

Vorlesung  
Einführung in die  
Kern- und Elementarteilchenphysik

**Dietrich B. Wegener**

Dortmund WS 2001/2002

4. Auflage

*Pure logical thinking cannot yield us  
any knowledge of the empirical world;  
all knowledge of reality starts from  
experience and ends in it.*

*A. Einstein*



# Inhaltsverzeichnis

Allgemeine Vorbemerkungen	1
<b>1 Wechselwirkung von Teilchen und Materie</b>	<b>3</b>
1.1 Wechselwirkung von Photonen mit Materie	3
1.1.1 Einführung	3
1.1.2 Thomson–Streuung: $\sigma_T$	5
1.1.3 Compton–Effekt: $\sigma_c$	6
1.1.4 Paarbildung	9
1.1.5 Photoeffekt	12
1.1.6 Zusammenfassung	15
1.2 Energieverlust geladener Teilchen in Materie	16
1.2.1 Ableitung der Bethe–Bloch–Formel	16
1.2.2 Energieverlust von Elektronen	20
1.2.3 Čerenkov–Strahlung	21
1.3 Detektoren	23
1.3.1 Szintillationszähler und Halbleiterzähler	24
1.3.2 Blaskammer	25
1.3.3 Vieldrahtproportional– und Driftkammern	25
1.3.4 Čerenkov–Zähler	28
1.3.5 Teilchendetektoren	28
1.4 Grundbegriffe der Dosimetrie	29
1.4.1 Aktivität	29
1.4.2 Dosis	31
1.4.3 Äquivalenzdosis	31
1.4.4 Risiken der Strahlung	33
<b>2 Grundzustand der Atomkerne</b>	<b>36</b>
2.1 Kernradien	36
2.1.1 Das Myon–Atom	36
2.1.2 Rutherford–Streuung	39
2.1.3 Materieverteilung	43
2.2 Bausteine der Atomkerne	44
2.2.1 Zahl der Bausteine	44
2.2.2 Direkter Nachweis der Bausteine	45
2.2.3 Magnetische Kernmomente	45
2.3 Kernmassen, Bindungsenergien und Tröpfchenmodell	47
2.3.1 Massenspektrograph und Massenspektrometer	47
2.3.2 Tröpfchenmodell und Bethe–Weizsäcker–Formel	49

<b>3</b>	<b>Angeregte Zustände der Kerne</b>	<b>52</b>
3.1	Gammaspektroskopie . . . . .	52
3.1.1	Zerfallsgesetz und seine Anwendungen . . . . .	52
3.1.2	Anwendungsbeispiele [25, 26] . . . . .	53
3.1.3	Übergangswahrscheinlichkeiten für elektrische Dipolstrahlung . . . . .	54
3.1.4	Höhere Multipole . . . . .	55
3.1.5	Kernresonanzfluoreszenz, Mößbauereffekt . . . . .	57
3.2	$\beta$ -Zerfall (Schwache Wechselwirkung) . . . . .	61
3.2.1	Neutrinohypothese . . . . .	61
3.2.2	Energiebilanz . . . . .	63
3.2.3	Fermi's Theorie des $\beta$ -Zerfalls . . . . .	63
3.2.4	Fermi's goldene Regel – Berechnung des Phasenraumvolumens . . . . .	65
3.2.5	Direkter Nachweis der Neutrinos . . . . .	68
3.2.6	Sonenneutrinos [45] . . . . .	70
3.2.7	Helizität des Neutrinos . . . . .	70
3.2.8	Experimenteller Nachweis der Paritätsverletzung, Experiment von Goldhaber, Grodzin und Sunyar . . . . .	72
3.2.9	Experiment von Wu et al. . . . .	74
3.3	Kernmodelle . . . . .	75
3.3.1	Empirische Basis des Schalenmodells: Magische Zahlen . . . . .	75
3.3.2	Einteilchenschalenmodell und Schalenstruktur . . . . .	78
3.3.3	Vorhersagen und Vergleich mit Experimenten . . . . .	83
3.3.4	Verbesserungen des Einteilchenschalenmodells . . . . .	84
<b>4</b>	<b>Kernspaltung und Kernfusion</b>	<b>87</b>
4.1	Grundlagen der Kernspaltung . . . . .	87
4.1.1	Tunneleffekt und $\alpha$ -Zerfall . . . . .	87
4.1.2	Ablauf des Spaltprozesses . . . . .	88
4.1.3	Charakteristische Eigenschaften der Kernspaltung . . . . .	90
4.2	Kernreaktoren . . . . .	93
4.2.1	Neutronen in Materie . . . . .	94
4.2.2	Neutronenbilanz und Vierfaktorformel . . . . .	96
4.2.3	Reaktordynamik . . . . .	96
4.2.4	Reaktortypen . . . . .	98
4.2.5	Radioaktives Inventar . . . . .	99
4.3	Kernfusion . . . . .	101
4.3.1	Kernfusion im Labor . . . . .	101
4.3.2	Energieerzeugung in Sternen . . . . .	105
4.3.3	Synthese der Elemente . . . . .	106
<b>5</b>	<b>Elementarteilchenphysik</b>	<b>109</b>
5.1	Teilchenklassifizierung und additive Quantenzahlen . . . . .	110
5.1.1	Bosonen und Fermionen . . . . .	110
5.1.2	Erhaltung der Ladung . . . . .	111
5.1.3	Leptonladung ( $\lambda \epsilon \pi \tau o = \text{zart, dünn}$ ) . . . . .	112
5.1.4	Hadronen ( $\alpha \delta \rho o = \text{groß, stark}$ ) . . . . .	113
5.1.5	Weitere additive Quantenzahlen . . . . .	114
5.1.6	Teilchen – Antiteilchen . . . . .	115
5.2	Diskrete Symmetrien . . . . .	116
5.2.1	Eigenparität . . . . .	116
5.2.2	Eigenparität von Fermionen – Antifermionen . . . . .	118
5.2.3	Ladungskonjugation (Ladungspartität) . . . . .	119
5.2.4	$\hat{C}\hat{P}$ -Invarianz . . . . .	121
5.2.5	$\hat{C}\hat{P}$ -Verletzung . . . . .	124

5.2.6	$\hat{T}$ -Invarianz und das $\hat{T}\hat{C}\hat{P}$ -Theorem . . . . .	126
5.3	Isospin . . . . .	129
5.3.1	Allgemeine Überlegungen . . . . .	129
5.3.2	Gell-Mann-Nishijima-Formel . . . . .	130
5.3.3	Isospin-Algebra . . . . .	132
5.3.4	Zusammensetzung von Isospins . . . . .	133
5.4	Quarkmodell I – Leichte Quarks $u, d, s$ . . . . .	137
5.4.1	Motivation . . . . .	138
5.4.2	SU(3)-Dekuplett und Oktett der Baryonen . . . . .	140
5.4.3	Magnetische Momente der Baryonen . . . . .	144
5.4.4	Gell-Mann-Okubo-Formel . . . . .	146
5.4.5	Vorhersagen von Wirkungsquerschnitten . . . . .	147
5.4.6	Kritische Abschlußbemerkung . . . . .	148
5.5	Quarkmodell II – Gebundene Zustände schwerer Quarks . . . . .	148
5.5.1	Quarkonium-Spektroskopie . . . . .	148
5.5.2	Beobachtung gebundener Zustände . . . . .	150
5.5.3	Bestimmung der Quantenzahlen der Zustände . . . . .	154
5.5.4	Rotationsmatrizen . . . . .	156
5.5.5	Hadronische Zerfälle . . . . .	157
5.5.6	Zustände mit offenem Charm und Beauty . . . . .	158
<b>6</b>	<b>Tiefinelastische Streuung</b> . . . . .	<b>160</b>
6.1	Tiefinelastische $e^+e^-$ -Reaktionen . . . . .	161
6.1.1	Experimente . . . . .	162
6.1.2	Eigenschaften der Quarks . . . . .	162
6.1.3	Umwandlungen von Quarks in Hadronen . . . . .	166
6.2	Tiefinelastische Lepton-Hadron-Streuung . . . . .	168
6.2.1	Die elementaren Wirkungsquerschnitte . . . . .	168
6.2.2	Das Quark-Parton-Modell (Feynman 1968) . . . . .	171
6.2.3	Quantitative Formulierung des Quark-Parton-Modells . . . . .	173
<b>7</b>	<b>Wechselwirkungen</b> . . . . .	<b>181</b>
7.1	Quantenelektrodynamik (QED) . . . . .	181
7.1.1	Quantenfeldtheorien . . . . .	181
7.1.2	Elektromagnetische Wechselwirkung . . . . .	184
7.1.3	Eichinvarianz und Elektromagnetismus . . . . .	185
7.1.4	Bohm-Aharonov-Effekt . . . . .	189
7.2	Quantenchromodynamik (QCD) . . . . .	190
7.2.1	Quark-Gluon-Kopplung . . . . .	190
7.2.2	Begründung des Quark-Parton-Modells . . . . .	192
7.2.3	Einige Anwendungen . . . . .	194
7.3	Schwache Wechselwirkung: Quanten-Flavor-Dynamik (QFD) . . . . .	195
7.3.1	Beschreibung der schwachen Zerfälle im Rahmen des Quark-Modells . . . . .	195
7.3.2	Die CKM-Matrix . . . . .	201
7.3.3	Entdeckung des Top-Quarks . . . . .	206
7.3.4	Nachweis der $W^\pm$ -Bosonen . . . . .	208
7.3.5	$Z^0$ -Bosonen und neutrale Ströme . . . . .	211
7.3.6	$\nu$ -Oszillationen [146, 147] . . . . .	214
7.3.7	Bedeutung mikroskopischer Parameter für makroskopische Phänomene . . . . .	219
7.4	Mikrophysik und Kosmologie . . . . .	222
7.4.1	Grundlegende Beobachtungen . . . . .	222
7.4.2	Kosmologisches Standardmodell – Friedman-Gleichung . . . . .	225
7.4.3	Zeitliche Entwicklung der Temperatur . . . . .	227
7.4.4	Allgemeine Friedman-Gleichung . . . . .	228

7.4.5	Thermische Geschichte des Kosmos . . . . .	229
7.4.6	Primordiale Nukleosynthese . . . . .	230
7.4.7	Kosmologie und Teilchenphysik . . . . .	232
7.4.8	Dunkle Materie . . . . .	233
7.5	Abschließende Bemerkung . . . . .	236
<b>Literaturverzeichnis</b>		<b>238</b>

# Allgemeine Vorbemerkungen

Allgemeine Literatur:

- T. Mayer-Kuckuck, Kernphysik, Teubner-Verlag
- D.H. Perkins, Hochenergiephysik, Addison-Wesley
- Skript zur Vorlesung WS 2001/2002
- zu den einzelnen Paragraphen/Abschnitten wird Spezialliteratur angegeben

In dieser Vorlesung sollen die **Phänomene** im Vordergrund stehen, während die bisherige Ausbildung die deduktive Ableitung (analytische Physik) betonte. Die induktive Ableitung – phänomenologische Methode – ist die zweite wichtige Arbeitsmethode des Physikers.

Beispiel: In Physik IV wurde wie folgt vorgegangen:

Ausgangspunkt war die Schrödinger-Gleichung des  $H$ -Atoms

$$\begin{aligned}\hat{H}\Psi &= E\Psi \\ \hat{H} &= \frac{\hat{p}^2}{2m} + \hat{V}(\vec{r}) \\ V(\vec{r}) &= -\frac{e^2}{r}\end{aligned}$$

Daraus wurden abgeleitet:  $E_n, \Psi_n, \langle m | \hat{H}_{WW} | n \rangle \dots$  und mit Meßwerten verglichen.

Bei komplizierten Systemen wie z.B. Atomkernen taucht die Frage auf, welchen Ansatz man für  $V(\vec{r})$  machen soll. Hinweise auf den Ansatz liefern

- Streuexperimente (z.B. Rutherford 1909)
- Analyse der Atomspektren (z.B. Balmer 1890, Zeeman 1898)

Die Physik lebt davon, daß die heranwachsende Generation die Kunst beherrscht, aus **Daten** die **essentielle, neue** Information herauszulesen, die häufig sehr versteckt in den Daten verborgen ist.

Beispiele:

Supraleiter  $V(\vec{r}) = f(m_{Pb}) \rightarrow$  Fröhlich: Isotopieeffekt  $\rightarrow$  BCS-Ansatz;

Kernphysik – Schalenabschlüsse  $\rightarrow$  Jensen, Goepfert-Mayer  $\rightarrow$  starke Spin-Bahn-Wechselwirkung (siehe Kap.3.3);

Kepler-Gesetze  $\rightarrow$  I. Newton  $\rightarrow V_G(r) \sim r^{-1}$ ;

Paritätsverletzung  $Co$ -Zerfälle – T.D. Lee und C.N. Yang  $\rightarrow V - A$ -Ansatz (siehe Kap.3.2);

Partonstruktur des Protons: SLAC-MIT Gruppe  $ep \rightarrow eX$  Streuung,  $m_X \gg m_p \leadsto \frac{d\sigma}{dQ^2} \sim \frac{1}{Q^4} \leadsto$  punktförmige Streuer im Proton (Feynman) (siehe Kap.6.2).

Schlußfolgerung:

- Man muß Daten sehr sorgfältig analysieren, keine Beobachtung wegdiskutieren (Nobelpreis Franck/Hertz; Cronin/Fitch  $CP$ -Verletzung; Penzias/Wilson 2.7 K Hintergrundstrahlung).
- Es ist wichtig, den Blick für das **Wesentliche** zu entwickeln; dazu ist ein **qualitatives** Verständnis der Erklärung notwendig.
- Man muß eine gute **theoretische** Bildung besitzen, um die richtigen Fragen stellen zu können.

(Einstein: „Erst die Theorie entscheidet darüber, was man beobachten kann; nur die Theorie, das heißt die Kenntnis der Naturgesetze, erlaubt uns also, aus dem sinnlichen Eindruck auf den zugrundeliegenden Vorgang zu schließen“).



# Kapitel 1

## Wechselwirkung von Teilchen und Materie

In der Atomphysik sind eine Reihe von Phänomenen unseren Sinnesorganen direkt zugänglich: wir können Spektrallinien beobachten. In der Kern- und Teilchenphysik ist dies nur selten der Fall, nur durch Wechselwirkung mit geeigneten Detektoren können wir die Phänomene auf indirekte Weise unseren Sinnesorganen zugänglich machen: die Bahn eines geladenen Teilchens kann als Spur in der Nebelkammer sichtbar gemacht werden. Es ist deshalb im Rahmen einer einführenden Vorlesung in die Kern- und Elementarteilchenphysik notwendig, zunächst (kurz) einige Grundlagen des Teilchennachweises und einige Teilchendetektoren zu besprechen. Wir müssen mit der Frage beginnen, wie Teilchen (Photonen, Elektronen, Protonen, Neutronen (siehe Kap.4.2.1)) mit Materie wechselwirken. Dies führt zu der Gliederung:

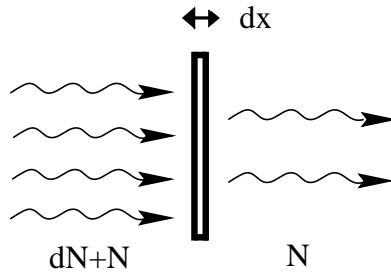
- Wechselwirkung von Photonen mit Materie
- Energieverlust geladener Teilchen
- Detektoren
- Grundbegriffe der Dosimetrie

### 1.1 Wechselwirkung von Photonen mit Materie

#### 1.1.1 Einführung

LITERATUR: [3, 4, 5, 6, 7]

Bei der Untersuchung der Atomkerne und Elementarteilchen spielen – wie in der Atomphysik – die Photonen, die von den angeregten Zuständen des betrachteten quantenmechanischen Systems emittiert werden, eine zentrale Rolle. Die untersuchten Energien liegen zwischen  $10^3$  eV bis  $10^{10}$  eV. In diesem Energiebereich sind die klassischen Detektoren für Photonen (Auge, Photoplatte, Photozelle ...) nicht mehr unmittelbar einsetzbar. Neue Effekte müssen zum Nachweis ausgenutzt werden. Dabei verläuft der Nachweis üblicherweise in zwei Stufen: Zuerst überträgt man die Energie des Photon durch eine geeignete Wechselwirkung auf ein Elektron  $E_\gamma \rightarrow E_e$  und weist dann dieses Elektron nach (wenn man genau hinschaut, ist dies auch bereits bei der Photoplatte, Photozelle üblich). Wie beschreibt man den Absorptionsprozeß quantitativ? Bei allen Prozessen verschwindet das ursprüngliche Photon durch Absorption im Elementarprozeß der Wechselwirkung.



Man macht für kleine  $dx$  eine Taylor-Entwicklung und bricht nach dem linearen Glied ab

$$dN_\gamma = -\mu N_\gamma dx$$

$$N_\gamma = N_0 e^{-\mu x}$$

$\mu$  = Absorptionskoeffizient

Anwendungen:

- Messung von Schichtdicken,
- Messung der Homogenität einer Schicht,
- Angiographie (Übungsaufgabe),
- Mikrotomographie.

Physikalische Interpretation des Absorptionskoeffizienten  $\mu$ : Die mittlere Reichweite von Photonen in Materie ist

$$\langle x \rangle = \frac{\int_0^\infty x N_0 e^{-\mu x} dx}{\int_0^\infty N_0 e^{-\mu x} dx} = \frac{-\frac{d}{d\mu} \int_0^\infty e^{-\mu x} dx}{\int_0^\infty e^{-\mu x} dx} = \frac{1/\mu^2}{1/\mu} = \frac{1}{\mu} .$$

Typischer Zahlenwert für  $\mu$ :  $\mu (H_2O, E_\gamma = 1 \text{ MeV}) = (14.4 \text{ cm})^{-1}$  (Halbwertsdicke 10 cm).

Wir gehen jetzt einen Schritt weiter und führen eine Größe ein, die den einzelnen Absorptionsprozeß charakterisiert. Diese Größe nennen wir Wirkungsquerschnitt  $\sigma$ .

Jeder Absorber wird durch die Fläche  $\sigma$  beschrieben.  $dx$  sei so klein gewählt, daß für den einfallenden Strahl „keine“ zwei absorbierenden Flächen überlappen (siehe Abb. 1.1). Die Wahrscheinlichkeit  $w$  für die Absorption eines Photons bei der Teilchendichte  $n$  des Absorbers ist dann

$$w = \frac{\text{Fläche der Absorber}}{\text{Gesamtfläche}} = \left( \frac{\sigma n F dx}{F} \right) = \sigma n dx .$$

Die Abnahme der Intensität der Strahlung ist dann

$$dN_\gamma = -w N_\gamma = -N_\gamma \sigma n dx$$

$$\mu = n\sigma = \sigma \frac{L\rho}{A}$$

mit  $L = 6.023 \cdot 10^{23} \left[ \frac{\text{Teilchen}}{\text{Mol}} \right]$ ,  $\rho$  = Dichte  $\left[ \frac{g}{cm^3} \right]$ ,  $A$  = Molgewicht  $\left[ \frac{g}{\text{Mol}} \right]$  und  $n$  = Teilchendichte  $\left[ \frac{\text{Teilchen}}{cm^3} \right]$  (siehe Abb.1.1).

Damit ist die mittlere freie Weglänge (Meßmethode für  $\sigma$  !!)

$$\langle x \rangle = \frac{1}{n\sigma} ,$$

Beispiel :

$$\sigma (E_\gamma = 1 \text{ MeV}, H_2O) = \frac{18 \text{ g/Mol} \cdot \frac{1}{14.4 \text{ cm}}}{6.023 \cdot 10^{23} \frac{\text{Teilchen}}{\text{Mol}} \cdot 1 \text{ g/cm}^3} = 2.1 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2 = 2.1 \text{ b}$$

$$1 \text{ b} = 1 \text{ barn} = 10^{-24} \text{ cm}^2$$

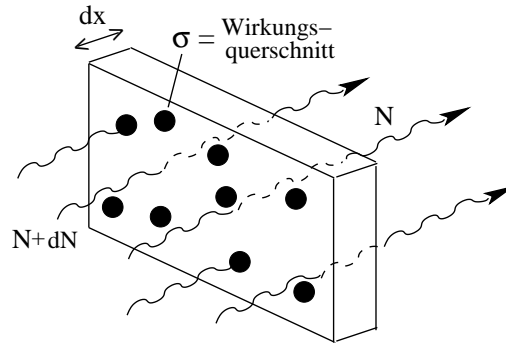


Abbildung 1.1: Definition des Wirkungsquerschnitts

ist die übliche Einheit des Wirkungsquerschnitts. Der Wirkungsquerschnitt charakterisiert ein Material und ist unabhängig von dessen Aggregatzustand.

Da gilt

$$\mu = \sigma \frac{L}{A} \rho ,$$

ist es sinnvoll den **Massenabsorptionskoeffizienten**

$$\lambda^{-1} = \frac{\mu}{\rho} = \sigma \frac{L}{A}$$

einzuführen, der unabhängig vom Aggregatzustand die Absorption durch ein Medium charakterisiert

$$N = N_0 e^{-\frac{\mu}{\rho} \rho x} .$$

Beispiel:  $\frac{\mu}{\rho} (H_2O, 1 \text{ MeV}) = \frac{1}{14.4} \frac{\text{cm}^2}{\text{g}}$  (siehe Abb.1.2).

Als nächstes werden die Elementarprozesse besprochen, die für die Absorption von Photonen verantwortlich sind.

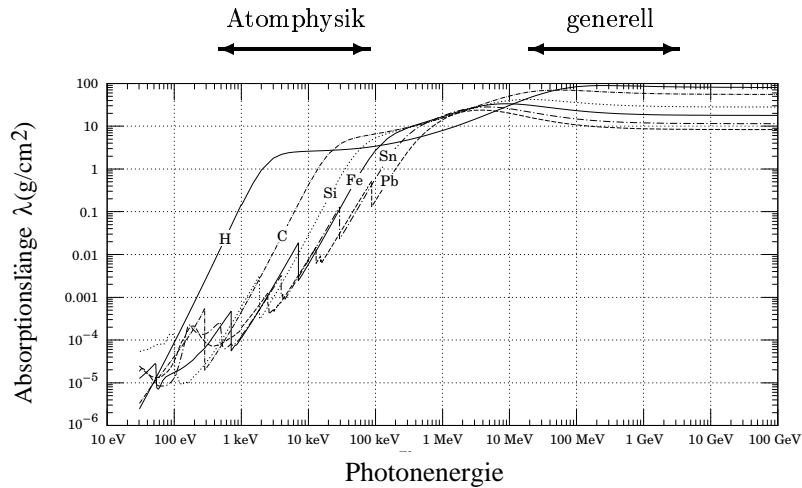
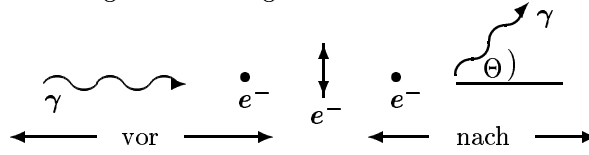


Abbildung 1.2: Massenabsorptionskoeffizienten von  $H, He, C, Ar, Fe, Sn, Pb, NaI$  als Funktion der  $\gamma$ -Energien [102]

### 1.1.2 Thomson-Streuung: $\sigma_T$

Viele der Absorptionsprozesse von Photonen beruhen auf der Wechselwirkung elektromagnetischer Strahlung mit „freien“ Elektronen. Der einfachste Prozeß dieser Art wurde von J.J.Thomson quantitativ beschrieben. Wir nehmen an, daß eine linear polarisierte, ebene Welle auf Materie trifft und

Elektronen (Eigenfrequenz  $\nu_e$ ) zum Schwingen bringt. Wir wollen die Bindung vernachlässigen, was für Frequenzen  $\nu \gg \nu_e$  eine gute Näherung ist.



Es gilt

$$e\vec{E} = m\vec{a} \rightarrow \vec{a} = \frac{e}{m}\vec{E}.$$

Nach Physik II wird vom Hertz'schen Dipol pro Zeiteinheit die Energie

$$I_{rad} = \frac{dS}{dt} = \frac{2e^2}{3c^3}\vec{a}^2 = \frac{2e^4}{3m^2c^3}\vec{E}^2$$

abgestrahlt. Diese Energie wurde der einfallenden Welle entzogen (absorbiert) und anschließend emittiert. Nach Kap.1.1.1 gilt daher

$$I_{rad} \left[ \frac{eV}{s} \right] = \sigma_T I_{einf} \left[ \frac{eV}{cm^2 s} \right]$$

$I_{einf} = \text{Energiedichte} \cdot \text{Geschwindigkeit} = \frac{\vec{E}^2}{4\pi} c$

$$\sigma_T = \frac{I_{rad}}{I_{einf}} = \frac{2e^4}{3m^2c^3} \frac{\vec{E}^2}{\vec{E}^2 \frac{c}{4\pi}} = \frac{8\pi}{3} \frac{e^4}{m^2c^4}$$

Zur Abkürzung führen wir den klassischen Elektronenradius ein. Dazu benutzen wir das Modell *Masse des Elektrons = elektrische Feldenergie*

$$r_e = \frac{e^2}{mc^2} = 2.8 \cdot 10^{-13} cm.$$

Der Thomson-Wirkungsquerschnitt ist dann

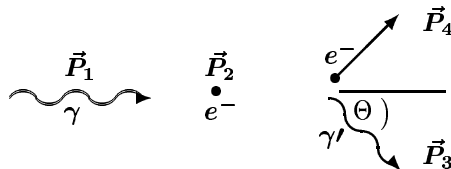
$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} r_e^2 = 0.665 \cdot 10^{-24} cm^2 = 0.665 b.$$

Wir gehen nun einen Schritt weiter und nutzen die bekannte Winkelverteilung der vom Hertz'schen Dipol abgestrahlten Energie aus und erhalten den differentiellen Wirkungsquerschnitt für Thomson-Streuung (siehe Abb.1.3)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} (1 + \cos^2 \theta) 2\pi r_e^2.$$

### 1.1.3 Compton-Effekt: $\sigma_c$

Beim Compton-Effekt handelt es sich um die Streuung an freien Elektronen (Elementarteilchen), wobei der relativistische Viererimpuls erhalten ist. Zunächst soll die **Kinematik** des Prozesses behandelt werden. Dies geschieht im Rahmen des Teilchenbildes.



Viererimpulse:

$$\begin{aligned} p_1 &= (E_\gamma, E_\gamma, 0, 0) \\ p_2 &= (mc^2, 0, 0, 0) \\ p_3 &= (E'_\gamma, p_{3x}c, p_{3y}c, 0). \end{aligned}$$

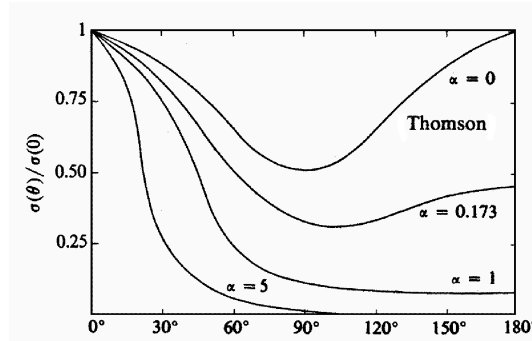


Abbildung 1.3: Differentieller Wirkungsquerschnitt für Thomson–Streuung ( $\alpha = 0$ ) und Compton–Streuung ( $\alpha = \frac{E_\gamma}{mc^2} > 0$ ),  $\theta$  ist der Streuwinkel des Photons

Aufgrund der Viererimpulserhaltung (Physik I) muß gelten:

$$p_1 + p_2 = p_3 + p_4$$

$$p_4^2 = p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + 2p_1p_2 - 2p_1p_3 - 2p_2p_3$$

mit  $p_2^2 = p_4^2 = m^2c^4$  und  $p_1^2 = p_3^2 = 0$  erhalten wir:

$$E_\gamma mc^2 = p_1p_2 = p_1p_3 + p_2p_3 = E_\gamma E'_\gamma (1 - \cos\theta) + mc^2 E'_\gamma$$

$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{mc^2}(1 - \cos\theta)}$$

Kinetische Energie des Elektrons nach dem Stoß

$$T_4 = E_4 - mc^2 = E_1 - E_3 = E_\gamma - \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{mc^2}(1 - \cos\theta)} = \frac{\frac{E_\gamma^2}{mc^2}(1 - \cos\theta)}{1 + \frac{E_\gamma}{mc^2}(1 - \cos\theta)}$$

Grenzfälle:

$$\cos\theta = 1 \text{ (Vorwärtsstreuung)} \quad E'_\gamma = E_\gamma, \quad T_4 = 0$$

$$\cos\theta = -1 \text{ (Rückstreuung)} \quad E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{2E_\gamma}{mc^2}} \rightarrow \frac{mc^2}{2} \left(1 - \frac{mc^2}{2E_\gamma}\right) \rightarrow \frac{mc^2}{2}$$

$$T_4 = E_\gamma \frac{\frac{2E_\gamma}{mc^2}}{1 + \frac{2E_\gamma}{mc^2}} \rightarrow E_\gamma \left(1 - \frac{mc^2}{2E_\gamma}\right) = E_\gamma - \frac{mc^2}{2}$$

Compton–Wellenlänge  $\lambda_c$ :

Dieser Begriff spielt eine Rolle bei Abschätzungen von Größenordnungen, daher soll hier noch einmal an ihn erinnert werden (Physik III,IV).

Wir gehen dazu zum Wellenbild über (Messung der Photonenenergie durch Bragg–Streuung)

$$h\nu mc^2 = h\nu h\nu'(1 - \cos\theta) + h\nu' mc^2 .$$

Nach Umformungen erhalten wir:

$$\frac{1}{\nu'} - \frac{1}{\nu} = \frac{h}{mc^2}(1 - \cos\theta) .$$

Multipliziert man diese Gleichung mit der Lichtgeschwindigkeit  $c$  ergibt sich wegen  $\lambda = c/\nu$

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta),$$

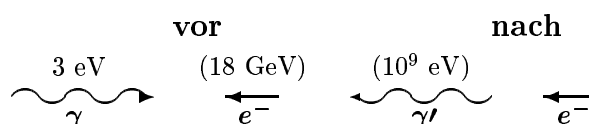
die Änderung der Wellenlänge des Photons bei der Compton-Streuung. Die natürliche Einheit für diese Wellenlängenänderung ist daher die Compton-Wellenlänge  $\lambda_c$

$$\lambda_c = \frac{h}{mc} = 2.4 \cdot 10^{-12} m.$$

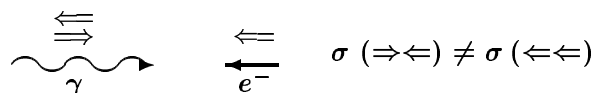
Diese Größe gibt die natürliche Breite eines (Elektronen-)Wellenpakets bei kleinen Energien an.

Anwendungen des Compton-Effekts:

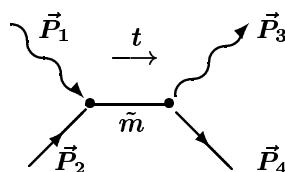
- $e^-$  ruhend,  $E_A$ ,  $\theta$  gemessen  $\rightarrow E_\gamma$  bestimmen
- Bothe-Geiger-Experiment: Elektron und Photon treten **gleichzeitig** auf
- Messung der Impulsverteilung von Elektronen im Festkörper (siehe [12]): Fermiflächen
- Erzeugung hochenergetischer monochromatischer Photonen (Übungsaufgabe)



- Messung der longitudinalen Polarisation von Photonen durch Compton-Streuung an polarisierten Elektronen (Anwendungen siehe Kap.3.2). Die Elektronen werden polarisiert, indem man Eisen magnetisiert:



**Dynamik:** Wir wollen jetzt für einen Grenzfall den Wirkungsquerschnitt aus dem Thomson-Wirkungsquerschnitt ableiten. Dazu zeichnen wir ein Raum-Zeit-Bild (Feynman-Diagramm) für den Prozeß:



$$\tilde{m}^2 c^4 = (p_1 + p_2)^2 = m^2 c^4 + 0 + 2 mc^2 E_\gamma \sim E_\gamma$$

Bei hohen Energien

$$\sigma_c = \sigma_T(\tilde{m}^2) \sim \tilde{r}_e^2 \sim \frac{1}{\tilde{m}^2} \sim \frac{1}{E_\gamma}.$$

Der exakte Ausdruck wird mit Hilfe der Quantenelektrodynamik berechnet (Klein-Nishina-Formel).

Für kleine (hohe) Energien gilt:

$$\begin{aligned}
E_\gamma \ll mc^2 & \quad \sigma_c = \sigma_T \left(1 - \frac{2E_\gamma}{mc^2}\right) \\
E_\gamma \gg mc^2 & \quad \sigma_c = \frac{3}{8} \sigma_T \frac{1}{E_\gamma/mc^2} \left(\frac{1}{2} + \ln \frac{2E_\gamma}{mc^2}\right).
\end{aligned}$$

Bislang haben wir den Wirkungsquerschnitt für ein freies Elektron berechnet. Da pro Atom  $Z$  Elektronen vorhanden sind, gilt

$$\mu_c \sim \sigma_c Z \sim \frac{Z}{E_\gamma}$$

für hohe Energien (Bindungsenergien sind vernachlässigt worden). Detaillierte Werte für  $\sigma_c$  und  $\mu_c$  entnimmt man den Tabellen in [6] und Abb.1.4. Der Einfluß der Bindung der Elektronen macht sich in Abb.1.4 durch den Abfall von  $\sigma_c$  ( $\sigma_{Compton}$ ) zu kleinen Energien hin bemerkbar.  $\mu_{Pb}$  wird bei  $E_\gamma \approx 4\text{MeV}$  minimal, d.h. für diese Energie haben Photonen die größte freie Weglänge. Diese Tatsache ist bei der Abschirmung von Gammastrahlung wichtig.

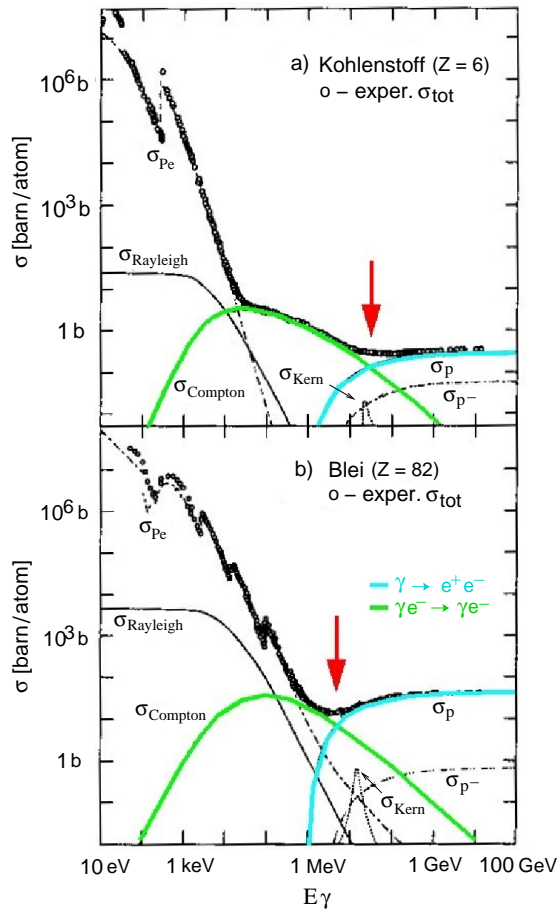
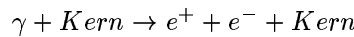


Abbildung 1.4: Vergleich der Wirkungsquerschnitte des Compton- ( $\sigma_{Compton}$ ) und des Photoeffekts ( $\sigma_{Pe}$ ) sowie der Paarbildung an Kernen ( $\sigma_p$ ) und Elektronen ( $\sigma_{p^-}$ ) [102]

### 1.1.4 Paarbildung

Bei der Paarbildung handelt es sich um die Reaktion



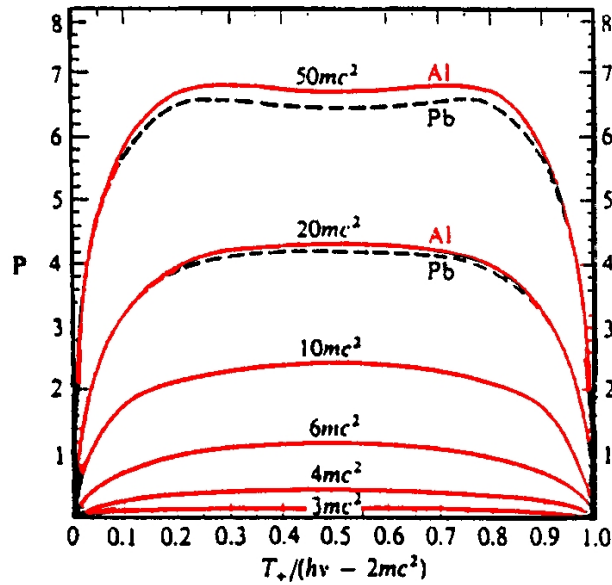
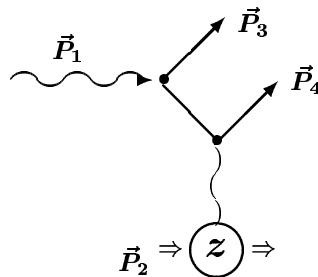


Abbildung 1.5: Energieverteilung der Elektronen, die durch Paarbildung an einem Kern erzeugt wurden für verschiedene Photonenergien  $E$  [eV]. Bei sehr hohen Energien gibt es Abweichungen (Landau-Pomeranschuk-Migdal Effekt [7]).



### Kinematik

Es gibt eine Schwellenenergie für diesen Prozeß:

$$0 + 2E_\gamma M_K c^2 + M_K^2 c^4 = (p_\gamma + p_K)^2 = (p_{e^-} + p_{e^+} + p'_K)^2 =$$

Schwellenenergie:

$$(m_{e^-} + m_{e^+} + M'_K)^2 c^4 = 4m_e^2 c^4 + M_K^2 c^4 + 4m_e M_K c^4$$

$$E_\gamma^{Min} \approx 2m_e c^2 .$$

Ein dritter Stoßpartner ist notwendig. Er übernimmt Impuls, jedoch fast **keine** Energie, wenn er schwer genug ist. Denn angenommen der Prozeß  $\gamma \rightarrow e^+ + e^-$  wäre möglich, dann gelte:

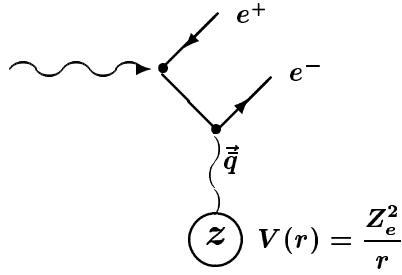
$$0 = p_\gamma^2 = (p_{e^+} + p_{e^-})^2 \geq 2m_e^2 c^4 \quad \text{Widerspruch!}$$

Methodischer Hinweis: Aus den vorangegangenen Rechnungen sollte klar sein, daß es vorteilhaft ist, **lorentzinvariante** Ausdrücke zu benutzen, wann immer es möglich ist.

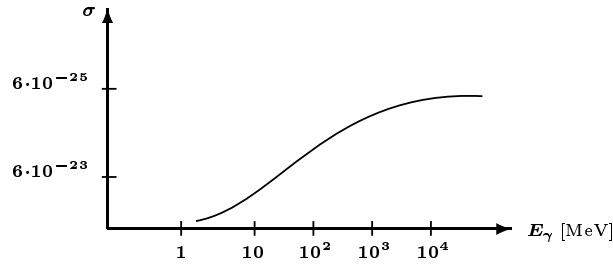
### Dynamik

Die Berechnung des Wirkungsquerschnitts (Heitler-Formel) geschieht im Rahmen der Quantenelektrodynamik. Wir wollen hier nur die wichtigsten Eigenschaften analysieren.





Welche Energieabhängigkeiten erwartet man für den Wirkungsquerschnitt?



Die Sättigung kann durch Störungsrechnung 1. Ordnung erklärt werden, bei der das folgende Matrixelement auftritt (Physik IV):

$$\langle f | \hat{H}_{int} | i \rangle \sim \int \frac{e^{i\vec{q}\vec{r}}}{r} d^3r$$

$$d^3r = r^2 dr 2\pi d\cos\theta.$$

Der Hauptbeitrag stammt dabei aus dem Abstandsbereich  $R = \frac{\hbar}{|\vec{q}|}$  denn

$$\text{für } r \ll R \rightarrow \frac{1}{r} r^2 dr = r dr \quad \text{Beitrag klein,}$$

$$\text{für } r \gg R \rightarrow e^{i\vec{q}\vec{r}} \quad \text{oszilliert stark} \rightarrow \text{kein Beitrag.}$$

Je kleiner  $|\vec{q}_{min}|$  ist, um so größer ist der Bereich  $r \leq R$ , über den sich das Matrixelement kohärent aufsummiert. Da (Fermi's goldene Regel)

$$\sigma_P \sim |\langle f | \hat{H}_{int} | i \rangle|^2,$$

wächst der Wirkungsquerschnitt mit  $|\vec{q}_{min}|^{-2}$  an. Eine Abschätzung von  $|\vec{q}_{min}|$  ist dabei:

$$\begin{aligned} |\vec{q}_{min}| c &= |p_\gamma| c - |p_{e^-}| c - |p_{e^+}| c \approx E_\gamma - E_{e^-} \left(1 - \frac{m^2 c^4}{2E_{e^-}^2}\right) - E_{e^+} \left(1 - \frac{m^2 c^4}{2E_{e^+}^2}\right) \\ &= \underbrace{E_\gamma - E_{e^-} - E_{e^+}}_{=0} + \frac{m^2 c^4}{2E_{e^-}} + \frac{m^2 c^4}{2E_{e^+}} \approx \frac{m^2 c^4 \cdot 2}{E_\gamma}, \end{aligned}$$

da  $E_+ \approx E_- = E_{\gamma/2}$ , also

$$|\vec{q}_{min}| c \approx \frac{2m^2 c^4}{E_\gamma}.$$

Unschärferelation:

$$R_{Max} = \frac{\hbar c}{|\vec{q}_{min}| c} = \frac{\hbar c}{2m^2 c^2} \frac{E_\gamma}{mc^2} \sim E_\gamma.$$

Dieses Anwachsen des Wirkungsquerschnitts mit der Energie kann nicht beliebig weitergehen, da in der Realität die Paarproduktion an **Atomen** und nicht an **Kernen** stattfindet. Für  $R_{Max} > O(a_B)$  (Atomradius) tritt Abschirmung auf. Man setzt modellmäßig an

$$V(r) = \frac{e^2}{r} e^{-\mu r}$$

$$\mu \approx \frac{1}{r_{Atom}} \approx \frac{1}{a_B}.$$

Das „Thomas–Fermi–Modell“ des Vielelektronenatoms (Physik IV, HQM) präzisiert den Ansatz. Für Paarbildung muß gelten:

$$r_{Atom} = \frac{a_B}{Z^{1/3}} = \frac{e^2}{mc^2} \frac{1}{\alpha^2} \frac{1}{Z^{1/3}} \gg R_{Max} = \frac{\hbar c}{2mc^2} \left( \frac{E_\gamma}{mc^2} \right)$$

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137} \quad \text{Feinstrukturkonstante,}$$

falls  $\frac{2E_\gamma}{mc^2} \approx \frac{1}{\alpha Z^{1/3}}$  tritt Sättigung ein, weil dann das Coulomb–Feld des Kerns abgeschirmt wird und kein Impulsübertrag mehr möglich ist. Man findet für  $E_\gamma \gg mc^2$

$$\sigma_p = \frac{Z^2}{137} r_e^2 \left( \frac{28}{9} \ln \frac{183}{Z^{1/3}} - \frac{2}{27} \right).$$

Bei hohen Energien ist die Paarbildung der dominierende Absorptionsprozeß (siehe Abb.1.4). Die Energieverteilung der Elektronen/Positronen, die durch Paarbildung erzeugt werden, kann näherungsweise durch eine Rechteckverteilung beschrieben werden (siehe Abb.1.5). Im Mittel gilt also  $\langle E_+ \rangle = \langle E_- \rangle \approx E_\gamma/2$ . Paarbildung ist auch an Hüllenelektronen möglich (siehe Abb.1.6).

Anmerkung: Auch der Umkehrprozeß  $e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma$  existiert. Impuls- und Energieerhaltungssatz fordern für ruhende Elektronen 2 Gammaquanten gleicher Energie, die in entgegengesetzte Richtung fliegen.

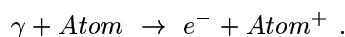


$$E_{\gamma_1} = E_{\gamma_2} = mc^2.$$

Falls sich Elektron und Positron bewegen (Fermi–Impulsverteilung der Elektronen im Festkörper, Physik IV, Einführung in die Festkörperphysik), beobachtet man eine Abweichung von der 180°–Korrelation der  $\gamma$ –Quanten. Umgekehrt erlaubt eine solche Beobachtung die Messung der Fermi–Impulsverteilung (Übungsaufgabe) [12].

### 1.1.5 Photoeffekt

Es handelt sich um die Reaktion

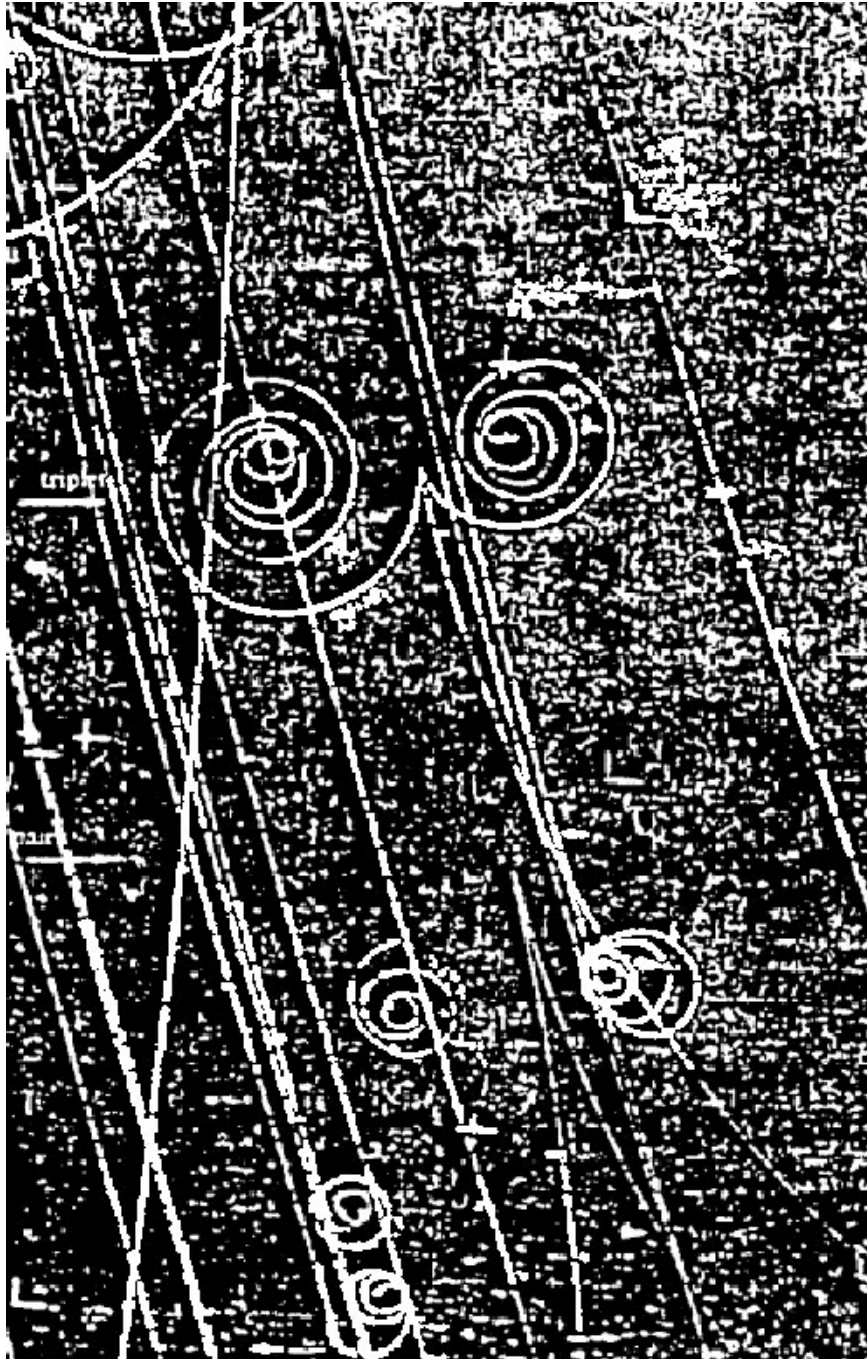


Der Photoeffekt ist theoretisch nur mit sehr großem Aufwand zu behandeln, da man z.B. die Wellenfunktion der Elektronen des Atoms kennen muß. Daher sind Näherungen und Modellannahme bei der Rechnung notwendig. Es gilt näherungsweise

$$\sigma_{pe} = \frac{8\pi}{3} r_e^2 \underbrace{\alpha^3 Z^5}_{\text{Wellenfkt. } e^-} \left( \frac{mc^2}{E_\gamma} \right)^\delta.$$

Dabei ist

$$\delta \approx \begin{cases} 3.5 & \text{wenn } E_\gamma \ll mc^2 \\ 1 & \text{wenn } E_\gamma \gg E_{Ion}. \end{cases}$$



$$\gamma e^- \rightarrow e^- e^+ e^-$$

$$\gamma + \text{Kern} \rightarrow e^+ e^- + \text{Kern}$$

$\delta$ -Elektronen

Abbildung 1.6: Photo eines Paarbildungsprozesses im Coulomb-Feld eines Elektrons und eines Kerns, aufgenommen in einer Blasenkammer

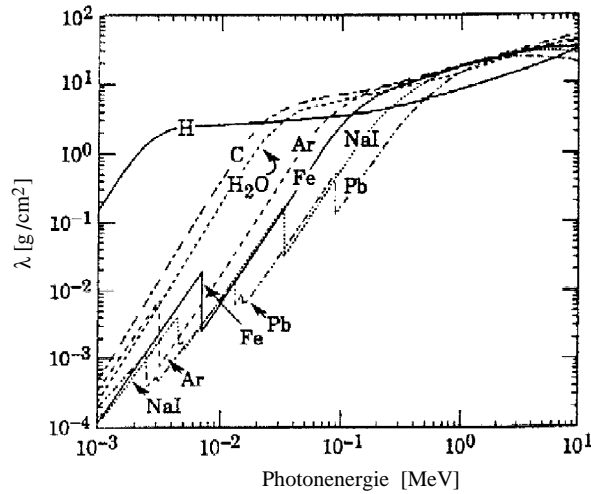


Abbildung 1.7: Mittlere freie Weglänge von Photonen in verschiedenen Materialien als Funktion von  $E_\gamma$

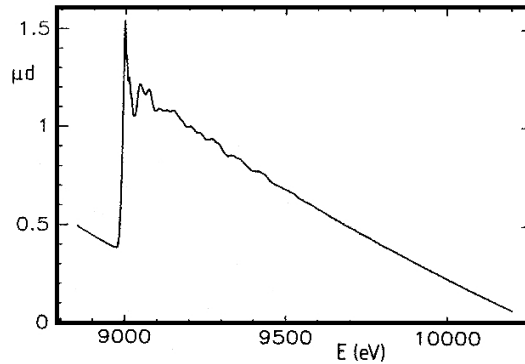


Abbildung 1.8: Absorptionskoeffizient von  $Cu$  nahe der Ionisationsenergie (K-Kante) in  $YBa_2Cu_3O_7$  [13]

Der Photoeffekt besitzt Schwellen (siehe Abb.1.7), da die herausgeschlagenen Elektronen gebunden sind (Energie der gebundenen Elektronen ist quantisiert!).

Anwendungen des Photoeffekts sind:

- Messung von  $E_\gamma$  in Detektoren (NaI(Tl)) (Übungsaufgabe),
- Angiographie (Subtraktionsverfahren bei 2 Röntgenaufnahmen mit Photonenenergie ober- und unterhalb der K-Kante eines Kontrastmittels (siehe Übungsaufgabe)),
- Festkörperphysik (Struktur von  $\sigma$  in der Nähe der Kante (EXAFS, siehe Abb.1.8).

Das letzte Beispiel soll noch ein wenig genauer betrachtet werden. (Literatur: [13]) Untersucht man die Absorptionskante näher, dann beobachtet man eine oszillierende Struktur. Man spricht von **EXAFS** (extended X-ray absorption fine structure). Die Form der oszillierenden Struktur hängt in den Einzelheiten von der Zahl, der Art und dem Abstand benachbarter Atome ab. Qualitativ kann man das Verhalten erklären, wenn man berücksichtigt, daß das durch den Photoeffekt herausgeschlagene Elektron sich als Kugelwelle um das Absorberatom ausbreitet und an den benachbarten Atomen gestreut wird. Die ursprüngliche Kugelwelle und die gestreute Welle interferieren. Da die relative Phase der beiden Wellen vom Abstand der Atome abhängt, folgt aus der Lage der Minima der Atomabstand. Die Amplitude der gestreuten Welle sagt etwas über die Zahl und Art der Atome aus. Die Höhe der Maxima und Minima liefert hier näheren Aufschluß.

Die genaue Interpretation hängt von Modellannahmen ab. Wichtig ist, daß die Nahordnung der Atome (z.B. amorphes Si, Flüssigkeiten) untersucht werden kann. Es zeigt sich weiterhin, daß die präzise Lage der Kanten von der Wertigkeit der Atome abhängt (siehe Abb.1.9). Die EXAFS Untersuchungen liefern insgesamt einen „Fingerabdruck“ der jeweiligen Atome und ihrer Umgebung im Festkörper (Anwendung z.B. bei Strukturanalyse warmer Supraleiter (Abb.1.8)).

### 1.1.6 Zusammenfassung

Die dominanten Prozesse eines Photons mit „Atomen“ sind:

Effekt	Wirkungsquerschnitt	$E_\gamma$ -Abhängigkeit	dominant für
Photoeffekt	$\sigma_{ph} \sim (Z^4 \dots Z^5)r_e^2\alpha^3$	$\searrow$	$E_\gamma < 30 \text{ keV}$
Compton-Effekt	$\sigma_c \sim Zr_e^2$	$\searrow$	$0.03 \dots 5 \text{ MeV}$
Paarbildung	$\sigma_P \sim Z^2r_e^2$	$\nearrow$	$> 5 \text{ MeV}$

Abb.1.10 gibt einen Eindruck davon, wie stark die verschiedenen Prozesse bei unterschiedlichen Energien und  $Z$  zur Photoabsorption beitragen.

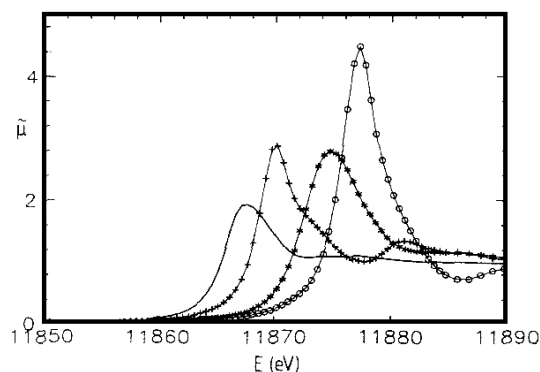


Abbildung 1.9: Absorptionskanten von Arsen in verschiedenen Verbindungen (Wertigkeiten),  $As$  —,  $As_2O_3$  +,  $As_2O_5$  \*,  $KAs_3F_6$  o [13]

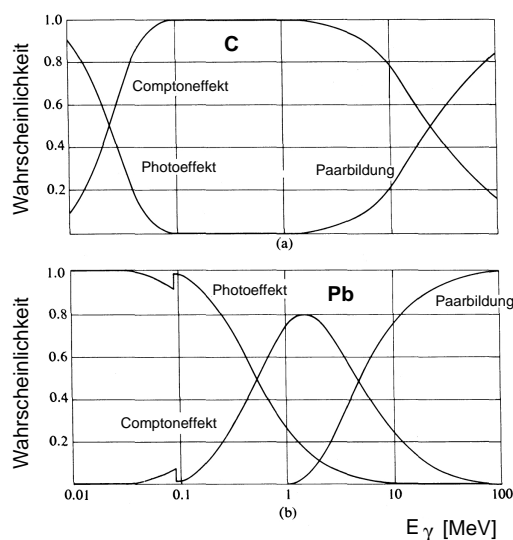


Abbildung 1.10: Prozentualer Anteil der wesentlichen Effekte zum Absorptionskoeffizienten von  $C$  (a) und  $Pb$  (b) als Funktion der Photonenergie

## 1.2 Energieverlust geladener Teilchen in Materie

LITERATUR: [3, 4, 7, 8, 9]

### 1.2.1 Ableitung der Bethe–Bloch–Formel

Da alle Meßinstrumente letzten Endes in ihrer Wirkung auf die Wechselwirkung geladener Teilchen in Materie zurückführbar sind, ist es wichtig, einen quantitativen Ausdruck für diesen Energieverlust pro Längeneinheit  $\frac{dE}{dx}$  zu gewinnen (Bethe–Bloch–Formel). Wir beschränken uns hier auf eine halbklassische Ableitung in Anlehnung an Niels Bohr (siehe [8]). Die quantenmechanische Ableitung findet sich in [7].

Das elektrische Feld des vorbeifliegenden Teilchens greift am Elektron des Atoms an, überträgt auf das Elektron Impuls (Energie) und regt so das Atom an bzw. ionisiert es. Die Ableitung erfolgt in drei Schritten. Es folgt eine Diskussion der Grenzen der Anwendbarkeit, anschließend werden Korrekturen angegeben.

Einzelschritte:

- (I) Bei festem Stoßparameter  $b$  (siehe Abb.1.11) wird der Energieübertrag  $\Delta E(b)$  auf das Atom-elektron berechnet (mikroskopischer Prozeß).
- (II) Es wird über alle Elektronen des Materieblocks summiert, die festes  $b$  haben (Übergang zum makroskopischen System).
- (III) Summation über alle erlaubten Stoßparameter. Die zugelassenen Stoßparameter sind durch folgende Phänomene festgelegt.

$b_{max}$ : Die Energie reicht nicht aus, um das Atom anzuregen (Quantisierung der Energieniveaus quantenmechanischer Systeme).

$b_{min}$ : Es gibt nach den Stoßgesetzen einen maximalen Energieübertrag bzw. nach den Gesetzen der Quantenmechanik eine minimale Lokalisierungsmöglichkeit des Elektrons (Comptonwellenlänge).

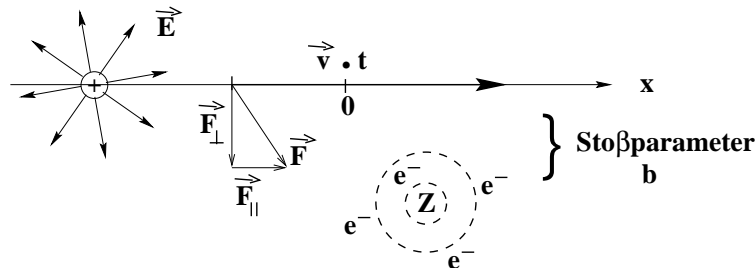


Abbildung 1.11: Physikalisches Modell des Energieverlustes

(I) Energieübertrag  $\Delta E(b)$  auf ein Atomelektron bei festem Stoßparameter  $b$  (siehe Abb.1.11). Das bewegte geladene Teilchen erzeugt am Ort des Elektrons ein Wechselfeld mit den Komponenten der Kraft:

$$F_{\parallel} = \frac{Ze^2}{(x^2 + b^2)} \frac{x}{\sqrt{x^2 + b^2}}$$

$$F_{\perp} = \frac{Ze^2}{(x^2 + b^2)} \frac{b}{\sqrt{x^2 + b^2}} .$$

Wir nehmen an, daß das  $e^-$  während des gesamten Stoßvorgangs ruht; diese Annahme entspricht der Stoß(Impuls)approximation. Eine detaillierte Rechtfertigung der Annahme findet sich in [8].

Aus dem Impulsübertrag kann der Energieübertrag auf das Elektron berechnet werden

$$\Delta p_{\parallel} = \int_{-\infty}^{\infty} F_{\parallel} dt = Ze^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{vt}{\sqrt{v^2 t^2 + b^2}} dt = 0 \quad \text{Symmetrie}$$

$$\Delta p_{\perp} = \int_{-\infty}^{\infty} F_{\perp} dt = Ze^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{b}{\sqrt{x^2 + b^2}} \frac{dx}{v} = \underbrace{\frac{Ze^2}{b^2}}_{\text{eff. } \vec{F}} \underbrace{\frac{2b}{v}}_{\text{eff. Zeit während der } \vec{F} \text{ wirkt}}$$

Der resultierende Energieübertrag bei festem Stoßparameter ist dann

$$\Delta E(b) = \frac{\Delta p_{\perp}^2}{2m} = \frac{2Z^2 e^4}{b^2 m v^2} .$$

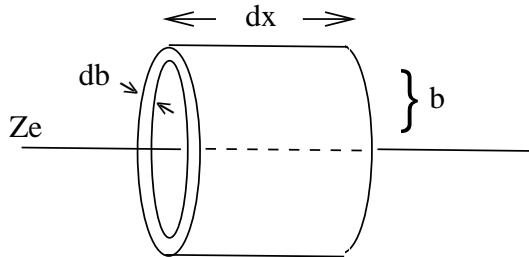
### Diskussion

$\Delta E(b) \sim \frac{1}{m}$ , diese Abhängigkeit rechtfertigt, daß bei der Berechnung der Energieübertrag auf den Atomkern vernachlässigt wurde.

Bei der Rechnung haben wir angenommen, daß auf das Elektron zwar Energie übertragen wird, gleichzeitig haben wir in den Ausdrücken für  $\vec{F}_{\perp}$  jedoch eventuell resultierende Ortsveränderungen vernachlässigt. Dies ist dann gerechtfertigt, falls die **Stoßzeiten**  $\tau \approx \frac{b}{v}$  klein gegenüber der charakteristischen Schwingungsdauer  $\frac{1}{\nu}$  des „gebundenen“ Elektrons sind.  $\nu$  ist die charakteristische Frequenz/Energie des gebundenen Elektrons und damit eine Eigenschaft des Bremsmediums. Man spricht von der Stoßapproximation (siehe N. Bohr [8]).

(II) Summation bei festem  $b$  über alle Elektronen eines Materieblocks

$$n = Z \frac{L\rho}{A} = \frac{\text{Anzahl der } e^-}{\text{Volumen}}$$



Die Anzahl der Elektronen im Materiezyklindermantel zwischen  $b$  und  $b + db$  um die Teilchenbahn ist

$$N_e = n \cdot 2\pi \cdot b \cdot db \cdot dx .$$

Der Energieverlust des geladenen Teilchens beim Durchgang durch die Materieschicht der Dicke  $dx$  ist dann

$$dE = \frac{2Z^2 e^4}{b^2 m v^2} 2\pi \cdot b \cdot db \cdot n \cdot dx .$$

Summation über alle Stoßparameter liefert uns

$$\frac{dE}{dx} = 4\pi \frac{Z^2 e^4}{m v^2} n \ln \frac{b_{max}}{b_{min}}$$

$b_{max} < \infty$ , da das Feld durch die anderen Atome abgeschirmt wird und die Energien der Atome des Bremsmediums quantisiert sind.

(III) Bestimmung von  $b_{max}$ ,  $b_{min}$ .

**$b_{max}$**

Wir benutzen ein einfaches Oszillatormodell zur Beschreibung des Atombaues, d.h. die Elektronen sind mit der Oszillatorfrequenz  $\nu$  gebunden. Wie bei jeder erzwungenen Schwingung (Stoßapproximation beruht darauf) gilt dann mit der charakteristischen Stoßzeit  $\tau = \frac{b}{v}$  (entspricht der Zeit, in der das Feld stark ist)

$$\begin{aligned}\tau &\ll \frac{1}{\nu} && \text{Energie wird übertragen} \\ \tau &\gg \frac{1}{\nu} && \text{Energieübertrag unwahrscheinlich} \\ &&& \Rightarrow b_{max} = v\tau = \frac{v}{\nu}.\end{aligned}$$

Wir haben also im Modell die Bindung der Elektronen dadurch berücksichtigt, daß Elektronen für  $b < b_{max} \sim \frac{1}{\nu}$  als frei behandelt werden, während für  $b > b_{max}$  keine Wechselwirkung stattfindet. (siehe Jackson [4] für eine detaillierte Behandlung).

**$b_{min}$**

Die klassische Mechanik ist für schwere, schnelle Teilchen anwendbar ( $\lambda_c \sim \frac{1}{m}$ !). Nach Energie- und Impulssatz kann maximal die Energie ( $m \ll M$ )

$$\Delta E = 2mv^2 = \frac{2Z^2e^4}{b_{min}^2 mv^2}$$

übertragen werden (Rückstreuung), d.h. es gilt

$$b_{min}^{klass.} = \frac{Ze^2}{mv^2}.$$

Anmerkung: Der Energieübertrag wird für zentralen Stoß ( $b=0$ ) berechnet. Bohr (1913) [8] hat gezeigt, daß dieser Ansatz trotzdem sinnvoll ist, da sich das Elektron während des Stoßes gerade um  $b_{min}^{klass.}$  bewegt.

Die Quantenmechanik ist für leichte, nichtrelativistische Teilchen wie  $\mu, \pi, p$  anwendbar. Wenn wir den Stoßparameterbegriff verwenden, dann muß der Bahnbegriff sinnvoll sein, insbesondere muß das Teilchen ( $\lambda_c \sim \frac{1}{m}$ ) hinreichend lokalisiert sein. Im Ruhssystem des eintreffenden Teilchens (Schwerpunktsystem) gilt dann

$$b_{min}^{QM} \geq \frac{\hbar}{2mv}.$$

Wir setzen dabei voraus  $\alpha c \ll v \ll c$ .

Damit folgt

$$r = \frac{b_{min}^{QM}}{b_{min}^{klass.}} \sim \frac{\hbar v}{Ze^2}$$

und falls

- $r < 1$  gilt die klassische Formel,
- $r > 1$  quantenmechanische Korrektur spielt eine Rolle.

Einsetzen für leichte Teilchen ( $m_e < m < M_{Medium}$ ) liefert

$$\frac{dE}{dx} = 4\pi \frac{Z^2 e^4}{m_e v^2} n \ell n \frac{v 2m_e v}{\nu \hbar} = 4\pi \frac{Z^2 e^4}{m v^2} n \ell n \frac{2m_e v^2}{I}.$$

Dabei ist  $I = \hbar\nu$  die Ionisationsenergie, ein empirischer Faktor, der das Anregungsspektrum des bremsenden Mediums parametrisiert.



(IV) Grenzen und mögliche Verbesserungen.

- Relativistische Korrekturen bewirken eine Vergrößerung von  $b_{max}$  (Physik III)

$$b_{max} = \gamma \frac{v}{\nu}, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}},$$

da das transversale elektrische Feld durch Lorentz-Kontraktion verstärkt wird. Außerdem gilt

$$b_{min} = \frac{\hbar}{2\gamma m v}.$$

Dies führt zur Ersetzung

$$\ln \frac{2mv^2}{I} \rightarrow \ln \frac{2mv^2 \gamma^2}{I}.$$

- Man muß berücksichtigen, daß die Materie durch das elektrische Feld polarisiert wird und das elektrische Feld abschwächt. Der Energieübertrag wird dadurch kleiner (Fermi-Dichtekorrektur, siehe auch Kap.1.2.3), man beobachtet Sättigung von  $\frac{dE}{dx}$ . Sie spielt für  $\gamma \gg 1$  und dichte Medien eine Rolle.
- Bei kleinen Primärenergien können Elektronen nur in äußeren Schalen angeregt werden, außerdem werden von Primärteilchen Elektronen eingefangen. Dies führt zur sogenannten Schalenkorrektur.

Die endgültige Energieverlustformel nach Bethe-Bloch lautet (ohne Schalenkorrektur)

$$\frac{dE}{dx} = 4\pi r_e^2 m c^2 \frac{L\rho}{A} Z \frac{z^2}{\beta^2} \left( \ln \frac{2mc^2 \gamma^2 \beta^2}{I} - \beta^2 - \frac{\delta}{2} \right).$$

Für  $Z \geq 16$  gilt näherungsweise

$$I = (10 \pm 1) eV \cdot Z$$

Genauere Werte findet man in [102], Fig.23.4.

$Z, \rho, A$  = Bremsmedium,  $z$  = Kernladung Primärteilchen.

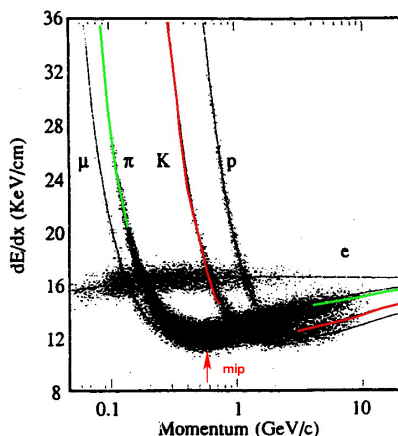


Abbildung 1.12: Gemessener Energieverlust geladener Teilchen in Materie als Funktion des Teilchenimpulses

Anmerkungen:

- $(\frac{dE}{dx})_{min} = 2 \frac{MeV}{cm}$  in  $H_2O$ .
- Man benutzt wie in Kap.1.1 gerne  $\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} \sim \frac{Z}{A} \ln \frac{a}{I}$ . Denn hier ist die einzige Materialkonstante  $\frac{Z}{A} = 1 \dots 0.5$  und  $\ln \frac{a}{I}$  in logarithmischer Abhängigkeit für alle Materialien fast konstant.

- Reichweite von Teilchen

$$R(T_{kin}) = \int_{T_{kin}}^0 \left(-\frac{1}{dE/dx}\right) dT \sim \int_0^{T_{kin}} T dT \sim T_{kin}^2.$$

Numerische Integration nach „fit“ ergibt  $R \sim T_{kin}^{1.75}$ .

Zusammengefaßt: Man muß für die Berechnung der Reichweite Tabellen verwenden. Ein Beispiel für den gemessenen Energieverlust zeigt Abb.1.12.

## 1.2.2 Energieverlust von Elektronen

Die Energieverlustformel für Elektronen (Positronen) ist komplizierter, da

- die **gesamte** Energie bei einem Stoß übertragen werden kann,
- diese Teilchen während der Wechselwirkung von der geraden Teilchenbahn abgelenkt werden,
- für Elektronen das Pauli-Prinzip berücksichtigt werden muß, d.h. eine klassische Rechnung nicht mehr möglich ist.

Neben diesem Energieverlust durch Anregung und Ionisation gibt es für Elektronen noch eine Besonderheit. Sie können Energie durch Strahlung verlieren, die man Bremsstrahlung nennt (siehe Abb.1.13).

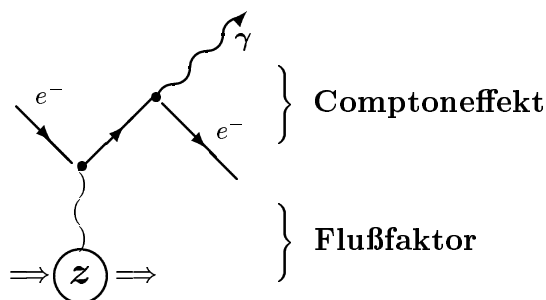


Abbildung 1.13: Feynmangraph für Bremsstrahlung (Weizsäcker-Williams Näherung)

Bei Fermi [3] wird die Ableitung der Formel für  $\frac{dE}{dx}$  skizziert (eine schöne Übungsaufgabe). Die Rechnung ergibt für den Energieverlust durch Bremsstrahlung im Kernfeld des Materials (siehe Abb.1.13, Weizsäcker-Williams Näherung).

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{rad} = -4 \underbrace{Z^2}_{\substack{\bar{E} \text{ des} \\ \text{Kerns}}} \underbrace{\frac{L\rho}{A}}_{\substack{\text{Kernne} \\ \text{Vol.}}} \underbrace{\frac{r_e^2}{137}}_{\text{Compton}} \underbrace{E}_{\substack{\gamma\text{-Spek-} \\ \text{trum}}} \underbrace{\ln \frac{183}{Z^{1/3}}}_{\text{WW-Ort}}.$$

Mit der Abkürzung  $X_o$  für die Strahlungslänge

$$X_o = \frac{1}{\frac{4Z^2}{137} \frac{L\rho}{A} r_e^2 \ln \frac{183}{Z^{1/3}}}$$

gilt

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{E}{X_o}$$

$$E = E_o e^{-x/X_o}$$

Beispiele:  $X_o(\text{Pb}) = 0.56 \text{ cm}$ ,  $X_o(\text{H}_2\text{O}) = 36 \text{ cm}$ ,  $X_o(\text{Luft}) = 300 \text{ m}$ .

Für hinreichend hohe Energien kann man zeigen, daß gilt:

$$\frac{\left(\frac{dE}{dx}\right)_{rad}}{\left(\frac{dE}{dx}\right)_{ion}} = \frac{ZE}{800 \text{ MeV}}.$$

Bei hohen Energien dominiert also für Elektronen ( $r_e^2 \sim \frac{1}{m_e^2}$ ) der Energieverlust durch Bremsstrahlung. Dabei ist das Spektrum der Bremsstrahlung

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{rad} = \frac{L\rho}{A} \int_0^E E_\gamma \sigma(E_\gamma) dE_\gamma \sim E_e \rightarrow \sigma(E_\gamma) \sim \frac{1}{E_\gamma}$$

$$E_\gamma \sigma_\gamma = const.$$

Dieses Spektrum für Bremsstrahlung erhält man nur für eine dünne Folie (siehe Intensitätsverteilung Abb.1.14). Aus Abb.1.15 folgt, daß bei hohen Impulsen Elektronen vorwiegend ihre Energie durch Bremsstrahlung verlieren.

Da die Wahrscheinlichkeit für Bremsstrahlung proportional zu  $m^{-2}$  zunimmt, wird durch Protonen wesentlich weniger Bremsstrahlung als durch Elektronen erzeugt. Dies nutzt man bei der Fluoreszenzanalyse von Spurenelementen aus (siehe [10]).

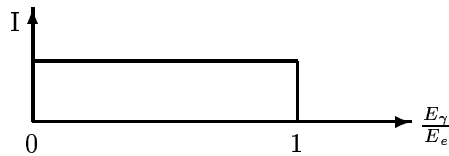
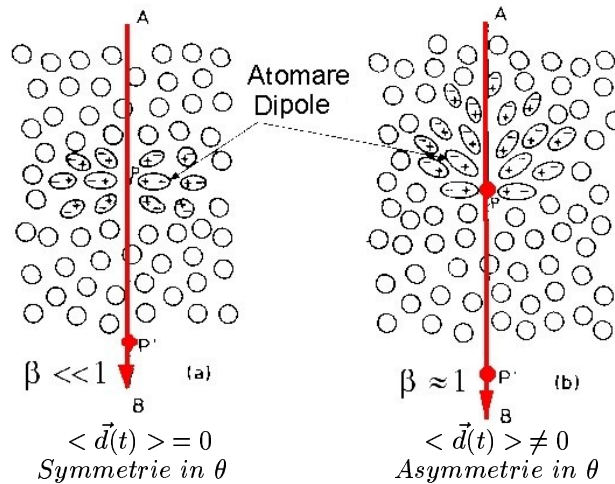


Abbildung 1.14: Intensitätsverteilung der Photonen, die durch Bremsstrahlung erzeugt werden (dünne Folie). Die im Praktikum gemessenen Intensitätsverteilungen (Versuch Bragg–Reflektion) erhält man durch Überlagerung aus dieser Abbildung für dicke Schichten.

### 1.2.3 Čerenkov–Strahlung

Bei der Diskussion der Anwendbarkeit der Bethe–Bloch–Formel wurde bereits auf die Fermi–Dichte–Korrektur hingewiesen. Hier soll sie noch einmal unter einem ganz anderen Gesichtspunkt diskutiert werden, da diese Interpretation zu einer wichtigen Nachweismethode führt (siehe auch [7]). Wir betrachten im mikroskopischen Bild zwei Grenzfälle



Lösung:

$$\rho = e\delta(\vec{r} - \vec{v}t)$$

$$\vec{j} = e\delta(\vec{r} - \vec{v}t)\vec{v}$$

in Maxwell–Gleichungen eingesetzt und gelöst. Dann kann man den Poynting–Vektor und daraus die abgestrahlte Intensität berechnen

$$I = I(n, \beta, \lambda, \cos \theta) .$$

Wir wollen einige einfache Eigenschaften, die für den Einsatz des Čerenkov–Effekts zum Teilchen–nachweis wesentlich sind, mit Hilfe des Huygen’schen Prinzips ableiten.

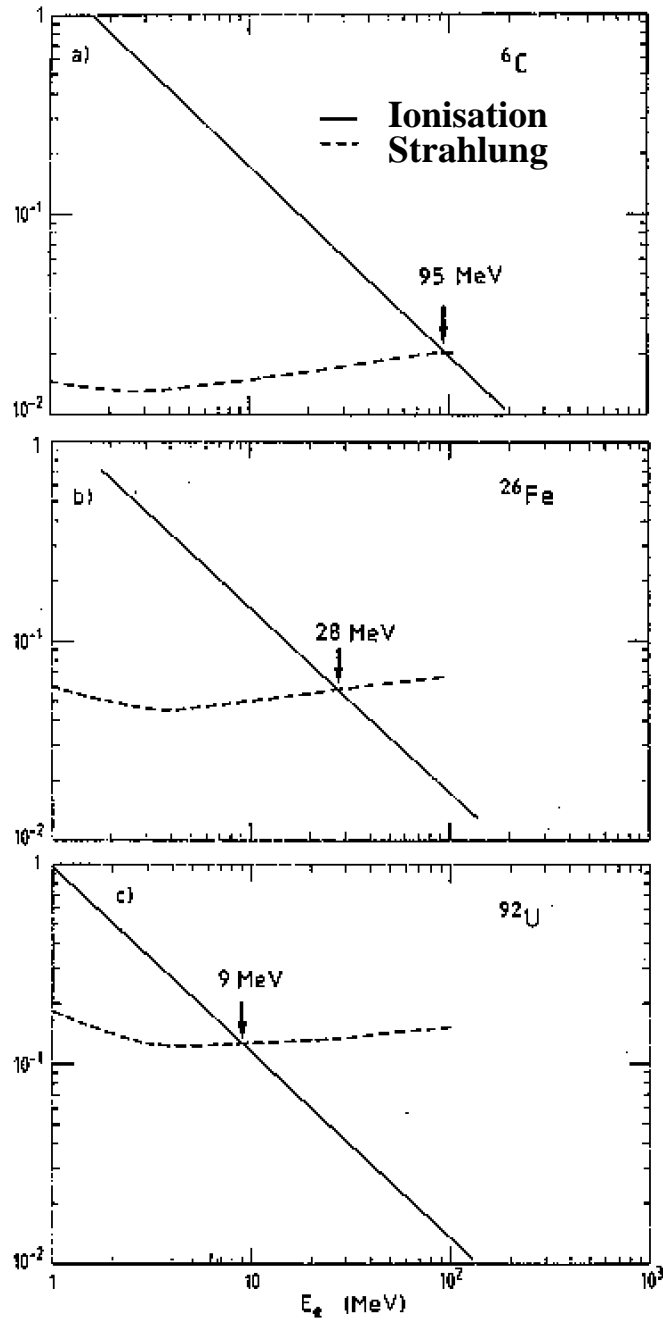
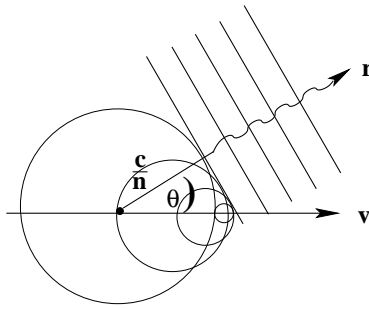


Abbildung 1.15: Vergleich des Energieverlustes der Elektronen durch Ionisation/Anregung und Bremsstrahlung. Die Energie, bei der sich die Kurven schneiden, nennt man die kritische Energie  $\varepsilon_c$ .



Kohärente Überlagerung der elementaren Kugelwellen erhält man, falls

$$\cos \theta = \frac{c}{n v} = \frac{1}{n \beta}.$$

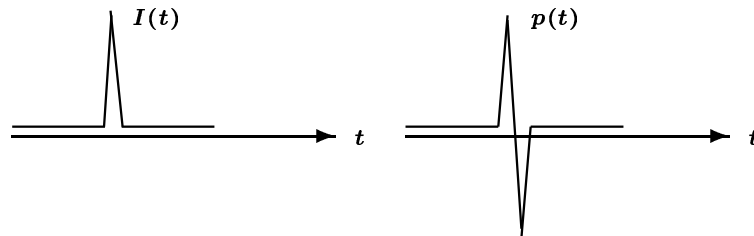
Unter dem Winkel  $\theta$  beobachtet man Licht (Mach'scher Kegel).

Anwendungen sind die Bestimmung der Teilchenenergie (Geschwindigkeit  $\beta$ ), wenn man den Winkel  $\theta$  beobachtet und den Brechungsindex  $n$  kennt, sowie die Ausnutzung des Effekts als Schwellen-Čerenkov-Zähler, um Teilchen ab einer bestimmten Geschwindigkeit ( $\beta \geq n^{-1}$ ) durch ihr Licht nachzuweisen.

Das Spektrum des emittierten Lichts ist, wenn man bedenkt, daß

$$I(t) = I_0 \delta(t - t_0) \quad \frac{dn}{d\omega} = \text{const},$$

ein weißes Spektrum (Fourieranalyse, Physik III). Man sollte allerdings beachten, daß prinzipiell  $n = n(\omega)$  eine Korrektur bedingt. Beim Überschallknall beobachtet man dagegen einen doppelten Deltapeak. Die Frequenzspektren der beiden Phänomene unterscheiden sich also (siehe Übungen Physik III).



Die in vielen Lehrbüchern angegebene Analogie zwischen Čerenkov-Strahlung und Mach'schem Kegel beim Überschallknall ist falsch, da die Zeit-/Frequenzspektren sich unterscheiden.

Bei Lösung der Maxwellgleichungen erhält man den vollständigen Ausdruck für die Lichtabstrahlung

$$\frac{dN_\gamma^2}{d\omega dx} = \frac{\alpha}{c} \left( 1 - \frac{1}{n^2 \beta^2} \right).$$

### 1.3 Detektoren

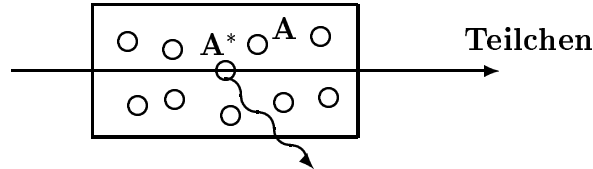
Die in der Kern- und Teilchenphysik verwendeten Detektoren nutzen die in Kapitel 1.1 und 1.2 diskutierten Energieverlustmechanismen aus. Hier sollen nur einige der wichtigsten Detektoren und ihre Eigenschaften besprochen werden, Details werden in der Spezialvorlesung über Teilchendetektoren dargestellt.

LITERATUR: [7, 11]

### 1.3.1 Szintillationszähler und Halbleiterzähler

Die Wirkungsweise des Szintillationszählers beim Durchgang **geladener** Teilchen kann auf einen Zweistufenprozeß zurückgeführt werden:

1. Anregung  $e + A \rightarrow e + A^*$ ,
2. Emission  $A^* \rightarrow A + \gamma$  ( $E_\gamma = 1 \dots 10 \text{ eV}$ ,  $\tau = 1 \text{ ns} \dots 1 \mu\text{s}$ ).



Die Einzelheiten des Emissionsprozesses sind für verschiedene Szintillatoren unterschiedlich (Leitungsband, Donatoratome, Exziton-Anregung). Man unterscheidet

- organische Szintillatoren: Anthrazen, Tetrazen, Plastikszintillatoren
- anorganische Szintillatoren: NaI(Tl), LiI(Eu), BGO

Das emittierte Licht wird mit Hilfe von Photomultipliern (Abb.1.16) bzw. Photodioden (Abb.1.19) nachgewiesen. Die Anzahl der Photoelektronen bzw. der Anodenstrom ist dann ein Maß für die Teilchenenergie (falls keine Sättigung eingetreten ist)

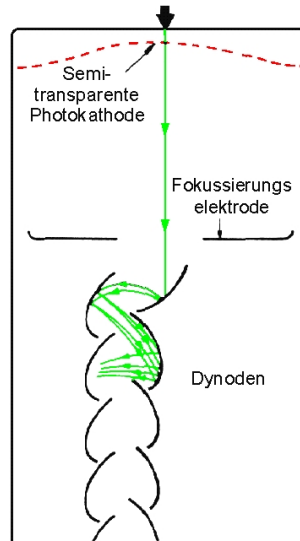


Abbildung 1.16: Funktion des Photomultipliers

$$n_e = \frac{E_\gamma}{e_\gamma} \epsilon_L \epsilon_S \epsilon_C$$

- mit
- $E_\gamma$  = die vom Teilchen deponierte Energie
  - $e_\gamma \approx 2 \text{ eV} - 3 \text{ eV}$  Energie der auf die Kathode auftreffenden Photonen
  - $\epsilon_L \approx 10^{-2}$  Bruchteil der Energie der in  $e_\gamma$  umgewandelt
  - $\epsilon_S \approx 0.5$  Sammlungswahrscheinlichkeit
  - $\epsilon_C \approx$  Kathodeneffiz. =  $\frac{\text{Anzahl Photo-}e^-}{\text{Anzahl Photonen}}$

Dabei ist die Standardabweichung dieser Größe (Meßgenauigkeit)

$$\Delta = \sqrt{n_e} .$$

Mit  $E_\gamma = 637 \text{ keV}$  ergibt dies z.B.:

$$n_e = \frac{637000 \text{ eV}}{3 \text{ eV}} 10^{-2} 0.5 0.2 = 215$$

$$\frac{\Delta}{n_e} = \frac{\sqrt{215}}{215} \approx 7\% .$$

Eine Auflösung dieser Größenordnung beobachtet man auch. Der Nachweis der Photonen im Halbleiterzähler erfolgt über

- Photoeffekt :  $\gamma + Atom \rightarrow e^- + Atom^+$  (1 Linie)
- Comptoneffekt: Kontinuierliches Spektrum unterhalb  $E_c$

Während man beim Szintillationszähler die Lichtaussendung verwendet, nutzt man beim Halbleiterzähler die Ionisation aus (*pn*-Diode mit verbreiteter Verarmungszone). Man weist den bei der Ladungstrennung auftretenden Impuls nach (Abb.1.19). Da im Halbleiter pro erzeugtem Elektron-Lochpaar  $\approx 3 \text{ eV}$ , dagegen im Szintillationszähler pro Photon  $50 \text{ eV} - 500 \text{ eV}$  benötigt werden, ist die Energieauflösung von Halbleiterzählern um den Faktor 5–20 besser als im Szintillationszähler. Dies erkennt man aus dem Vergleich zweier Spektren, die mit einer NaI(Tl) bzw. einem Halbleiterzähler registriert wurden (siehe Abb.1.17, 1.18).

### 1.3.2 Blaskammer

Durch plötzliches Entspannen erzeugen wir eine überhitzte Flüssigkeit (üblicherweise flüssiger Wasserstoff). Die erzeugten Ionenpaare entlang der Flugspur des ionisierenden Teilchens bilden Blasenkeime für die verdampfende Flüssigkeit, und wir erhalten eine sichtbare Spur bei Bestrahlung mit Licht (Streulicht), die sich fotografieren und auswerten läßt (Abb.1.20).

Die Blaskammer wird heute kaum noch eingesetzt, weil sie zu langsam ist und nicht auf interessante Ergebnisse „getriggert“ werden kann. Sie ist aber historisch sehr wichtig, weil viele grundlegende Entdeckungen der Teilchenphysik bis 1975 mit ihrer Hilfe erzielt wurden. Ein typisches Blaskammerbild ist in Abb.1.21 gezeigt.

### 1.3.3 Violdrahtproportional- und Driftkammern

Beide Detektortypen beruhen auf dem Prinzip des (Proportionalitäts)Zählrohres (Anfängerpraktikum).

Die Feldstärke eines zylinderförmigen Zählrohres ist  $|\vec{E}| \sim \frac{1}{r}$ . Falls die mittlere freie Weglänge für die Ionisation  $\lambda_i$  und  $|\vec{E}|$  die Bedingung erfüllen

$$\frac{e |\vec{E}| \lambda_i}{E_{ion}} > 1 ,$$

kommt es zur Lawinenbildung. Das Signal erzeugen die Elektronen und vor allem die langsamer abdriftenden Ionen ( $v_{ion} \approx 10^{-3} v_e \approx 10^{-3} \frac{cm}{\mu s}$ ).

Dabei wird der Durchgangsort des Teilchens festgelegt durch den angesprochenen Draht (Proportionalkammer Genauigkeit  $\sigma = 1 \text{ mm}$ ; Ansprechzeit  $\tau \leq 10 \text{ ns}$ ) bzw. durch den Abstand zur Anode, der sich aus der gemessenen Driftzeit der bei der Ionisation durch das nachzuweisende Teilchen erzeugten Elektronen zur Anode ergibt (Driftkammer (siehe Abb.1.22); Genauigkeit  $\sigma \approx 30 \mu m \dots 200 \mu m$ ;  $\tau \leq 10 \mu s$ ).

Bei beiden Detektoren kann man aus der Energiedeposition die Geschwindigkeit bestimmen (siehe Kap.1.2 und Abb.1.12)

$$\frac{dE}{dx} \sim \frac{1}{v^2} .$$

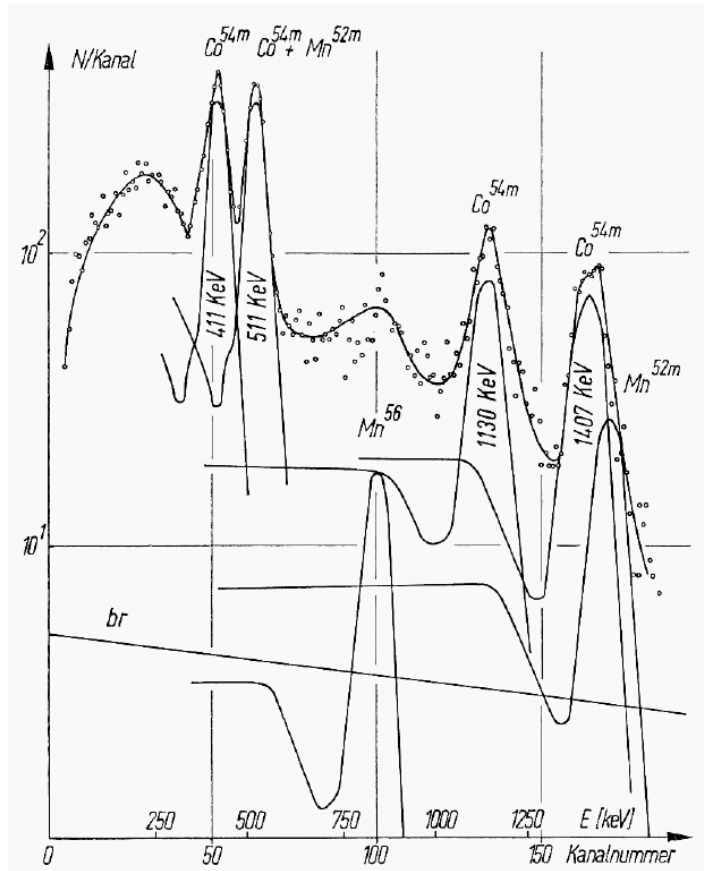


Abbildung 1.17: Gamma-Spektrum, aufgenommen mit einem NaI-Zähler

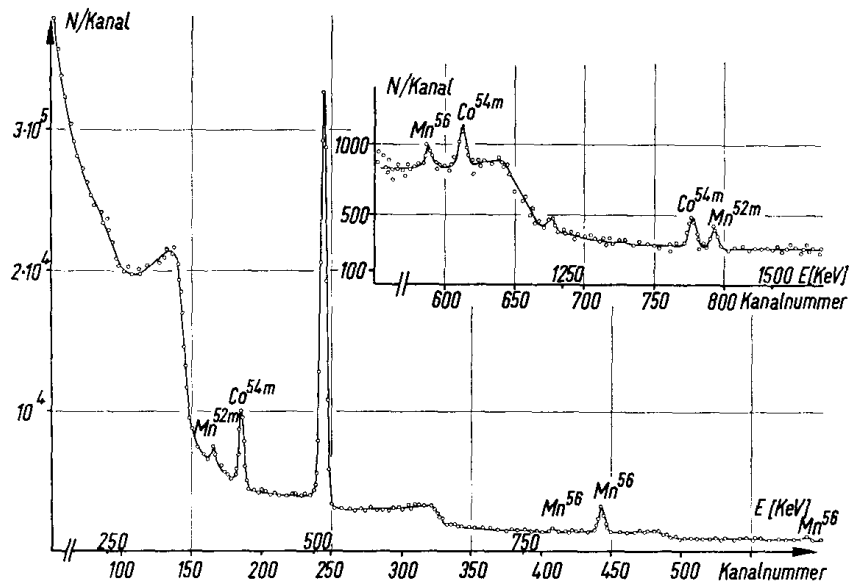


Abbildung 1.18: Gamma-Spektrum, aufgenommen mit einem Halbleiterzähler (siehe zum Vergleich Abb.1.17)





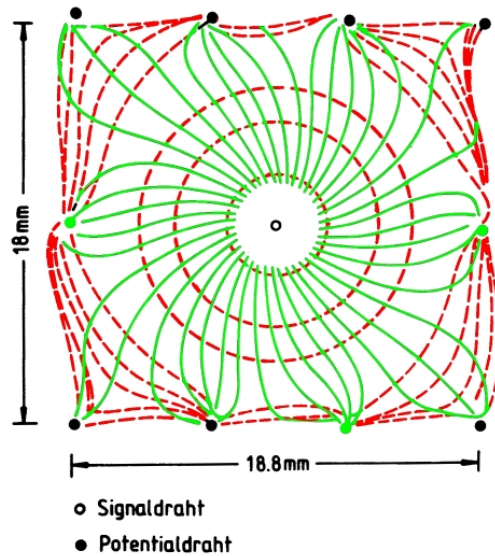


Abbildung 1.22: Prinzip der Proportional- und Driftkammern, elektrisches Feld und Äquipotentiallinien einer Driftkammerzelle des ARGUS-Detektors

Entdecker der Drift- und der Vieldrahtproportionalkammer ist G. Charpak (Nobelpreis 1992). Eine Impulsmessung ist möglich, indem man die Bahnkrümmung in einem Magnetfeld bekannter Stärke vermisst (siehe Übungsaufgabe)

$$\frac{mv^2}{r} = eBv \quad \rightarrow \quad p = mv = eBR ,$$

wobei die Ortskoordinaten und daraus  $R$  mit Hilfe der Driftkammern bestimmt werden können. Aus Bahnradius  $R$  und der Energiedeposition  $\frac{dE}{dx}$  kann man also den Impuls und die Geschwindigkeit des Teilchens und daraus seine Masse und seine Energie bestimmen.

### 1.3.4 Čerenkov-Zähler

Es wurde bereits in Kap.1.2 darauf hingewiesen, daß geladene Teilchen in Materie Čerenkov-Strahlung emittieren, falls  $v > \frac{c}{n}$ . Dann werden nämlich Photonen unter dem Winkel  $\theta$

$$\cos \theta = \frac{1}{\beta n}$$

beobachtet. Diese werden durch geeignete Reflexion im Photomultiplier (Proportionalkammer) nachgewiesen.

Anwendungen:

- Als **Schwellenzähler**: Es wird die Erzeugung von Licht nachgewiesen ( $\beta > \frac{1}{n}$ ). Man verwendet zwei Zähler, um zwischen  $\pi$ ,  $K$ ,  $p$  zu unterscheiden, falls deren Impuls bekannt ist.
- Als **differentieller Čerenkov-Zähler** (Abb.1.23): Hier mißt man  $\theta$ , um  $\beta$  zu bestimmen.

### 1.3.5 Teilchendetektoren

Beispiel für einen modernen Teilchendetektor (ARGUS-Detektor (siehe Abb.1.24)):

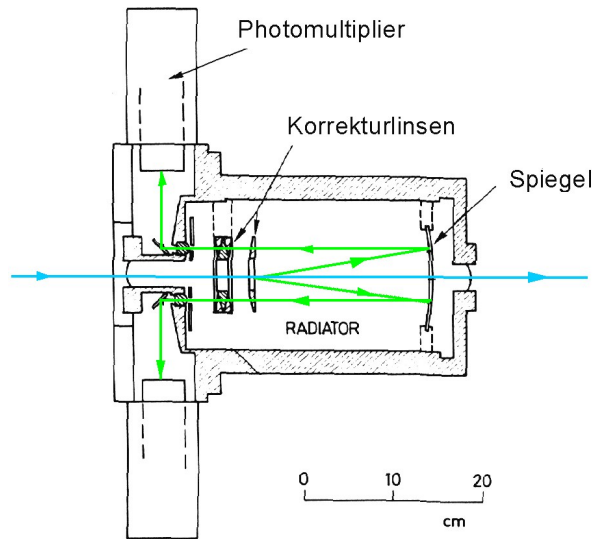


Abbildung 1.23: Prinzip des Čerenkov-Zählers (DISC)

Si-Halbleitierzähler	$\Delta x = 5 \mu$	$\rightarrow$ Lebensdauer von erzeugten Teilchen
Mikro-Vertexkammer	$\Delta x = 30 \mu$ ,	$\frac{dE}{dx} \rightarrow v$ und $\vec{p}$
Driftkammer	$\Delta x = 100 \mu$ ,	$\frac{dE}{dx} \rightarrow v$ und $\vec{p}$
Szintillationszähler	$\Delta t = 200 ps$	$\rightarrow$ Geschwindigkeit $v$
Schauerzähler	$\theta_\gamma, E_\gamma, e^-$ -Identifizierung	
$\mu$ -Kammer	$\mu$ -Nachweis (siehe Kap.5)	

## 1.4 Grundbegriffe der Dosimetrie

In diesem Paragraphen sollen die wichtigsten Größen und Einheiten behandelt werden, die ein Maß für die Strahlenbelastung z.B. des menschlichen Körpers aber auch von Materialien sind. Kurz soll auf die biophysikalischen Mechanismen eingegangen werden, die bei der Strahlengefährdung eine Rolle spielen. Naturgemäß kann dieser Paragraph nur als Anregung für weitere Lektüre dienen, da dieser Themenkomplex nicht im Mittelpunkt der Fragestellungen dieser Vorlesung steht.

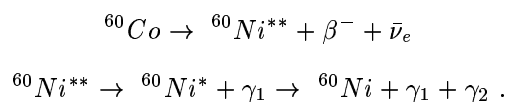
LITERATUR: [14, 15, 16, 17, 18, 19, 20]

### 1.4.1 Aktivität

Die **Aktivität** einer Strahlungsquelle ist ein Maß für die Zahl der Zerfälle pro Zeiteinheit. Die Einheit ist 1 Becquerel = 1 Bq. (früher 1 Curie = 1 C =  $3.7 \cdot 10^{10}$  Bq)

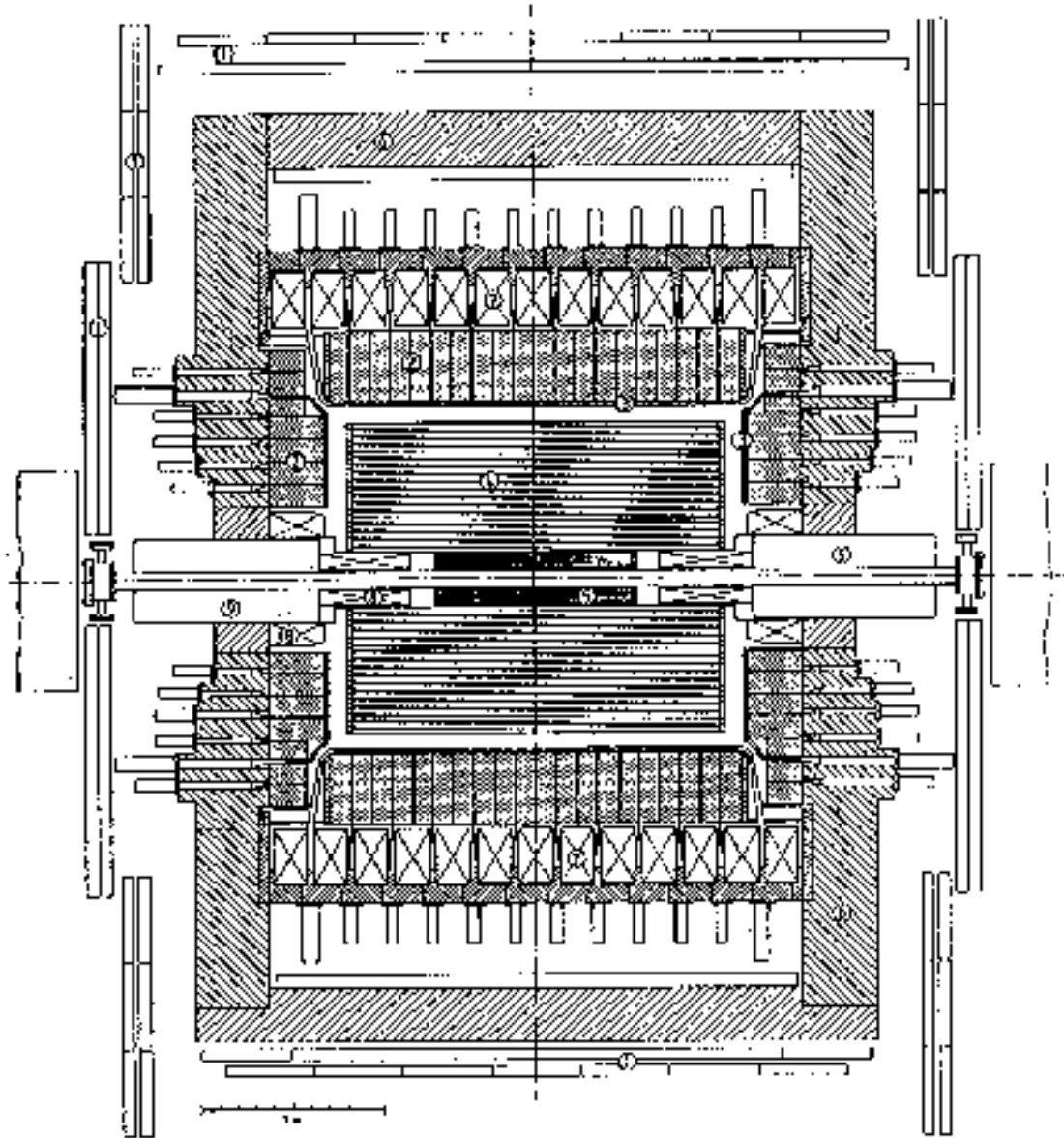
$$\text{Aktivität} \quad A = \frac{\text{Zerfälle}}{s} (\text{Bq}) .$$

Falls ein Kern mehr als ein Teilchen in zeitlicher Aufeinanderfolge aussendet, dann wird nur der 1. Zerfall gezählt. Diese Definition ist zum Teil darauf zurückzuführen, daß meßtechnische Probleme bei Kaskadenzerfällen existieren, die verschiedenen Teilchen getrennt nachzuweisen, z.B.:



Alle Teilchen werden innerhalb einer Zeit  $t < 10^{-10}$ s ausgesendet.

# ARGUS



- 1 – Myonkammer
- 2 – *em*-Schauerzähler
- 3 – Flugzeitzähler
- 4 – Driftkammer
- 5 – Vertexkammer
- 6 – Eisenabschirmung
- 7 – Solenoidspulen
- 8 – Kompensationsspulen
- 9 – Mini- $\beta$ -Quadrupole

Abbildung 1.24: Längsschnitt durch den ARGUS-Detektor

Die Aktivität ist daher nur ein grobes Maß für die Gefahr, die von einer Quelle ausgeht, da nur das 1. Teilchen gemessen wird und der unterschiedlich große Energieverlust/Wegeinheit sich nicht in der Größe der Aktivität widerspiegelt.  $\gamma$ - und  $\alpha$ -Teilchen z.B. wirken aber unterschiedlich stark auf die menschliche Zelle ein. Um aus Aktivitätsangaben sinnvolle Schlüsse zu ziehen, müssen sie auf eine Masse (Volumen) bezogen werden.

### 1.4.2 Dosis

Die **Dosis** ist die Strahlungsmenge, die von einer bestimmten Masse absorbiert wird. Man unterscheidet zwischen **Ionen-** und **Energiedosis**. Die **Ionendosis** hat die Einheit Coulomb pro kg (früher 1 Röntgen =  $2.54 \cdot 10^{-4} \frac{C}{kg}$ ). Da zur Bildung eines Ionenpaares ungefähr das Doppelte der Ionisationsenergie notwendig ist, entspricht der Ionendosis eine Energiedosis

$$[Ionendosis] = \frac{[Ladung]}{[Masse]} = \frac{1C}{kg} .$$

Die **Energiedosis** ist die Strahlungsmenge, die in einer vorgegebenen Masse eine bestimmte Energie deponiert. Ihre Einheit ist das Gray (1 Gy) und entspricht 1 Wattsekunde pro kg (früher rad = 0.01 Gy)

$$[Energiedosis] = \frac{[Energie]}{[Masse]} = \frac{Ws}{kg} = Gy .$$

Zahlenbeispiele:

Ganzkörperdosis	Folge
0.25 Gy	Gefährdung
4 Gy	mittlere letale Dosis
7 Gy	letal

Lokal kann man aber sehr wohl eine höhere Dosis deponieren, so benötigt man bei der endovasalen Brachytherapie z.B. 10 Gy – 20 Gy zur Bekämpfung der Restenose nach Ballonerweiterung zur Behandlung von Stenosen.

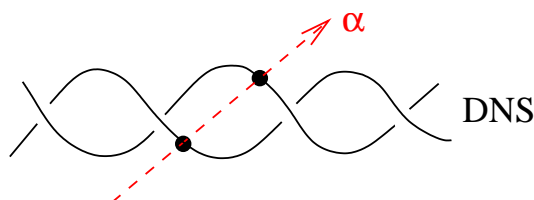
Welchem physikalischen Effekt entspricht eine Energiedeposition von 7 Gy beim Menschen?

$$7 Gy = \frac{7 Ws}{kg} = 7 \cdot 10^{-3} \frac{Ws}{g} = 2 \cdot 10^{-3} \frac{cal}{g} .$$

Da der Mensch zu 80 % aus Wasser besteht, entspricht die letale Ganzkörperdosis einer Erwärmung um  $\Delta T = 2 \cdot 10^{-3} K$ . Als Wärmezufuhr ist die letale Strahledosis also absolut harmlos, es müssen daher spezifische molekulare Strahlenschäden für die Gefährdung verantwortlich sein.

### 1.4.3 Äquivalenzdosis

Wir haben gesehen, daß die Energiedeposition allein noch nicht zur Charakterisierung einer Strahlenart ausreicht. Um dies zu erreichen, sei kurz angedeutet, worin man heute die ursächliche Wirkung der Strahlung sieht. Die Strahlenschäden werden vorwiegend in der DNS induziert. Bei Einzelstrangbrüchen wird der übliche, durch Enzyme vermittelte Reparaturmechanismus in Zellen wirksam. Bei Doppelstrangbrüchen ist dies beschränkt der Fall (1 von 20 Fällen mißlingt).



Man sieht, daß es auf die pro Längeneinheit deponierte Energie ankommt. Man muß etwa  $\frac{dE}{dx} = \frac{100 \text{ eV}}{\text{nm}}$  deponieren, um einen Doppelstrangbruch mit relativ hoher Wahrscheinlichkeit zu erzeugen (siehe Übungsaufgabe).

Zahlenbeispiele: Ein 4 MeV  $\alpha$ -Strahler hat eine Reichweite von 40  $\mu\text{m}$  in Wasser. Das entspricht einer Energiedeposition von 100 eV/nm. Ein  $\beta$ -Strahler der Energie 2 MeV hat eine Reichweite der Größenordnung 1 cm in  $H_2O$ . Dies entspricht einer Energiedeposition von 0.2 eV/nm.  $\alpha$ -Strahler sind also gefährlicher (siehe Abb.1.25).

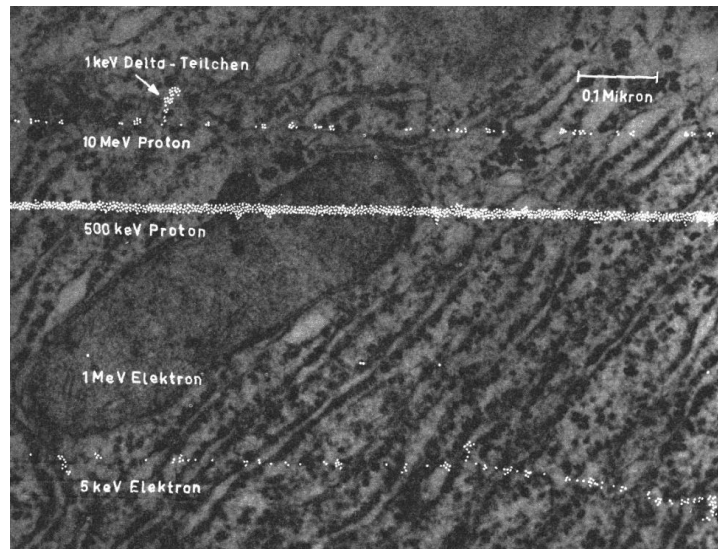


Abbildung 1.25: Ionisationsdichten verschiedener Strahlungsarten (Simulation)

**Hinweis:** Die Radiolyse von Wasser ist auch von Bedeutung. Die Bindung von Wassermolekülen wird dabei zerschlagen, wobei hochreaktive Radikale entstehen, die mit der Umgebung weiterreagieren und ebenfalls zu DNS-Brüchen führen: Hydratisierte  $e^-$ ,  $OH^*$  und  $H_2O^*$  spielen eine Rolle.

$$\text{Äquivalenzdosis} = \text{Energiedosis} * \text{Qualitätsfaktor} .$$

Der Qualitätsfaktor  $Q$  (RBW = relative biologische Wirksamkeit) der verschiedenen Strahlungstypen gibt Auskunft über die Wirkung (siehe [21]) :

Strahlung	RBW
$\beta$ -, $\gamma$ -Strahlung	1
Schnelle $n$	10
$\alpha$ -Strahlung	20
Kerne	20

Die Einheit der Äquivalenzdosis ist das Sievert (1Sv) (früher 1 rem = 0.01 Sv)

$$\text{Äquivalenzdosis} = H = Q \cdot D \text{ [Sv]}$$

mit dem Qualitätsfaktor  $Q$  ( $Q = 1$  für 200 keV Röntgenstrahlung)

Belastung des Menschen in seiner Umgebung siehe nachfolgende Tabelle sowie Abb.1.26.

extern	Kosmische Strahlung	30 mrem/a	300 $\mu\text{Sv/a}$
	Terr. Strahlung	42 mrem/a	420 $\mu\text{Sv/a}$
intern	$^{40}\text{K}$ in Muskeln	17 mrem/a	170 $\mu\text{Sv/a}$
sonstiges	Medizin	50 mrem/a	500 $\mu\text{Sv/a}$
	$U$ -Zerfallsreihe	40 mrem/a	400 $\mu\text{Sv/a}$
	$Th$ -Zerfallsreihe	10–20 mrem/a	100–200 $\mu\text{Sv/a}$
	Reaktoren	< 1 mrem/a	<10 $\mu\text{Sv/a}$
	Nachwirkungen von		
	Tschernobyl in NRW	$\approx 5$ mrem/a	50 $\mu\text{Sv/a}$
	1 Transatlantikflug	5 mrem/a	50 $\mu\text{Sv/a}$

(siehe [21]).

Somit sind Stewardessen wesentlich stärker strahlengefährdet als das Personal eines Kernkraftwerks beim Normalbetrieb [20].

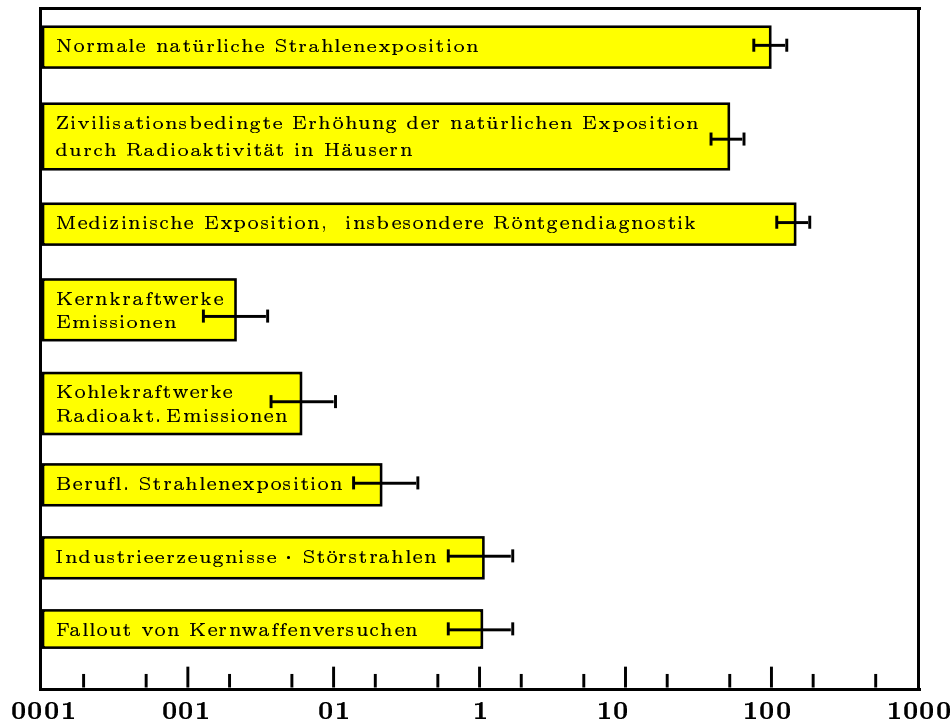


Abbildung 1.26: Quellen der Strahlenbelastung (Dosis in 100  $\mu\text{Sv}$ ). Man achte auf die Variationsbreite der Angaben und die logarithmische Skala.

#### 1.4.4 Risiken der Strahlung

Wir haben in den vorangegangenen Abschnitten gesehen, daß Strahlung Zellen schädigen kann, d. h. sie stellt eine Gefahr für den menschlichen Körper dar. Wir wollen in diesem Abschnitt versuchen, diese Gefahr quantitativ zu fassen. Das Problem, zu einer Abschätzung der Gefahren zu kommen, liegt darin, daß neben der Strahlung viele andere Mechanismen zur Zellschädigung beitragen können und damit den Einfluß radioaktiver Strahlung überdecken. Außerdem ist es schwierig, ein quantitatives Maß für die Gefährdung zu formulieren. Wir wollen hier zum Vergleich die Risikoerhöhung durch Zigaretten verwenden, da Rauchen in der Gesellschaft trotz Gefährdung akzeptiert wird. Die Ergebnisse, die hier vorgelegt werden, beruhen neben den oben angegebenen Zitaten auf folgender zusätzlicher Literatur:

1. Materialien des Grundkurses zum Strahlenschutz, Lehrgang Nr.3, 1996, FH Aachen Abt. Jülich
2. Science, Nature, New Scientist, Jahrgänge 1981–2001

Man unterscheidet zwischen **genetischen** und **somatischen** Schäden.

### Genetische Schäden

Zitat ① und Science 9.9.1988, p.1286

Um die Zahl der genetischen Schädigungen gegenüber den natürlichen zu **verdoppeln**, sind integrale Strahlendosen von 1.5 ... 2.5 Sv notwendig. Diese Werte müssen mit den jährlichen Belastungen von etwa 3 mSv/a durch die Umgebungsstrahlung verglichen werden. Von 1000 männlichen Keimzellen sind durch **Nicht**-Strahlungseffekte ~ 140 mutiert. 10 mSv lösen bei 1000 männlichen Keimzellen ~ 2 Mutationen aus.

### Somatische Schäden

Man unterscheidet zwischen *Frühschäden*, die bei sehr hoher Strahlenbelastung auftreten und *Spätschäden*.

#### Frühschäden

Diese spielen in Extremsituationen eine Rolle. Unter diesen Bedingungen wird vornehmlich der Lebenszyklus von Zellen beeinflusst, die eine hohe Zellteilungsrate besitzen (Knochenmark, Milz, Lymphknoten, Darmzellen, ...). Durch die Strahlenschäden wird die Zellteilungsrate reduziert. Da diese Zellen nur eine geringe Lebensdauer besitzen 0 (1 Tag), nimmt die Zahl der Zellen rapide ab. Je nach der aufgetretenen Ganzkörperdosis beobachtet man unterschiedliches Verhalten des Körpers.

Schwellendosis	0.25 Sv	kurzzeitige Änderung des Blutbildes
Subletale Dosis	~ 1 Sv	Vorübergehende Strahlenkrankheit, Abnahme der Zahl der Leukozyten, meist baldige Erholung
Mittelletale Dosis	~ 4.5 Sv	Weitere Abnahme der Leukozytenzahl und Granulozyten, große Infektionsneigung, ~ 50 % Todesfälle
Letale Dosis	> 7 Sv	

#### Spätschäden

Diese sind im allgemeinen Fall von Interesse. Hier sind die Reparaturmechanismen der Zelle, die zur Behebung der bereits **ohne** radioaktive Strahleneinwirkung (Wärme, Licht, Chemikalien) in der Zelle hervorgerufenen Schäden eine Rolle spielen, von besonderer Bedeutung (Bakterium *Deinococcus radiodurans* überlebt < 30 000 Gy, es hat einen besonders effektiven Reparaturmechanismus entwickelt, da es häufig dehydriert wird und dabei DNS zerbricht). Diese Effekte überdecken aber bei kleiner Strahlendosis deren Effekt. Man kann nur bei hoher Dosis den Einfluß der Strahlung messen und muß zu kleiner Dosis hin extrapolieren.

Nature 15.10.1987, p.590

Folgen von Hiroshima:

Dosis	0 Gy	0.01 ... 0.1 Gy	0.5 – 1 Gy	1 Gy – 2 Gy
Personen (Sv × a)	764 000	561 200	102 800	76 600
Krebstote	1816	1298	270	222
Tote erwartet mit Dosis 0 Gy	1816	1333	244	182

Diese Tabelle zeigt, daß selbst bei Extrembelastungen die Zahl der beobachteten Krebstoten nur knapp statistisch signifikant über der Anzahl Krebstoter aufgrund anderer Umwelteinflüsse (Rauchen, Dieselabgase, Fasern, ...) liegt.



Ein weiteres Problem besteht darin, daß es nicht nur auf die Dosis, sondern auch auf die Dosisleistung ankommt, denn der Reparaturmechanismus benötigt etwa 10–20 Min., d. h. 20–50 Schädigungen/Zelle können pro Tag repariert werden.

Als weiteren Effekt sollte man beachten, daß man bei Belastung eine erhöhte Produktion der Reparaturenzyme beobachtet hat, d. h. geringe Mengen von Strahlung können gesundheitsfördernd sein. So ist es vielleicht nicht sinnlos, daß z. B. Heilwasser eine übernormale, geringe Menge radioaktiver Stoffe enthalten müssen (biopositive Strahlenwirkung (Lit. 1)).

Die Erhöhung des Krebsrisikos durch die natürliche Strahlung liegt bei 1% ... 6% (Phys. Bl. 38 (1982) 140).

Will man aufgrund dieser Informationen das **Risiko** abschätzen, dann muß man beachten, daß neben rationalen Argumenten offenbar auch subjektive Faktoren eine Rolle spielen:

Scientific American, Feb. 1982 S.36 objektives Risiko  
S.37 subjektive Einschätzung des Risikos

Unsere Gesellschaft muß es wieder lernen, auf rationale Weise an diese Probleme heranzugehen.

„1 Zigarette  $\hat{=}$  1 mrem Strahlenbelastung“

Nature 7.2.1991, p.450