischen Tripletts sein
  $I=1, I_3=\pm 1, 0 \sim \Sigma^+, \Sigma^0\, \Sigma^-$ als uus, uds, dds
  oder antisymm. Singlett $I=0, I_3=0 \sim \Lambda$ uds

$L=0 \quad S=3/2 \sim 1$ Dekuplett ⇨ $\boxed{\text{Fig } 3\text{-}5}$



→ parallele Spins "kosten" ca. 300 MeV im Vgl. zu ↑↑↓

Magnetisches Moment des Protons / Neutrons

für einzelne Valenzquarks gilt $\langle \mu_s \rangle = g_s \mu_0 m_s$ mit $g_s = 2$ für punktförmige Quarks, $m_s = 1/2$, und Magneton $e\hbar c / 2mc^2$; für up und down Quark,

$\mu_{u,d} = \frac{z_{u,d} e \hbar c}{2 m_{u,d} c^2}$ mit $m_u \simeq m_d \curvearrowright \mu_u = -2\mu_d$

$\mu_u = \frac{2}{3} \frac{m_N}{m_d} \mu_N$ und $\mu_d = -\frac{1}{3} \frac{m_N}{m_d} \mu_N$

Kopple 2 u-Quarks zu symmetrischem Spin Triplett $\chi_s(S=1, m_s = 0, \pm 1)$ und 3. d-Quark mit Spin $\varphi_s = (\frac{1}{2}, \pm\frac{1}{2})$ zu Proton Spin Wellenfunktion $\varphi_s(\frac{1}{2}, \pm 1/2)$

2 mögliche Kopplungen, jede durch einen sogenannten Clebsch-Gordan Koeffizienten charakterisiert:

$$\varphi_s(\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}) = \sqrt{\tfrac{2}{3}}\, \underbrace{\chi_s(1,1)\, \varphi_s(\tfrac{1}{2}, -1/2)} - \sqrt{\tfrac{1}{3}}\, \underbrace{\chi_s(1,0)\, \varphi_s(\tfrac{1}{2}, 1/2)}$$

trägt $\mu_u + \mu_u - \mu_d$ bzw μ_d bei

$$\mu_p = \frac{2}{3}(2\mu_u - \mu_d) + \frac{1}{3}\mu_d = \frac{4}{3}\mu_u - \frac{1}{3}\mu_d = \frac{m_N}{m_d}\mu_N$$

finde $m_d = \underbrace{336\ MeV/c^2}_{\text{Konstituentenmasse}}$ um $\mu_p = 2.79\,\mu_N$ zu reproduzieren

analog $\mu_n = -\frac{2}{3}\mu_p = -1.86\,\mu_N$ in gut Übereinstimmung mit exp. Wert von $-1.91\,\mu_N$

Quarkonia: schwere Quarks bilden mit ihren jeweiligen Antiquarks im Potential der starken WW Wasserstoff- bzw. Positronium-ähnliche Zustände

starte mit Coulombartigem Potential

$V = -\frac{4}{3}\frac{\alpha_s \hbar c}{r}$ $\curvearrowright$ Bohrradius $a = \frac{3\hbar c}{4\mu c^2 \alpha_s}$

mit reduzierter Masse $\mu = m_{c,b}/2$

mit $m_c \simeq 1.3$ GeV/c^2 und $\alpha_s \simeq 0.3$ ⇝ $a = 0.7$ fm
für $c\bar{c}$ 1s-Zustand
in der Tat ist Potential durch Confinement kompliziert

$$V = -\frac{4}{3}\frac{\alpha_s \hbar c}{r} + kr \quad \text{mit } k = O(1\,\text{GeV/fm})$$

⇝ Radius des 1s-Zustands ist 0.3 fm

Teilchen (Reson) 1974 gleichzeitig in Brookhaven und Stanford gefunden als erster $c\bar{c}$-Zustand mit $m = 3097$ MeV/c^2

- BNL (S. Ting et al.) suche nach Endzuständen mit Quantenzahlen des Photons in p+Be Koll. bei $\sqrt{s} = 7.5$ GeV
suche nach e^+e^- im Endzustand, sehr schwer gegen $\pi^+\pi^-$ zu diskriminieren
Spektrometer mit Unterdrückung von $\pi^+\pi^-$ um 8 Größenordnungen ⇒ $\boxed{\text{Fig. 3.6}}$
finde scharfe Resonanz (Breite = exp. Auflösung)
$p + \text{Be} \to J + X$ und $J \to e^+e^-$

- Stanford (B. Richter et al.) e^+e^- Kollider SPEAR mit $\sqrt{s}$ bis zu 8 GeV und Mark I Detektor (Spurkammern + Shower Detektoren)
Variation der Energie $\sqrt{s}$ in sehr kleinen Schritten
Messung von Hadronen, e^+e^- und $\mu^+\mu^-$ im Endzustand ⇒ $\boxed{\text{Fig. 3.7}}$
finde riesige, extrem scharfe Resonanz, $\Gamma = 91$ keV

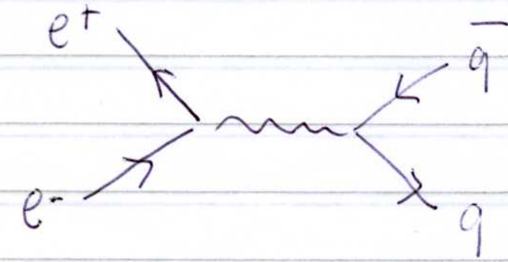
$$e^+ + e^- \to \psi \begin{cases} \to \text{Hadronen} \\ \to e^+ + e^- \\ \to \mu^+ + \mu^- \end{cases}$$

derselbe Zustand wie J-Teilchen ⇝ Name J/ψ

das J/ψ ist $c\bar{c}$ 1s-Zustand mit $S=1$
d.h. 1^3S_1 ⇒ $\boxed{\text{Fig. 3.8}}$
es gibt alle anderen Zustände analog zu Positronium, allerdings ist Feinstruktur- und Hyperfeinstrukturaufspaltung viel größer!

Jets

was passiert mit den Quark, die in Prozessen wie



gebildet werden?

sie hadronisieren als Jets ⇒ Fig $\boxed{3\text{-}9}$
bewegen sich mit hohem Impuls auseinander
es bildet sich "Colorstring" der abreisst und neues $q\bar{q}$ an den Enden bildet, sobald genügend Energie als pot. Energie im String gespeichert
die kleinen Stringstücke werden Mesonen (und wenige Baryonen) die in Spray von Teilchen ≡ Jet experimentell nachgewiesen werden

Quark-Gluon-Plasma: bei sehr hoher Temperatur gibt es einen Zustand, in dem Konfinement aufgehoben ist und sich Quarks und Gluonen quasi frei wie Elektronen und Ionen in einem Plasma bewegen ⇝ QGP frühes Universum und hochenergetische Kernkollisionen