

2. Elementarteilchen, Struktur von Atomkernen und Nukleonen

2.1 Der Teilchenzoo

3 Sorten von Elementarteilchen

- a) Leptonen,
- b) Quarks $\leadsto$ es gibt aus Quark zusammengesetzte Teilchen "Hadronen"
- c) Austauschteilchen, die die Wechselwirkungen vermitteln "Vektorbosonen" oder "Gibibosonen"

6 Leptonen - 3 negativ elektrisch geladen, 3 neutral geordnet in 3 Generationen, jede charakterisiert durch Teilchen

 Fig 2-1

Generation	geladen	neutral	Leptonzahl	Massen	Lebensdauer
1	e^-	$\bar{\nu}_e$	$L_e = 1$	$m_e c^2 = 0.511 \text{ MeV}$	∞ stabil
2	μ^-	$\bar{\nu}_\mu$	$L_\mu = 1$	$m_\mu c^2 \approx 106 \text{ MeV}$	$2.2 \mu\text{s}$
3	τ^-	$\bar{\nu}_\tau$	$L_\tau = 1$	$m_\tau c^2 \approx 1777 \text{ MeV}$	$3 \cdot 10^{-13} \text{ s}$

eine ladungsartige Quantenzahl, die Leptonzahl L , die zumindest in starker und elektromagnetisch WW erhalten ist. Alle Leptonen haben Spin $1/2$ punktförmig, soweit wir wissen, d.h. $r < 10^{-18} \text{ m}$ keine innere Struktur

Myon in kosmische Strahlung entdeckt (Andersson 1936) zuerst wurde angenommen, daß es das Teilchen ist das Kernkraft vermittelt (Yukawa-Teilchen), fälschlicherweise μ -Meson genannt zuerst. Ende 1940er realisiert:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$$

↳ Pion, vermittelt NM-WW

Myon instabil $\tau_\mu = 2.2 \mu s$ $\mu^+ \rightarrow e^+ \bar{\nu}_e \bar{\nu}_\mu$ $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$

Ruhemasse 106 MeV

ν_μ ungleich dem $\bar{\nu}_e$, entdeckt im 1960ern

Tau-lepton τ 1975 in Stanford entdeckt (M. Perl)

$$e^+ e^- \rightarrow \tau^+ \tau^- \quad m_\tau c^2 = 1777 \text{ MeV} \quad \tau_\tau = 3 \cdot 10^{-13} s$$

wegen grosser Masse viele mögliche Zerfallskanäle

Neutrinos: haben Masse (Neutrinooszillationen aus-
sen Massendifferenzen²), aber absolut nur Ober-
grenzen bekannt $m_{\nu_e} c^2 < 2 \text{ eV}$

Zu jedem Teilchen gibt es ein Antiteilchen
mit identischer Masse, Lebensdauer, auch Spin
aber entgegengesetzte "Ladung" (elektrische Ladung
sowie alle anderen ladungsartigen Quanten-
zahlen wie z.B. Leptonzahl, Baryonzahl, Strangeness...)

erstes Beispiel: Positron e^+ , erscheint in Dirac-
gleichung als 2. Lösung, Konsequenz von $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$
entdeckt 1931 in kosmischer Strahlung, Befund:
positive Ladung, sonst identisch mit Elektron

→ Fig 2-2

"Ladungserhaltung" erlaubt, daß Teilchen
und Antiteilchen sich vernichten

$$e^+ + e^- \rightarrow \gamma \gamma$$

auch paarweise Erzeugung (Paarbildung $\gamma + \gamma \rightarrow e^+ + e^-$)

analog Antiproton $\bar{p}$ und Proton p } typische Notation
oder Antineutron $\bar{n}$ und Neutron n } - ihr Symbol

Tabelle der 6 Antileptonen

Quanten	Teilchen	Leptonzahl
1	e^+ $\bar{\nu}_e$	$L_e = -1$
2	μ^+ $\bar{\nu}_\mu$	$L_\mu = -1$
3	τ^+ $\bar{\nu}_\tau$	$L_\tau = -1$

b) 6 Quarks, je 3 mit Ladung $+\frac{2}{3}e$ und 3 mit Ladung $-\frac{1}{3}e$, alle haben Spin $\frac{1}{2}$ und eine zusätzliche ladungsartige Quantenzahl. 6 Quarkflavors ausgedrückt durch je eine Flavorquantenzahl $\Rightarrow$ Fig. 2-3

Isospin $I = \frac{1}{2}$ $I_3 = +\frac{1}{2} \rightsquigarrow$ up-Quark u
 $-\frac{1}{2}$ down- " d

Strangeness $S = -1$

strange- " s

Charmness $C = 1$

charm- " c

Beauty $B = -1$

beauty- oder bottom-Quark b

Topness $T = 1$

top-Quark t

Quarks kommen nicht frei in der Natur vor
 Konzept der Quarks 1964 Vorschlag (unabhängig)
 von Gell-Mann und Zweig; damals 3 Quarks,
 4. Quark 1974 gleichzeitig in Brookhaven und Stan-
 ford entdeckt,

$\rightarrow$ "Confinement"

sie tragen eine zusätzliche Ladung über die sie
 wechselwirken, die sogenannte "Farbladung", und
 zwar eine von 3 möglichen r, g, b

wie bei den Leptonen gibt es 6 Anti-Teilchen:

6 Antiquarks mit entsprechenden Antifarben und entgegengesetzten anderen Ladungen
 z.B. Antistrange-Quark $\bar{s}$ $q = +1/3 e$, $S = 1$
 in $\bar{v}$ oder $\bar{g}$ oder $\bar{b}$

Massen in der Tabelle: sogenannte "Strangquarkmassen", können (bis auf Topquarkmasse) nicht direkt gemessen werden sondern folgen aus Eigenschaften von gebundenen Quarkzuständen (Hadronen) und theoretischen Konzepten.

Besonders schwer für leichte Quarks, wo Unsicherheit 50% ist. Warum so schwierig: in gebundenen Zuständen ändern sich durch eine spontane Symmetriebrechung (chirale Symmetriebrechung) die Strangquarkmassen in sogenannte Konstituentsquarkmassen (grundlegende Anzahl Nambu). z.B. d-Quark Konstituentsmasse $\approx 300 \text{ MeV}$

Was ist Unterschied zwischen Quarks und Leptonen?
 Quarks unterliegen der starken Wechselwirkung, Leptonen nicht.

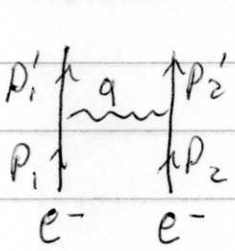
c) Klassifizierung von Teilchen nach Wechselwirkung und Austauschbosonen → Fig 2-4
 elektromagnetische, schwache, starke WW

↳ z.B. β -Zerfall

↳ z.B. Bildung Nukleons
 in Kern oder Quarks
 in Nukleon

relative Stärke und Reichweite sehr unterschiedlich; können wir durch Potential abschätzen. → Fig 2-5

nicht-relativistisches Konzept, aber trotzdem nützlich



elektromagnetische WW: $V_{em}(r) = \frac{e^2}{r}$
Photon überträgt 4er-Feld q

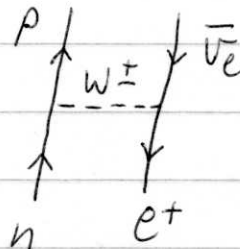
$$\begin{aligned} q^2 &= (p_1' - p_1)^2 \\ &= (E_1' - E_1)^2 - (\vec{p}_1' - \vec{p}_1)^2 \\ &= (E_2' - E_2)^2 - (\vec{p}_2' - \vec{p}_2)^2 \end{aligned}$$

Fouriertransformierte von $V_{em}(r) \rightarrow V_{em}(q^2)$

$$V_{em}(q^2) = \int V_{em}(r) \exp\left(\frac{i}{\hbar} \vec{q} \cdot \vec{r}\right) d\vec{r} = \frac{e^2 \hbar^2}{q^2}$$

$1/q^2$ ist Propagator eines masselosen Austauschteilchens, des Photons

β -Zerfall z.B. des Neutrons



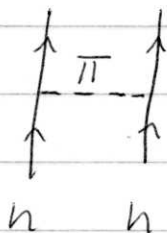
$$V_{wk}(r) = \frac{g^2}{r} \exp\left(-\frac{m_W r}{\hbar c}\right)$$

$$V_{wk}(q^2) = \frac{g^2}{q^2 + m_W^2} \quad \frac{1}{q^2 + m_W^2} \text{ ist Propagator des W-Bosons mit Masse } 80.4 \text{ GeV}$$

Nukleon-Nukleon WW

Yukawa:

$$V_{strong}(r) = \frac{g_s^2}{r} \exp\left(-\frac{m_\pi r}{\hbar c}\right)$$



$$V_{strong}(q^2) = \frac{g_s^2}{q^2 + m_\pi^2}$$

$$m_\pi \approx 140 \text{ MeV}$$

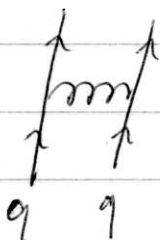
auf noch kleinerer Skala: starke WW zwischen Quarks durch Austausch von Gluonen

für schwere Quarks

Potentialbild

Sinnvoll,

z.B. Charm-Quarks



$$V(r) = -\frac{\alpha_s}{r} + \underbrace{kr}_{\text{Confinement}}$$

Coulombartiger Teil
bei kleinerem q^2 ist
 $\alpha_s \mathcal{O}(1)$

Wechselwirkungen werden durch Feldtheorien beschrieben

elektromagnetische WW $\leftrightarrow$ Quantenelektrodynamik
 em + schwache WW $\leftrightarrow$ elektroschwaches Standardmodell (Glashow, Salam, Weinberg)

starke WW $\leftrightarrow$ Quantenchromodynamik
 (Gross, Politzer, Wilczek
 Nobelpreis 2004)

Stärke der WW charakterisiert durch dimensionslose Kopplungskonstante

em: $\frac{e^2}{\hbar c} = \alpha \approx \frac{1}{137}$ schwach: $\frac{g^2}{\hbar c} \approx 4 \cdot 10^{-3}$

stark: $g_s^2 / \hbar c \approx 15$

Vergleich zwischen verschiedenen Wechselwirkungen:
 Stärke hängt auch von q^2 ab, z.B. bei $q^2 = 1 \text{ GeV}^2$

$V_{\text{strong}} / V_{\text{em}} \approx 2 \cdot 10^3$ $V_{\text{em}} / V_{\text{weak}} \approx 1.2 \cdot 10^4$
 entsprechend könnte man bei einem bestimmten Abstand vergleichen.

typische Reichweite einer Kraft gegeben durch Masse des Austauschteilchens (Vektorbosons)

$$\Delta x \cdot m \approx \hbar / 2 \text{ oder } \Delta x \cdot m = \hbar c / 2$$

starke WW (Pionenaustausch) $\Delta x \approx 1.4 \cdot 10^{-15} \text{ m}$

schwache WW (W, Z-Boson) $\Delta x \approx 2 \cdot 10^{-18} \text{ m}$

elektromagnetisch $\Delta x = \infty$

starke WW (Quonenaustausch) gegeben durch Confinement, Größenordnung fm

gebundene Zustände aus Quarks: "Hadronen"

2 Typen

- 3 Valenzquarks unterschiedlicher Farbe
"Baryonen", sind Fermionen z.B. Proton und Neutron
- ein Quark und ein Antiquark entgegengesetzte Farbe
"Mesonen", sind Bosonen

"Mesonen" sind Bosonen

Quarks und Hadronen wechselwirken stark

Leptonen

"

nicht stark

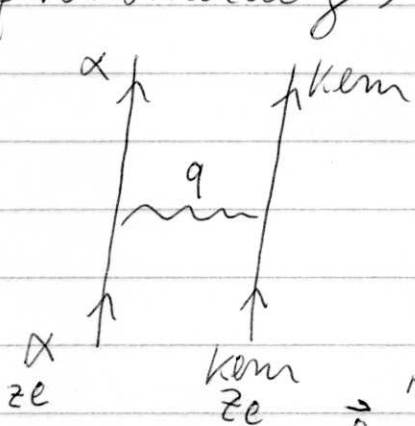
alle Wechselwirkungen elektromagnetisch & schwach

2.2. Strukturinformation aus Streuexperimenten

Struktur: räumliche Verteilung von Masse und Ladung
 $\rho(x)$ und $e\rho_c(x)$

Information aus Streuexperimenten: messe Wirkungsquerschnitt als Funktion von Streuwinkel oder Impulsübertrag

a) elastische Streuung zwischen zwei punktförmigen geladenen Teilchen ohne Spin (Rutherfordstreuung)



übertragener 4-er Impuls

$$q^2 = (E - E')^2 - (\vec{p} - \vec{p}')^2$$

im cm-System für elastische

$$\text{Streuung } E = E' \quad |\vec{p}| = |\vec{p}'| \quad q^2 = -\vec{q}^2$$

$$\vec{q} = \vec{p} - \vec{p}'$$

$$|\vec{q}|/2 = |\vec{p}| \sin(\theta/2)$$

quantenmechanisch wird Wirkungsquerschnitt durch Streuamplitude, beschrieben

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\vec{q}^2)|^2 \quad \leftarrow f(\vec{q}^2)$$

Streuung ebener Wellen an sphärisch symmetrischem Potential (Born'sche Näherung)

$$f(\vec{q}^2) = -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \int V(r) \exp\left(\frac{i\vec{q}\cdot\vec{r}}{\hbar}\right) d\vec{r}$$

$$= -\frac{2m}{q\hbar} \int r dr V(r) \sin\left(\frac{qr}{\hbar}\right) \quad q = |\vec{q}| \quad r = |\vec{r}|$$

$V(r)$ (Coulomb-Potential abgeschnitten durch Elektronen $V(r) = \frac{ze^2}{r} \exp(-r/a)$ mit $a \approx 10^5 \text{ fm} = 1 \text{ \AA}$)

$$\sim f(\vec{q}^2) = -\frac{2mze^2}{q^2 + \hbar^2/a^2} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{für Energien und Impuls-} \\ \text{abhängige im MeV Bereich ist} \\ \hbar^2/a^2 \text{ zu vernachlässigen} \end{array} \right.$$

$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\vec{q}^2)|^2 = \frac{4m^2 z^2 e^4}{q^4}$
für relativistische Teilchen wird m Masse durch totale Energie $E \approx p$ ersetzt und mit $d\sigma/dq^2 = d\sigma/d\Omega \cdot d\Omega/dq^2$

$$\left[\frac{d\sigma}{dq^2} \frac{[\text{fm}^2]}{[\text{MeV}^2]} = \frac{4\pi(z^2)^2 e^4}{q^4} \frac{[\text{MeV}^2 \text{fm}^2]}{[\text{MeV}^4]} \right] \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{einfachster Punkt-} \\ \text{ladungsgewissheit} \\ \text{im c.m. System} \end{array} \right.$$

b) Streuung relativistischer Spin 1/2 Teilchen (Elektronen) an Punktladung ze
 $z=-1$

$$\left[\text{Mott-Querschnitt} \quad \frac{d\sigma}{dq^2} = \frac{4\pi z^2 e^4}{q^4} \left(1 - \beta^2 \sin^2\left(\frac{\vartheta}{2}\right) \right) \right]$$

WW von magnetischen Moment des Elektrons mit Strom durch bewegte Ladung des Kerns (Ableitung relativistische Quantenmechanik)

c) Streuung an ausgedehnter Ladungsverteilung $\rho(r)$

starke wie oben $f(\vec{q}) = -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \int d\vec{r} V(r) \exp\left(\frac{i\vec{q}\cdot\vec{r}}{\hbar}\right)$

mit Poisson-Gleichung $\nabla^2 V = 4\pi g(r) Ze^2$
 ($\int g(r) d\vec{r} = 1$) und Green'schem Theorem
 $\int d\vec{r} \exp\left(\frac{i\vec{q}\cdot\vec{r}}{\hbar}\right) \cdot V(r) = -\frac{\hbar^2}{q^2} \int d\vec{r} \exp\left(\frac{i\vec{q}\cdot\vec{r}}{\hbar}\right) \nabla^2 V(r)$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\vec{q})|^2 = \frac{4m^2 Z^2 e^4}{q^4} \underbrace{\left| \int d\vec{r} \exp\left(\frac{i\vec{q}\cdot\vec{r}}{\hbar}\right) g(r) \right|^2}_{\text{Formfaktor } |F(\vec{q})|^2}$$

der Formfaktor ist die Fouriertransformation der Ladungsverteilung und enthält im Wirkungsquerschnitt die ganze Strukturinformation

$$\boxed{\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma}{d\Omega}^{\text{H}} \cdot |F(\vec{q})|^2}$$

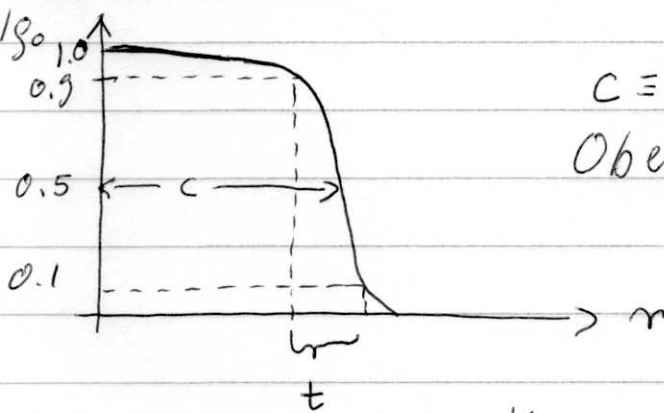
2.2.1. Ladungsverteilung von Atomkernen
 messe differentiellen Wirkungsquerschnitt
 über möglichst großen Bereich von $\vec{r}$ oder q
 und extrahiere $\rho(r)$

Schwierigkeit: je grösser Ausdehnung der Ladungsverteilung, desto schneller fällt $F(\vec{q})$
 daher Inversion der Beziehung oben

$$\rho(r) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^\infty dq F(\vec{q}) \exp(-i\vec{q}\cdot\vec{r}/\hbar) \quad \text{schwierig}$$

Beispiel $\Rightarrow$ Fig 2-6 q bis 800 MeV $\hat{=} \frac{d\sigma}{dq^2}$ über 12
 Grössenordnungen!

Ergebnis: Fermi-Verteilung $\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp((r-c)/a)}$



$c \equiv$ Halbdichtetradius $\approx (1.18 \cdot A^{1/3} - 0.48) \text{ fm}$

Oberflächendicke t

$$t = (4 \ln 3) a = 4.4 a \approx 2.4 \text{ fm}$$

$$\sqrt{\langle r^2 \rangle} \approx 0.94 \cdot A^{1/3} \text{ fm}$$

Volumen $V \propto A$

Kernmasse $\propto A \Rightarrow$ Dichte $\approx \text{konst.}$

Vergleiche mit vereinfachten Modell einer Kugel mit scharfem Radius R gewählt so, daß rms Radius mit gemessenem übereinstimmt:

$$\langle r^2 \rangle = 4\pi \int_0^R \frac{3r^4 dr}{4\pi R^3} = \frac{3}{5} R^2$$

siehe ein von oben $\sqrt{\langle r^2 \rangle} = 0.94 A^{1/3} \text{ fm}$

$$\leadsto \boxed{R = 1.2 \cdot A^{1/3} \text{ fm}}$$

siehe Fig 2-7 für verschiedene Kerne

2.2.2. Struktur des Nukleons

2 Nukleonen Proton und Neutron

$$m_p = 938.3 \text{ MeV}/c^2 \quad m_n = 939.6 \text{ MeV}/c^2$$

Proton soweit bisherige Messungen[⊗] zeigen, stabil
 $\tau > 1.9 \cdot 10^{29} \text{ y}$ 50% C.L.

für spezifische Zerfälle viel bessere Grenzen, z.B.
 $\tau(p \rightarrow e^+ \pi^0) > 1.6 \cdot 10^{33} \text{ y}$

⊗ sehr große Tanks von ultrareinem Wasser unendlich

Neutron $\tau = 885.7 \pm 0.8 \text{ s}$ $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$

beide Nukleonen haben Spin $1/2$

und "anomale magnetische Momente"

$$\langle \mu_s \rangle = g \mu_N m_s \quad \text{mit } \mu_N = 3.15 \cdot 10^{-15} \text{ MeV/T} \equiv \text{Kernmagneton}$$

$$\text{Erinnerung: Magneton } \mu = \frac{e\hbar}{2mc} \quad \text{Elektron: } \mu_B = 5.79 \cdot 10^{-11} \frac{\text{MeV}}{\text{T}}$$

$$\text{für Proton } g_p = 5.58 \rightarrow \langle \mu_s \rangle_p = \pm 2.79 \mu_N$$

$$\text{Neutron } g_n = -3.82 \quad \langle \mu_s \rangle_n = \mp 1.91 \mu_N$$

zeigt, daß Nukleonen Struktur haben müssen
 für punktförmiges Nukleon erwartet man f. Proton
 $g_p = 2$ (wie f. Elektron) und f. Neutron $g_n = 0$

Aufklärung der Struktur: Streuung von Elektronen
 am Nukleon. zusätzliche Komplikation: beide
 Streupartner haben Spin $s = 1/2$

~ 3 Beiträge zum Wirkungsquerschnitt

- ① WW Ladung Elektron - Ladung Nukleon $\left. \begin{array}{l} \text{Rutherford} \\ \text{Mott} \end{array} \right\}$
- ② WW Strom Nukleon - magn. Moment Electr.
- ③ WW Strom Elektron - magn. Moment Nukleon $\left. \begin{array}{l} \text{Mott} \\ \text{Dirac} \end{array} \right\}$

Wirkungsquerschnitt für punktförmiges Nukleon ($g=2$) mit Masse M

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}_{\text{Dirac}} = \frac{d\sigma}{d\Omega}_{\text{Ruth}} \left(\cos^2\left(\frac{\vartheta}{2}\right) - \frac{q^2}{2M^2} \sin^2\left(\frac{\vartheta}{2}\right) \right) = \frac{d\sigma}{d\Omega}_{\text{Roth}} \left(1 - \frac{q^2}{2M^2} \tan^2\left(\frac{\vartheta}{2}\right) \right)$$

zu ③ Matrixelement proportional zu magn. Moment des Nukleons $\propto 1/M$ und zum Magnetfeld am Ort des Nukleons, über Zeit integriert $\propto$ zu Ablenkung des Elektrons, d.h. $\propto q$ also $d\sigma \propto q^2/M^2$

Vorzeichen von ③ relativ zu ② aufpassen!

hängt von Metrik für 4er-Vektoren ab

in unserer Metrik $q = (E-E', \vec{p}-\vec{p}')$ ist für elastische Streuung q^2 immer negativ und dafür gilt Vorzeichen wie oben in $d\sigma/d\Omega_{\text{Dirac}}$

in Minkowski-Metrik hier ein + (q^2 immer positiv)

für ausgedehnte Nukleonen: Streuquerschnitt wird (analog zu Kern) durch Formfaktor modifiziert. Aber: jetzt ein Formfaktor um ausgedehnte Ladungsverteilung zu berücksichtigen "elektrischer Formfaktor" $G_E(q^2)$ und ein Formfaktor um ausgedehnte Stromverteilung oder Magnetisierung zu berücksichtigen "magnetischer Formfaktor" $G_M(q^2)$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma}{d\Omega}_{\text{Roth}} \left[\frac{G_E^2 - \frac{q^2}{4M^2} G_M^2}{1 - \frac{q^2}{4M^2}} - \frac{q^2}{2M^2} G_M^2 \tan^2\left(\frac{\vartheta}{2}\right) \right] \Rightarrow \boxed{\text{Fig. 2-7}}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} / \frac{d\sigma}{d\Omega}_{\text{Roth}} = A(q^2) + B(q^2) \tan^2\left(\frac{\vartheta}{2}\right) \quad \left. \begin{array}{l} \text{messe für jedes } q^2 \\ \text{bei verschiedenen} \\ \text{Winkeln } \vartheta \sim \\ G_E(q^2) \text{ und } G_M(q^2) \end{array} \right\}$$

"Rosenbluth Formel"

$\Rightarrow \boxed{\text{Fig. 2-8}}$

erste Messungen: Hofstadter et al. 1956 in Stanford
 200 MeV Elektronen, später höhere Energien
 Information über Neutron aus Vergleich von
 ep und ed Streuung (Hofstadter 1961)
Ergebnis: bei moderaten q^2 bis ca. 10 GeV^2

$$G_E^p(q^2) \approx \frac{G_M^p(q^2)}{\langle \mu_p \rangle} \approx \frac{G_M^n(q^2)}{\langle \mu_n \rangle} \equiv G(q^2)$$

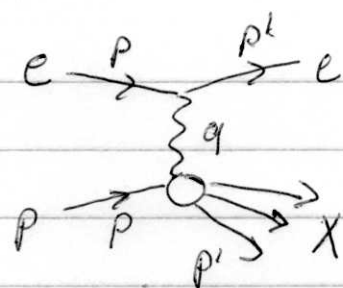
$\Rightarrow$ Figs 2-9, 10

funktionale Form der q^2 -Abhängigkeit

$G(q^2) \approx \frac{1}{(1 + q^2/10.73)^2}$ "Dipol-Form" $\sim$ Fourier-
 transformierte ergibt Ladungs-
 und Magnetisierungsverteilung exponentiell
 $\rho(r) = \rho_0 \exp(-\sqrt{0.73} r/\hbar) = \rho_0 \exp(-4.3 r)$ r in fm
 ergibt rms-Radius von 0.85 fm

elektrischer Formfaktor des Neutrons: erst kürzlich
 bis $q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ gemessen. Schwierig, da viel kleiner
 als $G_M^n(q^2)$ $\langle r_n^2 \rangle_e = -0.116(2) \text{ fm}^2 \Rightarrow$ Fig 2-11
 negativ bedeutet: Überwiegen von negativer Ladung
 bei großem r

Da Nukleon ein ausgedehntes Objekt ist, hat es
 - in Gegensatz zum Elektron - angeregte Zustände
 Bahndrehimpuls kann von Null verschieden sein,
 Spin-Bahn Kopplung, Spin auch $3/2$ möglich
 Messung durch inelastische ep -Streuung
 d.h. im cm-System nicht nur Impuls- sondern
 auch Energieübertrag

Elektron $p = (E, \vec{p})$ $p' = (E', \vec{p}')$ Proton $P = (M, 0)$ $P' = (E_h, \vec{P}')$ $\hookrightarrow W + T$

Proton kann in mehrere Hadronen aufbrechen. Hadronischer Endzustand hat inw. Masse W und kinetische Energie T

q^2 auf Elektron Seite: $q^2 = -4EE' \sin^2(\frac{\theta}{2})$

q^2 immer negativ (siehe oben), Zeitv. all. ortsartig

q^2 von Proton Seite: $q^2 = W^2 - M^2 - 2Pq$

bzw. im Labor-System $W^2 - M^2 - 2Mv$

Kollision komplett bestimmt durch 2 Variable,

q^2 und $v = E - E' = E_h - M$

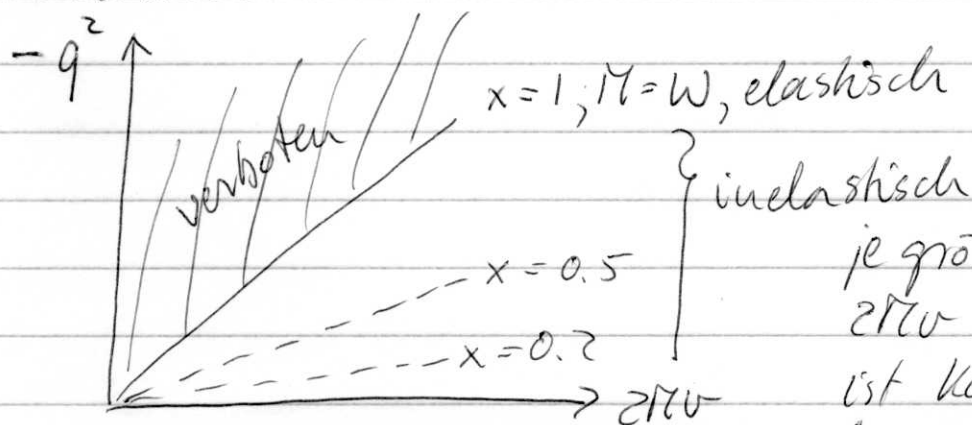
von oben $v = \frac{-q^2 + W^2 - M^2}{2M}$

Wenn Streuung elastisch, ist $W^2 = M^2$ und $q^2 = -2Mv$ oder $v = \frac{-q^2}{2M}$, d.h. Grad der

Inelastizität der Kollision kann gemessen werden durch Abweichung von v von $-q^2/2M$; bilde

Quotient $x = \frac{-q^2}{2Mv}$ $0 \leq x \leq 1$

x beschreibt Inelastizität der Streuung, $x=1$ ist elastisch



je grösser für gegebenes q^2 $2Mv$ ist desto inelastischer ist Kollision & desto höherer Ausguss möglich

Wirkungsquerschnitt wird jetzt doppelt differenziell; wird bestimmt durch 2 Formfaktoren, die jetzt von q^2 und v abhängen und "Strukturfunktionen" heißen.

im Labor:
$$\frac{d^2\sigma}{dq^2 dv} = \frac{4\pi\alpha^2\hbar^2}{q^4} \frac{E'}{E\pi} \left[W_2(q^2, v) \cos^2\left(\frac{\vartheta}{2}\right) + 2W_1(q^2, v) \sin^2\left(\frac{\vartheta}{2}\right) \right]$$

vgl. mit elastischer Streuung

$$W_2 \leftrightarrow \frac{G_E^2 + b G_M^2}{1+b} \quad W_1 \leftrightarrow b G_M^2 \quad \text{mit } b = \frac{-q^2}{4M^2}$$

Gültigkeit der Formel wird durch Rosenbluth-Plot etabliert $\leadsto$ Bestimmung der Strukturfunktionen $W_{1,2}$

Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts von Energieübertrag v (oder E')

Beispiel 1: 400 MeV $e + {}^4\text{He}$

$\Rightarrow$ Fig 2-12

elastischer Peak bei $E' = E - v = E - \underbrace{\frac{-q^2}{2M_{\text{Kern}}}}_{\text{Rückstoßenergie der } {}^4\text{He Kerne}}$

bei größeren v (kleineren E') breiter Peak u. Maximum
Bei etwa $v = -q^2 / 2M_{\text{Nukleon}}$ "quasielastische Streuung" an einzelnen Nukleon; Peak ist breit wegen "Fermiimpuls" des Nukleons im Kern

$$p_F c \approx \frac{\hbar c}{R} \approx 200 \text{ MeV} \quad (\text{siehe Fermigasmodell später})$$

in willkürliche Richtung

$$\text{Energieverbreiterung } \Delta v = \pm p_F c / M_{\text{Nukleon}} c^2$$

Kollision ist elastisch im Ruhesystem des getroffenen Nukleons. Im Lab bewegt sich Nukleon und je nach Richtung wird v größer oder kleiner

Beispiel 2: 4.879 GeV $e + p$ bei $\theta = 10^\circ \Rightarrow$ Fig 2-13

analog Beispiel 1, bei kleinem $q^2 (\leq 1 \text{ GeV}^2)$ starker elastischer Peak bei $E - E' = \nu = \frac{-q^2}{2M_{\text{Nukleon}}}$

gefolgt von inelastischen Peaks, die angeregten Zuständen des Nukleons entsprechen bei

$x = \frac{-q^2}{-q^2 + W^2 - M^2}$	$W (\text{MeV})$	
	1232	Δ Resonanz
	1450	N^*
	1688	Δ

Breite dominiert durch "natürliche Breite"

$\Gamma = \hbar c / \tau c$ für $\Delta (1232)$ ist $\Gamma = 120 \text{ MeV}$

$\tau = 1.6 \text{ fm} / c = 5.5 \cdot 10^{-24} \text{ s}$ typisch für starke WW

$\Delta^+ \rightarrow p + \pi^0$ und $n + \pi^+$

Was passiert bei immer höherer Energie des Elektronenstrahls? mit wachsendem q^2 bewegen sich die Peaks immer mehr gegen $x=1$ (bei fixiertem W) und sind auch zunehmend durch Formfaktor unterdrückt. Alle ausgedehnten Objekte "verschwinden" wenn q^2 nur groß genug.

Überraschung: ein großer Kontinuumspeak erscheint, der nicht unterdrückt ist $\Rightarrow$ Fig 2-14

$\rightarrow$ das ist Streuung des Elektrons an viel kleineren Konstituenten des Nukleons, den Quarks, das nennt man "tief-inelastische Streuung"

2.2.3. Partonen

Tiefinelastische Lepton-Nukleon Streuung
beschrieben durch elastische Streuung an punktförmigen Konstituenten des Nukleons, genannt "Partonen"

die Strukturfunktionen $W_{1,2}$ gewinnen in diesem Regime eine neue physikalische Bedeutung und bekommen daher neue Namen

$$F_2 = \frac{v W_2(q^2, v)}{M} \quad \text{und} \quad F_1(q^2, v) = W_1(q^2, v)$$

$$\frac{d^2\sigma}{dq^2 dv} = \frac{4\pi\alpha^2 \hbar^2}{q^4} \frac{E'}{Ev} \left(F_2 \cos^2\left(\frac{\vartheta}{2}\right) + \frac{2v}{M} F_1 \sin^2\left(\frac{\vartheta}{2}\right) \right)$$

Wenn Streuung punktförmig, dann dürfen $F_{1,2}$ nicht von q^2 abhängen (Erinnerung: Formfaktor konstant für Punktverteilung), sondern sind nur Funktionen von x

"Bjorken scaling" nach Vorschlag von Bjorken 1967

mit $-q^2 \rightarrow \infty$ und $v \rightarrow \infty$ bleibt F endlich und hängt nur vom Verhältnis $x = \frac{-q^2}{2Ev}$ ab.

Da x dimensionslos ist, gibt es dann in der Streuung keine Massenskala oder Längenskala $\leftrightarrow$ "Skaleninvarianz" der tiefinelastischen Streuung.

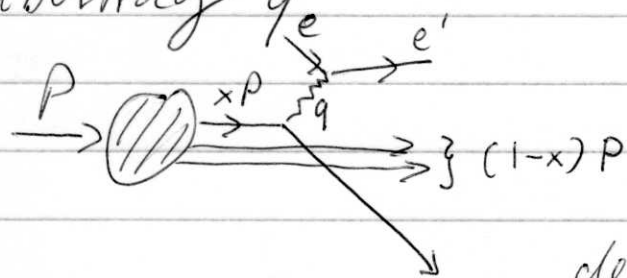
Experimente: Friedman, Kendall, Taylor 1969 Stanford, Nobelpreis 1990, bestätigen diese Hypothese bei $x = 0.25$, $\vartheta = 6-26^\circ$, $-q^2 = (1-8) \text{ GeV}^2$ Fig 2-15

HB: auch f_1 und x ist q^2 Abhängigkeit schwach, aber vorhanden. "Scaling Violation" durch Präsenz von Quarks.

Interpretation der Daten im sogenannten Parton-Modell (Feynman 1969):

Betrachte Targetproton im Bezugssystem, in dem es sehr hohen Impuls hat (z.B. Ruhesystem des Elektrons) 'infinite momentum frame' kann in diesem System Masse (fast) vernachlässigen und auch Transversalbewegung der Partonen im Nukleon $\rightarrow$ Strom paralleler Partonen je mit 4er Impuls $x_i P$, wenn P 4er Impuls des Nukleons. $P = (E \approx |\vec{P}|, 0, 0)$ mit $0 < x_i < 1$ und $\sum_{i=1}^3 x_i = 1$

Ein Parton der Masse m wird elastisch an Elektron gestreut und absorbiert 4er Impuls-übertrag q



$$(xP + q)^2 = m^2$$

$$x^2 P^2 + 2xPq + q^2 = m^2$$

$x^2 P^2$ invariant; im Ruhesystem des Partons $x^2 P^2 = m^2$

$$\leadsto x = \frac{-q^2}{2Pq}$$

evaluiere Pq im Laborsystem $P = (M, 0)$ $q = (v, \vec{q})$

$$Pq = Mv \leadsto x = \frac{-q^2}{2Mv}$$

Hier ist auch wie vor x der Bruchteil des Vektor-

impuls des Protons im infinite momentum frame. Aber das sieht auch aus wie elastische Streuung eines stationären Partons im Laborsystem mit $-q^2 = 2m\nu$, so daß

$$x = \frac{-q^2}{2m\nu} = \frac{m}{\nu}$$

d.h. x ist damit Bruchteil der Masse des Nukleons, den Parton trägt. Streuung Lepton-Parton ist quasi-elastisch

Physikalische Bedeutung der $F_{1,2}(x, q^2) \approx F_{1,2}(x)$: Maß für Impulsverteilung ^{Bruchteil} der Partonen im Nukleon

$q_f(x)$ sei Wahrscheinlichkeit Quark von Flavor f mit Impuls xP im Proton mit Impuls P zu finden; elektrische Ladung ze

Wirkungsquerschnitt $\propto z_f^2$

Zu Zeit t und zwischen x und $x+dx$ ist Wahrscheinlichkeit, Parton zu finden, $q_f(x)dx$

$q_f(x)$ hat Beiträge von "Valenzquarks" sowie Quarks von Quark-Antiquark Paaren, die von Gluonen im Feld der starken WW erzeugt werden "Sea-Quarks"

(analog zu e^+e^- -Paaren im Coulombfeld) Antiquarks haben Impulsverteilung $\bar{q}_f(x)$

F_2 ist Summe der mit x und z_f^2 gewichteten Impulsverteilungen der Quarks und Antiquarks

$$F_2(x) = x \sum_f z_f^2 (q_f(x) + \bar{q}_f(x))$$

durch Struktur verschiedener Leptonen (e, μ, ν)
an p und n kann man Beiträge von
 q und $\bar{q}$ bzw. Valenz- und Seequarks
(und Gluonen) unterscheiden.

Ergebnis: See-Quarks tragen sehr kleinen Impulsbruchteil ($x \leq 0.2$)

Beitrag der Valenzquarks gegeben bei $x \approx 0.2-0.3$
verschärft durch Fermiimpulsverteilung der
gebundenen Quarks.  Fig 2-16

Integral von F_2 über x gibt Impulsbruchteil
des Nukleons, da von allen Quarks und
Antiquarks im Nukleon getragen wird
Man findet etwa 50%. Die andere Hälfte
des Impulses wird von Gluonen getragen.