

## Übungsblatt 7

### 7.1 Baryonen mit charm (25 Punkte)

In der Vorlesung haben Sie das Baryonen-Oktett mit dem Spin  $1/2^+$  kennen gelernt (die Zahlen in Klammern sind Massen in MeV):  $p, n, \Lambda(1116), \Sigma^+(1189.4), \Sigma^0(1192.6), \Sigma^-(1197.4), \Xi^0(1314.9)$  und  $\Xi^-(1321.7)$ . Die Teilchenmassen sind im Wesentlichen bestimmt durch die Konstituenten-Quarkmassen. Ferner tragen spinabhängige und elektromagnetische Wechselwirkungen bei.

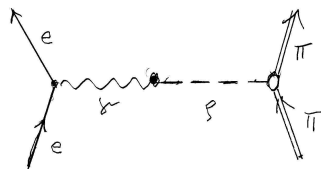
a) Wenn man *eines* der Quarks in einem *beliebigen* Teilchen des Oktetts durch ein c-Quark mit der gleichen Wellenfunktion ersetzt, erhält man „charmed“ Baryonen ( $C=1$ ) mit dem Spin  $1/2^+$ . Ermitteln Sie den vollständigen Satz dieser Teilchen, indem Sie in den Oktett-Teilchen mit 2 gleichen Quarks das dritte Quark durch ein c-Quark und im  $\Lambda$ - und im  $\Sigma^0$ -Hyperon nacheinander alle Quarks durch ein c-Quark ersetzen. Prüfen Sie, ob in den Endprodukten c-Baryonen mit *gleichem Quarkgehalt und gleicher Wellenfunktion* auftreten und streichen Sie eventuelle Doppelgänger. Zeigen Sie, dass alle weiteren Substitutionen auf Teilchen mit 3 verschiedenen Quarks führen und nichts Neues bringen (Hinweis: Wie viele Spin  $1/2$ -Zustände kann man aus drei verschiedenen Quarks nach den Drehimpuls-Kopplungsregeln bilden?)

Ordnen Sie die Teilchen nach der Strangeness und dem Gehalt an leichten Quarks und geben Sie auch die Ladungen an.

b) Schätzen Sie die Massen der erhaltenen charmed Baryonen ab, indem Sie pauschal für das charmed quark 1740 MeV addieren sowie für die Abnahme um ein s-Quark 540 MeV und die Abnahme um ein leichtes Quark 360 MeV abziehen. Ignorieren Sie die Änderungen durch alle anderen Effekte, wodurch Fehler in der Größenordnung von 50 MeV entstehen können. Für welche Untergruppen erwarten Sie eine Übereinstimmung der Massen innerhalb von 10 MeV?

c) Vergleichen Sie Ihr Resultat mit der Auflistung der „charmed Baryonen“ im PDG-Handbuch.

### 7.2 Elektrischer Formfaktor des Pions (25 Punkte)



a) Zeigen Sie, dass die Fouriertransformation des Yukawa-Potentials

$$V(r) = \frac{g}{r} \cdot e^{-Mcr/\hbar}$$

den so genannten Dipolformfaktor ergibt:

$$F(q) = \frac{1}{1 + \frac{q^2}{M^2 c^2}}$$

(bei der Herleitung nichtrelativistisch rechnen)

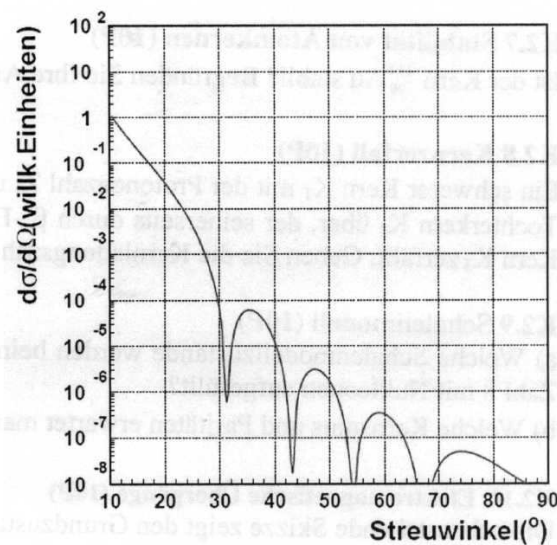
b) In Stößen von Elektronen mit Positronen beobachtet man die breite  $\rho$ -Resonanz mit einer Masse von 765 MeV, die bis auf die Masse die gleichen Quantenzahlen wie das Photon hat. Streut man in einem hypothetischen Experiment Elektronen elastisch an Pionen, konvertiert das ausgetauschte Photon in ein  $\rho$ , das durch starke Wechselwirkung vom Pion absorbiert/emittiert wird („Vektordominanzmodell“). Man beschreibt daher die Ladungsverteilung im Pion näherungsweise

durch ein Yukawa-Potential, in das die  $\rho$ -Masse eingeht. Wie groß ist der mittlere quadratische Radius des Pions?

### 7.3 Elastische Streuung von Elektronen an Kernen (25 Punkte)

Die Abbildung zeigt den Verlauf des differentiellen Wirkungsquerschnitts für die elastische Streuung von Elektronen an  $^{40}_{20}\text{Ca}$  bei der Schwerpunktsenergie 400 MeV.

- Welchen Verlauf haben in der Abbildung die Wirkungsquerschnitte für Rutherford-Streuung und für Mott-Streuung (beginnend bei  $10^\circ$  ein paar Punkte berechnen).
- Verwenden Sie für die Interpretation der Dsten den Formfaktor für eine homogen geladene Kugel aus der Vorlesung. Wo liegen die ersten beiden Nullstellen und wie groß ist danach der Radius des Ca-Kerns?
- Beschreibt der Formfaktor dann auch den vollständigen Verlauf des Wirkungsquerschnitts? Warum wird der Wirkungsquerschnitt an den Minima nicht null?



### 7.4 Magnetische Momente der Spin 1/2-Baryonen (25 Punkte)

Das magnetische Moment eines 3-Quark-Zustands setzt sich additiv aus den Momenten  $\mu_u, \mu_d$  oder  $\mu_s$  der einzelnen Quarks zusammen. Besteht die Wellenfunktion eines Baryons aus mehreren 3-Quark-Komponenten, sind deren Beiträge mit dem Amplitudenquadrat zu wichten (warum?).

- Drücken Sie die magnetischen Momente von  $p, n, \Lambda, \Sigma^+$  und  $\Sigma^-$  durch  $\mu_u, \mu_d$  und  $\mu_s$  aus. Benutzen Sie dabei die Spin-Wellenfunktion des Protons

$$\chi_p = \frac{1}{\sqrt{18}}(2u \uparrow u \uparrow d \downarrow + 2u \uparrow d \downarrow u \uparrow + 2d \downarrow u \uparrow u \uparrow - u \uparrow u \downarrow d \uparrow - u \downarrow u \uparrow d \uparrow - u \uparrow d \uparrow u \downarrow - u \downarrow d \uparrow u \uparrow - d \uparrow u \uparrow u \downarrow - d \uparrow u \downarrow u \uparrow),$$

wobei  $q \uparrow, q \downarrow$  die Spin-Wellenfunktionen des Quarks  $q$  mit den magnetischen Quantenzahlen  $m_s = \pm 1/2$  symbolisieren. Die Spin-Wellenfunktion des  $\Lambda$  ist

$$\chi_\Lambda = \frac{1}{\sqrt{12}}(u \uparrow d \downarrow s \uparrow - d \uparrow u \downarrow s \uparrow - u \downarrow d \uparrow s \uparrow - d \downarrow u \uparrow s \uparrow + u \uparrow s \uparrow d \downarrow - d \uparrow s \uparrow u \downarrow - u \downarrow s \uparrow d \uparrow - d \downarrow s \uparrow u \uparrow + s \uparrow u \uparrow d \downarrow - s \uparrow d \uparrow u \downarrow - s \uparrow u \downarrow d \uparrow - s \uparrow d \downarrow u \uparrow).$$

Die übrigen Resultate ergeben sich aus Symmetriebetrachtungen.

- Bestimmen Sie aus den magnetischen Momenten von Proton, Neutron und  $\Lambda$  die Parameter

$\mu_u, \mu_d$  und  $\mu_s$  und sagen Sie die magnetischen Momente des  $\Sigma^+$  und des  $\Sigma^-$  vorher (Proton:  $\mu_p = 2.79\mu_K$ , Neutron:  $\mu_n = -1.91\mu_K$ ,  $\Lambda$ :  $\mu_\Lambda = -0.61\mu_K$ ;  $\mu_K = \text{Kernmagneton}$ ).

c) Die Momente  $\mu_u, \mu_d$  und  $\mu_s$  sind proportional zu den Verhältnissen der Quarkladungen zu den Quarkmassen. Welche Verhältnisse der Konstituentenmassen ergeben sich aus  $\mu_u, \mu_d$  und  $\mu_s$ ?