

5. Halbleiter

5.1 Intrinsische Halbleiter

5.1.1 Bandstruktur, direkte & indirekte Halbleiter

Bild 5.1 Direkter Halbleiter

Bandlücke $E_g = E_L - E_V$
 L "gap"

E_g schwach Temperaturabhängig (wg. thermischer Expansion)

Tabelle Bandlücken

Material	E_g / eV bei 300K	gemessen via <u>optische Absorption</u> $\hbar\omega \gg E_g$
In Sb	0,18	} direkte HL [Bild 5.2]
GaAs	1,43	
Silizium	1,12	} indirekte HL
Germanium	0,66	
GaP	2,26	
Diamant	5,47	

Bild 5.3 Indirekte Halbleiter

hier gilt $\hbar\omega \neq \hbar\omega \gg E_g$

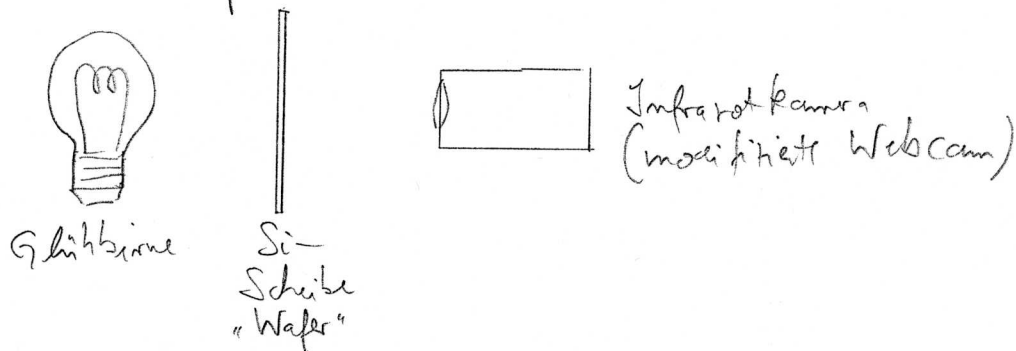
$\uparrow$ Lichtquant (Energie 😊)
 $\uparrow$ Phonon (Energie ☹️)

$$\hbar \vec{k}_\gamma \pm \hbar \vec{q} = \hbar \vec{k}_m \leftarrow \text{Quasimpulsbetrag}$$

$\uparrow$ ☹️ 😊

Indirekter Übergang: Impuls kommt vorwiegend vom Phonon,
Energie vom Photon

Experiment: Transparenz von Silizium



5.1.2 Ladungsträgerdichte

d. Leitfähigkeit:

$$\sigma = e \left(n \cdot \mu_n + p \cdot \mu_p \right)$$

$\downarrow$ Beweglichkeit
 $\uparrow$ $\uparrow$ $\uparrow$
 Elementarladung Ladungsträgerdichte Elektron LT Dichte Löcher

Eigenschaft (intrinsische Leitfähigkeit)

• Elektronendichte im LB

$$n = \int_{E_L}^{\infty} D_L(E) \cdot f(E, T) dE$$

$\uparrow$ $\uparrow$
 E_L Zustandsdichte Verteilungsfunktion (Besetzungswahrscheinlichkeit)
 Fermi

• Löcherdichte im VB

$$p = \int_{-\infty}^{E_V} D_V(E) [1 - f(E, T)] dE$$

Nahel Bandextrema: $E(k)$ verläuft parabelförmig
(Näherung)

→ Nutze D_L, D_V im Modell freier Ladungsträger
+ effektive Masse

$$D(E) = \frac{(2m^*)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \sqrt{E}$$

Also

$$D_L(E) = \frac{(2m_n^*)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \sqrt{E - E_L}, \quad E > E_L$$

$$D_V(E) = \frac{(2m_p^*)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \sqrt{E_V - E}, \quad E < E_V$$

$$\text{Fermi-Dirac: } f(E, T) = \frac{1}{e^{\frac{E - E_F}{k_B T}} + 1} \approx e^{-\frac{E - E_F}{k_B T}}, \quad E > E_F, \quad E - E_F \gg k_B T$$

$$1 - f(E, T) \approx e^{-\frac{E_F - E}{k_B T}}, \quad E < E_F$$

$$n = \int_{E_L}^{\infty} D_L(E) f(E) dE = \frac{(2m_n^*)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} e^{E_F/k_B T} \int_{E_L}^{\infty} \sqrt{E - E_L} e^{-E/k_B T} dE$$

$$= 2 \left(\frac{m_n^* k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} e^{-\frac{E_L - E_F}{k_B T}} = \mathcal{N}_L e^{-\frac{E_L - E_F}{k_B T}}$$

$$p = 2 \left(\frac{m_p^* k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} e^{-\frac{E_V - E_F}{k_B T}} = \mathcal{N}_V e^{-\frac{E_V - E_F}{k_B T}}$$

↑
W's effektive Zustandsdichten

Produktbildung

$$n \cdot p = \mathcal{N}_L \cdot \mathcal{N}_V e^{-E_g/k_B T}$$

$$= 4 \left(\frac{k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^3 (m_n^* m_p^*)^{3/2} e^{-E_g/k_B T}$$

= const. bei fester Temperatur

"Massenwirkungsgesetz"

Bsp. Silizium $n = 1,1 \cdot 10^{16} \frac{1}{m^3}$, $E_g = 1,12 \text{ eV}$

Ladungsentralität des gesamten Festkörpers

fordert $n = p$

$$\Rightarrow \mathcal{N}_L e^{-\frac{E_L - E_F}{k_B T}} = \mathcal{N}_V e^{\frac{E_V - E_F}{k_B T}}$$

$$\Rightarrow E_F = \frac{E_L + E_V}{2} + \frac{k_B T}{2} \ln \left(\frac{\mathcal{N}_V}{\mathcal{N}_L} \right)$$

$$= \frac{E_L + E_V}{2} + \frac{k_B T}{2} \ln \left(\frac{m_p^*}{m_n^*} \right)$$

$T=0$: Fermi-Niveau liegt in der Mitte der Energielücke

5.2 Dotierte Halbleiter

5.2.1 Dotierung

Bsp. Si vierwertig (sp^3 -Hybrid)

- Packe fünfwertige Atome in den Kristallverband

z.B. As, P, Sb

→ Si-Nachbarn erzwingen 4-fache Koordination

→ Verbleibendes Elektron bleibt am positiven Rumpf des sog. Donators (As, P, Sb, ...) gebunden, nimmt aber an der Bindung zum Si nicht teil.

Bild 5.5 Dotiertes Silizium

- dreiwertige Elemente wie B, Al, Ga, In:

Fehlendes e^- wird der Umgebung entzogen

→ effektiv umgibt den Akzeptor eine positive Ladung

Energieeigenwerte, z.B. Donator

Wasserstoffmodell

$$E_D = -\frac{1}{2} \frac{m^* e^4}{(4\pi\epsilon_0 \epsilon_r)^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2}, \quad n \text{ Hauptquantenzahl}$$

↑
Dielektrische Konstante des
Wirtskristalls (Si $\epsilon_r \approx 12$)

5-6

D.h. E_D sind bezogen auf das H-Atom um einen Faktor 100 - 1000 ($\propto \epsilon_r, m^*$) reduziert.

Effektiver Bohr-Radius

$$a_0^{\text{eff}} = \frac{4\pi \epsilon_0 \epsilon_r \hbar^2}{m^* e^2} \approx 50 \cdot a_0 \quad (\text{Si})$$

also „Elektronenbahndurchmesser“ $\approx$ Abstand 200 Gitteratome!

Silizium: $E_D \approx 30 \text{ meV}$ Ionisierungsenergie

(vgl. thermische Energie bei 300K: 25 meV);

1. Leitfähigkeit von dotierten HL...

Bilder 5.6 & 5.7 Donator / Akzeptor niveaus

5.2 Dotierte Halbleiter

Donor- und Akzeptor-
 Niveaus in n-Halbleiter } sehr nahe an Unt-
 " " " } kante des Valenzbands
 (VB) bzw. Oberkante
 des Leitungsbandes (CB)

Schwache Bindung wegen geringer effektiver
 Masse des Elektrons (bzw. Lochs) m^*
 und Abschirmung des Coulombpotentials im
 Medium, also ϵ (12-20)

Bindung reduziert um $\frac{\epsilon^2 m_e}{m_e^*}$ im Vgl zu Elek-
 tron in Wasserstoff
 also Faktor 100-1000 kleiner als 13.6 eV
 vergleichbar mit kT bei Raumtemp. ⇒ Tab 5-1

Bohrradius entsprechend um Faktor $\frac{\epsilon m_e}{m_e^*}$ größer

typische Dotierung $10^{13}/\text{cm}^3 = 10^{19}/\text{m}^3$ im Vgl zu
 Dichte von Si-Atomen um $5 \cdot 10^{28}/\text{m}^3$
 starke Dotierung: n^+ bzw. p^+ Halbleiter
 $\approx 10^{26}/\text{m}^3$

effektive Masse $m^* = \hbar^2 \left(\frac{d^2 E(\mathbf{k})}{d\mathbf{k}^2} \right)^{-1}$

Messung durch Zyklotronresonanz: Halbleiter
 in B-Feld, $\omega_c = \frac{Be}{m^*}$ Einstrahlen von Radio-
 frequenz $\rightarrow$ starke Absorption wenn
 $\omega_{\text{rf}} = \omega_c$ ⇒ Fig 5-8

bei dotiertem Halbleiter ist chemisches Potential μ temperaturabhängig und über die Ladungsmittelbarkeit des gesamten Kristalls definiert

$$n + N_A^- = p + N_D^+ \quad \text{Summe der Dichten der El im CB} \quad \text{ion. Löcher mit VB Akzeptoren} \quad \text{ion Donatoren pos. & neg. Ladungsdichte gleich}$$

mit $N_D^+ = N_D (1 - f(E_D))$

und $N_A^- = N_A f(E_A)$

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - \mu}{k_B T}\right) + 1}$$

* NB: in der Festkörperphysik wird oft statt μ E_F geschrieben, aber in der stat. Mechanik ist die Fermienergie definiert als $E_F = \mu(T=0)$

2 Arten der Dotierung:

"extrinsisch" Fokussierung der Dotieratome, E_A, E_D
 "intrinsisch" über E_g

typischerweise sind beide Arten der Dotierung präsent (Verunreinigungen), durch Dotierung überwiegt eine stark, z.B. bei n-dotiertem Halbleiter $N_D \gg N_A$, alle Akzeptor-niveaus gefüllt

• bei $T=0$ $\mu = E_g - E_d = E_0$

Fig 5-9

• solange $k_B T \ll E_d$ wenige ionisierte Donoratome und $n \approx N_c \exp(-E_d / k_B T)$ ($N_c = N_v = 2 \left(\frac{m_e^* k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2}$)

(bei ganz reinem Halbleiter $n = N_D^+$ und $\mu = E_g - E_d / 2$ und $n \approx N_c \exp(-E_d / 2 k_B T)$)

wegen Plasmaschirmungseffekt ist p jetzt sehr viel kleiner als im nicht dotierten Fall!

wenn z.B. $n_i = p_i = 10^{16} / \text{m}^3$: bei $n = 10^{20} / \text{m}^3 \rightarrow p = 10^{12} / \text{m}^3$

Elektronen "Majoritätsladungsträger"

Löcher "Minoritätsladungsträger"

alles gilt entsprechend umgekehrt im p-dotierten Halbleiter.

- für $k_B T > \text{einige } E_d$ alle Donatoren ionisiert

$$n = N_D - N_A \quad \mu = E_g - k_B T \ln \left(\frac{N_C}{N_D - N_A} \right)$$

"Erschöpfungszustand"

N_D ist so gewählt, daß das bei Raumtemp der Fall ist

- noch höhere Temp $\leadsto$ Übergang zu intrinsischem Verhalten, Ausgang aus dem VB ins CB
 $\mu = E_g / 2$

elektrische Leitfähigkeit $\sigma = e(n\mu_e + p\mu_h)$

Mobilität $\mu = \frac{e\tau}{m^*}$ typische $m_e^* < m_h^*$ (außer Ge)

Elektronen und Löcher tragen ^{grundsätzlich} vergleichbar zur el. Leitung bei, aber Majoritätsladungsträger dominieren

Temperaturabhängigkeit: generell dominiert durch $n(T)$ und $p(T)$; im Gegensatz zu Metall

wächst σ mit T

$\Rightarrow$ Fig. 5-10

im Erschöpfungszustand sieht man durch Auswachsen der Phononenzahl Abfall von σ mit T

5.3. Halbleiterelemente

wichtigste Anwendung der Festkörperphysik

typischerweise inhomogene Halbleiter, Konzentration und Typ der Dotierung ortsabhängig

Dotierung durch Diffusion, durch lithographische Verfahren können sehr feine Strukturen erreicht werden (100nm)

Hinweis auf epitaktische Schichten Fig. 5-11

5.3.1. p-n Übergang

bei Raumtemp.: in n-Halbleiter sind die meisten Donor-Atome ionisiert, μ direkt unter CB. Mehrheitsladungsträger sind Elektronen plus wenige Löcher (Minoritätsladungsträger).

in p-Halbleiter ist μ direkt über VB, die meisten Akzeptor-Atome sind neg. geladen, Löcher sind Majoritätsladungsträger plus wenige Elektronen (Minoritätsladungsträger).

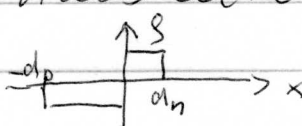
bei Kontakt zwischen n und p-Seiten: $\Rightarrow$ Fig. 5-12
Elektronen fließen auf die p-Seite und füllen Löcher.

$\Rightarrow$ Ausbildung einer Zone mit ^{sch} wenigen freien (mobilen) Ladungsträgern "Verarmungszone".
ab Zone sind da N_A^- und N_D^+ , bauen E-Feld auf und entsprechendes elektrost. Potential. ^{Diffusions- u. Kontaktpotential}
$$e\Delta U = E_c - kT \ln\left(\frac{N_c}{N_D}\right) - E_v - kT \ln\left(\frac{N_v}{N_A}\right) = E_g - kT \ln\left(\frac{N_c N_v}{N_D N_A}\right)$$

stoppt Drift der mobilen Ladungsträger.
führt zu bestimmter, wohldefinierter Dicke der Verarmungszone auf beiden Seiten des Übergangs, d_p und d_n .

durch das Fließen der mobilen Ladungsträger gleicht sich chemisches Potential auf beiden Seiten an $\rightarrow$ Bänder verbiegen sich um $e\Delta U$ zwischen d_n und d_p .

Berechnung mit Annahme von scharfen
Übergang zwischen Verarmungszone und
'normalem' dotierten Halbleiter

(Schottky - Modell)  $\Rightarrow$ Fig 5-13

Konstante Ladungsdichte in p- und n-Region
 $d_p < x < \infty$: $\rho_p = -e N_A$ $0 < x < d_n$: $\rho_n = +e N_D$ $\rho = 0$ für $x < -d_p$ und $x > d_n$
 Ladungserhaltung: $N_A d_p = N_D d_n$

Poissongleichung $\frac{d^2 U}{dx^2} = -\frac{\rho}{\epsilon \epsilon_0}$

n-Seite $\frac{d^2 U}{dx^2} = -\frac{e N_D}{\epsilon \epsilon_0}$

$E_x = -\frac{dU}{dx} = -\frac{e}{\epsilon \epsilon_0} N_D (d_n - x)$

$U(x) = U_n(\infty) - \frac{e N_D}{2 \epsilon \epsilon_0} (d_n - x)^2$

} äquivalent auf
p-Seite

Kontinuität des Potentials bei $x=0$

$$\frac{e}{2 \epsilon \epsilon_0} (N_D d_n^2 + N_A d_p^2) = U_n(\infty) - U_p(-\infty) = \Delta U$$

$$d_n = \sqrt{\frac{2 \epsilon \epsilon_0 \Delta U}{e} \frac{N_A / N_D}{N_A + N_D}} \quad d_p = \sqrt{\frac{2 \epsilon \epsilon_0 \Delta U}{e} \frac{N_D / N_A}{N_A + N_D}}$$

Größenordnung: $e \Delta U \approx E_g \approx 1 \text{ eV}$ $N_A \approx N_D = 10^{20} / \text{m}^3$
 $d_n = d_p \approx 1 \mu\text{m}$
 $E = 10^6 \text{ V/m}$

Kapazität der Sperrschicht: bei Querschnittsfläche
A Ladung $Q = e N_D d_n A = e N_A d_p A$

$$C = \frac{dQ}{dU} = e N_D A \frac{d(d_n)}{dU} = \frac{A}{2} \left(\frac{N_A N_D}{N_A + N_D} \frac{2 e \epsilon \epsilon_0}{\Delta U} \right)$$

5.3.2 Diode

p-n Übergang unter äusserer Spannung:
 resultierender Strom hängt von Richtung
 der äusseren Spannung ab $\rightarrow$ lässt sich
 zur Stromgleichrichtung nutzen (Diode)

angelegte Spannung V fällt im Wesentlichen
 in Verarmungszone ab, da dort Resistivität
 groß. Rest des Halbleiters fast feldfrei

$$U_n(\infty) - U_p(-\infty) = \Delta U - V$$

(pos. V sei ΔU entgegengerichtet, reduziert
 also Potentialdifferenz)

ohne externes Feld

$\Rightarrow$ Fig. 5-14

Ströme: durch thermische Bewegung werden
 ständig Elektronenlochpaare erzeugt und rekombinieren
 wieder

wird Elektron auf p-Seite nahe Grenzfläche
 erzeugt wird es durch E-Feld auf n-Seite
 transportiert und entsprechend umgekehrt für Loch
 "Driftstrom" oder "Feldstrom"

im Gleichgewicht wird dieser Strom durch
 einen entgegengerichteten Strom der Majoritätsleht.
 von n nach p Seite kompensiert (bewegen sich
 gegen E-Feld, d.h. nur genügend energetische
 Elektronen tragen bei) "Diffusionsstrom"

durch Konzentrationsunterschied der Ladungsp-
 träger auf beiden Seiten

im Gleichgewicht: $|I_{diff}| = |I_{drift}| = I_0 = C \exp\left(\frac{\mu - E_g - e\Delta U}{k_B T}\right)$
 $\approx C \exp\left(\frac{-e\Delta U}{k_B T}\right)$

wenn V und ΔU entgegengerichtet "forward bias"
 Berg um eV niedriger, d.h.
 Diffusionsstrom wird entsprechend größer
 Netto: $I = I_{\text{diff}} - I_{\text{drift}} = I_0 \left(\exp\left(\frac{eV}{k_B T}\right) - 1 \right)$

wenn V und ΔU gleichgerichtet "reverse bias"
 Berg um eV höher, Diffusionsstrom entsprechend
 niedriger
 $I = I_{\text{diff}} - I_{\text{drift}} = I_0 \left(\exp\left(\frac{-eV}{k_B T}\right) - 1 \right) \approx -I_0$

Kennlinie Fig 5-15 p-n Diode
 in Durchlassrichtung kann Strom beliebig
 stark wachsen, in Sperrrichtung wirkt
 Verarmungszone als Sperre

5.3.3. Detektor für ionisierende Strahlung
 in Sperrrichtung kann p-n Übergang als
 Detektor für ionisierende Strahlung verwendet
 werden  Fig 5-15

Verarmungszone wird breiter

$$d_n(V) = d_n(0) \sqrt{1 - \frac{V}{\Delta U}} \quad \text{und} \quad d_p(V) = d_p(0) \sqrt{1 - \frac{V}{\Delta U}}$$

in Sperrrichtung V negativ! $e\Delta U \approx 1 \text{ eV}$
 lege Spannung von 100V an $\rightarrow$ Verarmungszone
 100 μm

5.3.4. LED und Laser

⇒ [5-15]

p/n Übergang mit 'forward bias' als
light emitting diode LED

Strom (Elektronen) fließen von $n \rightarrow p$
Löcher $p \rightarrow n$

überschüssige Minoritätsladungsträger
rekombinieren; wenn Prozess direkt kann
Photon der Energiedifferenz emittiert werden;
wahrscheinlich in direktem Halbleiter

in sehr stark dotierten Halbleiter liegt aussen-
halb der Verarmungszone chem. Potential
innerhalb Leitungsband

große Anzahl Elektronen können in Zustände
nahe Leitungsbandkante auf p-Seite injiziert
werden "Populationsinversion"

Rekombination $\leftrightarrow$ stimulierte Emission "laser"

5.3.5 Solarzelle

⇒ [Fig 5-15]

inverse zu 5.3.4, wie Teilchenströme

5.3.6 MOS - Technologie

Metall-Oxyd - Halbleiter Sandwich ⇒ [Fig 5-16]

Anlegen einer pos. Spannung am Metall
schafft in darunter liegendem p-Halbleiter

zunächst eine Verarmungszone, bei höheren Span-
nung eine Inversionsschicht die n-Typ ist.

Leitungsband wird in der Nähe der Oberfläche
verbogen. Wenn es unterhalb μ kommt $\rightarrow$
leitend MOSFET, CCD