

1. Grundlagen

1.1. Einheiten

SI Einheiten wegen Energie und Längenskalen in der Teilchenphysik nicht praktisch

typische Dimensionen $< 10 \text{ fm} = 10^{-14} \text{ m}$

Bündungsenergien MeV

Massen von Teilchen 100 MeV - 100 GeV

schwerstes Quark $m_t c^2 = 174 \text{ GeV}$

etwa wie schwerer Atomkern ^{208}Pb 194 GeV

Furpulse um Kerndimensionen aufzulösen

$$hc = 1240 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$$

$$p \approx hc / \lambda = 1240 \text{ MeV fm} / (1-10 \text{ fm}) \approx 100-1000 \text{ MeV}$$

$\Rightarrow$ Energie und Impuls skalen MeV - GeV

Massen: $mc^2 \rightsquigarrow$ "

Zeiten: hängt von Problem ab, oft praktisch in $\text{fm}/c \leftarrow$ Zeit in der Licht best. Distanz überdistanzt

$$1 \text{ fm}/c = 3.33 \cdot 10^{-24} \text{ s}$$

Elektrische Ladung: Feinstrukturkonstante

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} = \frac{1}{137.04}$$

$$\text{mit } \hbar c = 197 \text{ MeV fm} \quad \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = 1.44 \text{ MeV fm} \equiv "e^2"$$

1.2. Relativistische Kinematik

PEP112, PTP112, PTP3 Wh 1. Stunde Gruppenunterricht + Teil des 1. Übungsblatts

1.3 Fermi's Goldene Regel und Phasenraum

siehe Ende PTP4 Berechnung Übergangrate von Zustand α nach Zustand β basierend auf Störungstheorie. WW die ψ für Übergang Zuständig ist, ist schwach $H = H_0 + H_{\text{int}}$ so daß α und β in Basis von $\rightarrow$ kleinen Eigenfunktionen von H_0 expandiert werden können

$$W_{\alpha\beta} = \frac{dP}{dt} = \frac{2\pi}{\hbar} \underbrace{|\langle \psi_\beta | H_{\text{int}} | \psi_\alpha \rangle|^2}_{\text{Matrixelement v. } H_{\text{int}}} \underbrace{g(E)}_{\text{Zustandsdichte im Endzustand}}$$

"Fermi's Goldene Regel" (erfunden von Dirac)

$g(E)$: Anzahl von Endzuständen pro Energieintervall im 6-dim Phasenraum (x, y, z, p_x, p_y, p_z) werden wegen Unschärferelation Punkte durch Volumen $h^3 = (2\pi\hbar)^3$ ersetzt

1 Dimension: für Positionen zwischen x und $x+L$ und Impulsen zwischen p_x und p_x+p kann die Fläche Lp mit $M = Lp/(2\pi\hbar)$ Zuständen gefüllt werden damit wird $g(E) = \frac{dM}{dE} = 2 \frac{dM}{dp} \frac{dp}{dE} = \frac{L}{2\pi\hbar} \sqrt{\frac{2m}{E}}$ nichtrelativ.
 $\uparrow$
 für jedes E 2 entartete Zustände mit p und $-p$

3 Dimensionen: $H = \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} \int d^3x d^3p = \frac{V}{(2\pi\hbar)^3} \int p^2 dp d\Omega$

mit $E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2 \rightarrow H = \frac{V 4\pi}{(2\pi\hbar)^3} \int p^2 \frac{E}{pc^2} dE \rightarrow \left[\frac{dH}{dE} = \frac{VEp}{2\pi^2\hbar^3 c^2} \right]$

"Ein Teilchenphasenraum"

2 Teilchen in 3 Dim: mit totalem Impuls, $p = p_1 + p_2$ (im Fall $p_1^2 = p_2^2$) und Energie $E = E_1 + E_2$
Anzahl von Zuständen wie für 1 Teilchen
aber Dichte unterschiedlich wegen

$$g_2 = \frac{dN_2}{dE} = \frac{V}{(2\pi\hbar)^3 c^2} \frac{E_1 E_2 p_1}{E_1 + E_2} \int d\Omega_1$$

übrigens: am Ende fällt V immer wegen entsprechende Normierung der Wellenfunktion heraus.
bei entarteten Zuständen mit Entartungsgrad multiplizieren

1.4. Reaktionsrate

z.B. Rutherfordstreuung (klassisch) $\alpha + Au \rightarrow \alpha + Au$
Rate von Ereignissen gegeben durch einfallenden Teilchenfluß, Anzahl von Streuzentren und Wirkungsquerschnitt $\sigma \propto \text{Fläche [cm}^2\text{]} (PEP3, PTP1/2)$

nach einer typischen Länge λ passiert Streuung

$$\lambda = \frac{1}{n \cdot \sigma} \text{ wenn Streuzentren Dichte } n \text{ haben}$$

$\hookrightarrow$ mittlere freie Weglänge, vernachlässigt Bewegung der Streuzentren

Wahrscheinlichkeit, daß einfallendes Teilchen gestreut wird $P = 1 - \exp(-x/\lambda)$ und für $x \ll \lambda$ ("dünn Target") $P \approx \frac{x}{\lambda} = \sigma \cdot n \cdot x$

$N_t = \text{Flächendichte von Streuzentren}$

Streurate $R[\frac{1}{s}] = N_b[\frac{1}{s}] \cdot N_t[\frac{1}{\text{cm}^2}] \cdot \sigma[\text{cm}^2]$

σ kann generell für alle möglichen Prozesse definiert werden: elastische o. inelastische Streuung, Absorption, Reaktion $A + B \rightarrow C + D + E \dots$
Wahrscheinlichkeiten addieren sich zu "totalem Wirkungsquerschnitt"

$\sigma = \sigma_{el} + \sigma_{inel} + \sigma_{abs} + \dots$ σ_j partielle Wirkungsqu.
typisch ist Wirkungsquerschnitt winkelabhängig
d.h. betrachte $d\sigma/d\vartheta$ oder $d\sigma/d\Omega$
bzw. für inelastische Prozesse doppelt differentiell
 $d^2\sigma/d\epsilon d\Omega$

Skala für Wirkungsquerschnitt gegeben durch
"geometrischen Wirkungsquerschnitt"
besonders sinnvoll, wenn Reichweite der Wechselwirkung kurz und Streupartner endliche Ausdehnung haben.

Targetteilchen mit Radius r_t und Projektil
mit r_p : $\sigma_{geo} = \pi(r_p + r_t)^2$

Wahrscheinlichkeit für "Treffer" ist Bruchteil der Targetfläche die durch Streuzentren mit je typischer Fläche σ_{geo} belegt ist



z.B. Proton-Proton Kollisionen: $r_p \approx 0.8 \text{ fm}$

$\sigma_{geo} = 8 \text{ fm}^2 = 80 \text{ mb}$ mit Dimension $1 \text{ b} = 10^{-24} \text{ cm}^2 = 100 \text{ fm}^2$

vgl. typischer pp Wirkungsquerschnitt bei $p \approx 10 \text{ GeV}$

$\sigma_{tot} = \sigma_{el} + \sigma_{inel} = 40 \text{ mb}$ (davon $\sigma_{inel} \approx 30 \text{ mb}$)

d.h. Wahrscheinlichkeit für pp-Streuung ist von Größenordnung 1 wenn Protonen sich treffen

für Atomkerne: $r_A \approx 1.2 \text{ fm} \cdot A^{1/3}$ Massenzahl
 Blei - Blei $\sigma_{\text{geo}} \approx 6.35 \text{ b}$

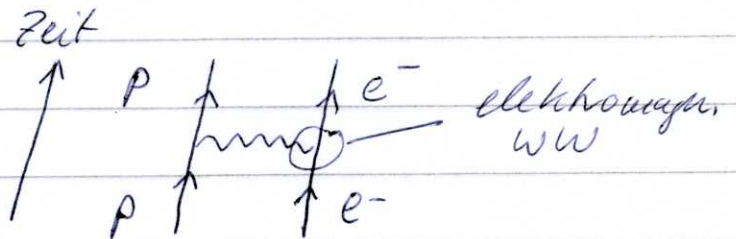
für spezifischen "exklusiven" Endzustand ist Wirkungsquerschnitt oft viel kleiner
 z.B. $p + \bar{p} \rightarrow t + \bar{t} + X$ bei $E_{\text{cm}} = 1.8 \text{ TeV}$ $\sigma_{t\bar{t}} \approx 5 \text{ pb}$
 Antiproton Top- und Antitop-Quarks 10 Größenordn. unterschätzt

1.5. Feynman Diagramme

Zu den 1940'ern von R. Feynman entwickelte elegante Methode, um Übergänge und WW

- bildhaft eindeutig darzustellen und
 - mit Bildern (Feynman Diagrammen) klare mathematische Regeln (Feynman Regeln) zu verbinden, um Wirkungsquerschnitte zu berechnen (relativistische Quantenfeldtheorie)
- hier hauptsächlich bildliche Darstellung

Beispiel: WW zwischen 2 geladenen Teilchen



(oft auch Zeit $\rightarrow$)

Regeln, Bild zu erstellen:

- "reelle Teilchen" dargestellt durch Strahlen in pos. Zeitrichtung (von $-\infty$ nach $+\infty$)
 reell: $p^2 = E^2 - \vec{p}^2 = m^2$
- Antiteilchen: Strahlen in negative Zeitrichtung

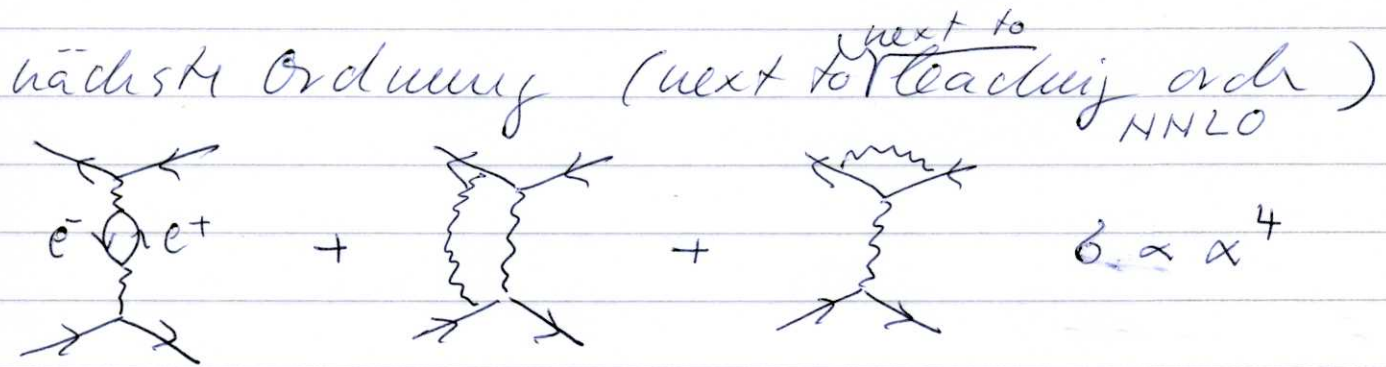
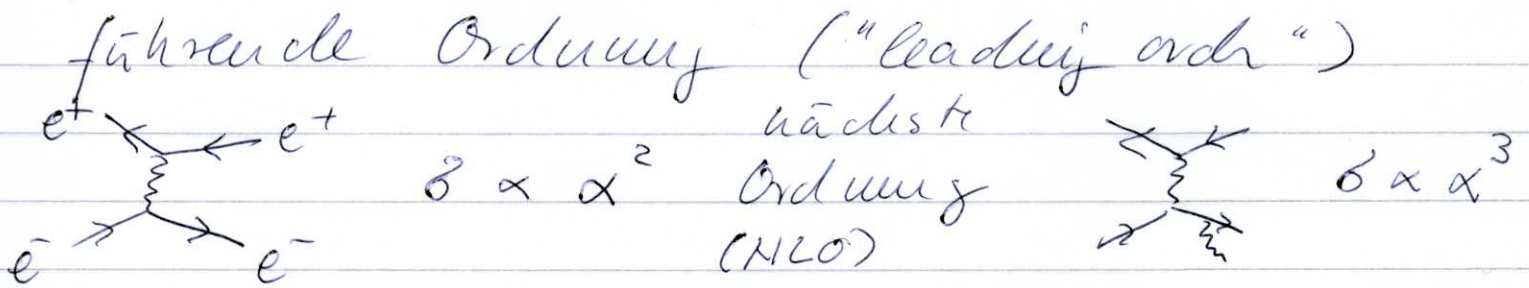
- "virtuelle Teilchen" dargestellt durch Segmente (Linien, die im Diagramm beginnen und enden)
 $p^2 = E^2 - \vec{p}^2 \neq m^2$, möglich für Zeit und Δt wegen $\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar/2$

für masselose Teilchen wie Photonen

$$p_\gamma = (\omega, \vec{k}) \text{ reelles Photon } p_\gamma^2 = \omega^2 - \vec{k}^2 = 0$$

$$\text{virtuelles Photon } p_\gamma^2 = \omega^2 - \vec{k}^2 < 0$$

- Fermionen: gerade Linien WW
- Bosonen: Wellenlinie $\sim$ Photon em
- gestrichelte Linie --- W, Z -Boson schwach
- Spirale $\sim$ Gluon stark
- Punkte an denen Linien zusammenkommen (3 oder mehr) "Vertex"; Vertex und angrenzende Linien beschreiben Absorption o. Emission eines Teilchens
- Linien beschreiben Propagation eines Teilchens
semiquantitative Bezeichnung:
 - jeder Vertex ist charakterisiert durch eine Kopplungskonstante je nach Art der WW, z.B. $\alpha = \frac{1}{137}$ für elektromagnetische WW
 - Übergangsmatrixelement $\propto \sqrt{\alpha}$ für jeden Vertex
 - Wirkungsquerschnitt $\propto$ Übergangswahrsch.² $\propto \alpha$ für jeden Vertex
 - berechne Wahrscheinlichkeit nach folgendem Rezept $P \propto |\langle 1 | 1 \rangle|^2$, Linien, die Teilchen darstellen $\leftrightarrow$ Wellenfunktion, Vertex $\leftrightarrow$ Kopplungskonstante, Segmente, die virtuelle Teilchen darstellen $\leftrightarrow$ Propagator; Beitrag zum Matrixelement $\frac{1}{m^2 + q^2}$ q^2 4-er Impulsübertrag (für Bosonen)



1.6 Wechselwirkung von Teilchen u. Materie

geladene Teilchen ionisieren: das E-Feld einer bewegten Ladung übt Kraft auf gebundene Elektronen aus, überträgt Impuls. Integral über Elektronen in verschiedenen Abständen (transversal) zu Teilchen ergibt Energieverlust des geladenen Teilchens

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{n 4\pi z^2 e^4}{m_e c^2 \beta^2} \left(\ln \frac{2 m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{I} - \beta^2 \right)$$

"Bethe-Bloch Formel" Ableitung z.B. Skript

$-dE$ ist Energie, die über Distanz dx verloren wird wenn Teilchen mit Ladung ze und Geschwindigkeit β durch Medium mit Elektronendichte n propagiert.

$n = \frac{\rho Z N_A}{A}$ $m_e c^2 = 0.511 \text{ MeV}$

Ionisationsenergie $I \approx (10Z \pm 1) \text{ eV}$ für $Z \geq 6$

dazu gibt es detaillierte Korrekturen, die aber grundsätzlichen Verlauf nicht ändern.

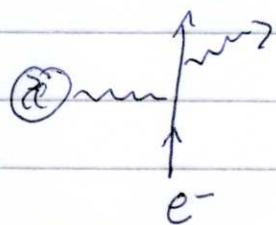
Energieabhängigkeit:

⇒ Abb. 1-1

- bei kleinem β Abfall von $dE/dx \propto \beta^{-2}$
 - breites Minimum bei $\beta\gamma = \frac{pc}{m_0 c^2} \approx 3-3.5$
 - dann logarithmischer Anstieg
- (Korrektur relativ zu Bethe-Bloch Formel wegen Polarisation des Mediums, Lorentzkonzentration des E-Feldes)

Teilchen mit $\beta\gamma \approx 3$ "minimal ionisierend", verliert $1.2-1.8 \text{ MeV/g/cm}^2 \leftarrow$ setzt Skala für höhere Energie sehr moderat Anstieg ($\approx 50\%$)

für Elektronen hoher Energie überwiegt ein anderer Prozess: im Medium wird Elektron im Coulombfeld eines Kerns, an dem es vorbeifliegt, beschleunigt und emittiert Bremsstrahlung



$$-\frac{dE}{dx_{br}} = \frac{E}{X_0}$$

X_0 charakteristische Länge über die Energie auf 1/e abfällt "Strahlungslänge"

$$X_0(C) = 18.8 \text{ cm} \quad X_0(Pb) = 0.56 \text{ cm}$$

dominant für Energien $> 580 \text{ MeV}/Z$

für Protonen hoher Energie dominiert starke WW über elektromagnetische WW sobald es energetisch möglich ist, Pionen zu produzieren (Pionen: leichteste Hadronen $m_\pi c^2 \approx 140 \text{ MeV}$)

$p+p \rightarrow p+p+\pi \quad E_{cm} \geq 2m_p c^2 + m_\pi c^2$
für stationäres Target ab $T = 280 \text{ MeV}$ möglich

bei noch höheren Energien $p+p \rightarrow p+p+n\pi+\dots$
 $\sigma \approx \sigma_{inel} \quad 30 \text{ mb bei } 10 \text{ GeV}, 80 \text{ mb bei } 10 \text{ TeV}$

das selbe passiert für alle Teilchen, die stark wechselwirken (Hadronen).

Konsequenz: produzierte Pionen (etc.) wechselwirken mit anderen Nukleonen stark und produzieren mehr Pionen $\rightarrow$ Bildung eines "hadronischen Schauers" bestehend aus vielen Nukleonen, Pionen, ---

räumliche Ausdehnung z.B. in Kohlenstoff 2.5 m

Weglänge bevor starke WW passiert $\lambda_{int} = \frac{1}{\rho_A \sigma_{NA}}$

$p+C \quad \rho_C = 2.3 \text{ g/cm}^3 \hat{=} 1.15 \cdot 10^{23} \text{ Atome/cm}^3$
 $\sigma_{geo} = \pi (0.8 + 1.2 \cdot 12^{1/3})^2 \text{ fm}^2 = 395 \text{ mb}$
 $\sigma_{NC}^{inel} \approx 230 \text{ mb}$
 $\left. \begin{array}{l} \sigma_{geo} \\ \sigma_{NC}^{inel} \end{array} \right\} \lambda_{int} = 38 \text{ cm}$
 Schauertiefe $\approx 8-10 \lambda_{int}$

Photonen: Lambert-Beersches Gesetz $I = I_0 \exp(-\mu x)$
 Anzahl nach Schichtdicke x gegeben durch Absorptionskoeffizient μ [cm⁻¹]. Um vom Aggregatzustand weniger abhängig zu sein $\rightarrow$ Massenabsorptionskoeff $\mu' = \mu/\rho$ [cm²/g], dann bemerken von $X = \rho \cdot x$

μ kommt durch Überlagerung von im Wesentlichen 3 Prozessen zustande

Photoeffekt (Einstein 1905) $\gamma + \text{Atom} \rightarrow \text{Atom}^+ + e^-$
 wenn $E_\gamma > I_b$ Bindungsenergie des Elektrons

führt zu K, L, ... Absorptionskanten; da I_b stark Z -abhängig, starke Z -Abhängigkeit der Wahrscheinlichkeit für Photoeffekt $\sigma_{ph} \propto Z^5/E_\gamma^{7/2}$
dominant für $E_\gamma \lesssim 0.1 - 1 \text{ MeV}$ (je nach Z)

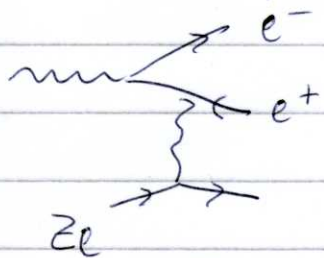
Compton-effekt (Compton 1922)

$$\frac{1}{E'} - \frac{1}{E} = \frac{1}{m_e c^2} (1 - \cos \theta) \leq \frac{2}{m_e c^2}$$



max. Energieverlust wenn Photon rückgestreut wird
Wirkungsquerschnitt aus QED Berechnung (Klein-Nishina) $\sigma_c \propto Z/E_{cm}^2$ Photon-Elektron-Energie
dominant für $0.1 - 10 \text{ MeV}$ (kleines Z)
 $1 - 2 \text{ MeV}$ (großes Z)

Paarbildung (Bethe-Heitler) $\gamma \rightarrow e^+ e^-$ im freien Raum nicht möglich, aber in Umgebung eines Atomkerns, der Rückstoß aufnimmt



Energieschwelle

$$E_\gamma \geq 2m_e c^2 + 2 \frac{(m_e c^2)^2}{m_N c^2} \geq 1.022 \text{ MeV}$$

Bem.: Feynman Diagramm wie Bremsstrahlung, daher auch Wirkungsquerschnitt
daher taucht auch für die Strahlungslänge λ_0 auf. Nach typischerweise $\frac{9}{7} \lambda_0$ im Medium annihiliert Photon in $e^+ e^-$. Bei hoher Energie bildet sich sowohl aus Photon als auch aus Elektron "elektromagnetische Schauer": $\text{Photon} \rightarrow e^+ e^-$
 e^+ und e^- emittieren Bremsstrahlungspotonen, die machen wieder Paarbildung, --- Ausdehnung: $\approx 10 \lambda_0$
 $\Rightarrow$ Fig 1-2

Zurück zu Photon: Beiträge der 3 Prozesse addieren sich $\mu = \mu_{pe} + \mu_c + \mu_p \Rightarrow \boxed{\text{Fig 1-3}}$

1.7 Teilchendetektoren

Experimente in der Kern- und Teilchenphysik weisen gestreute und produzierte Teilchen nach, bestimmen Impuls oder Energie und Identität.

Impulsmessung: Ablenkung geladener Teilchen im Magnetfeld durch Lorentzkraft
Krümmungsradius der Spur $\rho = \frac{p_{\perp}}{qB}$
wobei $p_{\perp}$ Impulskomponente senkrecht zu B ist.

Spur wird "sichtbar" gemacht indem man Ionisation in dünnen Detektoren, die Teilchen praktisch nicht abbremsen, mißt.

Entweder Gaszähler, wobei Elektronen noch im Gas verstärkt werden durch Sekundarionisation im hohen E-Feld (Trick: Feld einwändig in der Nähe eines sehr dünnen Drahtes)

Beispiel Vieldrahtproportionalkammer $\Rightarrow \boxed{\text{Fig 1-4}}$
 $\Delta x \approx 200-400 \mu\text{m}$

oder dünne Halbleitendetektoren ($\approx 300 \mu\text{m}$ dick)
auf die durch lithographische Verfahren geeignet strukturiert werden so daß Signale in schmalen Streifen ($100 \mu\text{m}$) oder Pixeln ($50 \times 100 \mu\text{m}^2$) ausgelesen werden $\Delta x = 10-20 \mu\text{m}$

Energienmessung: für Hadronen hoher Energie
(auch neutrale) Absorption eines hadroni-
schen Schauers in einem Kalorimeter;
Auslese auch von Ionisationsignalen
Ionisation kann auch in sekundärem
Prozess zu Lichtemission (sichtbar!) führen
(Szintillationslicht). Dann Lichtnachweis

Photonenmessung: Halbleiterdetektor oder Kristalle
die szintillieren (NaI), bei hoher Energie
Absorption eines elektromagnetischen Schauers
in einem Kalorimeter.

Teilchenidentifikation: Bestimmung der Masse
aus Vergleich von Impuls und Geschwindigkeit
(Flughitmessung) oder Impuls und Energie
oder Rekonstruktion der invarianten Masse
aus Impulsen von Zerfallsprodukten oder
spezielle Tricks.