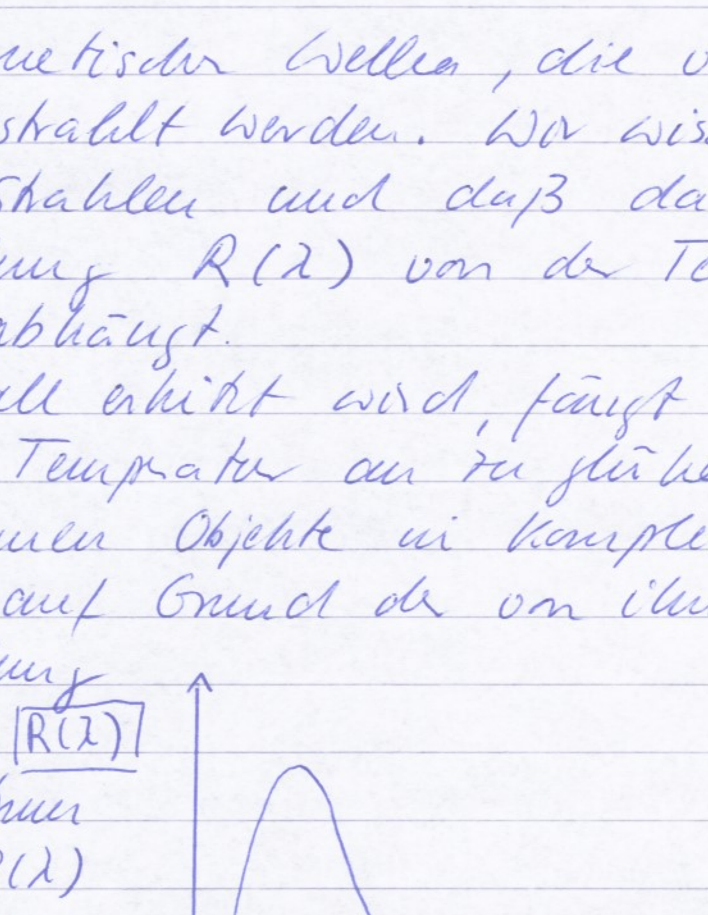
3. Teilchenartige Eigenschaften elektromagnetischer Wellen – die Quantennatur von Licht

Wir werden sehen, daß sich unter bestimmten Umständen Licht bzw. elektromagnetische Wellen wie Teilchen verhalten. Insbesondere kann die Energie, anstatt über die gesamte Wellenfront verteilt zu sein, als diskretes Bündel oder "Quantum" abgegeben werden.
⤳ Synonymer Term für elektromagnetische Welle: "Photon" ← drückt Teilchencharakter aus.

3.1. Schwarzkörper- oder Hohlraumstrahlung

Betrachtung elektromagnetischer Wellen, die von heißen Objekten abgestrahlt werden. Wir wissen, daß alle Objekte strahlen und daß das Spektrum der Strahlung $R(\lambda)$ von der Temperatur des Objekts abhängt.
z.B. - wenn ein Metall erhitzt wird, fängt es bei einer bestimmten Temperatur an zu glühen
- Infrarotkameras können Objekte in kompletter Dunkelheit "sehen" auf Grund der von ihnen ausgehenden Strahlung



Wie sieht das Spektrum $R(\lambda)$ aus? Definiere $R(\lambda)$ als abgestrahlte Leistung pro Oberflächeneinheit des strahlenden Körpers und pro Wellenlängeneinheit

Glühen wir Metallfilament fängt es an bei ca 1300°C ≈ 1600 K rot zu glühen, wenn die Temperatur erhöht wird geht Farbe nach gelb und schließlich nach weiß ⇒ $\boxed{\text{Fig. 3-1}}$

charakteristische Wellenlänge wird mit steigender Temperatur kürzer.

Um Verhalten quantitativ zu studieren, brauchen wir einen "idealen Strahler"

- soll keine störenden Oberflächeneffekte wie Reflektion haben, sondern alle Strahlung die auf ihn trifft absorbieren. Absorptionsvermögen $A(\lambda)$ = absorbierte Leistung / auffallende Leistung. $A(\lambda)=1$ für idealen Strahler für alle λ. Die übliche Referenz für einen nichtreflektierenden Körper ist der 'schwarze Körper' oder 'schwarze Strahler'. Der 'schwarze Strahler' sendet Wärmestrahlung aus, die für seine Temperatur charakteristisch ist.
- Im thermischen Gleichgewicht ist die absorbierte Leistung gleich der abgestrahlten Leistung; also wird Temperatur durch Strahlung nicht verändert.

In Realität gibt es natürlich kein Material, das für alle Wellenlängen $A(\lambda)=1$ hat

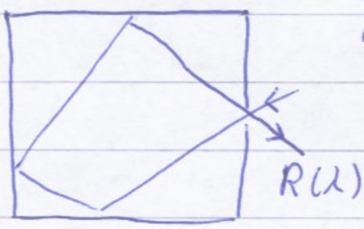
typische Werte bei Raumtemp. & dafür char. Bereich von λ:

Schwarzlichtlampe	A = 0.96	Messing poliert	0.03
Ruß	0.94	Graphit	0.7
Glas	0.9	Schnee bei 0°C	0.95 !
Messing (stumpf)	0.6	im IR; im sichtbaren sehr klein	

3-2a

<u>Hb</u>: gute Absorber sind auch gute Strahler
enger Zusammenhang zwischen Absorptions-
vermögen und Emissivität

technische Realisierung um möglichst idealisierte Situation zu realisieren: "Hohlraumstrahler"



der Hohlraum (Kavität) absorbiert alle Strahlung die durch kleine Öffnung eintritt. Innerhalb der Kavität ist Strahlung im Gleichgewicht mit den Wänden der Kavität.

Strahlungsspektrum, das durch Loch den Hohlraum verlässt, hängt nur von der Temperatur der Kavität ab.

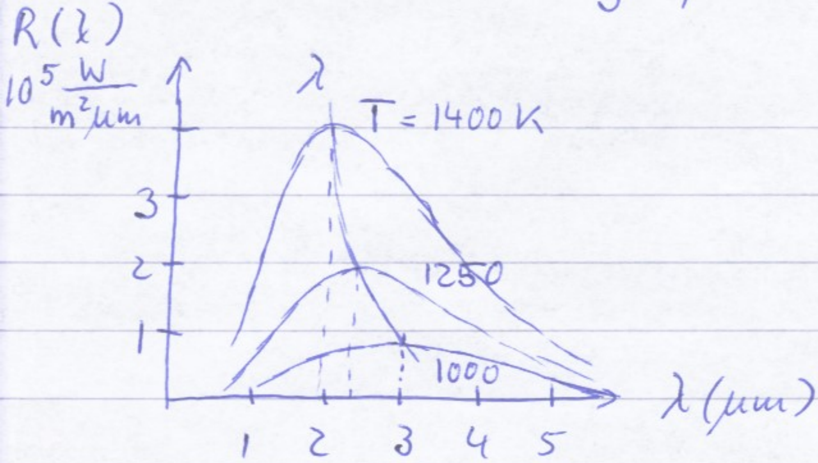
für schwarzen Strahler gilt

$$\frac{R(\lambda,T)}{A(\lambda,T)} = R^S(\lambda,T) \quad \text{mit } A^S(\lambda) = 1$$

Verhältnis von spektralem Emissions- und Absorptionsvermögen ist unabhängig von Oberflächenbeschaffenheit und Material und ist gleich dem Emissionsvermögen eines schwarzen Strahlers, charakterisiert durch seine Temperatur

"Kirchhoff'sches Strahlungsgesetz" Gustav Robert Kirchhoff 1824 - 1887 (von 1854 - 1875 in Heidelberg im Phys. Inst. der Universität)

Eine genaue Vermessung vom Spektrum des schwarzen Körpers fand Ende des 19. Jh. durch Lummer und Pringsheim an der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt in Berlin statt.



Beobachtungen:

1. Das Spektrum ist bei einer wahrscheinlichsten Wellenlänge λ_p gepeakt. λ_p fällt proportional zu $1/T$ bzw

$$\boxed{\lambda_p \cdot T = \text{konst.} = 2.9 \cdot 10^{-3} \, m K}$$

"Wien'sches Verschiebungsgesetz"

d.h. bei 1 K ist Spektrum bei $\lambda_p = 0.29$ cm gepeakt
bei Raumtemp ($\simeq 300$ K) $\lambda_p = 10 \mu m$ (IR)
Oberfläche der Sonne $T = 5800$ K $\lambda_p = 500$ nm (gelb) -grün
(Nobelpreis Wien 1914)

2. Fläche unter Kurve $R(\lambda)$ ist die totale abgestrahlte Leistung pro Oberflächeneinheit
$R = \int_0^\infty R(\lambda) d\lambda$ in W/m^2

abgestrahlte Leistung wächst mit der vierten Potenz der Temperatur

$$\boxed{R = \sigma \cdot T^4 \text{ mit } \sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \, W/m^2 \cdot K^4}$$

"Stefan - Boltzmann Gesetz"

Vgl. von $1 m^2$ Sonnenoberfläche abgestrahlte Leistung mit selber Fläche bei Raumtemp; Faktor $19^4 = 130\,000$
Nützlich zu wissen: Jahresmittelwert der Sonnen

einstrahlung auf der Erde (berücksichtigt Wolken)
"Solarkonstante" = 1.37 kW/m²

Berechnung des Spektrums:

Strahlung im Hohlraum im Gleichgewicht mit den Wänden. Bild der Wände: Atome oszillieren in einer für die Temp. charakteristischen Weise und emittieren dadurch Strahlung. Im Hohlraum bilden sich stehende elektromagnetische Wellen, die kontinuierlich absorbiert und wieder emittiert werden. Energiedichte der oszillierenden Atome in den Wänden gleich der Energiedichte der stehenden Wellen in der Kavität. Gelegentlich entweicht eine elektromagnetische Welle durch kleines Loch und die dann gemessene Strahlung des Hohlraumes ist charakteristisch für Spektrum im Hohlraum und Energiedichte in den Wänden.
Wieviel stehende Wellen passen in den Hohlraum? Unendlich viele? Nein, kann man abzählen.

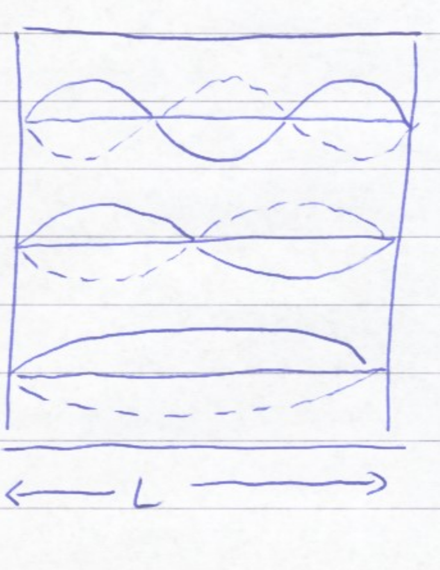
zunächst 1-dimensional:

$u(x) = C \sin(k_x \cdot x)$ mit $k_x \cdot L = n_x \cdot \pi$

n_x ganzzahlig

und da Wellenzahl $k_x = \frac{2\pi}{\lambda}$

$\rightsquigarrow n_x = \frac{2L}{\lambda}$



in 3 Dimensionen:

$u(x,y,z) = C \sin(k_x x) \sin(k_y y) \sin(k_z \cdot z)$

$k_{x,y,z} = \frac{n_{x,y,z} \cdot \pi}{L}$ 3dim stehende Welle und $k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2$

$$\left(\frac{n_x \pi}{L}\right)^2 + \left(\frac{n_y \pi}{L}\right)^2 + \left(\frac{n_z \pi}{L}\right)^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \quad \Big| \cdot \left(\frac{L}{\pi}\right)^2$$

$n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = \frac{4L^2}{\lambda^2}$ Kugel im Raum mit Achsen n_x, n_y, n_z

aber dieser Raum ist nicht kontinuierlich besetzt sondern nur an Punkten, an denen $n_{x,y,z}$ ganzzahlig z.B. $(1,0,0)$ $(0,1,1)$ $(2,3,0)$ .....

$\Rightarrow$ $\boxed{\text{Fig. 3.2}}$

Anzahl der stehenden Wellen mit Wellenlänge zwischen λ und $\lambda + d\lambda$ ist gleich Volumen einer Kugelschale im Raum (n_x, n_y, n_z) zwischen n und $n + dn$

da $n_x, n_y, n_z > 0$ zählt nur ein Oktant

da eine elektromagnetische Welle 2 mögl. Polarisationen hat entspricht jeder Gitterpunkt 2 mögl. Zuständen.

Anzahl der möglichen stehenden Wellen

$g(n)\,dn = 2 \cdot \frac{1}{8} 4\pi n^2 dn = \pi n^2 dn$

mit $n^2 = 4L^2/\lambda^2$ und $dn/d\lambda = -\frac{2L}{\lambda^2}$ $\curvearrowright$

$n(\lambda)\,d\lambda = \frac{8\pi L^3}{\lambda^4} d\lambda$

Anzahl : Volumen = Dichte der elektromagnetischen Wellen $\underbrace{g(\lambda)\,d\lambda}$ $= \frac{8\pi}{\lambda^4} d\lambda$

Anzahl von Oszillatormoden pro Volumen und pro Wellenlängeneinheit für Wellenlänge λ

in Frequenzeinheiten: $g(\lambda)\,d\lambda = g(\nu)\,d\nu \curvearrowright g(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}$

aber wir benötigen Energiedichte im Hohlraum pro Wellenlängenintervall:
Oszillator hat Energie E je nach Amplitude groß oder kleiner und Wahrscheinlichkeit für verschiedene Amplituden gegeben durch Boltzmann-faktor

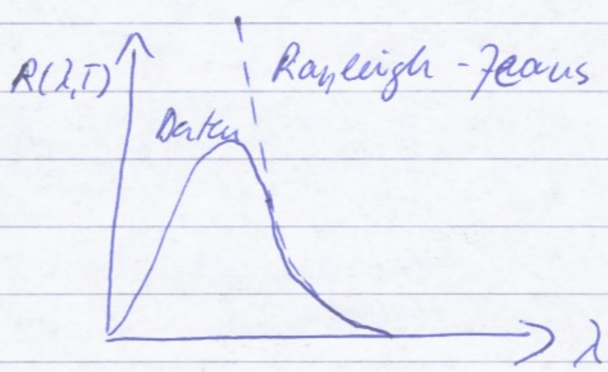
mittlere Energie $\langle E \rangle = \dfrac{\int E \exp(-E/kT)\,dE}{\int \exp(-E/kT)\,dE} = kT$

pro Flächeneinheit abgestrahlte Leistung:
für ebene Welle ist Energiefluß durch Poynting Vektor gegeben $S = c \cdot \varepsilon$
viele ebene Wellen in alle Richtungen ausgehend von Oberflächenelement. Energiefluß gemittelt über Winkel und nur in eine Richtung (z.B. $+x$) ist $\frac{1}{2}\langle \cos^2\vartheta \rangle c\varepsilon = \frac{1}{4} c \cdot \varepsilon$

damit erhält man als berechnetes Spektrum für strahlenden Körper

$$dR(\lambda, T) = \frac{2\pi c k T}{\lambda^4}\,d\lambda \quad \text{"Rayleigh-Jeans-Gesetz"}$$

gut für große Wellenlängen
aber Katastrophe für $\lambda \to 0$:
Divergenz
"UV-Katastrophe"



was ist falsch? für große λ ist Energie in der Tat kT, für kleine Wellenlängen nicht!

basierend auf dem Stefan-Boltzmann Gesetz leitet Wien hypothetisch ab daß $dR/d\lambda = R(\lambda)$ die Form $R(\lambda) = \frac{a \exp(-b/\lambda T)}{\lambda^5}$ haben muß. Dies

bestätigt $R \propto T^4$ und Wien'sches Verschiebungsgesetz. Aber in der Form kleine Abweichungen vom Experiment.

Korrekte Lösung durch Max-Planck (1858-1947) im Jahr 1900: Planck stellt revolutionäre Hypothese auf, daß Energieverteilung von atomaren Oszillatoren nicht kontinuierlich ist, sondern nur ein Vielfaches eines bestimmten Quantums ist und daher auch nur in bestimmten Bündeln oder Quanten emittiert werden kann (bzw absorbiert).

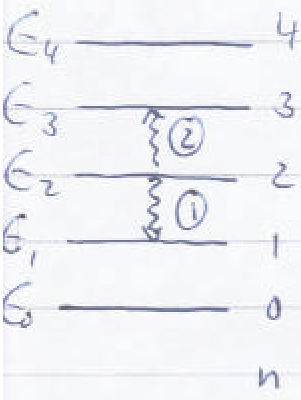
$\boxed{\Delta E = h\nu = hc/\lambda}$ mit Planck-konstante h

$h = 6.55 \cdot 10^{-34}$ Js

oder $hc = 1240$ eV nm ← nur diese Zahl merken!

Der Oszillator ist in einem Zustand mit Energie $E_n = nh\nu$ wobei n ganzzahlig positiv

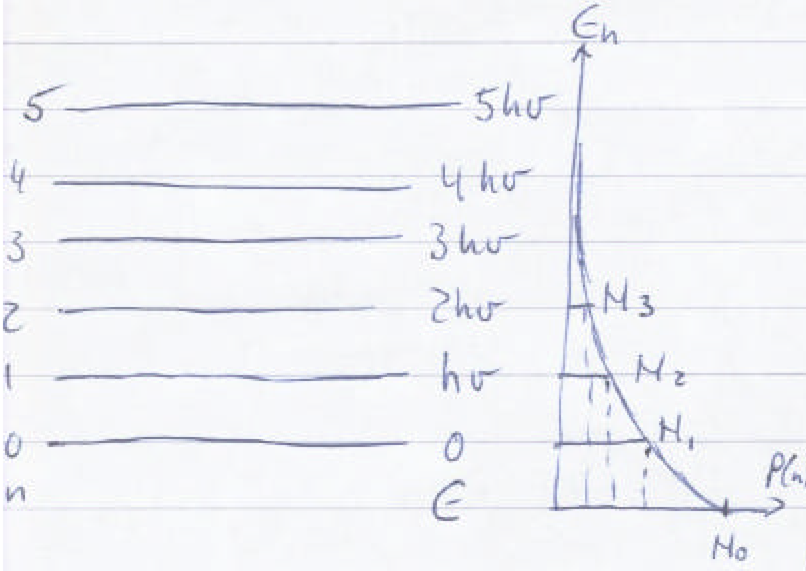
z.B. in Zustand $E_2 = 2h\nu$



kann entweder ① ein Photon der Energie $\Delta E = h\nu$ emittieren und damit seine Energie auf $E=(n-1)h\nu=E_{n-1}$ reduzieren oder ② ein Photon von Energie $\Delta E = h\nu$ absorbieren und dabei seine Energie auf $E=(n+1)h\nu = E_{n+1}$ erhöhen.

Energie der absorbierten oder emittierten Photonen ist gleich dem Abstand zwischen den Energieniveaus des Oszillators $h\nu$, d.h. ist (auch) gequantelt.
→ alle stehenden Wellen im Hohlraum sind Photonen mit Energie $E = h\nu = hc/\lambda$ und relativistischem Impuls $pc = \sqrt{E^2 - \underbrace{(m_0c^2)^2}_{0 \text{ für em. Welle oder Photon}}} = hc/\lambda$

Für jede Wellenlänge / Frequenz gibt es im schwarzen Strahler einen Oszillator der Frequenz ν.
Was ist mittlere Energie des Oszillators bei Temperatur T? Im Gleichgewicht ist das auch die mittlere Energie in Form von Strahlung im Hohlraum



Besetzungswahrscheinlichkeit des Niveaus mit Energie E_n:
$P(n) \propto \exp(-E_n/kT) = \exp\left(-\frac{nh\nu}{kT}\right)$
Wenn Grundzustand N_0 Teilchen hat ⇝
$N_1 = N_0 \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)$
$N_2 = N_0 \exp\left(-\frac{2h\nu}{kT}\right)$ ....

$$\langle E \rangle = \frac{E_{tot}}{N_{tot}} = \frac{E_0 N_0 + E_1 N_1 + E_2 N_2 + \cdots}{N_0 + N_1 + N_2 + \cdots} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} nh\nu \exp(-\frac{nh\nu}{kT})}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp(-\frac{nh\nu}{kT})}$$

substituiren $\exp(-\frac{h\nu}{kT}) \equiv x$

$$\langle E \rangle = \frac{h\nu(0 + x + 2x^2 + 3x^3 + \cdots)}{(1 + x + x^2 + \cdots)} = h\nu x \frac{(1 + 2x + 3x^2 + \ldots)}{(1 + x + x^2 + \cdots)}$$

$(1-x)^{-2}$, $(1-x)^{-1}$

$$= h\nu x \frac{1-x}{(1-x)^2} = h\nu \frac{1}{\frac{1}{x} - 1} = h\nu \frac{1}{\exp(\frac{h\nu}{kT}) - 1} = \frac{hc}{\lambda} \frac{1}{\exp(\frac{hc}{\lambda kT}) - 1}$$

$$\boxed{R(\lambda, T) = \frac{c}{4} g(\lambda) \langle E(\lambda, T) \rangle = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(\frac{hc}{\lambda kT}) - 1}}$$

Planck'sches Strahlungsgesetz Nobelpreis 1918

Expansion von exp(...) für kleine Argumente $\frac{hc}{\lambda kT}$ d.h. für große λ → Rayleigh-Jeans Formel

⟹ Fig. 3-3

Forderung diskreter Oszillator Energieniveaus ergibt korrektes Spektrum der Schwarzkörperstrahlung. Aber Planck hatte keine Begründung / Rechtfertigung für Quantisierung der Energie. → 5 Jahre später d. Einstein

Exkursion 1: Kosmische Mikrowellenstrahlung. 1964 entdeckt von Arno Penzias und Robert Wilson: eine Antenne, die in willkürliche Himmelsrichtung zeigt, fängt immer Strahlung von ≈ 1 mm Wellenlänge auf. Vergleich mit in flüssiges Helium getauchter Antenne → Strahlung kommt von einer Quelle mit etwa 3K-Temp. Genaue Messungen des Strahlungsspektrums ~ Schwarzkörperstrahlung entsprechend T = 2.74K, Überrest der Abkühlung nach dem Big Bang von ca 15 Milliarden Jahren (Nobelpreis Penzias/Wilson 1978)

NASA Satellitenmission COBE (Cosmic Background Explorer) 1989 gestartet zur Präzisionsmessung des gesamten Himmels bei mehreren Wellenlängen $\sim T = 2.735\ K$
geringe Unterschiede auf Niveau $\Delta T/T = 10^{-4}$ durch Bewegung unseres Sonnensystems relativ zum Universum (Dopplerverschiebung). Nach Korrektur mit Daten von 1992 noch geringe Fluktuationen auf $\Delta T/T = 10^{-5}$ Niveau
$\Rightarrow$ $\boxed{\text{Fig. 3-4}}$
(Bild in galaktischen Koord.: Ebene der Milchstraße $\leftrightarrow$ Äquator, Zentrum der Milchstraße im Mittelpunkt)
jetzt noch viel genauere Daten WMAP 2005
Temp.-Flukt. auf kleiner Winkelskala $\Rightarrow$ $\boxed{\text{Fig 3-5}}$
Ursprung: Dichteflukt im ganz jungen Univ. $\to$ Schallwellen
Wo kommen Photonen her? Im frühen Universum werden thermische Photonen ständig absorbiert (Ionisation von Wasserstoff $\gamma + H \rightleftharpoons p + e^-$).
Wenn Universum soweit abgekühlt, daß dieser Prozess nicht mehr möglich ist $\sim$ neutralen Wasserstoff + Photonen, die entkoppeln
die Photonen, die wir heute sehen kommen vom Zeitpunkt etwa 200 000 Jahre nach Urknall als Universum auf etwa 3000 K abgekühlt war $\to \lambda_p = 1\,\mu m$ $E = \frac{hc}{\lambda} \approx 1{,}3\ eV$ (1/10 Ionisationsenergie Wasserstoff).
Heute ist Universum auf 2.74 K abgekühlt durch Expansion $\leftrightarrow \lambda_p$ Grössenordnung 1 mm
strahlungsdominiertes Universum $\to$ Materiedom. U.

Kosmische Hintergrundstrahlung füllt das ganze Universum mit Dichte von $n_\gamma = 400/cm^3$
$\sim$ Energiedichte $\varepsilon = 2.5 \cdot 10^5\ eV/m^3$ 1p for every 10^9 photonen
$\hat{=}$ 0.01% der Energiedichte des Universums

Exkursion 2: Treibhauseffekt $\Rightarrow$ $\boxed{\text{Fig. 3-6}}$

Sonnenstrahlung $\lambda_p^S = 500nm$
Erd " $\lambda_p^E = 10\mu m$
Atmosphäre wird nach oben kälter. Warum? Muß Absorption von Licht / Photonen in Atmosphäre verstehen.

- Sauerstoff und Ozon absorbieren alles Licht mit $\lambda < 300\ nm$, also das meiste UV Licht.
- Wasser absorbiert für $\lambda > 700\ nm$

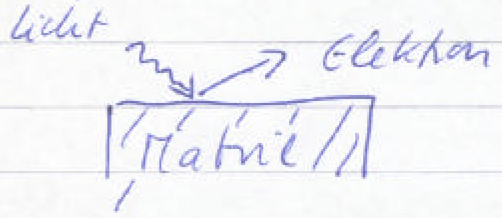
$\Rightarrow$ da Peakintensität der Sonne dazwischen (500nm), ist Atmosphäre transparent für größten Teil der Sonnenstrahlung "offenes Fenster für Sonnenlicht"

- Strahlung der Erde im mittleren und weiten IR wo Atmosphäre stark absorbiert. $\sim$ Atmosphäre wird geheizt durch Absorption der IR Strahlung der Erde (also unten wärmer)
  Konvektion verteilt thermische Energie in Atmosphäre

"Treibhauseffekt": Heizen der Atmosphäre der Erde durch Erdstrahlung. Idee hinter Namen: Treibhausfenster lassen Sonnenlicht ungehindert ein Abstrahlung von Pflanzen und Erde im IR wo Glas opak.
unsere Temp durch delikates Gleichgewicht Ein- und Abstrahlung. CO_2 Problematik, 'global warming'

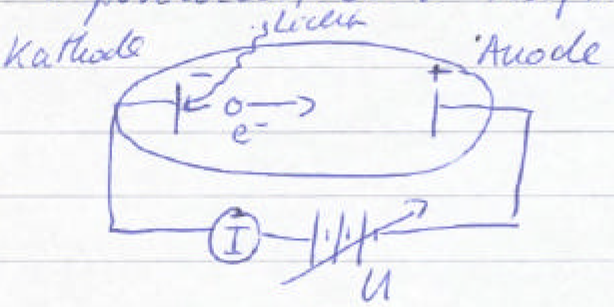
3.2. Photoelektrischer Effekt

Licht, das auf ein Material (z.B. Metall) fällt, kann Elektronen herausschlagen. Entdeckt von Heinrich Hertz 1887. Nachweis, daß es sich um Elektronen handelt: Thompson



Demonstration:
Kohlenstofflampe & Entladung
Elektrometer ← neg. geladen

experimenteller Aufbau, um Effekt zu studieren:

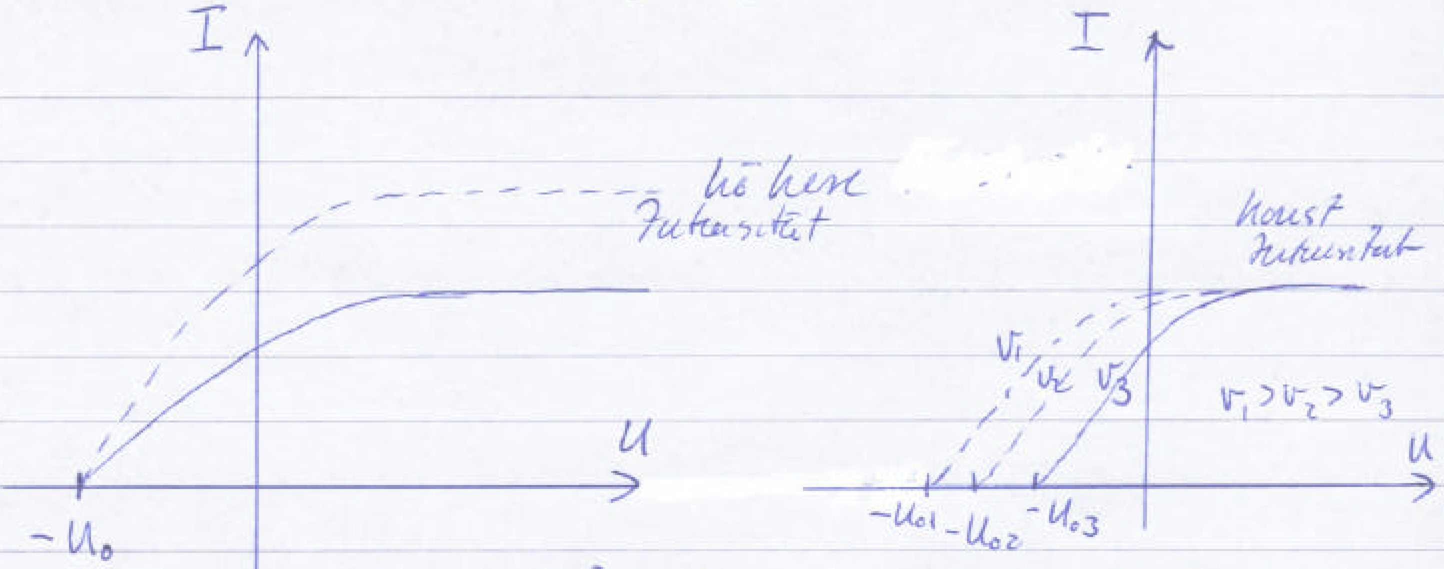


Philip Lenhard 1902
(Nobelpreis 1905, kurz danach in Heidelberg bis 1947)

⇒ Fig. 3-7

Messungen ergeben:

1) Strom $I \propto$ einfallende Photonenintensität
2) mit wachsender Spannung U saturiert Strom (alle herausgeschlagenen Elektronen werden gesammelt)
3) Bestimmung der kinetischen Energie T der Elektronen durch Umkehrung des Potentials → Abbremsung $(-U)$; nur Elektronen mit $T \geq eU$ tragen zum Strom bei. Strom fällt je negativer U wird und verschwindet bei Wert $-U_0$. → es gibt eine maximale kinetische Energie der Elektronen, so daß $T_{max} = eU_0$



4) U_0 und damit T_{max} hängen von der Frequenz des Lichts ab <u>nicht</u> der Intensität ab

höchst merkwürdig ?!

bei klassischer Betrachtung: höhere Intensität (Licht heller) größere Amplitude des E- und B-Felds der Welle ⇝ mehr Energie wird pro Zeiteinheit übertragen, U_0 sollte wachsen.

5) Frequenzabhängigkeit: für jedes Material gibt es eine Schwellenfrequenz, unterhalb derer kein Strom fließt. ? mit genug Intensität sollte klassisch immer Strom fließen

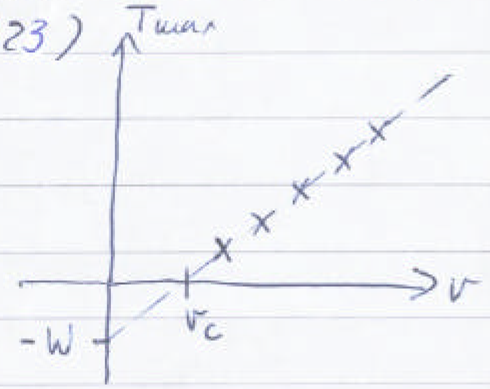
weiterhin kurios: Zeit zwischen Ankunft von Licht und Emission von Elektronen beliebig kurz (< 3ns) über Wellenfront verteilte Energie sollte zu langer Dauer führen bis Elektron emittiert (Sek. o. länger)

<u>Erklärung</u> durch A. Einstein (1905 vor spez. Rel. theorie, Nobelpreis 1921): Plancks Idee der Quantelung bezieht sich nicht nur auf Oszillatoren, sondern ist

generelle Eigenschaft elektromagnetischer Wellen. Eine em. Welle der Frequenz ν und Wellenlänge λ hat Energie $\boxed{E = h\nu = hc/\lambda}$. Da em. Welle keine Ruhemasse hat, gilt auch $pc = E$. Welle verhält sich wie ein Teilchen mit Ruhemasse 0 "Photon".

Photon trifft Atom; wenn seine Energie $E = h\nu$ größer als Ionisationspotential, dann gibt Photon alle Energie an das Atom ab, das dann ionisiert wird. $\boxed{T_{max} = h\nu - W}$; W ist minimale Energie, um ein Elektron aus dem Atom zu entfernen ($\approx T_{max}$, da es fest gebundene Elektronen gibt mit $BE > W$).
W ist Materialeigenschaft, z.B. $W_{Na} = 2.3$ eV, $W_{Cs} = 1.8$ eV, $W_{Pt} = 6.4$ eV

Genaue Messung von T_{max} für verschiedene Frequenzen (Millikan, 1916, Nobelpreis 1923)



Steigung ist Planck konstante h
Achsenabschnitt $-W$.
kritische Frequenz ν_c:
$h\nu_c = W \sim T_{max} = 0$; für $\nu < \nu_c$ kein Photoeffekt möglich

→ $\boxed{\text{Figure}_{3-8}\ \text{Millikan}}$

Beispiel: Licht mit Wellenlänge $\lambda = 400$ nm trifft 'Photokathode'. Photostrom verschwindet bei Gegen-

Spannung $U_0 = 2.5\,V \sim T_{max} = 2.5\,eV$
Photon-Energie $E = h\nu = hc/\lambda$
$= \frac{1240\,eV\,nm}{400\,nm} = 3.1\,eV$

Austrittsarbeit $W = h\nu - T_{max} = (3.1 - 2.5)\,eV = 0.6\,eV$
Kritische Frequenz, bei der Photostrom verschwindet
$h\nu_c = 0.6\,eV$ bzw $\nu_c = \frac{0.6\,eV}{4.1\cdot 10^{-15}\,eVs} = 1.5\cdot 10^{14}\,Hz$

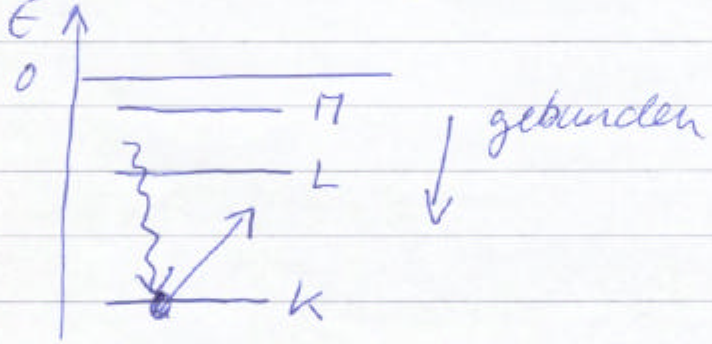
Anwendung Photoeffekt: Photomultiplier
Prinzip $\Rightarrow$ $\boxed{\text{Fig 3-9}}$

Hinter Glas oder Quarzfenster Kathode aus Material mit möglichst geringer Austrittsarbeit (z.B. Bialkalikathode). Mit gewisser Wahrscheinlichkeit wird Photon ein Elektron herausschlagen ("Quanteneffizienz", typ. 20-30%) Elektron wird auf weitere Elektrode (positives Potential) beschleunigt, die sogenannte 'Dynode' aus der er durch seine kinetische Energie 1-2,3,... weitere Elektronen herausschlägt, 8-12 solcher Dynoden hintereinander: aus einem anfänglichen Photoelektron werden z.B. $3^{12} = 5\cdot 10^5$ Elektronen $\rightarrow$ kurzer Strompuls, über Widerstand Spannungssignal (typ im mV-Bereich)

ähnlich: im Halbleiter wird Photoeffekt genutzt in Solarzelle, Photodiode, CCD-Kamera

Photoeffekt: Betrachtung auf atomarer Ebene
Photon wird vom Atom absorbiert, in dem es seine ganze Energie auf ein gebundenes

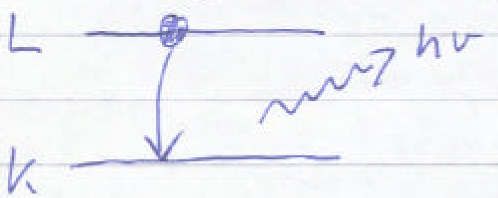
Elektron überträgt (falls seine Energie die Bindungsenergie des Elektrons übersteigt)
es gibt verschiedene Elektronbindungszustände im Atom ("Schalen") z.B.



	$^{208}_{82}Pb$	$^{40}_{18}Ar$
E_K	-88 keV	-3.2 keV
E_L	$-15.9, -15.2, -13$ keV	$\simeq(-0.3$ keV$)$
E_M	$\simeq(-3.9$ eV$)$ 5 Werte	$\simeq(-0.02$ keV$)$

<u>Folge des Photoeffekts</u>: Loch in einer inneren Schale wird aufgefüllt, 2 Effekte

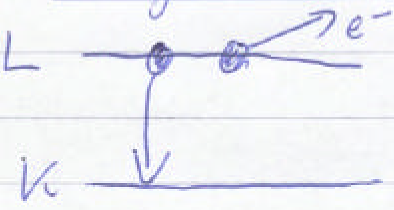
1) Elektron aus höherer (weniger gebundener) Schale fällt herunter. Überschußenergie wird in Form charakteristischer Strahlung (<u>Röntgenstrahlung</u>) abgegeben <u>"X-ray"</u>



K-Röntgenquant $h\nu = E_L - E_K$

z.B. Pb $88 - 15.9 = 72.1$ eV
$88 - 15.2 \quad 72.8$ eV
$88 - 13.0 \quad 75.0$ eV

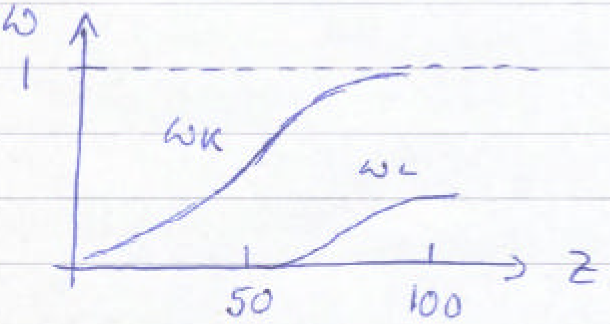
2) Überschußenergie wird auf ein weiteres Elektron übertragen, daß damit emittiert wird
<u>"Auger-Elektron"</u> also strahlungslos



Energie des Auger-Elektrons
$E_{Auger} = 2E_L - E_K$

Konkurrenz zwischen 1) und 2) <u>Fluoreszenz-</u>

ausbeute $\omega = \frac{N_x}{N_x + N_{Auger}}$



außer bei K-Schale in schweren Atomen dominiert Augerel. Emission

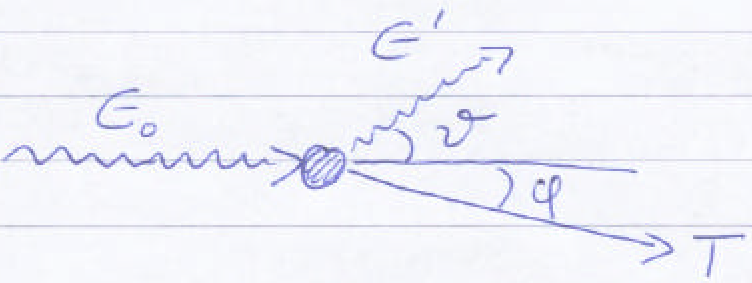
3.3. Comptonstreuung - Comptoneffekt

Neben Prozess, in dem Photon absorbiert wird gibt es Streuprozesse, in denen Photon mit Elektron oder ganzem Atom wechselwirkt, seine Richtung ändert, aber seine Energie behält oder nur teilweise verliert. Werden zunehmend wichtig insbesondere wenn $E = h\nu \gg W$

in diesem Fall Streuung des Photons an quasi-freiem Elektron. Analog elastischer Streuung von 2 Billiardkugeln
Erste Messung: Arthur Compton 1922 (Nobelpreis 1927) $\gamma + e^- \rightarrow \gamma + e^-$
betrachte Streuung in Laborsystem mit Annahme, daß Elektron anfangs in Ruhe

(NB: falls man kin. Energie des anfänglichen Elektrons nicht vernachlässigen will, gilt diese Betrachtung im Ruhesystem des Elektrons und alle Grössen können ins Laborsystem transformiert werden, siehe Kap. 2)

3 - 18



einfallendes Photon: $E_0 = h\nu_0 = \frac{hc}{\lambda_0} = p_0 c$

gestreutes Photon $E' = h\nu' = \frac{hc}{\lambda'} = p'c$

Elektron anfangs: $T_i = 0$ $p_i c = 0$ $E_i = m_0 c^2$
Elektron nach Streuung: $T, pc, E = T + m_0 c^2$

1) Energieerhaltung $E_0 = E' + T$
$T = E_0 - E'$ (1)

Impuls des gestreuten Elektrons pc:
$(T + m_0 c^2)^2 = (pc)^2 + (m_0 c^2)^2$
$T^2 + 2T m_0 c^2 = (pc)^2$ | setze (1) ein
und beachte $E = hc/\lambda$

$$\left(\frac{hc}{\lambda_0}\right)^2 - \frac{2(hc)^2}{\lambda_0 \lambda'} + \left(\frac{hc}{\lambda'}\right)^2 + 2m_0c^2\left(\frac{hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda'}\right) = (pc)^2 \quad (2)$$

2) Impulserhaltung
a) in Richtung des einfallenden Photons
$p_0 c = p'c \cos\vartheta + pc\cos\varphi$
$pc\cos\varphi = \frac{hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda'}\cos\vartheta$ (3)

b) senkrecht zur Einfallsrichtung des Photons
$p'c \sin\vartheta = pc \sin\varphi$
$\frac{hc}{\lambda'}\sin\vartheta = pc\sin\varphi$ (4)

Quadriere (3) und (4) und addiere unter Benutzung von $\sin^2\vartheta + \cos^2\vartheta = 1$

$$(pc)^2 = \left(\frac{hc}{\lambda_0}\right)^2 - \frac{2(hc)^2}{\lambda_0\lambda'}\cos\vartheta + \left(\frac{hc}{\lambda'}\right)^2 \quad (5)$$

muß gleich (2) sein ~

$$m_0c^2\left(\frac{hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda'}\right) = \frac{(hc)^2}{\lambda_0\lambda'}(1-\cos\vartheta) \;\Big|\cdot \frac{\lambda_0\lambda'}{(hc)^2}$$

$$\frac{m_0c^2}{hc}(\lambda' - \lambda_0) = 1 - \cos\vartheta \quad \text{od.}$$

$$\boxed{\lambda' - \lambda_0 = \frac{hc}{m_0c^2}(1-\cos\vartheta)}$$

Comptonstreuformel; verbindet λ_0, λ' und ϑ

die Größe $hc/m_0c^2 = \frac{1240\ \text{eVnm}}{5.1\cdot 10^5\ \text{eV}} = 2.4\ \text{pm}$

nennt man die

"Comptonwellenlänge" des Elektrons

setzt Skala bei welchen Lichtwellenlängen man Comptoneffekt beobachten kann: $\Delta\lambda/\lambda$ ist von Größenordnung der Comptonwellenlänge$/\lambda$ und darf nicht verschwindend klein sein. Für Röntgenstrahlen $\lambda = 0.1 - 0.01$ nm ~ $\Delta\lambda/\lambda$ Größenordnung % → gut meßbar

⇨ $\boxed{\text{Figs 3-10,11}}$

$\vartheta = 0°$ $\lambda' - \lambda_0 = 0$ keine Streuung

$\vartheta = 90°$ $\lambda' - \lambda_0 = 2.4$ pm

$\vartheta = 180°$ $\lambda' - \lambda_0 = 4.8$ pm max. Verschiebung

max. Energieverlust Photon

Comptonstreuformel durch Energie des Photons ausgedrückt

$$\boxed{\frac{1}{E_0} - \frac{1}{E'} = \frac{1}{m_0c^2}(1-\cos\vartheta)}$$

oder

$$E' = \frac{E_0 m_0 c^2}{E_0(1-\cos\vartheta) + m_0 c^2}$$

für zurückgestreutes Photon ($\vartheta = 180°$)

$$E' = \frac{E_0}{\frac{E_0}{m_0c^2/2} + 1}$$ und für $E_0 \gg \frac{m_0c^2}{2}$ $\rightsquigarrow$

$$E' = \frac{m_0 c^2}{2}$$ "Comptonkante" im gemess. Spektrum

<u>Beispiel</u>: Photon mit Energie $E_0 = 4 m_0 c^2 \simeq 2$ MeV streut am Elektron in Ruhe. Photon verliert 2/3 seiner Energie in der Streuung. ϑ? T? φ?

$E_0 = 4 m_0 c^2 \quad E' = 1.33 m_0 c^2$

$\cos\vartheta = 1 - m_0c^2\left(\frac{1}{E'} - \frac{1}{E_0}\right) = 1 - \left(\frac{1}{1.33} - \frac{1}{4}\right) = 0.50$

$\vartheta = 60°$

$T = (4 - 1.33)\, m_0 c^2 = 1.36$ MeV ← unbedingt relativist.

$E = (4 - 1.33 + 1.0)\, m_0 c^2 = 1.87$ MeV

$pc = \sqrt{E^2 - (m_0c^2)^2} = m_0c^2 \sqrt{(4 - 1.33 + 1.0)^2 - 1.0^2}$

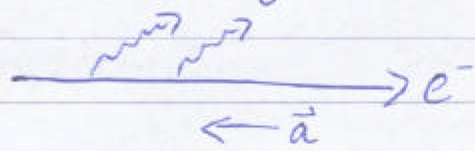
$= 1.80$ MeV

$p' \sin\vartheta = p \sin\varphi \rightsquigarrow \sin\varphi = \frac{p'}{p}\sin\vartheta = \frac{0.68}{1.80}\sin 60° = 0.33$

$\varphi = 19.1°$

3.4. Bremsstrahlung und Paarbildung

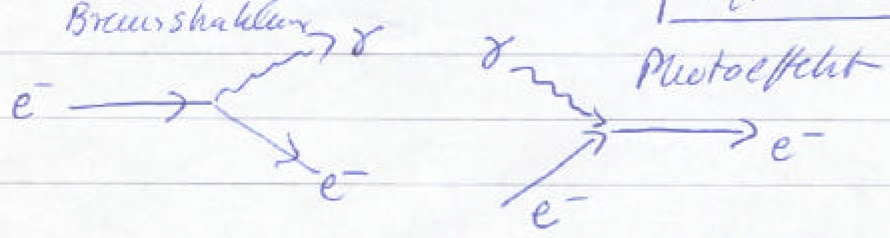
Ein beschleunigtes oder abbremsendes (negativ beschleunigtes) geladenes Teilchen emittiert em. Strahlung (Photonen)



Energieverteilung der Strahlung ist kontinuierlich, maximal wird die gesamte kin. Energie des geladenen Teilchens (Elektrons) als ein einziges Photon abgestrahlt mit minimaler Wellenlänge

$T_e = \frac{hc}{\lambda_{min}} = h\nu_{max}$

Umkehr des Photoelektr. Effekts



Photon wird emittiert

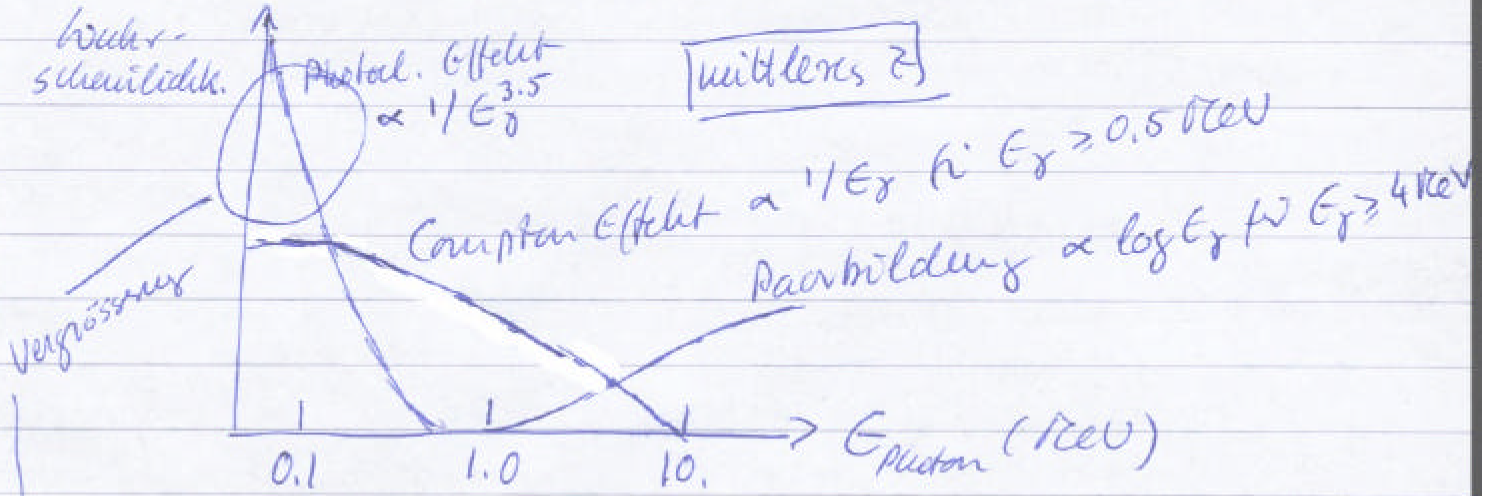
Photon wird absorbiert

beide können nicht mit 'freien' Elektronen stattfinden; benötigt drittes Teilchen, um gleichzeitig Energie und Impuls zu erhalten. Also keine Bremsstrahlung im Vakuum.

Wenn Photonenergie $E \geq 2m_0c^2 = 1.02$ MeV, kann Photon in ein Paar von Elektron und Positron annihilieren ($\gamma \rightarrow e^+e^-$) wieder Energie <u>und</u> Impuls nur erhalten, wenn Partner (z.B. Atomkern) einen Impuls aufnimmt. → keine Paarbildung im Vakuum

inverser Prozess: $e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma$ von je 0.51 MeV "Elektron-Positron Annihilation"

Energieabhängigkeit der Wechselwirkung von Photonen mit Materie



quantifiziert durch Photoabsorptionskoeffizient

$I = I_0 \exp(-\mu x)$ $\quad \mu = \mu_{PE} + \mu_C + \mu_P$ (1/Länge)