4. Symmetrien und Erhaltungssätze

Symmetrie $\longleftrightarrow$ Erhaltungssatz
verknüpft durch "Noether's Theorem" (Emmy Noether)
Wenn immer es in einem physikalischen System eine zugrundeliegende Symmetrie gibt, kann man eine erhaltene physikalische Größe oder eine ("Ladungs"-) Quantenzahl definieren

Beispiele aus der klassischen Physik:
Invarianz unter Translation $\longleftrightarrow$ Impulserhaltung
Rotationsinvarianz $\longleftrightarrow$ Drehimpulserhaltung

Quantenmechanik: Symmetrieoperationen sind unitäre Transformationen $U\psi(\vec{r},t) = \psi'(\vec{r},t)$
mit $UU^{+} = 1$ (hermitisch konjugierte U^{+} gleich U^{-1})

2 Typen von Transformationen:
a) kontinuierliche Transformationen: U geht kontinuierlich in Einheitsoperator über (wie Translation) $\rightarrow$ führen zu additiven Erhaltungssätzen
b) diskontinuierliche Transformationen: immer diskrete Zustände $\psi' = U\psi$, (z.B. Inversion) $\rightarrow$ führen zu multiplikativen Erhaltungssätzen

4.1. Additive Erhaltungssätze

el. Ladungserhaltung: wurde bereits von Pauli 1941 mit der Eichinvarianz der elektromagnetischen WW - keine absolute Skala für Potential - verknüpft. bei zugleich unendlicher Reichweite. (Rev. Mod. Phys. 13, 203)

$$\boxed{\sum q_i = \text{konstant}}$$

exp. Tests: $e \to \nu\gamma$ $\tau > 4.6 \cdot 10^{26}$ y; neues Exp am PSI am Beginn Datennahme

β-Zerfall des Neutrons $n \to p\nu_e\bar{\nu}_e$ vgl. mit $n \to pe^-\bar{\nu}_e$ $\frac{\Gamma(n \to p\nu\bar{\nu})}{\Gamma_{tot}} < 8 \cdot 10^{-27}$

Baryonzahlerhaltung: weise jedem Teilchen analog zu elektrischer Ladung Baryonzahl oder baryonische Ladung A zu.

Quarks haben $A = 1/3$, Antiquarks $A = -1/3$

$A = 1$ für $p, n, \Lambda, \Delta \ldots$ alle Baryonen haben $A = 1$

$A = -1$ $\bar{p}, \bar{n}, \bar{\Lambda}, \bar{\Delta} \ldots$ " Anti " $A = -1$

finde experimentell $\boxed{\sum A_i = \text{konstant}}$

Grenzwert z.B. aus Suche nach Protonzerfall $p \to e^+ + \pi^0$ $\tau > 1.6 \cdot 10^{33}$ y im Vergleich mit Alter des Universums von 10^{10} Jahren

aber: kein zwingender theoretischer Grund für Baryonzahlerhaltung; in einigen GUTs

zerfällt Proton auf Zeitskala $10^{29}-10^{30}$ y
→ intensive Suche in letzten 20 Jahren

Leptonzahlerhaltung: 1953 als empirisches Gesetz von Konopinski & Mahmoud eingeführt um Abwesenheit bestimmter Prozesse zu erklären.
z.B. $\gamma \to e^+e^-$ oder $\gamma \to p\bar{p}$ im Feld eines 3. Teilchens aber nie $\gamma \to e^-p$ oder $\mu \to e\gamma$
~ Zuordnung einer Leptonenzahl zu jeder Generation $L_e = 1$ für e^- und ν_e etc.
empirisch ist ist Leptonzahl für jede Generation erhalten

$$\boxed{\sum_i L_{e_i} = \text{konstant}}$$

erste Evidenz, daß ν_e und ν_μ verschieden: 1962 Brookhaven Nat. lab. AGS
15 GeV $p + B \to \pi + X$
wähle Zerfallskanal $\pi \to \mu + \nu_\mu$
stoppe Myon in 13.5 m Stahl (bis 17 GeV ok)
richte verbleibenden Strahl auf H-Target
beobachte mit 10 t Funkenkammer was passiert
$\nu_\mu + p \to n + \mu^+$?
$\nu_\mu + p \to n + e^+$?
} Unterschied elektromagn. Schauer und min. ionisieren des Teilchen

nach 8 Monaten und 10^{14} ν auf Target:
56 Ereignisse mit μ und 0 mit e, später noch dramatisch verbessert → $\nu_e \neq \nu_\mu$
aber: inzwischen Neutrinooszillationen beobachtet ⟺ Neutrinos mischen

möglich, wenn Neutrinos Masse haben (Maki et al 1962, Pontecorvo 1968): Masseneigenzustände

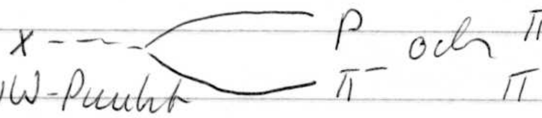
und: sind identische ν und $\bar{\nu}$ wirklich ausgeschlossen? Suche nach neutrinolosem doppelten β-Zerfall

$^{A}_{Z}X \to {}^{A}_{Z+2}Y + 2e^-$ $\quad \Delta L_e = 2 \qquad n \to p + e^- + \bar{\nu}_e / \overset{??}{\nu_e}$

$\nu_e + n \to p + e^-$

Heidelberg-Moskau Exp.: 11.5 kg ^{76}Ge in Gran Sasso Tunnel ($\to$ As $\to$ Se) $\quad \tau = 1.9^{+16.8}_{-0.7} \cdot 10^{25}\,y$

<u>Strangenesserhaltung</u>: Seit Ende der 1940er Jahre beobachtetes Puzzle: sogenannte V-Teilchen werden mit großer Wahrscheinlichkeit produziert, aber zerfallen langsam



Zerfall eines neutralen Teilchens (Λ oder K^0) in 2 geladene Teilchen

bei einigen GeV Pionenergie ist Wirkungsquerschnitt für $\pi^- + p \to \Lambda + K^0 \quad \sigma \simeq 1\,mb \simeq 0.1\,\sigma_{\pi p \to \Delta}$ typisch für starke WW. Aber Zerfallsbreite

$\Gamma_\Lambda = \frac{\hbar c}{\tau c} = \frac{197\,MeV\,fm \cdot s}{10^{-10}s \cdot 3 \cdot 10^{23} fm} = 6.6 \cdot 10^{-12}\,MeV \leftarrow$ schwache WW

Vgl. $\Gamma_\Delta \simeq 100\,MeV \leftarrow$ starke WW

Pais-Regel (1952): Kaonen und Lambdas werden in starker WW produziert, aber zerfallen schwach.

Grund: Erhaltung der Strangeness $\to$ assoziiert

Produktion, d.h. Produktion in Paaren mit S=+1 und S=-1

Strangeness 1953 von Gell-Mann und Nishijima 1953 (11 Jahre vor Quarks) eingeführt, um Pais-Regel zu erklären

$$\boxed{\begin{array}{l}\sum_i S_i = \text{konst für starke und elektromagn. WW} \\ \sum_i S_i \neq \text{konst für schwache WW}\end{array}}$$

$p + \pi^- \rightarrow \Lambda + K^0$

S = 0 0 -1 +1 ✓

$\Lambda \rightarrow p + \pi^-$ und $K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$

S = -1 0 0 $\Delta S = 1$ +1 0 0 $\Delta S = -1$

im schwachen Zerfall $\Delta S = \pm 1$ möglich

<u>Isospinerhaltung</u>: Heisenberg 1932 - Neutron und Proton sind 2 Ladungszustände eines Teilchens, des Nukleons

belegt 1937 durch H. Bethe - Analyse von pp und pn Streudaten zeigt nach Abzug von Coulombeffekt, daß pp und pn WW gleich in Stärke und Reichweite ist. Ebenso Massen von ^3H und ^3He

→ führt zu Konzept des Isospins

<u>Nukleon</u> ist ein 2-Zustandssystem (Dublett) charakterisiert durch eine Quantenzahl Isospin von der es (in einem internen Hilbertraum) 2 mögliche Orientierungen, p und n, gibt

$I = 1/2$, $I_3(p) = +1/2$, $I_3(n) = -1/2$

Rotationen im Isospinraum durch Spinoren analog zu Paulispinoren

2-Nukleon-System: Symmetrisierung der Wellenfunktion analog 2-Elektronensystem bezüglich Spin: sym Triplett pp $\frac{1}{\sqrt{2}}(pn+np)$ nn
antisym Singlett $\frac{1}{\sqrt{2}}(pn-np)$ mit Wf $\chi(I, I_3)$
formal Triplett $\chi(1,1)$ $\chi(1,0)$ $\chi(1,-1)$
Singlett $\chi(0,0)$

Atomkerne: Z Protonen, N Neutronen $A = N + Z$

$\vec{I} = \sum_{i=1}^{A} \vec{I}_i \qquad I_3 = \sum I_{3i}$

el. Ladung $Q = Ze = \sum_{i=1}^{A} q_i = e \sum_{i=1}^{A} (I_{3i} + 1/2) = e(I_3 + \frac{1}{2}A)$

$\leadsto I_3 = Z - \frac{1}{2}A$
$= \frac{1}{2}(Z-N)$ fest für jeden Atomkern

aber für jeden Kern gibt es A Isospinvektoren je von Länge 1/2 $\leadsto I_{max} = \frac{1}{2}A = \frac{1}{2}(Z+N)$ und wegen I_3 $\leadsto I_{min} = \frac{1}{2}|Z-N|$

in jedem Atomkern kann es Zustände mit $\frac{1}{2}|Z-N| \leq I \leq \frac{1}{2}(Z+N)$ geben, jedem Zustand ist eine Quantenzahl I zugeordnet

Betrachte in benachbarten Kernen (mit gleichem A (Isobaren)) Zustände mit gleichem I, sowie gleichem ~~totalen~~ Drehimpuls; I_3 natürlich unterschiedlich. Elektromagnetische WW bricht Isospinsymmetrie der starken WW, aber nur etwas, da sie viel schwächer ist.

→ Zustände sind Isospindoubletts

Beispiel: $^7_3Li^4$ und $^7_4Be^3$ ⇨ $\boxed{\text{Fig. 4-1}}$

I_3 $\frac{1}{2}(3-4) = -1/2$ $\qquad \frac{1}{2}(4-3) = +1/2$ $\qquad I_{min} = 1/2$ für beide

I_{max} $\frac{1}{2}(3+4) = \frac{7}{2}$ für beide, alle niedrigen

Zustände sind $I = 1/2$

Energiedifferenz der Isobaren:

$$\Delta E = E(A, Z+1) - E(A, Z) = \frac{\partial E}{\partial Z} (\Delta Z = 1)$$

$$= \frac{\partial E_{Cb}}{\partial Z} - \underbrace{(m_n - m_p)}_{1.29\ \text{MeV}}$$

für gleichförmig geladene Kugel $E_{Cb}(A, Z) = \frac{3}{5} \frac{(Ze)^2}{R}$

$$\frac{\partial E_{Cb}}{\partial Z} = \frac{6}{5} \frac{Ze^2}{R} = \frac{6}{5} \frac{Ze^2}{1.2\,\text{fm} \cdot A^{1/3}}$$

für $Z = 3$ und $A = 7$ $\frac{\partial E_{Cb}}{\partial Z} = 2.26$ MeV

$\rightsquigarrow \Delta E = 2.26 - 1.29 = 0{,}97$ MeV

im Vergleich zu Daten: 0.86 MeV $\rightarrow$

in Kernen eine gute Symmetrie

andere Hadronen: I_3 wird über Valenzquarks zugeordnet, $I \geq |I_3|$ Wert liegt fest, wenn gesamtes Multiplett bekannt

z.B. Pion
$\pi^+ = u\bar{d}$ $I_3 = 1$
$\pi^- = \bar{u}d$ $I_3 = -1$
$\pi^0 = u\bar{u} - d\bar{d}$ $I_3 = 0$
} Isospintriplett mit $I = 1$

Zerfall $\pi^0 \to \gamma\gamma$ $I = 1 \rightsquigarrow I = 0$ em WW bricht I-Symm. - aber erhält I_3

Lambda $\Lambda = uds$ hat keine geladenen Partner

$I_3 = 0$, $I = 0$

Zerfall $\Lambda \to p + \pi^-$ über schwache WW

	Λ (uds)	p (uud)	π^- ($\bar{u}d$)		
I_3	0	1/2	-1	$\Delta I_3 = -1/2$	schwache WW verletzt
I	0	1/2	1	$\Delta I > 1/2$	Erhaltung von
S	-1	0	0	$\Delta S = 1$	I, I_3, S

4.2. Multiplikative Erhaltungssätze:

Parität: Symmetrie unter räumlicher Inversion
$x, y, z \xrightarrow{P} -x, -y, -z$
diskrete Transformation $P\Psi(\vec{r}) = \Psi(-\vec{r})$
offensichtlich $P^2 = 1$, d.h. nur Eigenwerte ± 1 möglich
$P\Psi(\vec{r}) = \Psi(-\vec{r}) = \pi \cdot \Psi(\vec{r})$ mit $\pi = \pm 1$ +1 "gerade"
-1 "ungerade"

"polare" Vektoren kehren unter P ihr Vorzeichen um $(\vec{r}, \vec{p}, \ldots)$
andere wie $\vec{L}$ sind invariant
$P L_x = (-y)(-p_z) - (-z)(-p_y) = L_x$ etc. "axiale Vektoren"
Skalarprodukte von Vektoren: polar · polar oder axial · axial
"echte Skalare" $\equiv$ invariant unter P
polar · axial (z.B. $\vec{p} \cdot \vec{L}$) ändern ihr Vorzeichen
unter Paritätstransformation "Pseudoskalare" ~~Vektoren~~

Transformation des räumlichen Anteils der Wellenfunktion;
wenn in Kugelkoordinaten ausgedrückt
$\Psi(\vec{r}) = R(r) \sum Y_l^m(\vartheta, \varphi)$ mit $Y_l^m(\vartheta, \varphi) = P_l^m(\cos\vartheta) \exp(im\varphi)$
$P(r, \vartheta, \varphi) = (r, \pi - \vartheta, \varphi + \pi)$
$P \exp(im\varphi) = \exp(im(\varphi + \pi)) = (-1)^m \exp(im\varphi)$
$P P_l^m(\cos\vartheta) = P_l^m(\cos(\pi - \vartheta)) = (-)^{l+m} P_l^m(\cos\vartheta)$
$\Rightarrow P Y_l^m(\vartheta, \varphi) = (-1)^{l+2m} Y_l^m = (-1)^l Y_l^m$

Parität ist multiplikative Quantenzahl $\Leftrightarrow$ d.h.
bei Paritätserhaltung ist Produkt der Paritäten
aller involvierten Teilchen <u>und</u> ihrer Relativbewegung
erhalten
z.B. 2 Teilchensystem $\Psi = \Psi_\alpha(\vec{r}_\alpha) \Psi_\beta(\vec{r}_\beta) \phi(\vec{r}_\alpha - \vec{r}_\beta)$
$P\Psi = \pi_\alpha \pi_\beta \Psi_\alpha \Psi_\beta P\phi = \pi_\alpha \pi_\beta (-1)^l \Psi$ wenn

Φ durch Kugelfunktionen beschrieben werden können

Messungen zeigen: starke und em WW erhalten Parität

Beispiel: (angeregte) Zustände in Kernen können nach Parität klassifiziert werden → suche nach "verbotenem" Zerfall

Suche nach α-Zerfall eines angeregten Zustands in ^{16}O mit $E^* = 8.87$ MeV und $J^\pi = 2^-$

$^{16}O^* \to {}^{12}C + \alpha$ wenn Zerfall in Grundzustand

π -1 $+1$ $+1$ 0^+ vom ^{12}C, dann müsste $(-1)^l$ negativ sein, aber da $\Delta J = 2 \to l = 2$

d.h. Zerfall nur möglich, wenn Kernzustände in entweder $^{16}O^*$ oder ^{12}C Beimischung der entgegengesetzten Parität haben

erwarte für erlaubten α-Zerfall $\Gamma_\alpha \sim 60$ keV, messe $\Gamma_\alpha < 2 \cdot 10^{-8}$ eV $\leadsto$ Reduktion um Faktor $3 \cdot 10^{-12}$

$\leadsto$ Grenze für mögliche Paritätsbeimischung in $^{16}O^*$ 10^{-6} in der Wellenfunktion

Paritätsverletzung in der schwachen WW: 1956 Analyse von T.D. Lee und C.N. Yang → keine Evidenz für Paritätserhaltung in schwacher WW (Phys. Rev. 104 (1956) 254)

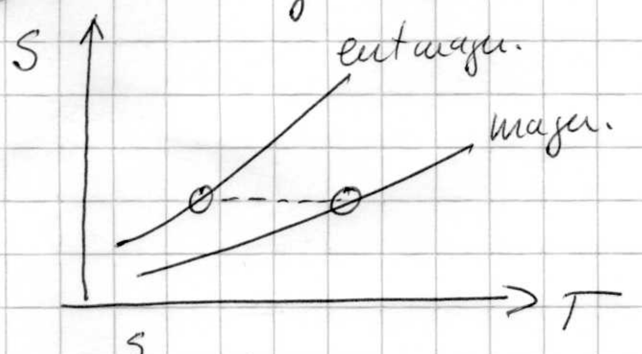
Vorschlag eines Experimentellen Test, durchgeführt von Frau Wu & Mitarb. ⇒ β-Zerfall von polarisiertem

$^{60}Co \to {}^{60}Ni + e^- + \bar{\nu}_e$ Kernspinpolarisation in Co-Salz durch starkes B-Feld bei sehr niedriger Temperatur Bedingung $g\mu_N B \gg kT$ für $S=1$ und $g=1$

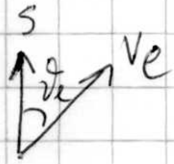
$\leadsto M_S = 1$ Niveau $\mu_N = 3.15 \cdot 10^{-14}$ MeV/T $\leadsto kT \ll 3.15 \cdot 10^{-13}$ MeV

für $B = 10$ T d.h. $T \ll \frac{3.15}{8.6} \cdot 10^{-2}$ K

Kühlung durch adiabatische Entmagnetisierung von CeMg HO_3



dann Messung von Elektronen mit Spin ∥ zu Kernspin im Vergleich zu Elektronen mit Spin antiparallel zu Kernspin (Umkehr B-Feld)



$$\langle \cos\vartheta_e \rangle = \left\langle \frac{\vec{s}\cdot\vec{v}}{|\vec{s}|\cdot|\vec{v}|} \right\rangle = \langle \Psi | \frac{\vec{s}\cdot\vec{v}}{|\vec{s}||\vec{v}|} | \Psi \rangle < 0$$

Elektron präferentiell emittiert in Richtung entgegengesetzt zu Spin, d.h. Erwartungswert eines Pseudoskalars $(\vec{s}\cdot\vec{v}) \neq 0$
⇒ d.h. Paritätsverletzung

$\boxed{\text{Einschub 4-10a}}$ ⇒ $\boxed{\text{Fig 4-}}$

Ladungskonjugation: Symmetrieoperation der Ladungskonjugation kehrt Vorzeichen aller Ladungsquantenzahlen um

sei $|H\rangle = |A, Q, S, L_e, \ldots\rangle$ dann ergibt
$C|H\rangle = |-H\rangle$ wie für Parität $C^2 = 1$
für mögliche Eigenzustände gilt
$C\Psi = \eta_C \cdot \Psi$ mit mögl. Eigenwerten $\eta_C = \pm 1$

allerdings sind die meisten Teilchen nicht Eigenzustände von C
z.B. $C|\pi^-\rangle = |\pi^+\rangle \neq \pm|\pi^-\rangle$
nur völlig neutrale Teilchen können Eigenzustände von C sein
Photon, hat $\eta_C = -1$ da E-Feld einer bewegten Ladung unter C sein Vorzeichen wechselt
n-Photon Zustände haben $\eta_C = (-1)^n$

π^0: Zerfall in 2γ $C|\pi^0\rangle = +|\pi^0\rangle$
Zerfall in 3γ würde C verletzen; finde $\frac{\Gamma_{\pi^0\to3\gamma}}{\Gamma_{\pi^0\to2\gamma}} < 3\cdot10^{-8}$

Paritätszuordnung für Teilchen:

3 Zuordnungen per Definition $\Pi_p = \Pi_n = \Pi_\Lambda \equiv +1$
1 pro additive Quantenzahl (Q, A, S)

Rest aus erlaubten Reaktionen u. Zerfällen
Antiproton $\Pi_{\bar{p}} = -1$
Pion: $\Pi_{\pi^-} = \Pi_{\pi^0} = \Pi_{\pi^+} = -1$

Fermion - Antifermion : entgegengesetzte Parität
Boson - Antiboson : gleiche Parität

alle Eichbosonen haben $\Pi = -1$ $(\gamma, g, W^\pm, Z)$

Atomkerne : gegeben durch L

starke und em WW sind invariant unter C

z.B. Reaktion $p + \bar{p} \to \pi^+ \pi^- \pi^0$

Winkelverteilung von π^+ und π^- und Energiespektren sind identisch

aber: schwache WW verletzt C-Invarianz

finde experimentell Neutrinos aus β-Zerfall sind immer linkshändig, d.h. $\overset{s}{\Leftarrow}\!\!\Rightarrow_p$

und Antineutrinos sind rechtshändig $\overset{s}{\Rightarrow}_p$