

2. Elementarteilchen, Struktur von Atomen und Nucleonen

2.1 Der Teilchenzoo

3 Sorten von Elementarteilchen

- Leptonen,
- Quarks \leadsto es gibt aus Quark zusammengesetzte Teilchen "Hadronen"
- Austauschteilchen, die die Wechselwirkungen vermitteln "Vektorbosonen" oder "Gibobosonen"

6 Leptonen - 3 negativ elektrisch geladen, 3 neutral geordnet in 3 Generationen, jede charakterisiert durch Teilchen

\Rightarrow Fig 2-1

Generation	geladen	neutral	Leptonzahl	Massen	Lebensdauer
1	e^-	$\bar{\nu}_e$	$L_e = 1$	$m_e c^2 = 0.511 \text{ MeV}$	∞ stabil
2	μ^-	$\bar{\nu}_\mu$	$L_\mu = 1$	$m_\mu c^2 \approx 106 \text{ MeV}$	$2.2 \mu\text{s}$
3	τ^-	$\bar{\nu}_\tau$	$L_\tau = 1$	$m_\tau c^2 \approx 1777 \text{ MeV}$	$3 \cdot 10^{-13} \text{ s}$

eine Ladungsartige Quantenzahl, die Leptonzahl L , die zumindest in starker und elektromagnetischer WW erhalten ist. Alle Leptonen haben Spin $\frac{1}{2}$ punktförmig, soweit wir wissen, d.h. $r < 10^{-18} \text{ m}$ keine innere Struktur

Myon in kosmischer Strahlung entdeckt (Anderson 1936) zuerst wurde angenommen, daß es das Teilchen ist das Kernkraft vermittelt (Yukawa-Teilchen), fälschlicherweise μ -Meson genannt zuerst. Ende 1940er realisiert:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$$

↳ Pion, vermittelt HM-WW

Myon instabil $\tau_\mu = 2.2 \mu\text{s}$ $\mu^+ \rightarrow e^+ \bar{\nu}_e \bar{\nu}_\mu$ $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$

Ruhemasse 106 MeV

ν_μ ungleich dem ν_e , entdeckt im 1960ern

Tau-Lepton τ 1975 in Stanford entdeckt (M. Perl)

$$e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^- \quad m_\tau c^2 = 1777 \text{ MeV} \quad \tau_\tau = 3 \cdot 10^{-13} \text{ s}$$

wegen grosser Masse viele mögliche Zerfallskanäle

Neutrinos: haben Masse (Neutrinooszillationen messen Massendifferenzen²), aber absolut nur Obergrenze bekannt $m_{\nu_e} c^2 < 2 \text{ eV}$

Zu jedem Teilchen gibt es ein Antiteilchen mit identischer Masse, Lebensdauer, auch Spin aber entgegengesetzte "Ladung" (elektrische Ladung sowie alle anderen ladungsartigen Quantenzahlen wie z.B. Leptonzahl, Baryonzahl, Strangeness...)

erstes Beispiel: Positron e^+ , erscheint in Dirac-Gleichung als 2. Lösung, Konsequenz von $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$ entdeckt 1932 in kosmischer Strahlung, Befund: positive Ladung, sonst identisch mit Elektron

→ Fig 2-2

"Ladungserhaltung" erlaubt, daß Teilchen und Antiteilchen sich vernichten

$$e^+ + e^- \rightarrow \gamma\gamma$$

$$e^- \rightarrow \mu^- + \nu_e$$

auch paarweise Erzeugung (Paarbildung $\gamma + \gamma \rightarrow e^+ + e^-$)
analog Antiproton \bar{p} und Proton p } typische Notation
oder Antineutron \bar{n} und Neutron n } - über Symbol

Tabelle der 6 Antileptonen

Generation	Teilchen	Leptonzahl
1	e^+ $\bar{\nu}_e$	$L_e = -1$
2	μ^+ $\bar{\nu}_\mu$	$L_\mu = -1$
3	τ^+ $\bar{\nu}_\tau$	$L_\tau = -1$

b) 6 Quarks, je 3 mit Ladung $+\frac{2}{3}e$ und 3 mit Ladung $-\frac{1}{3}e$, alle haben Spin $\frac{1}{2}$ und eine zusätzliche ladungsartige Quantenzahl. 6 Quarkflavors ausgedrückt durch je eine Flavorquantenzahl

→ Fig. 2-3

Isospin $I = \frac{1}{2}$ $I_3 = +\frac{1}{2}$ \sim up-Quark u
 $-\frac{1}{2}$ down - " d

Strangeness $S = -1$ strange - " s

Charmness $C = 1$ charm - " c

Beauty $B = -1$ beauty- oder bottom-Quark b

Topness $T = 1$ top-Quark t

Quarks kommen nicht frei in der Natur vor
 Konzept der Quarks 1964 Vorschlag (unabhängig)
 von Gell-Mann und Zweig; damals 3 Quarks,
 4. Quark 1974 gleichzeitig in Brookhaven und Stan-
 ford entdeckt,

→ "Confinement"

sie tragen eine zusätzliche Ladung über die sie
 wechselwirken, die sogenannte "Farbladung", und
 zwar eine von 3 möglichen r, g, b

wie bei den Leptonen gibt es 6 Anti-Teilchen:

6 Antiquarks mit entsprechenden Antifarben
und entgegengesetzten Ladungen
z.B. Antistrange-Quark \bar{s} $q = +1/3 e$, $S = 1$
in \bar{v} oder \bar{g} oder \bar{b}

Massen in der Tabelle: sogenannte "Strangquark-
massen", können (bis auf Topquarkmasse) nicht
direkt gemessen werden sondern folgen aus
Eigenschaften von gebundenen Quarkzuständen
(Hadronen) und theoretischen Konzepten.

Besonders schwer für leichte Quarks, wo Unsicher-
heit 50% ist. Warum so schwierig: in gebun-
denen Zuständen ändern sich durch eine
spontane Symmetriebrechung (chirale Symme-
triebrechung) die Strangquarkmassen in sogenannte
Konstituentenquarkmassen (grundlegende Arbeit
Maurice). z.B. d-Quark Konstituentenmasse $\approx 300 \text{ MeV}$

Was ist Unterschied zwischen Quarks und Leptonen?
Quarks unterliegen der starken Wechselwirkung,
Leptonen nicht.

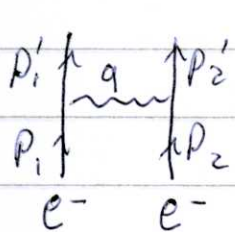
c) Klassifizierung von Teilchen nach Wechselwor-
kung und Austauschbosonen [Fig 2-4]
elektromagnetische, schwache, starke WW

↳ z.B. β -Zerfall

↳ z.B. Bindung Nucleons
im Kern oder Quarks
im Nucleon

relative Stärke und Reichweite sehr unterschiedlich;
können wir durch Potential abschätzen. [Fig 2-5]

nicht-relativistisches Konzept, aber trotzdem nützlich



elektromagnetische WW $V_{em}(r) = \frac{e^2}{r}$
 Photon überträgt 4er-Fermions q

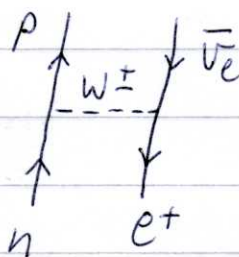
$$q^2 = (p_1' - p_1)^2 = (E_1' - E_1)^2 - (\vec{p}_1' - \vec{p}_1)^2 = (E_2' - E_2)^2 - (\vec{p}_2' - \vec{p}_2)^2$$

Fouriertransformierte von $V_{em}(r) \rightarrow V_{em}(q^2)$

$$V_{em}(q^2) = \int V_{em}(r) \exp\left(\frac{i}{\hbar} \vec{q} \cdot \vec{r}\right) d\vec{r} = \frac{e^2 \hbar^2}{-q^2}$$

$1/q^2$ ist Propagator eines masselosen Austauschteilchens, des Photons

β -Zerfall z.B. des Neutrons



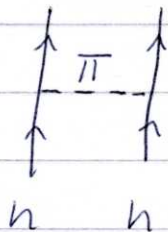
$$V_{wk}(r) = \frac{g^2}{r} \exp\left(-\frac{m_W r}{\hbar c}\right)$$

$$V_{wk}(q^2) = \frac{g^2}{-q^2 + m_W^2} \quad \frac{1}{-q^2 + m_W^2} \text{ ist Propagator des } W\text{-Bosons mit Masse } 80.4 \text{ GeV}$$

Nukleon-Nukleon WW

Yukawa:

$$V_{strong}(r) = \frac{g_s^2}{r} \exp\left(-\frac{m_\pi r}{\hbar c}\right)$$

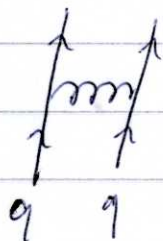


$$V_{strong}(q^2) = \frac{g_s^2}{-q^2 + m_\pi^2}$$

$$m_\pi \approx 140 \text{ MeV}$$

auf noch kleinerer Skala: starke WW zwischen Quarks durch Austausch von Gluonen

fi schwere Quarks
 Potentialbild
 sinnvoll,
 z.B. Charm-Quarks



$$V(r) = -\frac{\alpha_s}{r} + \underbrace{kr}_{\text{Confinement}}$$

Coulombartige Teil bei kleineren q^2 ist $\alpha_s \propto(1)$

Wechselwirkungen werden durch Feldtheorien beschrieben

elektromagnetische WW \leftrightarrow Quantenelektrodynamik

em + schwache WW \leftrightarrow elektroschwaches Standardmodell (Glashow, Salam, Weinberg)
(Nobelpreis 1965 Feynman, Schwinger, Tomonaga)

starke WW \leftrightarrow Quantenchromodynamik (Gross, Politzer, Wilczek)
Nobelpreis 1979
(Nobelpreis 2004)

Stärke der WW charakterisiert durch dimensionslose Kopplungskonstante

em: $\frac{e^2}{\hbar c} = \alpha \approx \frac{1}{137}$ schwach: $\frac{g^2}{\hbar c} \approx 4 \cdot 10^{-3}$

stark: $g_s^2 / \hbar c \approx 15$

Vergleich zwischen verschiedenen Wechselwirkungen, Stärke hängt auch von q^2 ab, z.B. bei $q^2 = 1 \text{ GeV}^2$

$V_{\text{strong}} / V_{\text{em}} \approx 2 \cdot 10^3$ $V_{\text{em}} / V_{\text{weak}} \approx 1.2 \cdot 10^4$

entsprechend könnte man bei einem bestimmten Abstand vergleichen. \Rightarrow Fig. 2-5

typische Reichweite einer Kraft gegeben durch Masse des Austauschteilchens (Vektorbosons)

$\Delta x \cdot m \approx \hbar / 2$ oder $\Delta x \cdot m = \hbar c / 2$

starke WW (Pionenaustausch) $\Delta x \approx 1.4 \cdot 10^{-15} \text{ m}$

schwache WW (W, Z-Boson) $\Delta x \approx 2 \cdot 10^{-18} \text{ m}$

elektromagnetisch $\Delta x = \infty$

starke WW (Quonenaustausch) gegeben durch Confinement, Größenordnung für

gebundene Zustände aus Quarks: "Hadronen"

2 Typen

- 3 Valenzquarks unterschiedlicher Farbe
"Baryonen", sind Fermionen z.B. Proton und
- ein Quark und ein Antiquark entgegengesetzter Farbe
"Mesonen" sind Bosonen

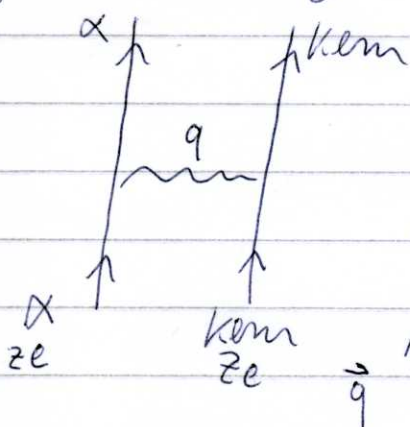
Quarks und Hadronen wechselwirken stark
Leptonen " nicht stark
alle wechselwirken elektromagnetisch & schwach

2.2. Strukturinformation aus Streuexperimenten

Struktur: räumliche Verteilung von Masse und Ladung
 $\rho(x)$ und $e\rho_c(x)$

Information aus Streuexperimenten: Messe
Wirkungsquerschnitt als Funktion von Streuwinkel
oder Impulsübertrag

a) elastische Streuung zwischen zwei punktförmigen
geladenen Teilchen ohne Spin (Rutherfordstreuung)



übertragen 4-q Impuls

$$q^2 = (E - E')^2 - (\vec{p} - \vec{p}')^2$$

im cm-System für elastische

Streuung $E = E'$ $|\vec{p}| = |\vec{p}'|$ $q^2 = -\vec{q}^2$

$$\vec{q} = \vec{p} - \vec{p}'$$

$$|\vec{q}|/2 = |\vec{p}| \sin(\theta/2)$$

quantenmechanisch wird Wirkungsquerschnitt durch Streuamplitude, beschrieben

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\vec{q}^2)|^2 \quad \leftarrow f(\vec{q}^2)$$

Streuung ebener Wellen an sphärisch symmetrischem Potential (Born'sche Näherung)

$$f(\vec{q}^2) = -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \int V(\vec{r}) \exp\left(\frac{i\vec{q}\cdot\vec{r}}{\hbar}\right) d\vec{r}$$

$$= -\frac{2m}{q\hbar} \int r dr V(r) \sin\left(\frac{qr}{\hbar}\right) \quad q = |\vec{q}| \quad r = |\vec{r}|$$

$V(r)$ (Coulomb-Potential abgeschnitten durch Elektronen $V(r) = \frac{zZe^2}{r} \exp(-r/a)$ mit $a \approx 10^5 \text{ fm} = 1 \text{ \AA}$)

$$\approx f(\vec{q}^2) = -\frac{2m z Z e^2}{q^2 + \hbar^2/a^2} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{für Energien und Impuls-} \\ \text{abhängiger im MeV Bereich ist} \\ \hbar^2/a^2 \text{ zu vernachlässigen} \end{array} \right.$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = f(\vec{q}^2)^2 = \frac{4m^2 z^2 Z^2 e^4}{q^4}$$

für relativistische Teilchen wird m Masse durch totale Energie $E \approx p$ ersetzt und mit $d\sigma/dq^2 = d\sigma/d\Omega \cdot d\Omega/dq^2$

$$\left[\frac{d\sigma}{dq^2} \frac{[\text{fm}^2]}{[\text{MeV}^2]} = \frac{4\pi (zZ)^2 e^4 [\text{MeV}^2 \text{fm}^2]}{q^4 [\text{MeV}^4]} \right] \quad \left. \begin{array}{l} \text{einfachster Punkt-} \\ \text{ladungsquerschnitt} \\ \text{im c.m. System} \end{array} \right\}$$

b) Streuung relativistischer Spin 1/2 Teilchen (Elektronen) an Punktladung zZ

$$\left[\text{Mott-Querschnitt } \frac{d\sigma^{\text{M}}}{dq^2} = \frac{4\pi z^2 e^4}{q^4} \left(1 - \beta^2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right) \right]$$

WW von magnetischen Moment des Elektrons mit Strom durch bewegte Ladung des Kerns (Ableitung relativistische Quantenmechanik)

c) Streuung an ausgedehnter Ladungsverteilung $\rho(r)$

starte wie oben $f(\vec{q}^2) = -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \int d\vec{r} V(r) \exp\left(\frac{i\vec{q}\cdot\vec{r}}{\hbar}\right)$

mit Poisson-Gleichung $\nabla^2 V = 4\pi g(r) Ze^2$

($\int \rho(r) d\vec{r} = 1$) und Green'schen Theorem

$$\int d\vec{r} \exp\left(\frac{i\vec{q}\cdot\vec{r}}{\hbar}\right) \cdot V(r) = -\frac{\hbar^2}{q^2} \int d\vec{r} \exp\left(\frac{i\vec{q}\cdot\vec{r}}{\hbar}\right) \nabla^2 V(r)$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\vec{q}^2)|^2 = \frac{4m^2 Z^2 e^4}{q^4} \underbrace{\left| \int d\vec{r} \exp\left(\frac{i\vec{q}\cdot\vec{r}}{\hbar}\right) \rho(r) \right|^2}_{\text{Formfaktor } |F(\vec{q}^2)|^2}$$

der Formfaktor ist die Fouriertransformation der Ladungsverteilung und enthält im Wirkungsquerschnitt die ganze Strukturinformation

$$\boxed{\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma}{d\Omega}^{\text{el}} \cdot |F(\vec{q}^2)|^2}$$

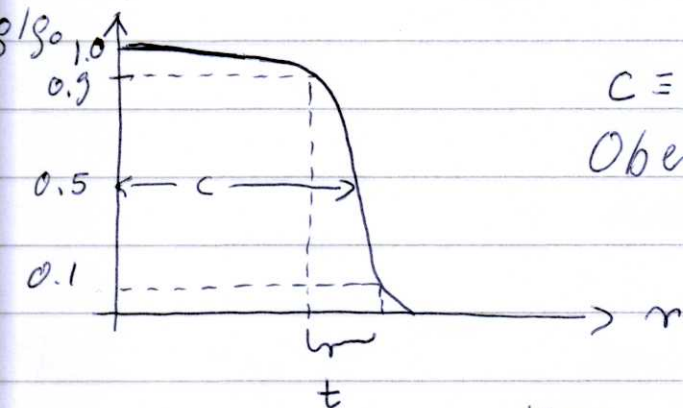
2.2.1. Ladungsverteilung von Atomkernen messe differentiellen Wirkungsquerschnitt über möglichst großen Bereich von θ oder q und extrahiere $\rho(r)$

Schwierigkeit: je grössere Ausdehnung der Ladungsverteilung, desto schneller fällt $F(\vec{q}^2)$ daher Inversion der Beziehung oben

$$\rho(r) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^\infty dq F(q^2) \exp(-i\vec{q}\cdot\vec{r}/\hbar) \quad \text{schwierig}$$

Beispiel \Rightarrow Fig 2-6 q bis $800 \frac{\text{MeV}}{c} \hat{=} \frac{d\sigma}{dq^2}$ über 12 Grössenordnungen!

Ergebnis: Fermi-Verteilung $\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp((r-c)/a)}$



$c \equiv$ Halbdichteradius $\approx (1.18 \cdot A^{1/3} - 0.48) \text{ fm}$

Oberflächendicke t

$$t = (4 \ln 3) a = 4.4 a \approx 2.4 \text{ fm}$$

$$\sqrt{\langle r^2 \rangle} \approx 0.94 \cdot A^{1/3} \text{ fm}$$

Volumen $V \propto A$

Kernmasse $\propto A \Rightarrow$ Dichte \approx konst.

Vergleiche mit vereinfachtem Modell einer Kugel mit scharfem Radius R gewählt so, daß rms Radius mit gemessenem übereinstimmt:

$$\langle r^2 \rangle = 4\pi \int_0^R \frac{3r^4 dr}{4\pi R^3} = \frac{3}{5} R^2$$

siehe ein von oben $\sqrt{\langle r^2 \rangle} = 0.94 A^{1/3} \text{ fm}$

\sim $R = 1.2 \cdot A^{1/3} \text{ fm}$ "equivalent sharp sphere r."

siehe Fig 2-7 für verschiedene Kerne

2.2.2. Struktur des Nukleons

2 Nukleonen Proton und Neutron

$$m_p = 938.3 \text{ MeV}/c^2 \quad m_n = 939.6 \text{ MeV}/c^2$$

Proton soweit bisherige Messungen[⊕] zeigen, stabil

$$\tau > 1.9 \cdot 10^{29} \text{ y} \quad 50\% \text{ C.L.}$$

für spezifische Zerfälle viel bessere Obergrenzen, z.B.

$$\tau(p \rightarrow e^+ \pi^0) > 1.6 \cdot 10^{33} \text{ y}$$

[⊕] sehr große (kt) Tanks von ultrareinem Wasser unterirdisch

Neutron $\tau = 885.7 \pm 0.8 \text{ s} \quad n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$

beide Nukleonen haben Spin $\frac{1}{2}$
und "anomale magnetische Momente"

mittl. mag. Moment $\langle \mu_s \rangle = g \mu_H m_s$ mit $m_s = \pm \frac{1}{2}$

Magneton $\mu = \frac{eh}{2mc}$ Elektron: Bohr Magn. $\mu_B = 5.79 \cdot 10^{-11} \frac{\text{J}}{\text{T}}$
Nukleon: Kern Magn. $\mu_H = 3.15 \cdot 10^{-15} \frac{\text{J}}{\text{T}}$

erwarte für punktförmiges Nukleon für Proton
 $g_p = 2$ und für Neutron $g_n = 0$ (mit kleiner
QED Strahlungskorrekturen, siehe PEP4 für
Elektron u. Muon 10^{-3} Niveau)

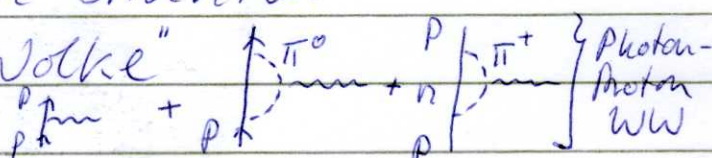
erste Messung der Nukleon mag. Momente
Otto Stern 1933

genaue Werte heute:

$$\langle \mu_s \rangle_p = \pm 2.79 \mu_H \leftrightarrow g_p = 5.58$$

$$\langle \mu_s \rangle_n = \mp 1.91 \mu_H \quad g_n = -3.82$$

→ zeigt, Nukleonen haben Struktur

Quarkstruktur + "Pion-Wolke"
(und bzw. odd) 

Aufklärung der Struktur: Streuung von Elektronen
an Nukleon. Zusätzlich die Komplikation: beide
Streu-partner haben Spin $s = \frac{1}{2}$

~ 3 Beiträge zum Wirkungsquerschnitt

- ① WW Ladung Elektron - Ladung Nukleon Rutherford?
- ② WW Strom Nukleon - mag. Moment Elek. \int_{tot}
- ③ WW Strom Elektron - mag. Moment Nukleon \int_{div}

Wirkungsquerschnitt für punktförmiges Nukleon
($g=2$) mit Masse M

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}_{\text{Dirac}} = \frac{d\sigma}{d\Omega}_{\text{Ruth}} \left(\cos^2\left(\frac{\vartheta}{2}\right) - \frac{q^2}{2M^2} \sin^2\left(\frac{\vartheta}{2}\right) \right) = \frac{d\sigma}{d\Omega}_{\text{Ruth}} \left(1 - \frac{q^2}{2M^2} \tan^2\left(\frac{\vartheta}{2}\right) \right)$$

zu ③ Matrixelement proportional zu mag. Moment des Nukleons $\propto 1/M$ und kein Magnetfeld am Ort des Nukleons, über Zeit integriert \propto zu Ablenkung des Elektrons, d.h. $\propto q$ also $d\sigma \propto q^2/M^2$

Vorzeichen von ③ relativ zu ② aufpassen!

hängt von Metrik für 4er-Vektoren ab

in unserer Metrik $q = (E-E', \vec{p}-\vec{p}')$ ist für elastische Streuung q^2 immer negativ und dafür gilt Vorzeichen wie oben in $d\sigma/d\Omega_{\text{Dirac}}$

in Minkowski-Metrik hier ein + (q^2 immer positiv)

für ausgedehnte Nukleonen: Streuquerschnitt wird (analog zu Kern) durch Formfaktor modifiziert. Aber: jetzt ein Formfaktor um ausgedehnte Ladungsverteilung zu berücksichtigen "elektrischer Formfaktor" $G_E(q^2)$ und ein Formfaktor um ausgedehnte Stromverteilung oder Magnetisierung zu berücksichtigen "magnetischer Formfaktor" $G_M(q^2)$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma}{d\Omega}_{\text{Ruth}} \left[\frac{G_E^2 - \frac{q^2}{4M^2} G_M^2}{1 - \frac{q^2}{4M^2}} - \frac{q^2}{2M^2} G_M^2 \tan^2\left(\frac{\vartheta}{2}\right) \right] \Rightarrow \text{Fig. 2-7b}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} / \frac{d\sigma}{d\Omega}_{\text{Ruth}} = A(q^2) + B(q^2) \tan^2\left(\frac{\vartheta}{2}\right) \quad \left. \begin{array}{l} \text{? messe für jedes } q^2 \\ \text{bei verschiedenen} \\ \text{Winkeln } \vartheta \sim \\ G_E(q^2) \text{ und } G_M(q^2) \end{array} \right\}$$

"Rosenbluth Formel"

\Rightarrow Fig. 2-8

erste Messungen: Hofstadter et al. 1956 in Stanford
 200 MeV Elektronen, später höhere Energien
 Information über Neutron aus Vergleich von
 ep und ed Streuung (Hofstadter 1961)
 Ergebnis: bei moderatem q^2 bis ca 10 GeV^2

$$G_E^p(q^2) \approx \frac{G_M^p(q^2)}{\langle \mu_p \rangle} \approx \frac{G_M^n(q^2)}{\langle \mu_n \rangle} \equiv G(q^2)$$

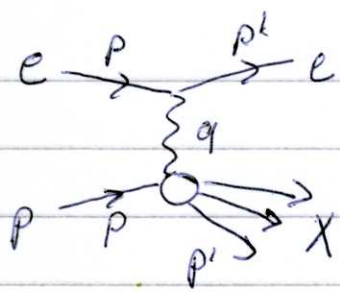
⇒ Figs 2-9, 10

funktionale Form der q^2 -Abhängigkeit

$G(q^2) \approx \frac{1}{(1 + q^2/10.73)^2}$ "Dipol-Form" \leadsto Fourier-
 transformierte ergibt Ladungs-
 und Magnetisierungsverteilung exponentiell
 $\rho(r) = \rho_0 \exp(-\sqrt{0.73} r / \hbar c) = \rho_0 \exp(-4.3 r)$ r in fm
 ergibt rms-Radius von 0.85 fm

elektrischer Formfaktor des Neutrons: erst kürzlich
 bis $q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ gemessen. Schwermg, da viel kleiner
 als $G_M^n(q^2)$ $\langle r_n^2 \rangle_e = -0.116(2) \text{ fm}^2$ ⇒ Fig 2-11
 negativ bedeutet: überwiegen von negativer Ladung
 bei großem r

Da Nukleon ein ausgedehntes Objekt ist, hat es
 - im Gegensatz zum Elektron - angeregte Zustände
 Bahndrehimpuls kann von Null verschieden sein,
 Spin-Bahn Kopplung, Spin auch $3/2$ möglich
 Messung durch inelastische ep -Streuung
 d.h. im cm -System nicht nur Fermis- sondern
 auch Energieübertrag



Elektron $p = (E, \vec{p})$ $p' = (E', \vec{p}')$
 Proton $P = (M, 0)$ $P' = (E'_h, \vec{P}')$

$\hookrightarrow W + T$

Proton kann in mehrere

Hadronen aufbrechen. Hadronischer Endzustand hat inw. Masse W und kinetische Energie T

q^2 auf Elektron Seite: $q^2 = -4EE' \sin^2(\frac{\theta}{2})$

q^2 immer negativ (siehe oben), Zirkvall ortsartig

q^2 von Proton Seite: $q^2 = W^2 - M^2 - 2Pq$

bzw im Labor-System $W^2 - M^2 - 2Mv$ ($p = (E, \vec{p})$
 $q = (v, \vec{q})$)

Kollision komplett bestimmt durch 2 Variable,

q^2 und $v = E - E' = E'_h - M$

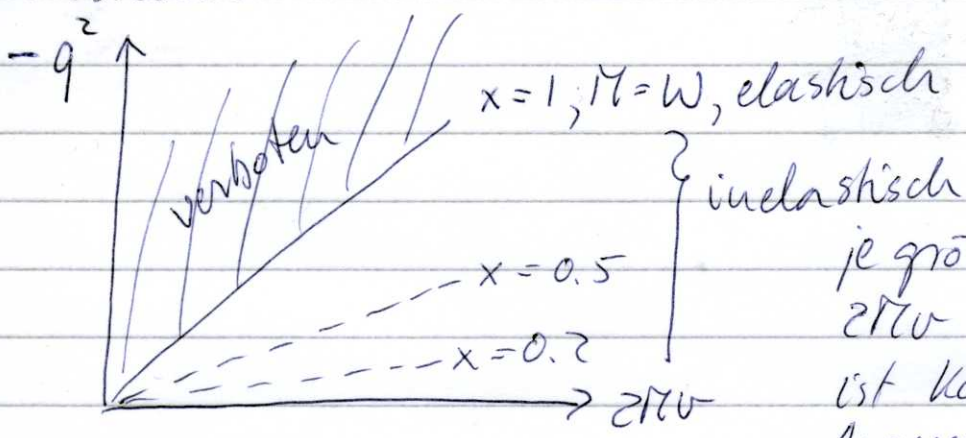
von oben $v = \frac{-q^2 + W^2 - M^2}{2M}$

Wenn Streuung elastisch, ist $W^2 = M^2$ und $q^2 = -2Mv$ oder $v = \frac{-q^2}{2M}$, d.h. Grad der

Inelastizität der Kollision kann gemessen werden durch Abweichung von v von $-q^2/2M$; bilde

Quotient $x = \frac{-q^2}{2Mv}$ $0 \leq x \leq 1$

x beschreibt Inelastizität der Streuung, $x=1$ ist elastisch



je grösser q^2 gegebenes q^2
 $2Mv$ ist desto inelastischer
 ist Kollision \sim desto höhere
 Anregung möglich

Wirkungsquerschnitt wird jetzt doppelt differenzierbar; wieder bestimmt durch 2 Formalfaktoren, die jetzt von q^2 und v abhängen und "Strukturfunktionen" heißen.

im Labor: $\frac{d^2\sigma}{dq^2 dv} = \frac{4\pi\alpha^2\hbar^2}{q^4} \frac{E'}{E} \left[W_2(q^2, v) \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + 2W_1(q^2, v) \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right]$

Vgl. mit elastischer Streuung

$$W_2 \leftrightarrow \frac{G_e^2 + bG_N^2}{1+b} \quad W_1 \leftrightarrow bG_N^2 \quad \text{mit } b = \frac{-q^2}{4M^2}$$

Gültigkeit der Formel wird durch Rosenbluth-Plot etabliert \approx Bestimmung der Strukturfunktionen $W_{1,2}$

Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts von Energieübertrag v (oder E')

Beispiel 1: 400 KeV $e + {}^4\text{He}$

\Rightarrow Fig 2-12

elastischer Peak bei $E' = E - v = E - \underbrace{\frac{-q^2}{2M_{\text{Kern}}}}_{\text{Rückstoßenergie der } {}^4\text{He Kerne}}$

bei größeren v (kleineren E') breiter Peak u. Maximum

Bei etwa $v = -q^2 / 2M_{\text{Nukleon}}$ "quasielastische Streuung"

an einzelnen Nukleon; Peak ist breit wegen

"Fermiimpuls" des Nukleons im Kern

$$p_F c \approx \frac{\hbar c}{R} \approx 200 \text{ KeV} \quad (\text{siehe Fermigasmodell später})$$

in willkürliche Richtung

$$\text{Energieverbreiterung } \Delta v/v = \pm p_F c / M_{\text{Nukleon}} c^2$$

Kollision ist elastisch im Ruhesystem des getroffenen

Nukleons. Im Lab bewegt sich Nukleon und

je nach Richtung wird v größer oder kleiner

Beispiel 2: $4.879 \text{ GeV } e + p$ bei $\vartheta = 10^\circ \Rightarrow \boxed{\text{Fig 2-13}}$

analog Beispiel 1, bei kleinem q^2 ($\leq 1 \text{ GeV}^2$) starker elastischer Peak bei $E - E' = \nu = \frac{-q^2}{2M_{\text{Nucleon}}}$

gefolgt von inelastischen Peaks, die angeregten Zuständen des Nucleons entsprechen bei

$x = \frac{-q^2}{-q^2 + W^2 - M^2}$	W (MeV)	
	1232	Δ Resonanz
	1450	N^*
	1688	Δ

Breite dominiert durch "natürliche Breite"

$\Gamma = \hbar c / \tau c$ für Δ (1232) ist $\Gamma = 120 \text{ MeV}$

$\tau = 1.6 \text{ fm} / c = 5.5 \cdot 10^{-24} \text{ s}$ typisch für starke WW

$\Delta^+ \rightarrow p + \pi^0$ und $n + \pi^+$

Was passiert bei immer höherer Energie des Elektronenstrahls? mit wachsendem q^2 bewegen sich die Peaks immer mehr gegen $x=1$ (bei fixiertem W) und sind auch zunehmend durch Formfaktor unterdrückt. Alle ausgedehnten Objekte "verschwinden" wenn q^2 nur groß genug.

Überraschung: ein großer Kontinuumspike erscheint, der nicht unterdrückt ist $\Rightarrow \boxed{\text{Fig 2-14}}$

\rightarrow das ist Streuung des Elektrons an viel kleineren Konstituenten des Nucleons, den Quarks, das nennt man "tief-inelastische Streuung"

2.2.3. Partonen

Tiefinelastische Lepton-Nukleon Streuung
beschrieben durch elastische Streuung an punkt-
förmigen Konstituenten des Nukleons, genannt
"Partonen"

die Strukturfunktionen $W_{1,2}$ gewinnen in die-
sem Regime eine neue physikalische Bedeutung
und bekommen daher neue Namen

$$F_2 = \frac{v W_2(q^2, v)}{M} \quad \text{und} \quad F_1(q^2, v) = W_1(q^2, v)$$

$$\frac{d^2\sigma}{dq^2 dv} = \frac{4\pi\alpha^2 \hbar^2}{q^4} \frac{E'}{Ev} \left(F_2 \cos^2\left(\frac{\vartheta}{2}\right) + \frac{2v}{M} F_1 \sin^2\left(\frac{\vartheta}{2}\right) \right)$$

Wenn Streuung punktförmig, dann dürfen
 $F_{1,2}$ nicht von q^2 abhängen (Erienerung: Form-
faktor konstant für Punktverteilung), sondern
sind nur Funktionen von x

"Bjorken scaling" nach Vorschlag von
Bjorken 1967

mit $-q^2 \rightarrow \infty$ und $v \rightarrow \infty$ bleibt F endlich
und hängt nur vom Verhältnis $x = \frac{-q^2}{2vE}$ ab.
Da x dimensionslos ist, gibt es
dann in der Streuung keine Masse- oder Längen-
skala \leftrightarrow "Skaleninvarianz" der tiefinelasti-
schen Streuung.

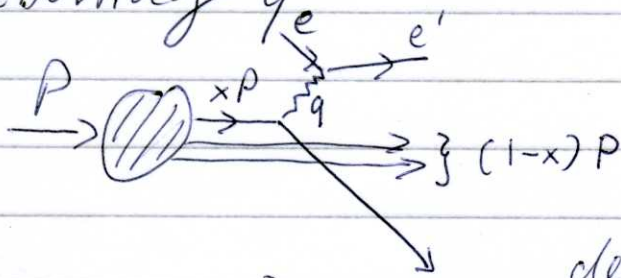
Experimente: Friedman, Kendall, Taylor 1969 Stan-
ford, Nobelpreis 1990, bestätigen diese Hypothese
bei $x = 0.25$, $\vartheta = 6-26^\circ$, $-q^2 = (1-8) \text{ GeV}^2 \Rightarrow$ Fig 2-15

H13: auch für andere x ist q^2 Abhängigkeit schwach, aber vorhanden. "Scaling violation" durch Präsenz von Quarks.

Interpretation der Daten im sogenannten Parton-Modell (Feynman 1969):

Betrachte Targetproton im Bezugssystem, in dem es sehr hohen Impuls hat (z.B. Ruhesystem des Elektrons) 'infinite momentum frame' dann in diesem System Masse (fast) vernachlässigen und auch Transversalbewegung der Partonen im Nukleon \rightarrow Strom paralleler Partonen je mit 4er Impuls $x_i P$, wenn P 4er Impuls des Nukleons. $P = (E \approx |\vec{P}|, 0, 0)$ mit $0 < x_i < 1$ und $\sum_{i=1}^3 x_i = 1$

Ein Parton der Masse m wird elastisch an Elektron gestreut und absorbiert 4er Impulsübertrag q



$$(xP + q)^2 = m^2$$

$$x^2 P^2 + 2xPq + q^2 = m^2$$

$x^2 P^2$ invariant; im Ruhesystem des Partons $x^2 P^2 = m^2$

$$\leadsto x = \frac{-q^2}{2Pq}$$

evaluiere Pq im Laborsystem $P = (M, 0)$ $q = (0, \vec{q})$

$$Pq = Mv \leadsto x = \frac{-q^2}{2Mv}$$

Hier ist nach wie vor x der Bruchteil des Vektor-

impulses des Protons im infinite momentanen
 frame. Aber das sieht auch aus wie elasti-
 sche Streuung eines stationären Partons
 im Laborsystem mit $-q^2 = 2m\nu$, so daß

$$x = \frac{-q^2}{2m\nu} = \frac{m}{\nu}$$

d.h. x ist damit Bruchteil der Masse des
 Nukleons, den Parton trägt. Streuung Lepton-
 Parton ist quasi-elastisch

Physikalische Bedeutung der $F_{1,2}(x, q^2) \approx F_{1,2}(x)$:
 Maß für Impulsverteilung ^{Bruchteil} der Partonen
 im Nukleon

$q_f(x)$ sei Wahrscheinlichkeit Quark von Flavor f
 mit Impuls xP in Proton mit Impuls P zu
 finden; elektrische Ladung $z_f e$

Wirbungsquerschnitt $\propto z_f^2$

Zu Teil dx zwischen x und $x+dx$ ist Wahr-
 scheinlichkeit, Parton zu finden, $q_f(x) dx$

$q_f(x)$ hat Beiträge von "Valenzquarks" sowie
 Quarks von Quark-Antiquark Paaren, die von
 Gluonen im Feld der starken WW erzeugt
 werden "See-Quarks"

(analog zu e^+e^- -Paaren im Coulombfeld)
 Antiquarks haben Impulsverteilung $\bar{q}_f(x)$

F_2 ist Summe der mit x und z_f^2 gewichteten
 Impulsverteilungen der Quarks und Antiquarks

$$F_2(x) = x \sum_f z_f^2 (q_f(x) + \bar{q}_f(x))$$

durch Störung verschiedener Leptonen (e, μ, ν) an p und d kann man Beiträge von q und \bar{q} bzw. Valenz- und Seequarks (und Gluonen) unterscheiden.

Ergebnis: See-Quarks tragen sehr kleinen Impulsbruchteil ($x \leq 0.2$)

Beitrag der Valenzquarks speichert bei $x \approx 0.2-0.3$ verschleiert durch Fermiimpulsverteilung der gebundenen Quarks.

→ Fig 2-16

Integral von F_2 über x gibt Impulsbruchteil des Nukleons, da von allen Quarks und Antiquarks im Nukleon getragen wird. Man findet etwa 50%. Die andere Hälfte des Impulses wird von Gluonen getragen.