

Name:

Gruppe:

Aufgabenblatt 11 – Experimentalphysik V – WS 2011/2012

Abgabe: Do/Fr 19./20.01.2012 (in den Übungsgruppen)

11.1 Wärmeleitfähigkeit von Lithiumfluorid (25 Punkte)

Abbildung 1 zeigt das Ergebnis von Wärmeleitfähigkeitsmessungen an vier LiF-Kristallproben (A-D) in einem Temperaturbereich unterhalb der Debye-Temperatur. LiF lässt sich in sehr hoher Reinheit herstellen, so dass die hier zu betrachtenden Transportphänomene besonders schön zu erkennen sind. Die Proben A-D unterscheiden sich in ihrer Querschnittsfläche. Für diese Aufgabe nehme wir an, dass die Proben lange Zylinder unterschiedlichen Durchmessers sind, deren Wärmeleitfähigkeit in Richtung der Zylinderachse gemessen wird.

- Welche Streuprozesse sind weit oberhalb und weit unterhalb der Temperatur des Maximums für die Temperaturabhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit verantwortlich?
- Geben Sie einen Ausdruck für die Temperaturabhängigkeit im unteren Bereich an. Welche der Proben hat den größten Durchmesser?
- Geben Sie einen Ausdruck für die spezifische Wärme C_V (pro Volumen) im Limes tiefer Temperaturen an (Debye-Näherung) und berechnen Sie den entsprechenden Wert für den LiF Kristall. Schätzen Sie damit und mit einer effektiven Schallgeschwindigkeit von $v_D = 6000$ m/s den Durchmesser der größten der vier Proben ab.

Hinweis: Die Teilchendichte $\frac{N}{V}$ ist durch $\frac{\rho}{M_{Li}+M_F}$ gegeben.

(Debye-Temperatur: $\theta_D=732$ K, Dichte $\rho = 2.64$ g/cm³, Atommassen: $M_{Li} = 6,94$ u, $M_F = 19,0$ u)

11.2 Fermi-Energien von Metallen (25 Punkte)

In Datensammlungen findet man Werte für die Fermi-Energie von Metallen, z.B. 3.64 eV für Barium (bcc, $a = 5.02$ Å) und 2.12 eV für Kalium (bcc, $a = 4.33$ Å).

- Wievielen freien Elektronen pro Atom entsprechen die angegebenen Energien?
- Wie groß sind die Fermi-Geschwindigkeiten und Fermi-Temperaturen in den beiden Metallen?

11.3 Spezifische Wärme von Natrium (25 Punkte)

Vergleichen Sie das Verhältnis des phononischen und des elektronischen Beitrags zur spezifischen Wärme für Natrium (bcc Gitter mit $a = 5.62$ Å, Debye-Temperatur $\theta_D = 158$ K, ein freies Elektron/Atom).

- Wie groß ist das Verhältnis der beiden Beiträge bei Raumtemperatur? Warum überwiegt der phononische Beitrag obwohl Natrium ein freies Elektron pro Atomrumpf hat ($n = N$)?
- Unterhalb welcher Temperatur überwiegt der elektronische Beitrag zur spezifischen Wärme?

11.4 Elektrische Leitfähigkeit und Wärmeleitfähigkeit (25 Punkte)

Für Metalle wird bei sehr hohen Temperaturen ($T \gg \theta_D$), sowie bei sehr niedrigen Temperaturen ($T \ll \theta_D$) sowohl die thermische wie auch die elektrische Leitfähigkeit durch die freien Elektronen bestimmt. Das Verhältnis aus der thermischen und der elektrischen Leitfähigkeit ist in diesen Bereichen materialunabhängig und direkt proportional zur Temperatur: $\frac{\kappa}{\sigma} = LT$.

- Berechnen Sie die Proportionalitätskonstante L (Lorenz-Zahl).
- Sie haben drei Goldproben gegeben, die in unterschiedlichen Verfahren hergestellt wurden (Au: fcc-Gitter mit Gitterkonstante $a=4.08 \text{ \AA}$ und einem freien Elektron/Atom). Lesen Sie in Abbildung 2 den spezifischen Widerstand $\rho = 1/\sigma$ bei $T < 5 \text{ K}$ ab und berechnen Sie daraus die mittlere freie Weglänge der Elektronen in den drei Proben. Welche der drei Proben hat die wenigsten Gitterdefekte?
- Schätzen Sie den Beitrag der Leitungselektronen zur spezifischen Wärmeleitfähigkeit der Proben bei einer Temperatur von 5 K ab.

11.5 Energiebänder im einfachen kubischen Gitter (25 Punkte)

Gleichartige Atome seien in einem sc-Gitter mit der Gitterkonstante a angeordnet und steuern jeweils zwei Elektronen zum System der delokalisierten (Leitungs-)Elektronen bei.

- Berechnen Sie den Betrag des Fermi-Wellenvektors k_F . Liegt der Vektor in $[1 0 0]$ -Richtung in der ersten Brillouin-Zone (BZ)? Liegt er in $[1 1 1]$ -Richtung in der ersten BZ? Warum haben Wellenvektoren für Elektronen ausserhalb der ersten BZ eine physikalische Bedeutung?
- Im Rahmen der Näherung des leeren Gitters ($U(x) \rightarrow 0$) ist die Energie des fast freien Elektronengases gegeben durch $E(\vec{k}) = (\hbar^2/2m)\vec{k}^2$. Skizzieren Sie in zwei getrennten Bildern die Energieabhängigkeit $E(\vec{k})$ entlang der Achse $[1 0 0]$ und entlang der Achse $[1 1 1]$ in den ersten beiden BZ. Benutzen Sie dabei das reduzierte Zonenschema (d.h. schieben Sie die zweite BZ in die erste BZ). Markieren Sie in beiden Bildern farblich die besetzten Zustände ($|\vec{k}| < |\vec{k}_F|$). Welche der beiden Energiebänder sind jeweils gefüllte, welche sind teilweise gefüllt und welche sind leer? Ist der vorliegende Kristall ein Leiter oder ein Isolator? Begründen Sie Ihre Antwort.

11.6 Bänder stark gebundener Elektronen (25 Punkte)

Wir betrachten einen Kristall aus zweiwertigen Atomen mit einfach kubischem Gitter ($a = 0.4 \text{ nm}$). Die Bänder der Leitungs(L)- und Valenz(V)-Elektronen seien durch

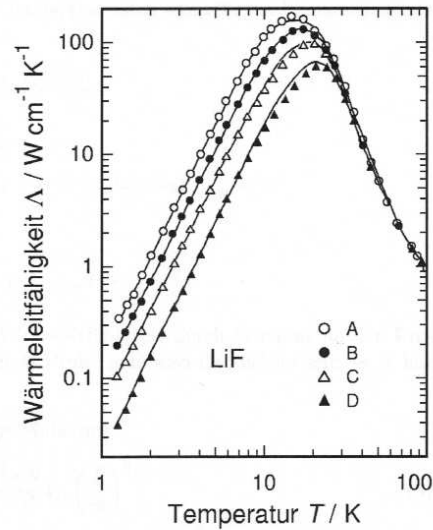
$$E_i = E_i^0 - \beta_i [\cos(q_x a) + \cos(q_y a) + \cos(q_z a)]$$

mit den Parametern $E_V^0 = 0 \text{ eV}$, $E_L^0 = 12 \text{ eV}$, $\beta_V = -0,8 \text{ eV}$, $\beta_L = 1.5 \text{ eV}$ beschrieben.

- Skizzieren Sie die Dispersionsrelation der Leitungs- und Valenzelektronen in x -Richtung ($q_y=q_z=0$) und zeichnen Sie ein, welche Zustände bei $T = 0 \text{ K}$ besetzt sind.

Durch Absorption eines Photons wird ein Elektron mit $q = 10^8 \text{ m}^{-1}$ vom gefüllten V-Band ins leere L-Band gehoben.

- b) Wie groß sind nach dieser Absorption die effektiven Massen m_h/m_0 und m_e/m_0 von erzeugtem Loch (h) und angeregtem Elektron (e)? (m_0 : Masse des freien Elektrons)
- c) Wie groß sind die Geschwindigkeiten v_h und v_e ?
- d) Welche Beschleunigung a_h und a_e erfahren die Ladungsträger in einem elektrischen Feld der Stärke 10 V/m in x-Richtung?



Temperatur [K]

Abbildung 1: Wärmeleitfähigkeit reiner Lithiumfluoridkristalle unterschiedlichen Durchmessers [aus P.D. Thacher, Phys. Rev. 156 (1967).].

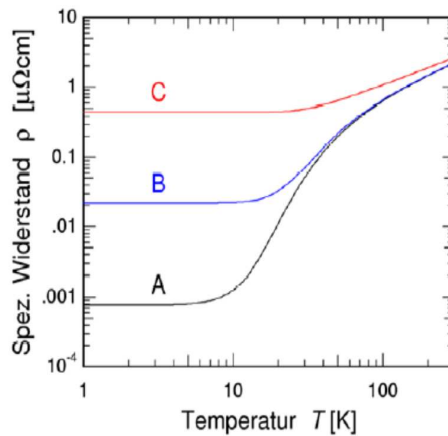


Abbildung 2: Spezifischer Widerstand von Goldproben mit unterschiedlicher Verteilung von Gitterdefekten.