

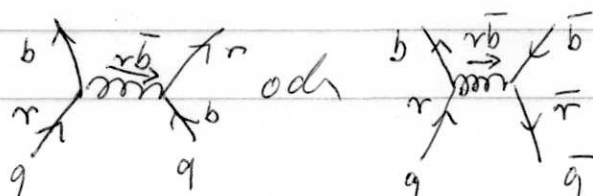
3. Starke Wechselwirkung und Quarkstruktur von Hadronen

6 Quarks und 6 Antiquarks kommen in der Natur in gebundenen Zuständen vor, den Hadronen. 2 Typen: Baryonen haben 3 Valenzquarks, sind Fermionen; Mesonen sind Quark-Antiquark gebundene Zustände.

Gemäss der elektrischen Ladung, an die die Photonen in der elektromagnetischen WW koppeln, haben Quarks ausserdem eine von 3 möglichen Farben, oder Farbladungen. Die Austauschteilchen der starken WW, die Gluonen koppeln an die Farbe. Hadronen sind farbenneutral oder farblos. Baryonen: 3 Valenzquarks verschiedener Farbe, r, g und b .

Mesonen: Valenzquarks und Antiquarks von je einer Farbe und der entsprechenden Antifarbe. Im Gegensatz zum elektrisch neutralen Photon tragen Gluonen Farbladung und zwar je eine Farbe und eine Antifarbe. Die 9 möglichen Kombinationen zerfallen nach gruppentheoretischen Überlegungen in ein Farboklett mit Zuständen $r\bar{b}, r\bar{g}, b\bar{r}, b\bar{g}, g\bar{r}, g\bar{b}, \frac{1}{\sqrt{2}}(r\bar{r} - g\bar{g}), \frac{1}{\sqrt{6}}(r\bar{r} + g\bar{g} - 2b\bar{b})$ und in ein farbenneutrales (farbloses) Singulett $\frac{1}{\sqrt{3}}(r\bar{r} + g\bar{g} + b\bar{b})$.

farbige Quarks wechselwirken miteinander durch Gluonaustausch wie z. B.



1975 wurde von Wilczek, Politzer und Gross eine
 Feldtheorie für die starke WW vorgeschlagen:
 Quantenchromodynamik (QCD) - Nobelpreis 2004
 bei kleinen Abständen ist die WW Coulombartig,
 $1/r$ Potential, bei großen Abständen wird es un-
 endlich schwer Quarks oder Quark-Antiquark zu
 trennen $\equiv$ confinement
 Potential $V = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{r} + kr$

essentieller Beitrag von Gross, Politzer, Wilczek: bei
 sehr kleinen Abständen sind Quarks asymptotisch
 frei: für $r \rightarrow 0$ geht $\alpha_s \rightarrow 0$ "asymptotische
 ebenso für $q^2 \rightarrow \infty$ " Freiheit"

Zusgesamt sind einige Hundert Hadronen bekannt
 mit Massen zwischen 135 MeV und ca 11 GeV
 Siehe Zusammenstellung der Particle Data Group
<http://pdg.lbl.gov/>, die ständig aktualisiert wird.
 Wegen Massenhierarchie der Quarks und
 Quantenzahlen ist eine Ordnung in Multiplets
 sinnvoll.

Mesonen: die leichtesten Mesonen haben Spin $S=0$
 und totalen Drehimpuls $J=0$
 aus u und d -Quarks (und $\bar{u}$ und $\bar{d}$) kann
 man 4 Zustände konstruieren, 1 Triplet und 1 Singlett.
 Nimmt man s -Quark (und $\bar{s}$) als 3. Quark dazu
 $\rightarrow$ 3 Zustände, die aus gruppentheoretischen Über-
 legungen in ein Oktett und ein Singlett gruppiert

sind. Die beiden Quantenzahlen $\Rightarrow$ Fig 3-1

I_3 und S spannen eine Ebene auf,
in der diese Mesonen 3 Punkte belegen

Erinnerung: $u \ I_3 = 1/2 \quad \bar{u} \ I_3 = -1/2 \quad d \ I_3 = -1/2 \quad \bar{d} \ I_3 = 1/2$
 $s \ S = -1 \quad \bar{s} \ S = 1$

Pion: $\pi^+ = u\bar{d} \quad m_{\pi^+} = 139 \text{ MeV}/c^2$

$\pi^- = \bar{u}d \quad m_{\pi^-} = \quad \quad \quad$ (Antiteilchen zu π^+)

$\pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (u\bar{u} - d\bar{d}) \quad 135 \text{ MeV}/c^2$

Kaon: $K^+ = u\bar{s} \quad 494 \text{ MeV}/c^2$

$K^- = \bar{u}s \quad \quad \quad$ Antiteilchen zu K^+

$K^0 = d\bar{s} \quad 498 \text{ MeV}/c^2$

$\bar{K}^0 = \bar{d}s \quad \quad \quad$ " " zu K^0

Eta: $\eta = (u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})/\sqrt{6} \quad 548 \text{ MeV}/c^2$

bilden das Oktett und

das Eta' $\eta' = (u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s})/\sqrt{3} \quad 958 \text{ MeV}/c^2$

Seiglet ist symmetrisch im Flavor; die 8 Zustände des Oktetts transformieren wie einander bei Vertauschung von u, d, s

Die 3 $S=0 \ J=0$ Mesonen heissen "Pseudoskalare Mesonen", da Parität (Symmetrie der Wellenfunktion unter räumlicher Inversion $\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$) negativ ist. Symmetrie der Wellenfunktion bezüglich Spin $\uparrow\downarrow$: kann

Bei paralleler Kopplung der Quark- und Antiquark-Spins $\uparrow\uparrow \ S=1$; mit $L=0 \ \sim \ J=1$ wieder 3 Zustände

allerdings etwas höher in der Energie (Masse)
die "Vektormesonen" $\Rightarrow$ Fig 3-2

ρ^0, ρ^+, ρ^- Analoge des Pions $m \approx 770 \text{ MeV}/c^2$
 $K^{*+}, K^{*-}, K^{*0}, \bar{K}^{*0}$ wie Kaon $m \approx 892 \text{ MeV}/c^2$

ω und ϕ entsprechend dem η und η' , allerdings sind Oktett und Singlett Zustand so gemischt, daß ϕ hauptsächlich $s\bar{s}$ und $\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d})$

diese Mischung erklärt die Zerfälle
 $(\omega \rightarrow 3\pi \text{ und } \phi \rightarrow K\bar{K})$ und Massen
 (Gell-Mann Okubo Formel, siehe z.B. Perkins 4.7)
 $m_\omega \approx 783 \text{ MeV}/c^2$ und $m_\phi \approx 1019 \text{ MeV}/c^2$
 (ω -Masse ähnlich ρ -Masse)

Es gibt auch Mesonen mit $L \neq 0$ und $J > 1$
 ab höher in Energie z.B. f_4 bei 2050 MeV $J=4$

Baryonen: 3 Valenzquarks spin $S = 1/2$ oder $3/2$
 mögliche elektrische Ladung $++$, $+$, 0 , $-$
 und entsprechende Antibaryonen

totale Wellenfunktion muß bezüglich Vertauschung von 2 Quarks definierte Symmetrie haben und antisymmetrisch sein (Fermionen)

Betrachte zunächst

$$\Psi(1,2,3) = \Psi_r(1,2,3) \cdot \chi_s(1,2,3) \cdot q_f(1,2,3)$$

räumlich Spin Flavor

aber das reicht nicht aus!

Baryon nur mit $S=3/2$ existiert mit $L=0$ und ist ein Ladungszustand des 1. angeregten Zustands des Nukleons: $\Delta^{++}(1232)$

s-Welle $\sim \Psi_r$ symmetrisch

$\uparrow\uparrow\uparrow$ χ_s "

uuu φ_f "

d.h. es muß einen zusätzlichen antisymmetrischen Teil der Wellenfunktion geben: Evidenz für Farbe

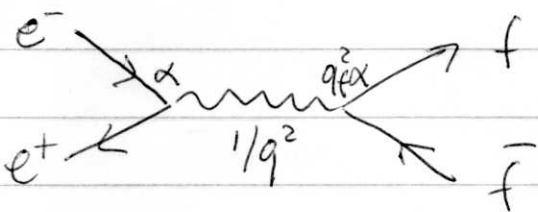
3 Quarks, jedes mit einer anderen der 3 Farben
Konstruktion einer antisym. Farbwellenfunktion $\varphi_c = \frac{1}{\sqrt{6}} \sum_{ijk} \epsilon_{ijk} u_i u_j u_k =$

$$= \frac{1}{\sqrt{6}} (u_1 u_2 u_3 - u_1 u_3 u_2 - u_3 u_2 u_1 + u_2 u_3 u_1 - u_2 u_1 u_3 + u_3 u_1 u_2)$$

Produkt $\Psi_r \chi_s \varphi_f$ immer symmetrisch f. Baryonen

Experimentelle Evidenz für 3 Farben:

mehrere Observable, z.B. Wirkungsquerschnitt e^+e^- Annihilation in Fermionpaar



$$\sigma_{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-} = \frac{4\pi\alpha^2(\hbar c)^2}{3s}$$

wenn $\sqrt{s}$ die cm Energie des e^+e^- Paares ist mit $\sqrt{s} = q^2$ in diesem Fall

$$\sigma_{e^+e^- \rightarrow u\bar{u}} = \frac{4}{9} \frac{4\pi\alpha^2(\hbar c)^2}{3s} \text{ ohne Farbe}$$

$$= 3 \cdot \frac{4}{9} \cdot \dots \text{ mit 3 Farben}$$

$$\sigma_{e^+e^- \rightarrow q\bar{q}} = 3 \frac{4\pi\alpha^2(\hbar c)^2}{3s} \sum_f q_f^2$$

$$R = \frac{\sigma_{e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen}}}{\sigma_{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-}} = 3 \sum_f q_f^2$$

erwartet als Funktion von s Stufen in $R(s)$, je nachdem welche Quarkflavors populiert werden können

unterhalb K^+K^- Schwelle $R = 3(\frac{4}{9} + \frac{1}{9}) = 5/3$

oberhalb K^+K^- , unterhalb $D\bar{D}$ $R = 3(\frac{4}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}) = 2$

(D : Meson mit c -Quark)

oberhalb $D\bar{D}$, unterhalb $B\bar{B}$ $R = 3(\frac{4}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{4}{9}) = 10/3$

oberhalb $B\bar{B}$ Meson m. b Quark $R = 11/3$

⇒ Fig 3-3

Mehr zur Konstruktion einer gesamten Wellenfunktion mit definierten Symmetrieeigenschaften bez. Vertauschung von 2 Quarks:

z.B. symm Spin-Flavor Wellenfunktion wenn ψ_r symm und ψ_c antisymm.

Kopple zunächst 2 Quarks im Zustand definiert Symm. und addiere 3. Quark

Beispiel: Proton (auch, Spin $S = 1/2$)

Spin $\uparrow\uparrow \frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow) \downarrow\downarrow$ symm Triplett oder

$\frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow)$ antisymm. Singulett

und entsprechen im Flavor

2 Quarks im Spin Singulett und Flavor antisymm

$(u\uparrow d\downarrow - u\downarrow d\uparrow - d\uparrow u\downarrow + d\downarrow u\uparrow) u\uparrow$

Kopple 3. Quark

Symmetrisierung durch zyklische Permutationen (insgesamt 12)

Baryon-Punktleits: energetisch am niedrigsten

$$\bar{L}=0 \quad \bar{S}=\frac{1}{2} \sim 1 \text{ Oktett}$$

⇒ Fig 3-4

- warum fehlen die Ecken $\bar{I}_3 = \frac{3}{2}, S=0$ $\bar{I}_3 = -\frac{3}{2}, S=0$ und $\bar{I}_3=0, S=-3$?

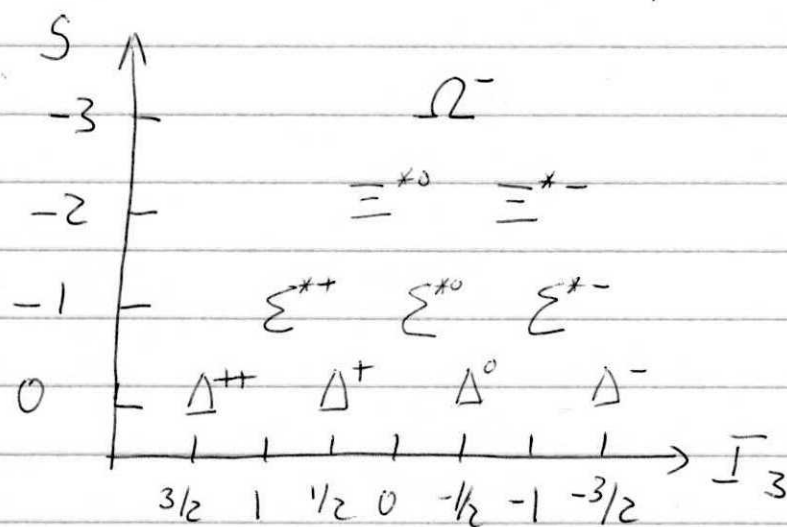
Kann keine symm. Spin-Flavor Wellenfunktion mit $S=\frac{1}{2}$ bilden

für $L=0$, zickzackartige Quark und $S=\frac{3}{2}$ funktioniert es!

- warum 2 uds Zustände? $\bar{I}_3$ für $u+d$ Quark $\Rightarrow 0$ kann Mitglied eines symmetrischen Triplets sein, $\bar{I}=1, \bar{I}_3=\pm 1, 0 \sim \Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-$ als uus, uds, dds oder antisymm. Singlet $\bar{I}=0, \bar{I}_3=0 \sim \Lambda$ uds

$$L=0 \quad S=\frac{3}{2} \sim 1 \text{ Dekuplett}$$

⇒ Fig 3-5



$\approx 1232 \rightarrow$ parallele Spin
"Kosten" ca. 300 MeV
im Vgl. zu $\uparrow\uparrow\uparrow$

Magnetisches Moment des Protons / Neutrons
 für einzelne Valenzquarks gilt $\langle \mu_s \rangle = g_s \mu_0 m_s$
 mit $g_s = 2$ für punktartige Quarks, $m_s = \pm \frac{1}{2}$,
 und $\hbar/2mc$ für up und down Quarks,
 $\mu_{u,d} = \frac{2e\hbar}{2m_{u,d}c} \frac{e\hbar}{2m_{u,d}c}$ mit $m_u \approx m_d \approx \mu_N = -2\mu_d$

$$\mu_u = \frac{2}{3} \frac{m_N}{m_d} \mu_N \quad \text{und} \quad \mu_d = -\frac{1}{3} \frac{m_N}{m_d} \mu_N$$

Kopple 2 u-Quarks zu symmetrischem Spin Triplett
 $\chi_s (S=1, m_s=0, \pm 1)$ und 3. d-Quark mit Spin $\varphi_s = (\frac{1}{2}, \pm \frac{1}{2})$
 zu Proton Spin Wellenfunktion $\psi_s (\frac{1}{2}, \pm \frac{1}{2})$

2 mögliche Kopplungen, jede durch einen sogenannten
 Clebsch-Gordan Koeffizienten charakterisiert:

$$\psi_s (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) = \sqrt{\frac{2}{3}} \underbrace{\chi_s (1, 1) \varphi_s (\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})}_{\mu_u + \mu_u - \mu_d} - \sqrt{\frac{1}{3}} \underbrace{\chi_s (1, 0) \varphi_s (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})}_{\mu_d} \quad \text{bei}$$

trägt $\mu_u + \mu_u - \mu_d$ bzw. μ_d bei

$$\mu_p = \frac{2}{3} (2\mu_u - \mu_d) + \frac{1}{3} \mu_d = \frac{4}{3} \mu_u - \frac{1}{3} \mu_d = \frac{m_N}{m_d} \mu_N$$

finde $m_d = \underbrace{336 \text{ MeV}/c^2}_{\text{Konstituentenmasse}}$ um $\mu_p = 2.79 \mu_N$ zu reproduzieren

analog $\mu_n = -\frac{2}{3} \mu_p = -1.86 \mu_N$ in gut Übereinstimmung
 mit exp. Wert von $-1.91 \mu_N$

Quarkonia: schwere Quarks bilden mit ihren jeweiligen Antiquarks Wasserstoff- (oder besser Positronium-) ähnliche Zustände im Potential der starken WW

Starte mit Coulomb-artigem Potential

$$V = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s \hbar c}{r} \quad \leadsto \quad \text{Bohr radius} \quad a = \frac{3\hbar c}{4\mu c^2 \alpha_s}$$

mit reduzierter Masse $\mu c^2 = m_{c,b}/2$

mit $m_c = 1.3 \text{ GeV}/c^2$ und $\alpha_s \approx 0.3 \leadsto a = 0.7 \text{ fm}$
für $c\bar{c}$ Zustand 1s

in der Tat ist Potential durch Confinement komplizierter $V = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s \hbar c}{r} + kr$ mit $k \approx 0(16 \text{ GeV/fm})$

$\leadsto$ Radius für 1s-Zustand ist 0.3 fm

Teilchen (Meson) gefunden 1974 gleichzeitig in Brookhaven und bei SLAC (Stanford)

als erster $c\bar{c}$ -Zustand mit $m_{J/\psi} = 3097 \text{ MeV}/c^2$
S. Ting et al. BNL: $p + \text{Be} \rightarrow J/\psi + X$ $\sqrt{s} = 7.5 \text{ GeV}$
B. Richter et al. Stanford: $e^+e^- \rightarrow J/\psi$

das J/ψ ist $c\bar{c}$ 1s-Zustand mit $S=1$

es gibt alle anderen Zustände analog Positronium mit $S=0$ oder 1 und $L=0, 1, \dots \Rightarrow$ Fig.

das J/ψ ist extrem schmaler Zustand, sehr schwierig in e^+e^- zu treffen, da man Resonanz genau treffen muß

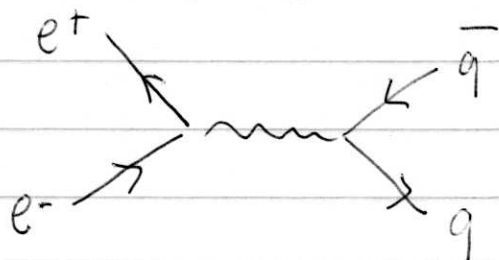


J/ψ zerfällt mit je 7% Wahrscheinlichkeit in e^+e^- oder $\mu^+\mu^-$

erster $\leadsto$ Rekonstruktion der invarianten Masse $\rightarrow$

$$T_{ee} - T_{\mu\mu} = 4.7 \text{ keV}$$

Was passiert mit den Quark, die in
Prozessen wie



gebildet werden?

sie hadronisieren als Jets

⇒ Fig 3-7

bewegen sich mit hohem Impuls auseinander
es bildet sich "Colorstring" der abreißt
und neues $q\bar{q}$ am anderen Ende bildet, so-
bald genügend Energie als pot. Energie
in String gespeichert

die kleinen Stringstücke werden Mesonen
(und wenige Baryonen) die in Sprünge von
Teilchen $\equiv$ Jet experimentell nachgewiesen
werden