

Übungsblatt 5

5.1 Wellenfunktion der Baryon - Resonanz $\Delta^{++}(1232)$ (15 Punkte)

Die Baryon - Resonanz $\Delta^{++}(1232)$ hat den Spin $3/2$ und doppelt positive Ladung. Damit enthält sie offenbar drei identische (up-) Quarks, im Widerspruch zum Pauli - Prinzip. Einen Ausweg bietet der neue Freiheitsgrad "Farbe", der die Quarks "unterscheidbar" macht. Notieren Sie die - richtig normierte - Farb - Wellenfunktion des $\Delta^{++}(1232)$ im naiven Quarkmodell.

5.2 Verhältnis der magnetischen Momente von Proton und Neutron (25 Punkte)

Aus der Vorlesung (oder Frau Stachels Skript, S. 57) kennen Sie die Spin - Flavour - Wellenfunktion des Protons, mit deren Hilfe Sie sein magnetisches Moment als Funktion der Quark - Momente bestimmen können.

- Erklären Sie, wie der "Normierungsfaktor" $1/\sqrt{18}$ zustandekommt.
- Bilden Sie durch eine "Isospin - Spiegelung" die entsprechende Wellenfunktion des Neutrons.
- Bestimmen Sie das Verhältnis der magnetischen Momente von Neutron und Proton und vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit dem experimentellen Wert.

Hinweis: Die magnetischen Momente der Baryonen lassen sich aus den Dirac - Momenten der beteiligten Quarks (Achtung: Ladungen der Quarks!) zusammensetzen. Dazu braucht man in der absolut quadrierten Wellenfunktion von Proton bzw. Neutron nur die Quark - Momente mit richtigem Vorzeichen zu addieren.

5.3 Das Charmonium - "Atom" und die starke Kopplungskonstante α_s (20 Punkte)

Das schwere Meson mit Namen J/ψ ist ein gebundener Zustand aus einem Charm- und einem Anti - Charm - Quark: $|c \bar{c}\rangle$. Die Spins der beiden Quarks sind parallel zueinander. Das J/ψ zerfällt zu 87.7 % in hadronische Endzustände.

Nehmen Sie an, daß der hadronische Zerfall über einen virtuellen Zwischenzustand aus drei masselosen Gluonen verläuft: $J/\psi \rightarrow 3 G$. Dieser Zerfall läuft analog zum Zerfall des Ortho - Positroniums in drei Photonen ab, dessen Breite sich wie folgt berechnet (m = Masse des Positroniums):

$$\Gamma(3\gamma) = \frac{2(\pi^2 - 9)}{9\pi} \alpha^6 m$$

Während beim Positronium die elektromagnetische Kopplungskonstante α die Stärke der Kopplung zwischen elektrischer Ladung und Photon bestimmt, ist es bei der Kopplung zwischen

Farbladung und Gluon die starke Kopplungskonstante α_s .

Entnehmen Sie die totale Zerfallsbreite des J/ψ und seine Masse dem "Review of Particle Properties" (<http://pdg.lbl.gov>) und ersetzen Sie die entsprechenden Größen in der obigen Formel. Ersetzen Sie ferner α durch $4/3 \alpha_s$, die starke Kopplungskonstante, multipliziert mit einem Farbfaktor. Welchen Wert für α_s gewinnen Sie aus dem Zerfall des J/ψ ?

5.4 Zerfälle von Baryon - Resonanzen und Isospin (15 Punkte)

Die Baryon - Resonanz $\Lambda_c(2593)$ mit dem Quark - Inhalt $|cdu\rangle$ hat den Isospin $I = 0$. Sie zerfällt durch die starke Wechselwirkung in den Grundzustand Λ_c plus Mesonen. Welcher der beiden Zerfälle

$$\Lambda_c(2593) \rightarrow \Lambda_c + \pi^0$$

bzw.

$$\Lambda_c(2593) \rightarrow \Lambda_c + \pi^+ + \pi^-$$

ist erlaubt, und welcher verboten? Begründen Sie Ihre Aussage.

5.5 Baryonen mit Charm (25 Punkte)

Schreiben Sie alle baryonischen (= drei Quark-) Zustände mit genau einem c - Quark (Charm - Quark) auf. Notieren sie zu jedem gefundenen Zustand die elektrische Ladung und die dritte Komponente I_3 des Isospins. Gruppieren Sie die Baryonen in Iso - Multipletts und schreiben Sie zu jedem Multiplett den großen griechischen Buchstaben auf, der - nach Konvention - den Quark - Inhalt und den Gesamt - Isospin angibt.

(Zur Konvention: Konsultieren Sie das "pdg" und klicken auf "Reviews, Tables, Plots..", dann auf "Constants,.." und weiter zu "Naming Scheme..")