

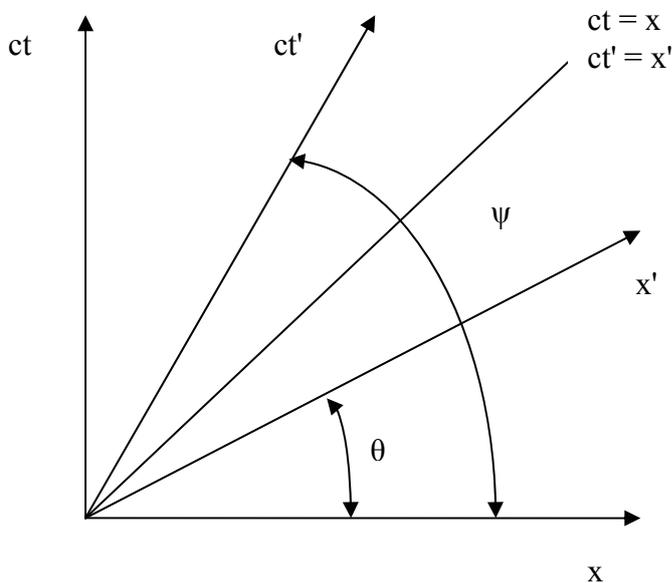
# Physik III - Übungsblatt 3

## SS2006, Universität Heidelberg

Ausgabe am 10.5.2006  
Besprechung am 18.5.2006

### 3.1 Minkowski - Diagramme

Die Lorentz-Transformationen können nach H. Minkowski auch geometrisch dargestellt werden. Dazu zeichnet man das im ruhenden Bezugssystem S orthogonale Koordinatensystem  $(x, ct)$ . Dann wird das im mit der Geschwindigkeit  $v$  bewegte, in S nicht orthogonale Bezugssystem S' mit den Koordinaten  $(x', ct')$  eingezeichnet, wobei  $c$  die Winkelhalbierende in beiden Koordinatensystemen ist.



a) Zeigen Sie explizit unter Benutzung der Lorentztransformationen, dass der Winkel  $\theta$  zwischen der  $x$  - und der  $x'$  - Achse gegeben ist durch  $\tan\theta = \beta$  und der Winkel  $\psi$  zwischen der  $x$  - und der  $ct'$  - Geraden durch  $\tan\psi = 1/\beta$ .

Hinweis: Die Steigung der Geraden  $x'$  ist dadurch bestimmt, dass für alle Zeiten gilt  $t' = 0$ .

b) Zeigen Sie ebenfalls unter Benutzung der Lorentztransformationen, dass sich die Einheit der Länge von S nach S' transformiert wie  $x' = x/\gamma$  und die der Zeit wie  $t' = t/\gamma$ . Kommen Ihnen diese Resultate bekannt vor und was bedeuten sie?

Hinweis: Benutzen Sie die in a) erhaltenen Zusammenhänge zwischen  $x$  und  $t$ .

**Der Einfachheit halber setzen wir im Weiteren  $c = 1$ ; diese Konvention werden Sie später noch sehr zu schätzen lernen.**

c) Ein aufmerksamer Physiker im System S beobachtet ein Ereignis beim Raum-Zeitpunkt  $(x_1, t_1) = (0, 0)$  und ein zweites bei  $(x_2, t_2) = (1, 0.6)$ . Zeichnen Sie ein Minkowski-Diagramm für das System S und das System S', in dem beide Ereignisse gleichzeitig ablaufen. Wie groß ist die Geschwindigkeit  $\beta$  zwischen S und S'?

d) Ein Raumfahrer startet mit der in c) bestimmten Geschwindigkeit  $\beta$  auf der Erde zum Raum-Zeitpunkt  $(x_1, t_1) = (x'_1, t'_1) = (0, 0)$ . In seinem Koordinatensystem  $S'$  reist er 4 Jahre und erreicht den Punkt  $(x', t')$ . Er beschließt, ein Nickerchen von 2 Jahren einzulegen. Dabei erreicht er den Punkt  $(x'', t'')$  und kehrt anschließend nach 4 Jahren Rückreise wieder auf die Erde zurück. Jedes Jahr schickt der Raumfahrer eine Meldung mit Lichtgeschwindigkeit zur Erde und die Bodenstation bestätigt den Empfang. Tragen Sie die Daten dieser Reise in das Minkowski-Diagramm aus c) ein.

Wie viele Jahre hat der Raumfahrer aus seiner Sicht für die Reise benötigt und wie viele Jahre sind zwischenzeitlich auf der Erde vergangen?

### 3.2) Elastischer Proton – Proton Stoß

Ein Proton mit  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$  stößt elastisch mit einem ruhenden Proton zusammen.

a) Zeigen Sie, daß der Winkel  $\vartheta$  zwischen den beiden Protonen durch  $\cos \vartheta = \frac{\gamma-1}{\gamma+3}$  gegeben

ist, wenn sie nach dem Stoß mit gleicher Energie fortfliegen.

Hinweis:  $\cos \vartheta = 2 \cos^2\left(\frac{\vartheta}{2}\right) - 1$

b) Wie groß ist  $\vartheta$  im nichtrelativistischen Grenzfall  $\gamma \cong 1$  und im extrem relativistischen Fall  $\gamma \gg 1$ ?

### 3.3) Rechnen mit Invarianten

Ein Photon mit der Energie  $E$  fällt auf ein ruhendes Proton. Bei hinreichend hoher Photonenenergie kann ein  $\pi^0$  Meson in der Reaktion  $\gamma + p \rightarrow p + \pi^0$  erzeugt werden. Bei welcher Schwellenenergie  $E_{\min}$  des Photons setzt der Prozess ein?

Hinweis: Die Masse des Protons beträgt  $938,27 \text{ MeV}/c^2$  und die des  $\pi^0$  Mesons  $135 \text{ MeV}/c^2$