# Physik III - Übungsblatt 9
## SS2006, Universität Heidelberg

## Ausgabe am 20.6.2006
## Besprechung am 29.6.2006

**9.1 Dispersion von Wellen**

Aus der Vorlesung wissen Sie, daß die Phasengeschwindigkeit von Wellen bzw. Wellenpaketen durch $v_{ph} = \omega/k$ und die Gruppengeschwindigkeit $v_g = d\omega/dk$ definiert ist. Phasen- und Gruppengeschwindigkeit sind nur dann gleich, wenn die Funktion $\omega(k)$ linear ist. Ist dies nicht der Fall, liegt Dispersion vor.

a) Was bedeutet Dispersion für den zeitlichen Verlauf eines Wellenpakets ?

b) Berechnen Sie Phasen- und Gruppengeschwindigkeit von de Broglie Wellen von Teilchen mit der Ruhemasse m, wobei Sie von der relativistische Beziehung zwischen Energie und Impuls ausgehen.

c) Berechnen Sie die Phasen- und Gruppengeschwindigkeit ausgehend von der nicht-relativistischen Beziehung zwischen Energie und Impuls.

d) Geben Sie ein Beispiel für eine (nahezu) dispersionsfreie Wellenausbreitung, die in unsrem täglichen Leben von Bedeutung ist.

**9.2 Aufenthaltswahrscheinlichkeit – harmonischer Oszillator**

Die Aufenthaltswahrscheinlichkeit eines klassischen Teilchens kann man definieren als $w(x)dx = dt/\Delta t$, wobei dt die Aufenthaltsdauer in dx und $\Delta t$ das Beobachtungsintervall ist.

a) Bestimmen Sie w(x)dx für ein Teilchen im Potential eines eindimensionalen harmonischen Oszillators, normiert auf 1 für die Zeit $\Delta t = T/2$ (T = Schwingungsperiode). Die Gesamtenergie ist $E = (m/2)v^2 + (D/2)\,x^2$ $(D=m\omega^2)$.

Wie groß ist $w(x=0)$ ? Warum hat w(x) Pole bei $x = \pm x_{max}$ ?

b) Vergleichen Sie in einer Zeichnung das Ergebnis in a) mit der quantenmechanischen Aufenthaltswahrscheinlichkeit für den Grundzustand (energetisch niedrigster Zustand) des harmonischen Oszillators.

**9.3 Harmonischer Oszillator und Unschärferelation**

a) Zeigen Sie zunächst, daß für eine beliebige Variable y die mathematische Identität $(\Delta y)^2 = \langle y^2\rangle - \langle y\rangle^2$ gilt.

Wir wenden uns wieder dem harmonischen Oszillator aus vorheriger Aufgabe zu.

b) Zeigen Sie, daß die Mittelwerte für Teilchenimpuls und Teilchenort, also $\langle p\rangle$ bzw. $\langle x\rangle$ , gleich Null sind, sodaß $(\Delta p)^2 = \langle p^2\rangle$ und $(\Delta x)^2 = \langle x^2\rangle$ gilt. Hinweis: Benutzen Sie Symmetrieargumente.

c) Geben Sie mit Hilfe der Unschärferelation die mittlere Energie des Oszillators als Funktion von $\langle p^2\rangle$ an und zeigen Sie daß diese ein Minimum an der Stelle $\langle p^2\rangle = \frac{1}{2} m\omega\hbar$ hat. Berechnen Sie damit das Minimum der möglichen Energieeigenwerte des Oszillators.