Inaugural–Dissertation

zur
Erlangung der Doktorwürde
der
Naturwissenschaftlich–Mathematischen Gesamtfakultät
der
Ruprecht–Karls–Universität
Heidelberg

vorgelegt von
Dipl.–Phys. Marco Werner–Kiwull
aus Bad Godesberg

Untersuchungen zur Partondynamik in der tief inelastischen Streuung bei kleinem x: 2–Jet–Wirkungsquerschnitte und Energiefluss

Gutachter: Prof. Dr. Franz Eisele
Prof. Jürgen von Krogh, PhD

Zusammenfassung

Vorgestellt werden Untersuchungen der Kinematik und des Energieflusses in tief inelastischen 2–Jet–Ereignissen bei kleinen Werten von Bjorken–x. Es wurde der differentielle 2–Jet–Wirkungsquerschnitt als Funktion des Photon–Impulsbruchteils x_γ gemessen. Die Messung beruht auf einer vom H1–Detektor am ep–Speicherring HERA aufgezeichneten integrierten Luminosität von $1.962\,\mathrm{pb}^{-1}$ des Jahres 1994. Im Phasenraum der tief inelastischen Streuung ist der kinematische Bereich durch $10^{-4} < x < 10^{-2}$ und $5\,\mathrm{GeV}^2 < Q^2 < 100\,\mathrm{GeV}^2$ gegeben. Der Phasenraum der mit dem k_T–Algorithmus identifizierten Jets ist im hadronischen Schwerpunktsystem durch $p_\mathrm{T}^* > 4\,\mathrm{GeV}$ und $-2.5 < \eta^* < 0$ definiert. Monte–Carlo–Vorhersagen mit direkt wechselwirkendem Photon, Matrixelementen $\mathcal{O}(\alpha_\mathrm{s})$ und DGLAP– oder CDM–Partonkaskaden sind nicht kompatibel mit den Daten. Sowohl der 2–Jet–Wirkungsquerschnitt im Bereich $0.1 < x_\gamma < 0.75$ als auch der Energiefluss außerhalb der Jets in der Photonrichtung wird von solchen Modellen zu niedrig vorhergesagt. Die zusätzliche Berücksichtigung eines Beitrags des aufgelösten virtuellen Photons mit Matrixelementen $\mathcal{O}(\alpha_\mathrm{s}^2)$ und DGLAP–Partonschauern gibt eine bessere Beschreibung der gemessenen Verteilungen. Der differentielle 2–Jet–Wirkungsquerschnitt für $0.1 < x_\gamma < 1$ wird mit NLO–Berechnungen $\mathcal{O}(\alpha_\mathrm{s}^2)$ und $\mathcal{O}(\alpha_\mathrm{s}^3)$ für direkte bzw. aufgelöste Prozesse verglichen.

Für Jannis

Nicht aus dem Tore gehend,
Erkennt man die Welt,
Nicht aus dem Fenster spähend,
Erschaut man des Himmels Aufführung.
Je weiter einer schweift,
Um so geringer wird sein Erkennen.
Darum der Berufene:
Nicht hingehend erkennt er doch,
Nicht hinsehend benennt er doch,
Nicht handelnd vollendet er doch.

Lao–Tse: Tao–te–king, der siebenundvierzigste Spruch.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **1**

2 Definitionen **3**
2.1 Kinematik der tief inelastischen Streuung 3
2.2 Kinematik der 2–Jet–Produktion 5
2.2.1 Prozesse mit direktem Photon 5
2.2.2 Prozesse mit aufgelöstem Photon 6
2.3 Bezugssysteme 7
2.4 Der Jet–Algorithmus 10
2.5 Bestimmung von x_γ 10
2.6 Energiefluss 11
2.6.1 Jetprofile 11
2.6.2 Profile der Photonhemisphäre 12
2.7 Einheiten 13

3 Theoretische Grundlagen **15**
3.1 Tief inelastische Streuung 15
3.2 QCD und die Struktur des Protons 16
3.2.1 Das Konzept der Partondichtefunktion 16
3.2.2 Die DGLAP–Entwicklung 16
3.2.3 Die BFKL–Entwicklung 17
3.2.4 Der harte Streuprozess 19
3.3 Die Struktur des Photons 19
3.4 Bisherige Messungen 22
3.5 Ziel dieser Untersuchung 25
3.6 Monte–Carlo–Modelle 25

4 Definition des Wirkungsquerschnitts **29**

5 Der H1–Detektor am Speicherring HERA **31**
5.1 HERA 31
5.2 Aufbau des H1–Detektors 31

6 Selektion der Ereignisse **35**
6.1 Auswahl der Runs 35
6.2 Trigger 35
6.3 Selektion tief inelastischer Ereignisse 36

6.3.1 Natur des Untergrunds . . . 36
6.3.2 Energie des gestreuten Positrons . . . 36
6.3.3 Schnitte zur Positron–Identifikation . . . 36
6.3.4 Ereignisvertex . . . 38
6.3.5 Schnitt auf $\Sigma(E - p_z)$ . . . 38
6.3.6 Eingrenzung des Phasenraums . . . 39
6.4 Beschreibung der DIS durch Monte–Carlo–Generatoren . . . 41
6.5 Selektion der 2–Jet–Ereignisse . . . 45
6.5.1 Rekonstruktion von Teilchenenergien im Detektor . . . 45
6.5.2 Definition der kombinierten Objekte . . . 46
6.5.3 Eingrenzung des 2–Jet–Phasenraums . . . 47
6.6 Irreduzibler Untergrund . . . 48
6.7 Effizienz und Reinheit der Selektion . . . 49
6.8 Auflösung gemessener Größen . . . 51
6.9 Zusammenfassung . . . 56

7 Vergleich der Daten mit Monte–Carlo–Modellen 57
7.1 Einleitung . . . 57
7.2 Kinematik . . . 58
7.2.1 Alle 2–Jet–Ereignisse . . . 58
7.2.2 Anreicherung von direkten Ereignissen . . . 70
7.2.3 Anreicherung von aufgelösten Ereignissen . . . 73
7.3 Jetprofile . . . 76
7.4 Energie im BEMC . . . 76
7.5 Profile der Photonhemisphäre . . . 81
7.6 Zusammenfassung . . . 83

8 Der differentielle 2–Jet–Wirkungsquerschnitt 85
8.1 Korrektur auf Hadron–Ebene . . . 85
8.1.1 Korrekturverfahren . . . 85
8.1.2 Faktorisierung radiativer Korrekturen . . . 88
8.1.3 Korrektur auf Detektor–Effekte . . . 89
8.1.4 Korrektur auf QED–Effekte . . . 89
8.1.5 Systematische Fehlerquellen . . . 90
8.1.6 Ergebnis . . . 91
8.2 Korrektur auf Parton–Ebene . . . 93
8.2.1 Hadronisierungseffekte . . . 93
8.2.2 Korrekturverfahren . . . 93
8.2.3 Bedeutung von x_γ auf der Parton–Ebene . . . 95
8.2.4 Ergebnis . . . 96

9 Interpretation der Ergebnisse 98
9.1 Vergleich mit Modellen niedrigster Ordnung der QCD . . . 98
9.2 Vergleich mit Modellen höherer Ordnung . . . 100

10 Zusammenfassung 106

A Methoden der Bestimmung von x_γ **108**

B Der differentielle 2–Jet–Wirkungsquerschnitt **110**

Literaturverzeichnis **112**

Abbildungsverzeichnis

2.1 Feynman–Diagramm der DIS im QPM 3
2.2 Diagramm der 2–Jet–Produktion mit direktem Photon 6
2.3 Diagramm der 2–Jet–Produktion mit aufgelöstem Photon 7
2.4 Definition der Photon– und der Protonhemisphäre 9
2.5 Definition der Jetprofile in η^* und Φ^* 12
2.6 Die Photonhemisphäre in den Koordinaten $\cos\alpha_{\hat{x}}$ und $\cos\alpha_{\hat{y}}$ 13

3.1 Leiterdiagramm zur QCD–Partonentwicklung in der DIS 18
3.2 SaS2M–Partonverteilungen im virtuellen Photon 21
3.3 Leiterdiagramm der DIS mit aufgelöstem virtuellen Photon 22
3.4 H1–Messergebnisse zu Teilchenspektren $\mathrm{d}n/\mathrm{d}x$ 24

4.1 Korrelation zwischen Parton– und Hadron–Jets 30

5.1 Der H1-Detektor im Aufriss 32

6.1 Effizienz des BEMC–Triggers als Funktion von E'_e 37
6.2 Verteilung gemessener DIS–Ereignisse in x und Q^2 40
6.3 z–Koordinate des Ereignisvertex in DIS–Ereignissen 41
6.4 θ_e in DIS–Ereignissen 41
6.5 $Q = \sqrt{Q^2}$ in DIS–Ereignissen 42
6.6 E'_e in DIS–Ereignissen 42
6.7 y in DIS–Ereignissen 43
6.8 $\sum_i (E - p_z)$ in DIS–Ereignissen 43
6.9 Anzahl heißer Zellen im BEMC in DIS–Ereignissen 44
6.10 Energie heißer Zellen im BEMC in DIS–Ereignissen 45
6.11 Abstand der heißesten Zelle zum Positron–Cluster in DIS–Ereignissen . 46
6.12 $p_{\mathrm{T,Had}}/p_{\mathrm{T,e}}$ mit Clustern und mit kombinierten Objekten 47
6.13 $p^*_{\mathrm{T},1}$ gegen $p^*_{\mathrm{T},2}$ mit Schnittkonturen 48
6.14 Effizienz des Schnitts auf die Labor–Pseudorapität der Jets 50
6.15 Korrelation und Auflösung für y und θ_e 52
6.16 Korrelation und Auflösung für η^* und Φ^* 54
6.17 Korrelation und Auflösung für p^*_T 54
6.18 Korrelation und Auflösung für x_γ nach Methode A 55
6.19 Korrelation und Auflösung für x_γ nach Methode B 55
6.20 Korrelation und Auflösung für x_γ nach Methode C 55

7.1 E'_e in 2–Jet–Ereignissen 59

7.2 y in 2–Jet–Ereignissen 60
7.3 $Q = \sqrt{Q^2}$ in 2–Jet–Ereignissen 61
7.4 x in 2–Jet–Ereignissen 62
7.5 η_1^* in 2–Jet–Ereignissen 62
7.6 η_2^* in 2–Jet–Ereignissen 63
7.7 $\overline{\eta^*}$ in 2–Jet–Ereignissen 63
7.8 p_{T}^* beider Jets in 2–Jet–Ereignissen 64
7.9 $\overline{p_{\mathrm{T}}^*}/Q$ in 2–Jet–Ereignissen 64
7.10 Bruchteil $f(E)_{\mathrm{Spur}}$ in 2–Jet–Ereignissen 65
7.11 x_γ nach der $(E - P_z)$–Methode 66
7.12 x_γ nach der Photonrest–Methode 67
7.13 Korrelation zwischen $x_{\gamma,\mathsf{B}}$ und $x_{\gamma,\mathsf{A}}$ 68
7.14 Korrelation zwischen $x_{\gamma,\mathsf{C}}$ und $x_{\gamma,\mathsf{A}}$ 68
7.15 Korrelation zwischen $x_{\gamma,\mathsf{C}}$ und $x_{\gamma,\mathsf{B}}$ 68
7.16 $x_{\gamma,\mathsf{A}}$ in drei verschiedenen Bereichen von Q^2 69
7.17 y in 2–Jet–Ereignissen mit $\log_{10} x > -2.75$ 70
7.18 $Q = \sqrt{Q^2}$ in 2–Jet–Ereignissen mit $\log_{10} x > -2.75$ 71
7.19 $\overline{\eta^*}$ in 2–Jet–Ereignissen mit $\log_{10} x > -2.75$ 72
7.20 x_γ bei $\log_{10} x > -2.75$ 72
7.21 y in 2–Jet–Ereignissen mit $\log_{10} x < -3.25$ 73
7.22 $Q = \sqrt{Q^2}$ in 2–Jet–Ereignissen mit $\log_{10} x < -3.25$ 74
7.23 $\overline{\eta^*}$ in 2–Jet–Ereignissen mit $\log_{10} x < -3.25$ 74
7.24 x_γ bei $\log_{10} x < -3.25$ 75
7.25 Jetprofile in $\Delta\eta^*$ 78
7.26 Jetprofile in $\Delta\Phi^*$ 79
7.27 Anzahl heißer Zellen im BEMC in 2–Jet–Ereignissen 80
7.28 Abstand der heißesten Zelle zum Positron–Cluster in 2–Jet–Ereignissen 80
7.29 Energie heißer Zellen in 2–Jet–Ereignissen 81
7.30 Transversalenergie–Profile der Photonhemisphäre 82
7.31 Transversalenergie in der Photonhemisphäre 83

8.1 Effizienz, Reinheit und Stabilität für die Detektorkorrektur 86
8.2 $\mathrm{d}\sigma_2/\mathrm{d}x_\gamma$ korrigiert auf Hadron–Ebene 92
8.3 Korrelation in x_γ zwischen Parton– und Hadron–Ebene 94
8.4 Effizienz, Reinheit und Stabilität für die Hadronisierungskorrektur . . . 94
8.5 Korrelation zwischen $x_{\gamma,\mathrm{true}}$ und $x_{\gamma,\mathrm{part}}$ 96
8.6 $\mathrm{d}\sigma_2/\mathrm{d}x_\gamma$ korrigiert auf Parton–Ebene 97

9.1 Vergleich von $\mathrm{d}\sigma_2/\mathrm{d}x_\gamma$ mit DJANGO/ARIADNE und RAPGAP 99
9.2 Vergleich von $\mathrm{d}\sigma_2/\mathrm{d}x_\gamma$ mit JetViP (Variation der Skala μ^2) 101
9.3 Vergleich von $\mathrm{d}\sigma_2/\mathrm{d}x_\gamma$ mit JetViP (verschiedene Skalen μ^2) 102
9.4 Vergleich von $\mathrm{d}\sigma_2/\mathrm{d}x_\gamma$ mit JetViP (verschiedene PDF) 103
9.5 Vergleich der Partonverteilungen SaS2M und DG(GS) 104

Tabellenverzeichnis

4.1 Definition des Phasenraums für $\mathrm{d}\sigma_2/\mathrm{d}x_\gamma$ 29

6.1 Zahlen der Monte–Carlo–Ereignisse auf Hadron– und Detektor–Ebene . 49
6.2 Effizienz und Reinheit der DIS–Selektion und der 2–Jet–Selektion . . . 49
6.3 Übersicht über die Selektionsschnitte 56

8.1 Einteilung der Bins in x_γ 85
8.2 Monte–Carlos zur Bestimmung der Detektorkorrektur 89
8.3 Korrekturfaktoren für die Detektorkorrektur 89
8.4 Faktoren für die Korrektur auf QED–Effekte 90
8.5 Systematischer Energieskalenfehler 91
8.6 Faktoren für die Hadronisierungskorrektur 95

B.1 Messergebnisse $\mathrm{d}\sigma_2/\mathrm{d}x_\gamma$ auf Hadron–Ebene 110
B.2 Messergebnisse $\mathrm{d}\sigma_2/\mathrm{d}x_\gamma$ auf Parton–Ebene 111

Kapitel 1

Einleitung

Der Gegenstand dieser Untersuchung ist die Wechselwirkung zwischen den elementaren Bausteinen der Materie, die nach dem gegenwärtigen Stand des Wissens aus Quarks und Leptonen aufgebaut ist. Die Theorie der Quantenchromodynamik erklärt erfolgreich viele Aspekte der starken Wechselwirkung zwischen Quarks. Insbesondere ermöglicht sie, mit einem störungstheoretischen Formalismus die Streuung von Quarks bei hohem Impulsübertrag durch den Austausch von Feldquanten, den Gluonen, zu beschreiben.

Solche harten Prozesse können unter anderem in der tief inelastischen Streuung von Elektronen oder Positronen an Protonen beobachtet werden: Ein virtuelles Photon, welches an das geladene Lepton koppelt, geht in eine Streuung mit einem Parton (d. h. Quark oder Gluon) aus dem Proton ein. Ein kleiner Teil der Ereignisse zeichnet sich durch zwei kollimierte hochenergetische Teilchenbündel (Jets) aus, als welche sich die hadronisierten Quarks und Gluonen des Endzustands im Experiment manifestieren.

Der innere Aufbau des Protons aus seinen Konstituenten ist hingegen grundsätzlich nicht im Rahmen der perturbativen Quantenchromodynamik deduzierbar, sondern wird durch Verteilungsfunktionen von Quarks und Gluonen parametrisiert. Diese Strukturfunktionen wurden in verschiedenen Experimenten über einen weiten Bereich des Phasenraums recht genau gemessen. Die Störungstheorie vermag jedoch die Dynamik der Partondichten, d. h. ihre differentielle Entwicklung als Funktion ihrer Parameter, vorauszusagen.

Mit dem H1–Detektor am ep–Speicherring HERA kann die tief inelastische Streuung in einem besonders interessanten Bereich beobachtet werden, nämlich bei sehr kleinen Werten der Bjorken–Variablen x, welche ein Maß für den Impulsbruchteil des gestreuten Partons aus dem Proton ist. Hier konkurrieren verschiedene theoretische Näherungen und Modelle miteinander, deren Gültigkeitsgrenzen a priori nur vage bekannt sind. Sie zeichnen sich phänomenologisch durch Unterschiede in den kinematischen Verteilungen der Partonen (Quarks und Gluonen) im Endzustand aus. Von aktuellem Interesse ist dabei das Modell eines virtuellen Photons, welches in einen Zustand fluktuieren kann, dessen innere Struktur—analog zum Proton—durch Partondichten beschreibbar ist. In diesem Bild nimmt in einem Teil der Ereignisse nicht das Photon als Ganzes an der harten Streuung teil, sondern nur eines seiner Partonen mit einem Bruchteil x_γ des Photonimpulses.

Experimentelle Aussagen über die zugrunde liegende Theorie sind nur dann möglich,

wenn die gemessenen Observablen die Kinematik des partonischen Endzustands ausreichend genau wiedergeben. In der vorliegenden Arbeit werden deshalb Ereignisse mit zwei Jets analysiert, die gut korreliert sind mit den ausgehenden Partonen von störungstheoretisch berechenbaren Subprozessen. Darüber hinaus wird auch der Energiefluss außerhalb der Jets in solchen Ereignissen mit Modellvorhersagen verglichen.

Die Arbeit gliedert sich wie folgt:

Im nächsten Kapitel sind die formalen Definitionen von Variablen, Methoden, Notationen, etc. zusammengestellt, die für die weitere Darstellung benötigt werden. Kapitel 3 gibt eine Einführung in die theoretischen Grundlagen und die Näherungen der Quantenchromodynamik bei kleinem x. Hier wird auch die Implementierung der Theorie in Modellen diskutiert, deren Vorhersagen später mit den Messergebnissen konfrontiert werden. Daran schließt sich die Definition der zentralen Messgröße dieser Untersuchung an, nämlich des differentiellen 2–Jet–Wirkungsquerschnitts als Funktion von x_γ.

Es folgt in Kapitel 5 eine kurz gehaltene Darstellung der experimentellen Rahmenbedingungen am H1–Detektor beim Speicherring HERA. Kapitel 6 beschreibt die Selektion der tief inelastischen 2–Jet–Ereignisse basierend auf den H1–Daten des Jahres 1994.

In Kapitel 7 werden gemessene unkorrigierte Verteilungen mit Monte–Carlo–Simulationen verglichen. Dabei soll geklärt werden, (a) in welchem Phasenraumgebiet der 2–Jet–Produktion welches Modell die Messung reproduzieren kann, und (b) inwieweit sich die Modelle auch im Energiefluss außerhalb der Jets unterscheiden.

Die Korrektur des differentiellen 2–Jet–Wirkungsquerschnitts auf Detektor–, QED– und Hadronisierungseffekte wird in Kapitel 8 dargestellt. Es folgt eine Interpretation des gewonnenen Messergebnisses auf Hadron– und auf Parton–Ebene im Vergleich mit verschiedenen theoretischen Vorhersagen.

Die Arbeit schließt mit einer Zusammenfassung der wesentlichen Erkenntnisse.

Kapitel 2

Definitionen

2.1 Kinematik der tief inelastischen Streuung

Die tief inelastische ep–Streuung (*Deep Inelastic Scattering*, DIS) im Quark–Parton–Modell (QPM) ist in Abbildung 2.1 als Feynman–Diagramm dargestellt: Das einlaufende geladene Lepton, im vorliegenden Fall ein Positron (Viererimpuls k), streut an einem Quark des Protons (p) unter Austausch eines virtuellen Photons (q). Die Variable ξ misst den Impulsbruchteil des Quarks am Proton. Der Endzustand ist durch ein gestreutes Positron[1] (k') und ein hadronisches System (H) charakterisiert.

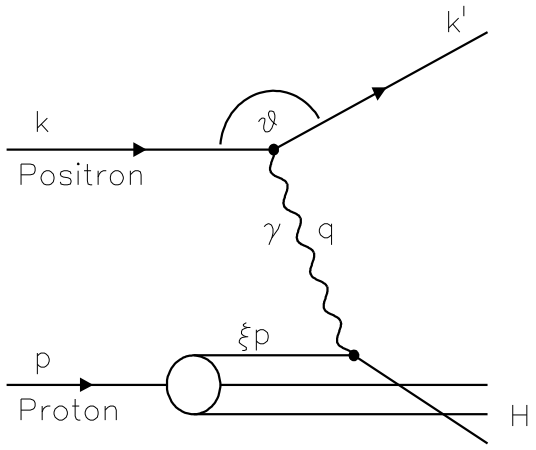

Abbildung 2.1: *Feynman–Diagramm der tief inelastischen Positron–Proton–Streuung im Quark–Parton–Modell.*

[1] Der Polarwinkel θ des gestreuten Positrons im Laborsystem wird relativ zur Richtung des Protonstrahls gemessen, d. h. bei kollidierenden Strahlen relativ zur Gegenrichtung des einlaufenden Positrons, wie im Diagramm angedeutet.

Aufgrund der relativistischen Energie–Impuls–Erhaltung gelten die folgenden beiden Beziehungen zwischen den Vierervektoren:

$$k + p = k' + H \tag{2.1}$$

$$q = k - k' \tag{2.2}$$

Das Quadrat der Schwerpunktenergie s der Strahlteilchen ist gegeben durch:

$$s = (k + p)^2 \tag{2.3}$$

Das Quadrat des vom Photon übermittelten Impulsübertrags wird mit Q^2 bezeichnet und ist gleich dem negativen Quadrat der invarianten Masse (Virtualität) des Photons:

$$Q^2 = -q^2 = -(k - k')^2 \tag{2.4}$$

Im folgenden wird Q^2 oft einfach als Virtualität oder Impulsübertrag bezeichnet.

Die Kinematik der DIS wird weiter durch die lorentzinvarianten Variablen x (Bjorken–Skalenvariable) und y beschrieben, deren Wertebereich zwischen 0 und 1 liegt:

$$x = \frac{Q^2}{2pq} \quad (0 \leq x \leq 1) \tag{2.5}$$

$$y = \frac{pq}{pk} \quad (0 \leq y \leq 1) \tag{2.6}$$

Sei j der Viererimpuls des gestreuten reellen Quarks. Dann gilt:

$$\xi p + q = j \tag{2.7}$$

Durch Quadrieren der Gleichung erhält man

$$\xi^2 M_{\mathrm{p}}^2 + 2\xi pq - Q^2 = M_j^2 \ , \tag{2.8}$$

und bei Vernachlässigung der Massen des Protons und des Quarks folgt hieraus die Identität von x mit dem Impulsbruchteil ξ:

$$\xi = \frac{Q^2}{2pq} = x \tag{2.9}$$

Das Quadrat der invarianten Masse des hadronischen Endzustands H wird üblicherweise mit W^2 bezeichnet:

$$W^2 = (k - k' + p)^2 = (q + p)^2 \tag{2.10}$$

Bei verschwindenden Teilchenmassen gelten die folgenden kinematischen Identitäten:

$$Q^2 = xys \tag{2.11}$$

$$W^2 = ys - Q^2 = Q^2 \frac{1 - x}{x} \tag{2.12}$$

Im Laborsystem lauten die Vierervektoren der einlaufenden Strahlteilchen und des auslaufenden gestreuten Positrons:

$$k = \begin{pmatrix} E_\mathrm{e} \\ 0 \\ 0 \\ -E_\mathrm{e} \end{pmatrix}, \quad p = \begin{pmatrix} E_\mathrm{p} \\ 0 \\ 0 \\ E_\mathrm{p} \end{pmatrix}, \quad k' = \begin{pmatrix} E'_\mathrm{e} \\ E'_\mathrm{e} \sin\theta_\mathrm{e} \\ 0 \\ E'_\mathrm{e} \cos\theta_\mathrm{e} \end{pmatrix} \tag{2.13}$$

Hier ist das kartesische Koordinatensystem so definiert, dass sich das einlaufende Proton in $+z$–Richtung bewegt. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit liege das gestreute Positron zur Vereinfachung in der x–z–Ebene. Des weiteren werden alle Teilchenmassen vernachlässigt.

Nach Gleichung 2.3 erhält man:

$$s = 4E_\mathrm{e}E_\mathrm{p} \tag{2.14}$$

Sind die Strahlenergien E_p und E_e im Experiment festgelegt, hat jedes DIS–Ereignis genau 2 kinematische Freiheitsgrade: In einer inklusiven[2] Messung sind dies die Energie E'_e und der Winkel θ_e des gestreuten Positrons.

Daraus können die Variablen Q^2, y und x nach den Gleichungen 2.4, 2.6 bzw. 2.11 berechnet werden:

$$Q^2 = 4E_\mathrm{e}E'_\mathrm{e}\cos^2(\theta_\mathrm{e}/2) \tag{2.15}$$

$$y = 1 - \frac{E'_\mathrm{e}}{E_\mathrm{e}}\sin^2(\theta_\mathrm{e}/2) \tag{2.16}$$

$$x = \frac{Q^2}{ys} = \frac{E_\mathrm{e}E'_\mathrm{e}\cos^2(\theta_\mathrm{e}/2)}{E_\mathrm{p}\left(E_\mathrm{e} - E'_\mathrm{e}\sin^2(\theta_\mathrm{e}/2)\right)} \tag{2.17}$$

Die über alle Teilchen im Anfangs– bzw. Endzustand ausgeführte Summe $\Sigma(E - p_z)$ ist eine Erhaltungsgröße bei der Streuung. Mit den Vierervektoren nach 2.13 folgt daraus für den Endzustand (FS):

$$\sum_{i \in \mathrm{FS}}^{n} (E_i - p_{z,i}) = 2E_\mathrm{e} \tag{2.18}$$

Hier ist über alle auslaufenden Teilchen des hadronischen Systems H und das gestreute Positron zu summieren.

2.2 Kinematik der 2–Jet–Produktion

2.2.1 Prozesse mit direktem Photon

Abbildung 2.2 illustriert die 2–Jet–Produktion mit *direkt*, d. h. punktförmig, wechselwirkendem Photon[3]: Das virtuelle Photon (q) und ein Parton des Protons (p) mit Impulsbruchteil ξ gehen in einen harten Streuprozess ein. Die zwei auslaufenden Teilchen (j_1 und j_2) manifestieren sich als Jets.

[2] *Inklusiv* bedeutet in diesem Zusammenhang, dass der hadronische Endzustand zur Bestimmung der kinematischen Variablen nicht betrachtet wird.

[3] Zur besseren Übersichtlichkeit wird der Vertex mit der Kopplung des Photons an das Positron weggelassen.

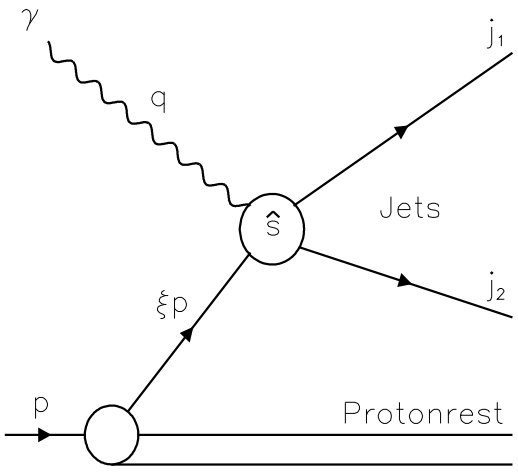

Abbildung 2.2: *Diagramm der tief inelastischen 2–Jet–Produktion mit direktem virtuellen Photon.*

Die nicht an der harten Streuung teilnehmenden „Zuschauerpartonen“ des Protons bilden ein hadronisches System, das als Protonrest bezeichnet wird.

Die Viererimpuls–Bilanz lautet:

$$q + \xi p = j_1 + j_2 \tag{2.19}$$

Mit $\hat{s}$ wird das Quadrat der Schwerpunktenergie der harten Streuung bezeichnet:

$$\hat{s} = (j_1 + j_2)^2 = (q + \xi p)^2 \tag{2.20}$$

Daraus folgt eine Beziehung zwischen dem Impulsbruchteil ξ und der DIS–Skalenvariablen x:

$$\xi = x\left(1 + \frac{\hat{s}}{Q^2}\right) \tag{2.21}$$

Dieser Zusammenhang ist im Gegensatz zum QPM nicht mehr trivial und hängt mittels $\hat{s}$ vom hadronischen Endzustand ab.

2.2.2 Prozesse mit aufgelöstem Photon

Im Unterschied zur 2–Jet–Produktion mit direktem Photon geht hier nur ein Parton des aufgelösten Photons mit einem Bruchteil x_γ des Photonimpulses in die harte Streuung ein (siehe Abbildung 2.3).

Für die Vierervektoren der ein– und auslaufenden Teilchen gilt nun die Gleichung:

$$x_\gamma q + \xi p = j_1 + j_2 \tag{2.22}$$

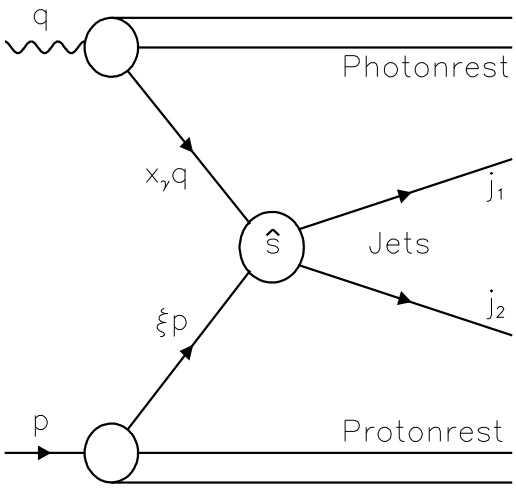

Abbildung 2.3: *Diagramm der tiefinelastischen 2–Jet–Produktion mit aufgelöstem virtuellen Photon.*

Das Quadrat der Schwerpunktenergie der harten Streuung $\hat{s}$ ist gegeben durch:

$$\hat{s} = (j_1 + j_2)^2 = (x_\gamma q + \xi p)^2 \tag{2.23}$$

Daraus folgt (vergleiche Gleichung 2.21):

$$\xi = x x_\gamma \left(1 + \frac{\hat{s}}{x_\gamma^2 Q^2}\right) \tag{2.24}$$

Ist $\hat{p}_\mathrm{T}$ der Transversalimpuls der Jets im Schwerpunktsystem der harten Streuung und $\hat{\theta}$ ihr Polarwinkel, so gilt folgende kinematische Identität:

$$\hat{p}_\mathrm{T} = \frac{\sqrt{\hat{s}}}{2} \sin\hat{\theta} \tag{2.25}$$

Zusammen mit Gleichung 2.24 ergibt sich daraus eine obere Abschätzung für den Quotienten aus dem Transversalimpuls der Jets und der Photonvirtualität:

$$\frac{\hat{p}_\mathrm{T}^2}{Q^2} \leq \frac{x_\gamma}{4}\left(\frac{\xi}{x} - x_\gamma\right) \tag{2.26}$$

Diese kinematische Korrelation führt mit abnehmendem x_γ zu einem kleineren Verhältnis $\hat{p}_\mathrm{T}/Q$.

2.3 Bezugssysteme

Notation

Um die Werte einer Komponente λ eines Vierervektors in verschiedenen Bezugssystemen formal unterscheiden zu können, wird die folgende Notation verwendet:

- *Laborsystem:* Ohne besondere Kennzeichnung λ.
- *Hadronisches Schwerpunktsystem:* Mit hochgestelltem Stern λ^*.
- *Zweijet–Schwerpunktsystem:* Mit Dach $\hat{\lambda}$.

Damit bei der Komponentendarstellung eines Vierervektors deutlich wird, in welchem Bezugssystem die Komponenten angegeben sind, wird auch der Vierervektor selbst entsprechend gekennzeichnet.

Hadronisches Schwerpunktsystem

Das hadronische Schwerpunktsystem, im folgenden auch als γ–p–CMS (*Center of Mass System*) bezeichnet, ist dadurch ausgezeichnet, dass in ihm der Summen–Vierervektor $q^* + p^*$ aus virtuellem Photon q^* und einlaufendem Proton p^* ruht. Gemäß der aus den Gleichungen 2.1 und 2.2 folgenden Identität $q^* + p^* = H^*$ ist es auch das Ruhesystem des gesamten hadronischen Endzustands H^*.

Die Lorentztransformation vom Laborsystem in das γ–p–CMS wird durch zwei Operationen definiert:

1. Ein Boost in das Ruhesystem des Vierervektors $q + p$.
2. Eine Rotation des Koordinatensystems, so dass am Ende
   - die Richtung des einlaufenden Protons mit der z^*–Achse zusammenfällt und
   - das auslaufende Elektron in der x^*–z^*–Ebene liegt.

Die Vierervektoren des virtuellen Photons und des einlaufenden Protons lauten dann:

$$q^* = \begin{pmatrix} \frac{W^2-Q^2}{2W} \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{W^2+Q^2}{2W} \end{pmatrix}, \quad p^* = \begin{pmatrix} \frac{W^2+Q^2}{2W} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{W^2+Q^2}{2W} \end{pmatrix} \tag{2.27}$$

Zweijet–Schwerpunktsystem

Im Zweijet–Schwerpunktsystem, im weiteren auch Jet–Jet–CMS genannt, ist der Summen–Vierervektor $\hat{j_1} + \hat{j_2}$ aus den beiden Jets ruhend.

Wenn die Transversalimpulse der Partonen des Protons und des Photons, die in einen harten Subprozeß mit zwei auslaufenden Teilchen eingehen, vernachlässigt werden, dann balancieren sich im γ–p–CMS die beiden Jets: Ihre Transversalimpulse sind betragsgleich ($p^*_{\mathrm{T},1} = p^*_{\mathrm{T},2}$) und ihre azimutalen Richtungen sind entgegengesetzt ($\Phi^*_1 - \Phi^*_2 = \pm\pi$). Die Summe $j^*_1 + j^*_2$ hat also nur eine nichtverschwindende longitudinale Impulskomponente. Damit ist die Lorentztransformation vom γ–p–CMS in das Jet–Jet–CMS ein longitudinaler Boost entlang der z^*–Achse, der im Resultat die beiden Jets auch in polarer Richtung balanciert: $\hat{\theta_1} = \pi - \hat{\theta_2}$ (*Back–to–Back*–Konfiguration).

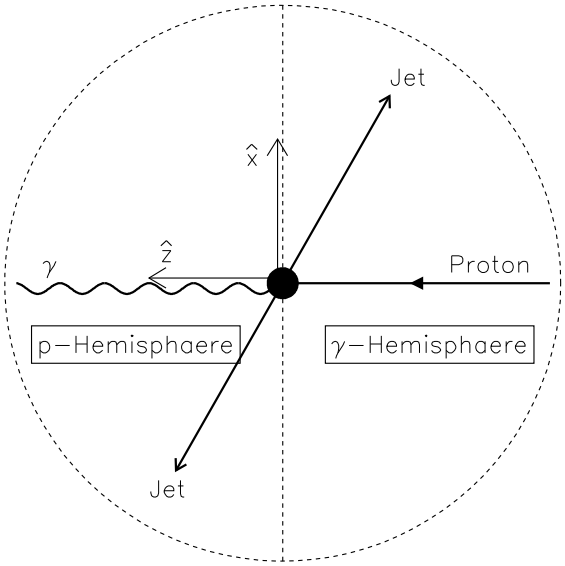

Abbildung 2.4: *Definition der Photon– und der Protonhemisphäre im Schwerpunktsystem der beiden Jets.*

Der Boost kann durch seine *Rapidität* ζ_B parametrisiert werden (siehe z. B. [Jac62]). Die Rapidität ζ eines Teilchens oder eines Jets ist definiert durch:

$$\zeta = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p_z}{E - p_z} \right) \tag{2.28}$$

Sie verhält sich additiv unter einem Boost:

$$\zeta' = \zeta - \zeta_B \tag{2.29}$$

Bei verschwindender Masse ist ζ gleich der *Pseudorapidität* η:

$$\eta = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{p + p_z}{p - p_z} \right) = - \ln \left(\tan \frac{\theta}{2} \right) \tag{2.30}$$

Unter Vernachlässigung der Jetmassen ist die Boostrapidität ζ_B der Transformation ins Jet–Jet–CMS gleich der mittleren Jet–Pseudorapidität im γ–p–CMS:

$$\zeta_B = \frac{\eta_1^* + \eta_2^*}{2} \tag{2.31}$$

Für die Pseudorapiditäten der Jets erhält man somit nach Gleichung 2.29:

$$\hat{\eta_1} = \frac{\eta_1^* - \eta_2^*}{2} = -\hat{\eta_2} \tag{2.32}$$

Abbildung 2.4 illustriert die Ereignistopologie im Jet–Jet–CMS. Zusätzlich zum Boost wird eine Rotation um die $\hat{z}$–Achse derart durchgeführt, dass der Jet mit der kleineren Pseudorapidität (in der Abbildung der Jet rechts oben) in der $\hat{x}$–$\hat{z}$–Ebene liegt.

In diesem Bezugssystem werden zwei Halbräume definiert:

- Die *Protonhemisphäre* auf der $+\hat{z}$–Seite ($\hat{\eta} \geq 0$, Fragmentationsrichtung des Protonrests) und
- die *Photonhemisphäre* auf der $-\hat{z}$–Seite ($\hat{\eta} \leq 0$, Fragmentationsrichtung des Photonrests).

2.4 Der Jet–Algorithmus

Jets werden in dieser Analyse mit dem *longitudinal–boostinvarianten k_{T}–Algorithmus* [Cat92, Cat93, Ell93] im γ–p–CMS gebildet. Die Teilchen des hadronischen Endzustands werden nach der folgenden Vorschrift miteinander zusammengefaßt:

1. Definiere eine *Skala der harten Streuung* $E^*_{\mathrm{T,cut}}$ und einen Auflösungsparameter y_{cut}.
2. Berechne für jedes Teilchen i und für jedes Teilchenpaar (i,k) die beiden Größen
$$y_i = \frac{E^{*2}_{\mathrm{T},i}}{E^{*2}_{\mathrm{T,cut}}} \tag{2.33}$$
und
$$y_{ik} = \frac{\min\left(E^{*2}_{\mathrm{T},i}, E^{*2}_{\mathrm{T},k}\right) \Delta R_{ik}}{E^{*2}_{\mathrm{T,cut}}} \; . \tag{2.34}$$
ΔR_{ik} ist der longitudinal–boostinvariante Abstand beider Teilchen:
$$\Delta R_{ik} = \sqrt{(\eta^*_i - \eta^*_k)^2 + (\Phi^*_i - \Phi^*_k)^2} \tag{2.35}$$
3. Ermittle aus der Menge der $\{y_i, y_{ik}\}$ den kleinsten Wert. Ist y_{ik} der kleinste Wert und gilt $y_{ik} < y_{\mathrm{cut}}$, dann fasse die Vierervektoren der beiden Teilchen i und k zu einem neuen *Pseudoteilchen* zusammen. Falls hingegen y_i der kleinste Wert ist und $y_i < y_{\mathrm{cut}}$ gilt, so ordne Teilchen i dem *Restjet*[4] zu.
4. Wiederhole das Verfahren ab Schritt 2 für alle übrigen Teilchen und Pseudoteilchen, die nicht dem Restjet angehören, bis schließlich für alle Objekte $y_{ik} \geq y_{\mathrm{cut}}$ bzw. $y_i \geq y_{\mathrm{cut}}$ gilt.

Jedes Teilchen ist eindeutig einem Jet der harten Streuung oder dem Restjet zugeordnet.

2.5 Bestimmung von x_γ

Der in die 2–Jet–Produktion eingehende Bruchteil x_γ des Photonimpulses kann auf mehrere, methodisch komplementäre Weisen anhand des Endzustands gemessen werden. Die Ableitung der in dieser Arbeit verwendeten drei Formeln wird im Anhang A diskutiert.

[4] Auch *Beam Jet* oder *Remnant Jet* genannt.

A $(E - P_z)$**–Methode:**

$$x_{\gamma,\mathsf{A}} = \frac{\sum\limits_{i\in\{\text{2Jets}\}} \left(E_i^* - p_{z,i}^*\right)}{\sum\limits_{k\in\{\text{Alle}\}} \left(E_k^* - p_{z,k}^*\right)} \tag{2.36}$$

Die Summe im Nenner läuft über alle Teilchen des hadronischen Endzustands, die Summe im Zähler hingegen erfasst nur die Teilchen, die den beiden Jets der harten Streuung zugeordnet sind.

B **Jet–Lepton–Methode:**

$$x_{\gamma,\mathsf{B}} = \frac{p_{\mathrm{T},1}^* e^{-\eta_1^*} + p_{\mathrm{T},2}^* e^{-\eta_2^*}}{W} \tag{2.37}$$

In den Zähler gehen die Transversalimpulse und Pseudorapiditäten der beiden Jet–Vierervektoren ein. Die invariante Masse W des hadronischen Endzustands wird durch das gestreute Lepton ermittelt.

C **Photonrest–Methode:**

$$x_{\gamma,\mathsf{C}} = 1 - \frac{\sum\limits_{i\in\{\gamma\text{Rest}\}} E_i^*}{W/2} \tag{2.38}$$

Summiert wird über alle Teilchen des hadronischen Endzustands, die in der Photonhemisphäre liegen[5] und die **nicht** den beiden harten Jets zugeordnet sind. Es handelt sich also um Teilchen des Restjets in der Photon–Fragmentationsrichtung.

Allen drei Methoden ist gemeinsam, dass sie nur in einem 2–Jet–Ereignis wohldefiniert sind. In anderen Veröffentlichungen wird diese operativ bestimmte Observable auch als x_γ^{jets} oder x_γ^{obs} bezeichnet, um sie vom „wahren“ x_γ^{true} des Partons aus dem Photon zu unterscheiden. In dieser Arbeit ist mit x_γ im Kontext des Endzustands der harten Streuung immer die Observable x_γ^{obs} gemeint. Das Argument x_γ der Partondichtefunktion $f_a(x_\gamma, \mu^2, Q^2)$ des Photons wird hingegen mit x_γ^{true} identifiziert.

2.6 Energiefluss

2.6.1 Jetprofile

Jetprofile messen die über die Ereignisse gemittelte räumliche Verteilung der Energie oder Transversalenergie um die Jetrichtung herum. Dazu werden um die Jet–Achse in den Koordinaten Pseudorapidität η^* und Azimutwinkel Φ^* Bänder mit einer Breite von jeweils 2 Einheiten ($\delta\eta^* = \pm 1$ bzw. $\delta\Phi^* = \pm 1$) definiert (siehe dazu Abbildung 2.5). Im η^*–Profil werden alle Energiedepositionen als Funktion ihres Abstands $\Delta\eta^*$

[5] Die *Lage* eines Teilchens in der Proton– bzw. in der Photonhemisphäre ist durch seine Pseudorapidität $\hat{\eta}$ im *Jet–Jet–CMS* gegeben. Es ist zu beachten, dass bei der Photonrest–Methode die summierten *Teilchenenergien* E_i^* jedoch die im *γ–p–CMS* definierten sind.

zur Jetrichtung histogrammiert, die im Φ^*–Band liegen. Analog wird das Φ^*–Profil als Funktion des Abstands $\Delta\Phi^*$ gebildet.

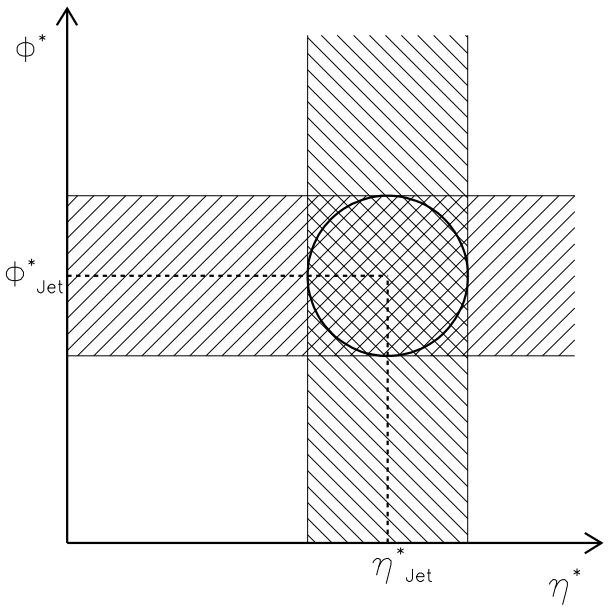

Abbildung 2.5: *Definition der Jetprofile in η^* und Φ^* mit Bändern $\delta\Phi^* = \delta\eta^* = \pm 1$ um die Richtung des Jets.*

2.6.2 Profile der Photonhemisphäre

Sowohl im γ–p–CMS als auch im Jet–Jet–CMS fällt die Richtung des Photons mit der $-z^*$– bzw. der $-\hat{z}$–Koordinatenrichtung zusammen. Die im vorigen Abschnitt erläuterten Energieprofile sind wenig geeignet zur Messung des vom Photonrest herrührenden Energieflusses, da die Pseudorapidität in der $\pm\hat{z}$–Richtung Singularitäten hat—insbesondere gilt $\hat{\theta} \to \pi \Rightarrow \hat{\eta} \to -\infty$. Der interessanteste räumliche Bereich in der Photonhemisphäre wird also durch die Koordinate der Pseudorapidität nicht stetig abgebildet.

Um dieses Defizit zu beseitigen, wird ein neues zweidimensionales Koordinatensystem definiert, welches auf den Koordinaten–Richtungswinkeln im Jet–Jet–CMS basiert: Sei $\hat{\vec{p}}$ der Impulsvektor eines in die Photonhemisphäre fliegenden Teilchens. Die Richtungswinkel $\alpha_{\hat{x}}$ und $\alpha_{\hat{y}}$, die $\hat{\vec{p}}$ mit den $\hat{x}$– bzw. $\hat{y}$–Koordinatenrichtungen einschließt, sind durch

$$\cos\alpha_{\hat{x}} = \frac{\hat{p}_{\hat{x}}}{\left|\hat{\vec{p}}\right|} \quad \text{und} \quad \cos\alpha_{\hat{y}} = \frac{\hat{p}_{\hat{y}}}{\left|\hat{\vec{p}}\right|} \tag{2.39}$$

gegeben. So wird jede Raumrichtung in der Photonhemisphäre stetig auf einen Koordinatenpunkt $(\cos\alpha_{\hat{x}}, \cos\alpha_{\hat{y}})$ abgebildet. Die Photonrichtung entspricht dem Punkt $(0, 0)$, während die zur $\hat{z}$–Achse senkrechten Richtungen (zentrale Pseudorapidität $\hat{\eta} = 0$) an der Begrenzung der Photonhemisphäre auf der Kreislinie $(\cos\alpha_{\hat{x}})^2 + (\cos\alpha_{\hat{y}})^2 = 1$ liegen (siehe Abbildung 2.6).

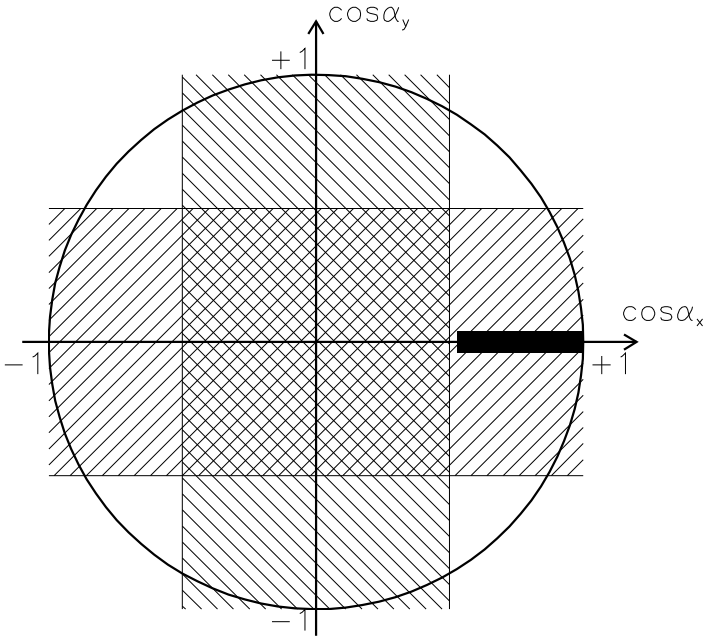

Abbildung 2.6: *Bild der Photonhemisphäre im System der Richtungskoordinaten* $\cos\alpha_{\hat{x}}$ *und* $\cos\alpha_{\hat{y}}$ *mit Bändern* $\Delta\cos\alpha_{\hat{x}} = \Delta\cos\alpha_{\hat{y}} = \pm 0.5$ *um die Photonrichtung* $(0, 0)$. *Der schwarze Balken kennzeichnet den Bereich möglicher Lagen der Achse des hinteren Jets.*

Gemäß der Definition des Jet–Jet–CMS liegt die Achse des hinteren Jets im Ereignis in der Photonhemisphäre exakt auf der $+\cos\alpha_{\hat{x}}$–Achse. In dieser Analyse sind die Jets durch den im γ–p–CMS angewandten Selektionsschnitt $-2.5 < \eta^* < 0$ auf den Bereich $-1.25 < \hat{\eta} < +1.25$ im Jet–Jet–CMS eingeschränkt. Dem entspricht in der Photonhemisphäre eine Lage der Jet–Achse im korrespondierenden Intervall $0.53 < \cos\alpha_{\hat{x}} \leq 1$, welches in der Abbildung durch den schwarzen Balken angedeutet ist.

Um den QED–Effekt der *Initial State Radiation*[6] (ISR) systematisch untersuchen zu können, wird die $\cos\alpha_{\hat{y}}$–Koordinate gegebenenfalls so gespiegelt, dass die Richtung des auslaufenden Positronstrahls, also die $-z$–Richtung im Laborsystem, immer in der oberen Halbebene $\cos\alpha_{\hat{y}} \geq 0$ liegt. Ein ISR–Photon, welches in die Akzeptanz des Detektors gestreut wird und unter kleinem Winkel zur Richtung des Positronstrahls nachgewiesen wird, trägt deshalb nur zum Energiefluss im Bereich $\cos\alpha_{\hat{y}} \geq 0$ bei.

Profile des Transversalenergie–Flusses in der Photonhemisphäre werden nun analog wie Jetprofile durch die Histogrammierung von Transversalenergie–Depositionen als Funktion des Abstands zur Photonrichtung $\cos\alpha_{\hat{x}}$ bzw. $\cos\alpha_{\hat{y}}$ in einem Band der Breite 1 ($\delta\cos\alpha_{\hat{y}} = \pm 0.5$ bzw. $\delta\cos\alpha_{\hat{x}} = \pm 0.5$) in der jeweils anderen Koordinate gebildet.

2.7 Einheiten

Die Energie wird hier in der Grundeinheit Elektronenvolt = eV, meist in GeV, angegeben. Die Einheiten des Impulses p und der Masse m sind über die relativistische Beziehung

$$E^2 = p^2c^2 + m^2c^4 \tag{2.40}$$

[6] Abstrahlung eines reellen Photons durch das einlaufende Positron unter kleinem Winkel

mit der Energie E verknüpft.

Nach allgemein üblicher Konvention in der Hochenergiephysik wird in den Einheiten von p und m die Lichtgeschwindigkeit c mit der dimensionslosen 1 identifiziert—beide Größen werden also ebenfalls in der Grundeinheit eV gemessen.

Kapitel 3

Theoretische Grundlagen

3.1 Tief inelastische Streuung

Das Jahr 1967, als am Stanford Linear Accelerator (SLAC) erstmalig hochenergetische Elektronen inelastisch an Nukleonen gestreut wurden, markiert den Beginn einer Revolution des Bildes vom Aufbau des Protons und von der starken Wechselwirkung. Zunächst unterstützte das beobachtete Skalenverhalten der Strukturfunktion F_2 das sogenannte „naive“ Quark–Parton–Modell (QPM), in welchem das Proton aus quasi freien, punktförmigen und elektrisch geladenen Spin–$\frac{1}{2}$–Teilchen, den Quarks, aufgebaut ist [Bjo69].

Spätere Messungen belegten jedoch die Skalenverletzung von $F_2(x, Q^2)$, und die extrahierten Quarkdichteverteilungen zeigten, dass Quarks nur etwa 50 % des Protonimpulses tragen. Erst durch die Eichfeldtheorie der starken Wechselwirkung, die Quantenchromodynamik (QCD), wurden die Widersprüche gelöst: Gluonen sind für den fehlenden Impuls verantwortlich, und die Skalenverletzung wird verstanden als die mit steigendem Impulsübertrag Q^2 feiner werdende „mikroskopische Auflösung“ von kurzlebigen Fluktuationen im Proton, die durch Abstrahlung von Gluonen und Paarbildung von Quarks entstehen. Eine Einführung in die QCD mit weiterführenden Referenzen ist z. B. in [Hal84] gegeben.

Bei gegebener Schwerpunktenergie $\sqrt{s}$ kann der differentielle Wirkungsquerschnitt der tief inelastischen Streuung ep $\to$ e**X** als Funktion der beiden unabhängigen Variablen x und Q^2 geschrieben werden[1]:

$$\frac{\mathrm{d}\sigma^{\mathrm{ep}}}{\mathrm{d}x\,\mathrm{d}Q^2} = \frac{2\pi\alpha^2}{xQ^2}\left[\left(2\,(1-y)+y^2\right)F_2(x,Q^2) - y^2 F_{\mathrm{L}}(x,Q^2)\right] \tag{3.1}$$

Die Beiträge durch den Z^0–Austausch und den $\gamma\mathrm{Z}^0$–Interferenzterm werden dabei vernachlässigt, da sie mit Faktoren $\left[Q^2/\left(Q^2+M_{\mathrm{Z}}^2\right)\right]^2$ bzw. $Q^2/\left(Q^2+M_{\mathrm{Z}}^2\right)$ gegenüber dem Photonaustausch unterdrückt sind und hier $Q^2 \ll M_{\mathrm{Z}}^2$ gilt.

Der Beitrag der Strukturfunktion $y^2 F_{\mathrm{L}}$, die den Austausch longitudinal polarisierter Photonen beschreibt, ist hier klein, so dass der Wirkungsquerschnitt im wesentlichen von F_2 bestimmt wird.

[1] Hier wie im folgenden steht e sowohl für Elektronen als auch für Positronen.

3.2 QCD und die Struktur des Protons

3.2.1 Das Konzept der Partondichtefunktion

Die mit F_2 parametrisierte Struktur des Protons ist letztlich nicht mit den störungstheoretischen Methoden der QCD berechenbar: Die Bindung (*confinement*) der Konstituentenquarks ist durch starke Wechselwirkung bei kleinem Impulsübertrag P^2 charakterisiert, wo die starke Kopplungskonstante[2]

$$\alpha_\mathrm{s}(P^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2N_\mathrm{f}) \ln\left(\frac{P^2}{\Lambda^2}\right)} \tag{3.2}$$

zu groß ist, als dass eine perturbative Entwicklung in Potenzen α_s^n durchgeführt werden könnte.

Nach dem Faktorisierungstheorem der QCD kann die in F_2 enthaltene Partondynamik jedoch in zwei Anteile zerlegt werden:

- Kurzlebige virtuelle Fluktuationen, die durch Transversalimpulse k_T oberhalb einer willkürlichen Faktorisierungsskala μ_F charakterisiert sind, und die störungstheoretisch als sogenannte Koeffizientenfunktionen C_2^a ($a = \mathrm{u}, \bar{\mathrm{u}}, \mathrm{d}, \bar{\mathrm{d}}, \mathrm{s}, \ldots, \mathrm{g}$) berechenbar sind.

- Langlebige Zustände mit $k_\mathrm{T} < \mu_\mathrm{F}$, die perturbativ nicht zugänglich sind. Sie werden dem Aufbau des Protons zugerechnet und in universellen Partonverteilungsfunktionen f_a absorbiert, die experimentell zu bestimmen sind.

Damit schreibt sich F_2 als eine Faltung beider Komponenten:

$$F_2(x, Q^2) \sim \sum_a \int_x^1 \mathrm{d}\xi \; C_2^a\left(\frac{x}{\xi}, \frac{Q^2}{\mu^2}, \frac{\mu_\mathrm{F}^2}{\mu^2}, \alpha_\mathrm{s}(\mu^2)\right) \cdot f_a(\xi, \mu_\mathrm{F}, \mu) \tag{3.3}$$

Hier ist μ die Renormierungsskala, mit der die Divergenzen der Störungsentwicklung regularisiert werden. Im allgemeinen wird $\mu^2 = \mu_\mathrm{F}^2 = Q^2$ gesetzt.

Die Dichtefunktion $f_a(\xi, \ldots)$ (*Parton Distribution Function*, PDF) gibt die Wahrscheinlichkeit an, ein Parton a mit dem Impulsbruchteil ξ zu finden. Die Koeffizientenfunktion $C_2^a\left(\frac{x}{\xi}, \ldots\right)$ beschreibt den radiativen Prozess, der von diesem Parton a zu einem Parton mit Impulsbruchteil x führt, welches schließlich am Lepton gestreut wird.

3.2.2 Die DGLAP–Entwicklung

Die DGLAP–Differentialgleichungen[3] [Gri72, Dok77, Alt77] beschreiben die Entwicklung der Dichteverteilungen von Quarks $q_i(x, Q^2)$[4] und Gluonen $g(x, Q^2)$ in der Variablen Q^2. Sie lauten in führender Ordnung:

$$\frac{\partial q_i(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_\mathrm{s}}{2\pi} \int_x^1 \frac{\mathrm{d}\xi}{\xi} \left[q_i(\xi, Q^2) \cdot P_\mathrm{qq}\left(\frac{x}{\xi}\right) + g(\xi, Q^2) \cdot P_\mathrm{qg}\left(\frac{x}{\xi}\right) \right] \tag{3.4}$$

[2] N_f: Anzahl der Quarkflavors; $\Lambda \approx 0.2\,\mathrm{GeV}$: Skalenparameter der QCD.

[3] Dokshitzer, Gribov, Lipatov, Altarelli, Parisi.

[4] Der Index i läuft über Quarks und Antiquarks aller Flavors.

$$\frac{\partial g(x,Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi}\int_x^1 \frac{\mathrm{d}\xi}{\xi}\left[\sum_i q_i(\xi,Q^2)\cdot P_{gq}\left(\frac{x}{\xi}\right) + g(\xi,Q^2)\cdot P_{gg}\left(\frac{x}{\xi}\right)\right] \tag{3.5}$$

Die sogenannten Splitting–Funktionen $P_{ba}(z)$ geben für die Prozesse $q \to qg$, $g \to q\bar{q}$ und $g \to gg$ die Wahrscheinlichkeit des Übergangs eines Partons a in ein Parton b mit dem Impulsbruchteil z an. Sie sind perturbativ bis zur Ordnung α_s^2 berechnet worden.

Ausgangspunkt für die formale Herleitung der DGLAP–Gleichungen ist die Störungsreihe der Koeffizientenfunktionen, in welcher Potenzterme der Form $(\alpha_s \ln Q^2)^n$, $(\alpha_s \ln(1/x))^n$ und gemischte Terme $(\alpha_s \ln Q^2)^m(\alpha_s \ln(1/x))^n$ erscheinen. Die DGLAP–Gleichungen 3.4 und 3.5 in führender Ordnung (*Leading Log Approximation*, LLA) ergeben sich durch die Resummation der Terme $(\alpha_s \ln Q^2)^n$. Diese Näherung ist nur gültig, wenn die anderen Terme von einer vernachlässigbaren Größe sind—insbesondere muss also $\boldsymbol{x}$ **hinreichend groß** sein. Darüber hinaus sollte auch Q^2 nicht zu klein sein, damit $\alpha_s(Q^2) \ll 1$ gilt und eine Störungsentwicklung sinnvoll ist.

Bei kleinerem x entstehen substantielle Beiträge in nächstführender Ordnung durch die gemischten Terme $(\alpha_s \ln Q^2 \ln(1/x))^n$. Sie werden in der sogenannten *Double Leading Log Approximation* (DLLA) zusammen mit den Termen $(\alpha_s \ln Q^2)^n$ resummiert.

Der Formalismus der Herleitung der DGLAP–Gleichungen in LLA oder DLLA kann anschaulich begriffen werden als eine Aufsummierung von Leiterdiagrammen wie in Abbildung 3.1 dargestellt. Die DGLAP–Entwicklung berücksichtigt dabei den Phasenraum, in dem die Transversalimpulse der Partonen entlang der Kaskade stark ansteigend geordnet sind und die longitudinalen Impulse abnehmen:

$$k_{T1}^2 \ll \cdots \ll k_{Ti}^2 \ll k_{Ti+1}^2 \ll \cdots \ll Q^2 \tag{3.6}$$

$$x_1 > \cdots > x_i > x_{i+1} > \cdots > x \tag{3.7}$$

3.2.3 Die BFKL–Entwicklung

Die BFKL–Gleichung[5] [Kur72, Bal78] beschreibt die Entwicklung der Gluondichte in der Variablen x. Sie wird aus der alternativen Resummation aller in $\ln(1/x)$ führenden Terme hergeleitet. Diese zu DGLAP komplementäre Näherung ist bei **kleinem** $\boldsymbol{x}$ und nicht zu großem Q^2 gerechtfertigt:

$$\frac{\partial f(x,k_T^2)}{\partial \ln(1/x)} = \int \mathrm{d}k_T'^2\; K(k_T^2,k_T'^2)\, f(x,k_T'^2) \tag{3.8}$$

Der Operator $K(k_T^2,k_T'^2)$, der eine einfache analytische Struktur in k_T^2 und $k_T'^2$ hat, wird als *BFKL–Kern* bezeichnet, und $f(x,k_T^2)$ ist die sogenannte unintegrierte Gluondichte, die mit der in den DGLAP–Gleichungen angegebenen Gluondichte wie folgt verknüpft ist:

$$x\,g(x,Q^2) = \int_0^{Q^2} \frac{\mathrm{d}k_T^2}{k_T^2} f(x,k_T^2) \tag{3.9}$$

Die Lösung der BFKL–Gleichung in führender Ordnung und mit festgehaltener Kopplung α_s sagt einen steilen Anstieg der Gluondichte bei kleinen Werten von x vorher:

$$f(x,k_T^2) \sim x^{-\lambda} \quad \text{mit} \quad \lambda \approx 0.5. \tag{3.10}$$

[5] Balitsky, Fadin, Kuraev, Lipatov.

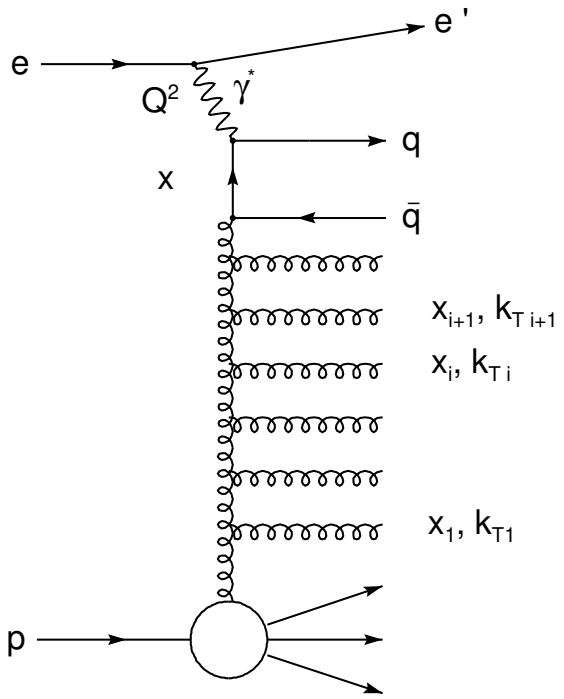

Abbildung 3.1: *Leiterdiagramm zur Veranschaulichung der QCD–Partonentwicklung in der tief inelastischen Streuung. Abbildung entnommen aus [Wen99].*

Beiträge nächsthöherer Ordnung und das Laufen der Kopplung $\alpha_s(Q^2)$ haben einen großen Einfluss auf λ.

Die Strukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ wurde durch Fixed–Target–Experimente und bei HERA über einen großen kinematischen Bereich gemessen, der in Q^2 von $1.5\,\mathrm{GeV}^2$ bis $5000\,\mathrm{GeV}^2$ und in x von $\sim 10^{-4}$ bis ~ 1 reicht [H1C96a]. Ein sogenannter *QCD–Fit* der Daten parametrisiert $F_2(x, Q^2)$ durch die DGLAP–Entwicklung in Q^2 einer Ausgangs–Partonverteilung bei der Start–Skala Q_0^2. QCD–Fits in nächstführender Ordnung der QCD (*Next to Leading Order*, NLO), d. h. basierend auf den DLLA–DGLAP–Gleichungen, beschreiben die Messergebnisse im gesamten Bereich innerhalb der Fehlergrenzen. Insbesondere geben sie auch den beobachteten steilen Anstieg zu kleinen Werten von x korrekt wieder.

Jenseits der inklusiven Strukturfunktion F_2 ist die BFKL–Resummation jedoch auch mit einer zu DGLAP komplementären Partondynamik assoziiert: Es werden nämlich die Leiterdiagramme summiert, bei denen die Transversalimpulse der abgestrahlten Partonen ungeordnet sind, während die longitudinalen Impulse entlang der Kaskade stark abnehmen:

$$k_{\mathrm{T}1}^2 \gtrless \cdots \gtrless k_{\mathrm{T}i}^2 \gtrless k_{\mathrm{T}i+1}^2 \gtrless \cdots \gtrless Q^2 \quad (\text{„random walk“}) \tag{3.11}$$

$$x_1 \gg \cdots \gg x_i \gg x_{i+1} \gg \cdots > x \tag{3.12}$$

Da der longitudinale Impulsbruchteil x_i mit der Pseudorapidität η_i^* im γ–p–Schwerpunktsystem korreliert ist, führt die BFKL–Dynamik insbesondere dazu, dass mehr Partonen mit höherem Transversalimpuls in den mittleren und vorderen Rapiditätsbereich (näher an der Protonrichtung) emittiert werden, als das im DGLAP–Szenario der Fall ist [Mue90, Kwi94]. Die Messung von Observablen, die sensitiv auf diesen Effekt sind, sollte daher tiefere Einsicht in die zugrunde liegende Theorie ermöglichen.

3.2.4 Der harte Streuprozess

Die in den letzten beiden Abschnitten betrachtete Entwicklung der Partonkaskade mit sukzessiven Abstrahlungen produziert letztlich ein Parton, welches am oberen Ende des Leiterdiagramms in Abbildung 3.1 zusammen mit dem virtuellen Photon in eine Streuung eingeht. Im simpelsten Fall handelt es sich dabei um die Absorption $\gamma^*\mathrm{q} \to \mathrm{q}$ der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_\mathrm{s}^0)$, bei der ein Quark aus dem Proton herausgeschlagen wird.

Die harten QCD–Prozesse in niedrigster Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_\mathrm{s})$ sind die quark–induzierte *QCD–Compton–Streuung* $\gamma^*\mathrm{q} \to \mathrm{qg}$ und die gluon–induzierte *Boson–Gluon–Fusion* $\gamma^*\mathrm{g} \to \mathrm{q\bar{q}}$. Ihre Matrixelemente sind z. B. in [Rum81, Pec80] gegeben. Die beiden auslaufenden Partonen mit entgegengesetzt gleichen Transversalimpulsen im γ–p–Schwerpunktsystem manifestieren sich im Experiment als kollimierte Teilchenbündel, d. h. als Jets, sofern der Transversalimpulsübertrag groß genug ist.

3.3 Die Struktur des Photons

In der tief inelastischen Streuung mit großer Virtualität Q^2 nimmt das Photon als punktförmiger Partikel an der Streuung teil. Reelle Photonen hingegen können in langlebige hadronische Zustände fluktuieren, die sich durch Strukturfunktionen beschreiben lassen [Erd97].

Für die Modellierung der Photonstruktur im Übergangsbereich zwischen diesen Extremfällen, also bei einer Virtualität Q^2 von einigen wenigen GeV^2, existieren verschiedene theoretische Ansätze [Dre94, Sch95, Glü95a]. Im folgenden werden die Ansätze von Schuler und Sjöstrand (SaS) sowie von Drees und Godbole (DG) kurz diskutiert; eine Einführung in das Konzept der Partondichtefunktion des virtuellen Photons wird in [Chý99] gegeben.

Schuler und Sjöstrand nehmen an, dass die Strukturfunktion des virtuellen Photons der des reellen Photons entspricht, aber mit steigender Virtualität Q^2 durch sogenannte Dipolfaktoren von der Form

$$\left(\frac{k^2}{k^2+Q^2}\right)^2 \tag{3.13}$$

gedämpft wird.

Mit $f_a^{\gamma^*}(x_\gamma, \mu^2, Q^2)$ sei die Wahrscheinlichkeit bezeichnet, im Photon der Virtualität Q^2 ein Parton (Quark, Gluon) der Sorte a mit Impulsbruchteil x_γ und Partonvirtualität μ^2 zu finden. Nach dem SaS–Ansatz lässt sich dann die Strukturfunktion des

transversalen virtuellen Photons[6] wie folgt schreiben:

$$\begin{aligned} f_a^{\gamma^*}(x_\gamma, \mu^2, Q^2) &= \sum_V \frac{4\pi\alpha}{f_V^2} \left(\frac{m_V^2}{m_V^2 + Q^2}\right)^2 f_a^{\gamma,V}(x_\gamma, \mu^2, \mu_0^2) \\ &+ \frac{\alpha}{2\pi} \sum_q 2e_q^2 \int_{\mu_0^2}^{\mu^2} \frac{\mathrm{d}k^2}{k^2} \left(\frac{k^2}{k^2 + Q^2}\right)^2 f_a^{\gamma,\mathrm{q\bar{q}}}(x_\gamma, \mu^2, k^2) \end{aligned} \quad (3.14)$$

Der erste Summand erfasst die *Vektormesonen–Dominanz* (VMD), d. h. die Fluktuation des Photons in Vektormesonen ($V = \rho^0, \omega, \Phi, \ldots$). Diese Übergänge in gebundene Zustände sind perturbativ nicht berechenbar, und die Kopplungen $4\pi\alpha/f_V^2$ müssen experimentell bestimmt werden.

Der zweite Summand stellt die *anomale* Komponente des Photons dar, d. h. die störungstheoretisch beschreibbare Fluktuation $\gamma^* \to \mathrm{q\bar{q}}$ mit hoher Virtualität.

Die Verteilungen $f_a^{\gamma,V}(x_\gamma, \mu^2, \mu_0^2)$ und $f_a^{\gamma,\mathrm{q\bar{q}}}(x_\gamma, \mu^2, k^2)$ parametrisieren die VMD– bzw. anomalen Anteile der Struktur des reellen Photons. Die Skala μ_0^2 markiert dabei die Grenze zwischen dem nichtperturbativen VMD–Bereich und dem perturbativen anomalen Bereich. Es existieren zwei SaS–Parametrisierungen des virtuellen Photons für die Werte $\mu_0 = 0.6\,\mathrm{GeV}$ (SaS1D, SaS1M) und $2\,\mathrm{GeV}$ (SaS2D, SaS2M). Abbildung 3.2 zeigt die u–Quarkdichte und die Gluondichte als Funktion von x_γ für Werte von μ^2 und Q^2, wie sie in der vorliegenden Untersuchung relevant sind. Bei kleinem x_γ dominiert die zu $x_\gamma \to 0$ steil ansteigende Gluondichte. Der relative Anteil der VMD–Komponente ist im betrachteten Bereich sehr klein.

Das Modell von **Drees und Godbole** geht, ähnlich wie SaS, von einer Dämpfung der Partonverteilungen des reellen Photons aus, welche jedoch durch einen einfachen Multiplikationsfaktor gegeben ist. Der Dämpfungsfaktor

$$r = 1 - \frac{\ln(1 + Q^2/\omega^2)}{\ln(1 + \mu^2/\omega^2)} \quad (3.15)$$

hängt vom freien Parameter ω^2 ab, der von der Größenordnung 0.5 GeV^2 ist. Die Quarkdichte des reellen Photons wird mit r multipliziert, die Gluondichte hingegen mir r^2. Im Grenzfall $Q^2 = 0$ wird mit $r = 1$ das reelle Photon reproduziert, und bei $Q^2 = \mu^2$ verschwindet durch $r = 0$ der aufgelöste Beitrag vollständig.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt für den Prozess $\mathrm{ep} \to \mathrm{e\,Jet_1\,Jet_2\,X}$ mit aufgelöstem Photon lässt sich nun als eine Faltung der Partondichten des Photons $f_a^{\gamma^*}$ und des Protons f_b^{p} mit dem Wirkungsquerschnitt σ_{ab} der harten Streuung eines Partons a aus dem Photon an einem Parton b aus dem Proton formulieren:

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}Q^2\mathrm{d}y} = \sum_{a,b} \int \mathrm{d}x_{\gamma,a}\,\mathrm{d}x_b\,\frac{\alpha}{2\pi Q^2} \cdot \frac{1 + (1-y)^2}{y}\, f_a^{\gamma^*}(x_{\gamma,a}, \mu^2, Q^2)\,\mathrm{d}\sigma_{ab}\, f_b^{\mathrm{p}}(x_b, \mu^2) \quad (3.16)$$

Die Skala μ^2 des harten Subprozesses ist zwar nicht eindeutig definiert, aber mit dem Transversalimpuls p_T der Partonen im Endzustand korreliert. Für theoretische Rechnungen wird üblicherweise $\mu^2 = Q^2 + p_\mathrm{T}^2$ oder $4p_\mathrm{T}^2$ gewählt. Die wesentlichen

[6] Der Beitrag der Strukturfunktion des longitudinal polarisierten Photons, für die keine SaS–Parametrisierung existiert, kann in erster Näherung vernachlässigt werden.

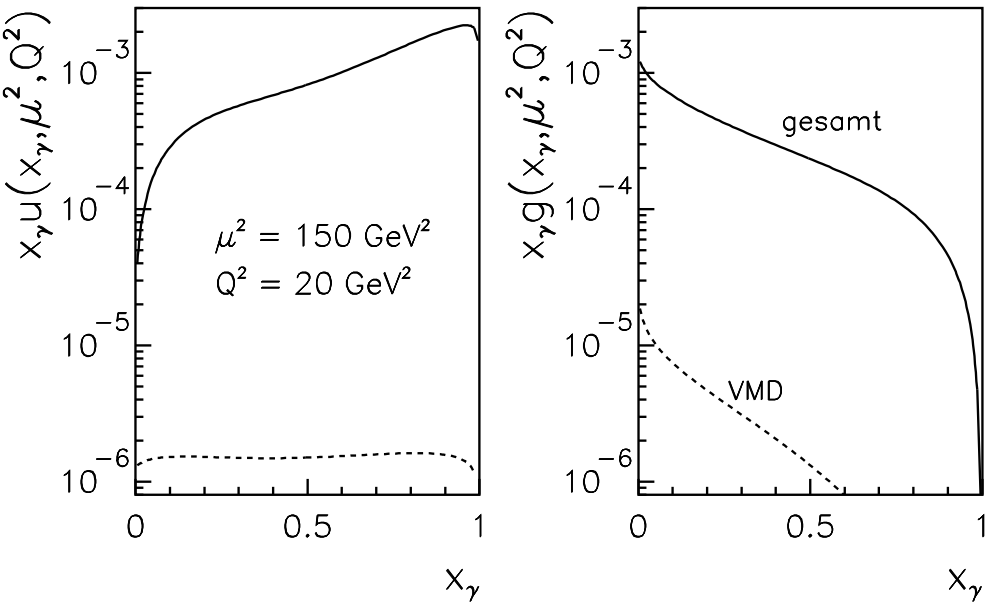

Abbildung 3.2: *Die SaS2M–Partonverteilungen für u–Quarks (links) und Gluonen (rechts) im virtuellen Photon. Die untere gestrichelte Linie zeigt den VMD–Anteil. Die Summe aus VMD und der anomalen Komponente ist als durchgezogene Linie dargestellt.*

Beiträge zur Partondichte im Photon kommen aus der Phasenraumregion $\mu^2 \gg Q^2$: Anschaulich gesprochen vermag erst eine Streuung mit einem Transversalimpuls, der größer ist als die Photonvirtualität, die Substruktur des Photons aufzulösen.

Eine *effektive*, d. h. über Partonsorten und Subprozesse gemittelte Partondichte $\tilde{f}^{\gamma^*}$ wurde über einen weiten Bereich der Parameter x_γ, μ^2 und Q^2 experimentell bestimmt [H1C98c].

Sofern die Skala μ^2 nicht zu klein ist, gehorchen die Partondichten des Protons und des Photons jeweils der DGLAP–Entwicklung. Die Streuung lässt sich, wie in Abbildung 3.3 dargestellt, als Kombination zweier Partonleitern mit jeweils zum Subprozess hin stark ansteigenden Transversalimpulsen veranschaulichen [Jun98].

Phänomenologisch hat dieses Modell Ähnlichkeit mit der BFKL–Entwicklung: Die Leiter ist insgesamt nicht streng in k_T geordnet. Die harte Streuung, die—je nach verfügbarem Phasenraum für die DGLAP–Entwicklungen auf Proton– bzw. Photon–Seite—„irgendwo“ entlang der Leiter stattfinden kann, produziert auch Partonemissionen mit hohem Transversalimpuls nahe am Protonrest. In diesem Sinne kann das Konzept des virtuellen aufgelösten Photons als Näherung der BFKL–Dynamik betrachtet werden.

Nach Ioffe ist die Tatsache eines aufgelöst wechselwirkenden Photons auf natürliche Weise mit dem Bereich kleiner Bjorken–x verknüpft [Iof68]: Die Länge l der Fluktuation $\gamma^* \to \mathbf{h} \to \gamma^*$ des virtuellen Photons in einen hadronischen Zustand $\mathbf{h}$ ist nämlich im Ruhesystem des Protons durch

$$l \simeq \frac{1}{2M_\mathrm{p}x} \tag{3.17}$$

gegeben, wobei M_p die Protonmasse ist. Je kleiner x ist, desto höher wird die Wahrscheinlichkeit einer Wechselwirkung des hadronischen Photon–Zustands mit dem Proton. Ein bei HERA erreichter Wert von $x = 10^{-4}$ entspricht einer Fluktuationslänge von $l \simeq 1000\,\mathrm{fm}$, welche sehr viel größer ist als die Dimension des Protons.

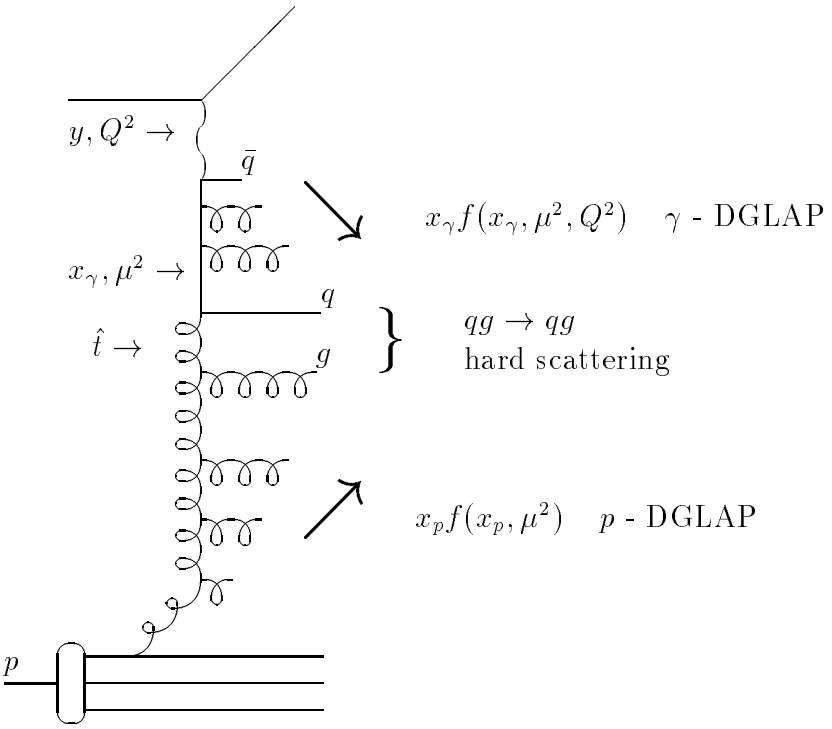

Abbildung 3.3: *Tief inelastische Streuung mit aufgelöstem virtuellen Photon. Exemplarisch ist der harte partonische Subprozess* qg $\rightarrow$ qg *gezeigt. Abbildung entnommen aus [Jun98].*

3.4 Bisherige Messungen

Die diskutierten Modelle zeichnen komplementäre Bilder von der Partondynamik der tief inelastischen Streuung. Insbesondere in dem bei HERA zugänglichen Bereich kleiner Werte von x und Q^2 stellen sich interessante Fragen:

Bei kleinem x ist die der DGLAP–Entwicklung zugrunde liegende Näherung der QCD nicht mehr gültig—versagen hier DGLAP–basierte Modelle tatsächlich bei der Beschreibung des hadronischen Endzustands? Gibt es Evidenz für die BFKL–Dynamik? Ist das Modell des aufgelösten virtuellen Photons hier eine bessere Alternative? Worin unterscheidet es sich phänomenologisch von Modellen mit nur direkt wechselwirkendem Photon?

Neuere Messungen haben die Theorie mit Observablen konfrontiert, die sensitiv sind auf die Partondynamik bei zentraler Rapidität und nahe an der Protonrichtung:

- *Die räumliche Verteilung der gemittelten Transversalenergie abgestrahlter Partonen:* Gemessen wurde der mittlere transversale Energiefluss als Funktion der Pseudorapidität im γ–p–Schwerpunktsystem, $\mathrm{d}\left\langle E_{\mathrm{T}}^{*}\right\rangle / \mathrm{d}\eta^{*}$ [H1C99]. Aufgrund großer Hadronisierungseffekte, welche die Modellunterschiede der Parton–Ebene verwischen, sind alle Modelle mit den Daten verträglich.

- *Die Emission von Partonen mit hohem Transversalimpuls nahe am Protonrest:* Wird die Produktion eines Partons i im Endzustand mit $x_i \gg x$ und $p_{\mathrm{T},i}^2 \approx Q^2$ gefordert, ist der Phasenraum für die DGLAP–Entwicklung stark eingeschränkt [Mue90]. Zwei Untersuchungen greifen diese Idee auf:

  1. Der differentielle Wirkungsquerschnitt $\mathrm{d}\sigma/\mathrm{d}x$ für die Produktion eines hochenergetischen Jets unter kleinem Winkel θ zur Protonrichtung (*Forward Jet*) [H1C98a, ZEU98] wird von DGLAP–basierten Monte–Carlo–Modellen mit direkt wechselwirkendem Photon („DGLAP–DIR“) unterschätzt. Eine analytische BFKL–Berechnung beschreibt die Daten besser, liegt aber systematisch darüber.

  2. Die Spektren $\mathrm{d}n/\mathrm{d}x$ hochenergetischer Teilchen bei kleinem Winkel θ [H1C98a], die in Abbildung 3.4 zu sehen sind, werden durch die BFKL–Rechnung sehr gut beschrieben, während DGLAP–DIR–Modelle um einen Faktor 2–3 unter den Daten liegen. π–Mesonen hoher Energie sind gut korreliert mit Jets auf der Parton–Ebene, weshalb diese Messung im Vergleich zur Forward–Jet–Analyse mit kleinen Hadronisierungs–Unsicherheiten behaftet ist.

- *Der differentielle Wirkungsquerschnitt für die 2–Jet–Produktion:* Hier liegt der Blick weniger auf möglichen Partonabstrahlungen aus der Kaskade, die zum harten Subprozess hinführt. Vielmehr wird die harte Streuung selbst betrachtet, die sich in zwei Jets manifestiert.

  Die Rate von 2–Jet–Ereignissen $R_2(x, Q^2)$ im kinematischen Bereich $5 < Q^2 < 100\,\mathrm{GeV}^2$ und $10^{-4} < x < 10^{-2}$ wird von DGLAP–DIR–Modellen um etwa die Hälfte unterschätzt [H1C98b].

Alle vorgestellten Messungen werden von einem Modell mit zusätzlicher aufgelöster Wechselwirkung des virtuellen Photons („RES“) gut beschrieben [Jun98, Jun99].

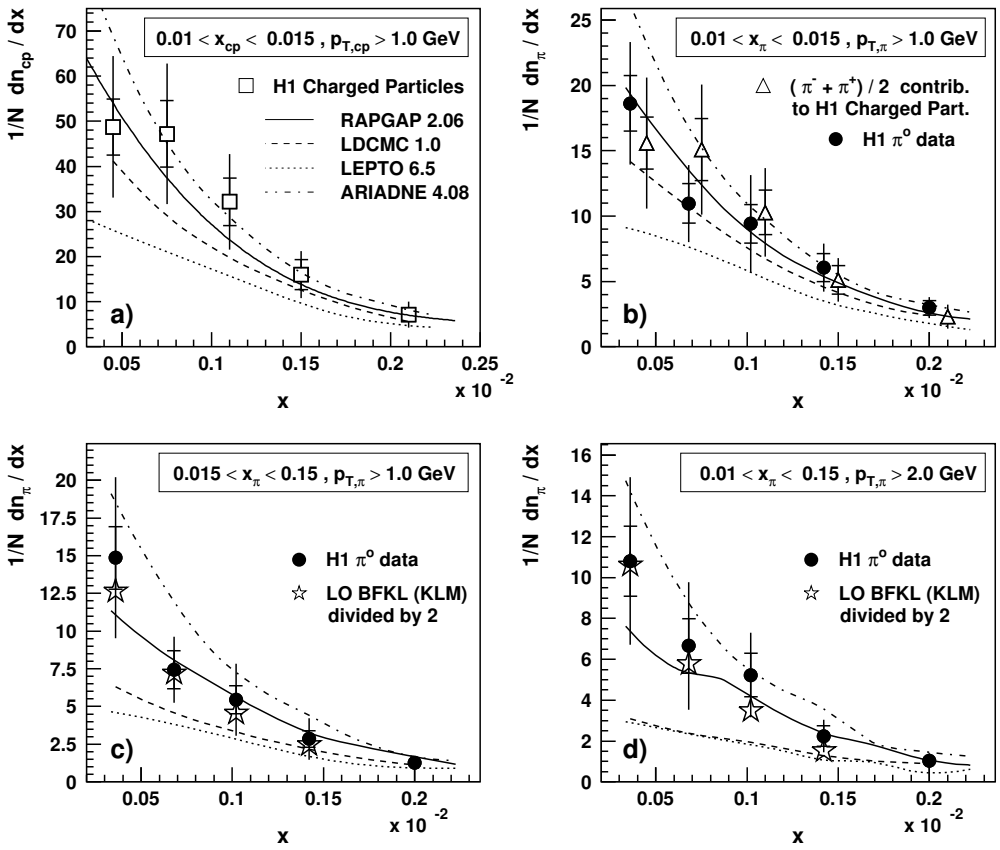

Abbildung 3.4: *Die Diagramme zeigen die von H1 gemessenen Spektren in der Variablen x für geladene Teilchen (oben) und für π^0–Mesonen (unten) [H1C98a]. Der Polarwinkel der Teilchen liegt im Bereich $5° < \theta < 25°$. Verschiedene Monte–Carlo–Generatoren werden mit den Daten verglichen, darunter das DGLAP–Modell* `LEPTO 6.5` *mit direkt wechselwirkendem Photon (gepunktete Linie), sowie* `RAPGAP 2.06` *mit aufgelöster Photonkomponente (durchgezogene Linie). Eine analytische BFKL–Berechnung ist unten angegeben (Sterne).*

3.5 Ziel dieser Untersuchung

Der bemerkenswerte Erfolg des Modells mit einer aufgelösten Photonkomponente bei der Beschreibung der im letzten Abschnitt vorgestellten Messungen ist der Ausgangspunkt dieser Analyse. Im Gegensatz zur Strukturfunktion F_2 des Protons ist die Partonverteilung des virtuellen Photons jedoch noch nicht genau bekannt. Diese Unsicherheit verleiht dem RES–Ansatz im Gegensatz zu DGLAP–DIR und BFKL eine gewisse parametrische Freiheit. Je mehr verschiedenartige gemessene Observable durch das aufgelöste virtuelle Photon reproduziert werden, desto besser ist dieses Konzept untermauert.

Besondere Bedeutung haben hier Messgrößen, die empfindlich auf jene Partonen des Photons sind, die *nicht* an der harten Streuung teilnehmen:

- Der longitudinale Impulsbruchteil x_γ des Photons, der in die harte Streuung eingeht, ist umgekehrt als $1-x_\gamma$ ein Maß für die Energie der Partonen im Photonrest. Die Analyse von 2–Jet–Ereignissen ermöglicht die Rekonstruktion der Kinematik des harten Subprozesses und damit die Messung von x_γ.

- Die Deposition hadronischer Energie in der Photonrichtung, d. h. im Rückwärtsbereich des H1–Detektors, ist möglicherweise ein unmittelbarer „Fußabdruck“ der Fragmentierung des Photonrests.

Die vorliegende Arbeit konzentriert sich vor allem auf diese beiden eng miteinander verknüpften Observablen. Die experimentelle Herausforderung stellt sich in der möglichst direkten Messung der partonischen Struktur des Ereignisses im mittleren Rapiditätsbereich des hadronischen Schwerpunktsystems. Es wird der differentielle 2–Jet–Wirkungsquerschnitt als Funktion von x_γ bestimmt und mit verschiedenen theoretischen Vorhersagen konfrontiert. Darüber hinaus wird am Energiefluss in der Photonrichtung und an einer Vielzahl anderer Messgrößen die Gültigkeit verschiedener Monte–Carlo–Modelle untersucht.

3.6 Monte–Carlo–Modelle

Überblick

Im folgenden werden die in dieser Arbeit verwendeten Monte–Carlo–Generatoren kurz diskutiert. Sie produzieren—zunächst auf der Parton–Ebene—zufallsverteilte Ereignisse mit Teilchen im Endzustand, die potentiell im Experiment nachzuweisen sind: Das gestreute Lepton, Quarks, Gluonen, Protonrest–Partonen, usw.

Kernstück aller Generatoren ist der harte, in der perturbativen QCD berechenbare Subprozess, also die Streuung des virtuellen Photons γ^* bzw. eines Partons (q, g) aus dem aufgelösten γ^* mit einem Parton (q, g) aus dem Proton. Die Matrixelemente sind—je nach Generator und nach betrachtetem Subprozess—in den Ordnungen $\mathcal{O}(\alpha_s)$, $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ oder maximal $\mathcal{O}(\alpha_s^3)$ implementiert.

Höhere Ordnungen werden daneben auch approximativ modelliert durch zusätzliche Parton–Abstrahlungen mit einer kleineren Virtualität als in der harten Streuung. Hier gibt es zwei Ansätze:

- Das *Partonschauer*–Modell [Ben88, Sjö85] basiert auf der DGLAP–Entwicklung. Sowohl vor als auch hinter dem harten Subprozess können Partonen eine Kaskade initiieren, die aus sukzessiven Spaltungen $q \to qg$, $g \to q\bar{q}$ und $g \to gg$ besteht und die durch die DGLAP–Splitting–Funktionen beschrieben wird. Der Schauer im Anfangszustand entwickelt sich dabei von kleiner Virtualität bis zur Skala μ^2 des Subprozesses und zeichnet sich durch die in Abschnitt 3.2.2 beschriebene Kinematik aus: Mit abnehmender Rapidität (also mit zunehmender Entfernung zum Protonrest) steigt der Transversalimpuls k_T der abgestrahlten Partonen an.

- Das *Color Dipole Model* (CDM) [And89] geht davon aus, dass ein durch zwei Farbladungen gebildeter Farb–Dipol Gluonen abstrahlt. Komplexe Dipolkonfigurationen werden dabei durch *alle* Farbladungen aufgespannt, also auch durch neu emittierte Gluonen. Die Unterscheidung zweier Kaskaden im Anfangs– bzw. im Endzustand ist daher nicht möglich. Sukzessive nimmt zwar k_T ab, aber da die abgestrahlten Gluonen nicht in der Rapidität geordnet sind, produziert das CDM eine BFKL–artige Partonkonfiguration.

Bei den in dieser Untersuchung verwendeten Monte–Carlo–Ereignissen wird der Endzustand auf der Hadron–Ebene durch das im Programm `JETSET` implementierte *String–Modell* [Ben87] der Fragmentation produziert[7]. Zwischen den sich voneinander fort bewegenden Partonen mit Farbladung, etwa einem $q\bar{q}$–Paar, ist ein saitenartiges Farbfeld mit konstanter Energie–Längendichte aufgespannt, welches bei genügend hoher gespeicherter Energie durch eine spontane Paarbildung neuer farbgeladener Teilchen zerreißt. Die nach iterativer Fortführung am Ende übrig bleibenden String–Bruchstücke niedriger Energie werden zu Mesonen und Baryonen formiert.

Schließlich kann die Detektorantwort auf generierte Teilchen der Hadron–Ebene durch experimentell bestimmte oder theoretisch motivierte Antwortfunktionen realistisch simuliert werden.

LEPTO

Das Programm `LEPTO 6.5` [Ing96] kombiniert Matrixelemente (ME) für das direkt wechselwirkende Photon der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s^0)$ (naives QPM: $\gamma^* q \to q$) und führender Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s)$ (*Leading Order*, LO) der QCD mit DGLAP–Partonschauern (PS). Diese Standardoption wird als `LEPTO/MEPS` bezeichnet.

DJANGO

Der Generator `DJANGO` [Sch91] nutzt das Programm `HERACLES` [Kwi91] zur Berechnung von QED–Korrekturen bis zur Ordnung α^3 am Lepton–Photon–Vertex. Insbesondere werden Ereignisse generiert, bei denen das einlaufende oder gestreute Positron ein reelles Photon abstrahlt: *Initial State Radiation* (ISR) bzw. *Final State Radiation* (FSR). Der partonische Endzustand wird vom Programm `LEPTO` erzeugt—`DJANGO` berücksichtigt damit ebenfalls nur die führende Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s)$ der QCD.

[7] Das Programm `JetViP` generiert nur Ereignisse auf der Parton–Ebene—die Nutzung von Fragmentationsalgorithmen ist hier noch nicht möglich.

ARIADNE

ARIADNE [Lön92] implementiert das Farbdipol–Modell CDM und kann als alternative Option der Partonkaskade zu DGLAP–Partonschauern (PS) bei den Generatoren LEPTO 6.5 und DJANGO genutzt werden. Für diese Arbeit wurde die Kombination DJANGO/ARIADNE verwendet.

RAPGAP

Das Programm RAPGAP 2.06 [Jun95] modelliert Prozesse mit direkt wechselwirkendem Photon übereinstimmend mit LEPTO/MEPS in $\mathcal{O}(\alpha_s)$, enthält aber zusätzlich den Beitrag durch das virtuelle aufgelöste Photon in der niedrigsten nicht–trivialen Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$.

Im einzelnen umfasst der aufgelöste Anteil also die Matrixelemente der folgenden harten $2 \to 2$–Prozesse: $gg \to q\bar{q}$, $gg \to gg$, $qg \to qg$, $q\bar{q} \to gg$, $q\bar{q} \to q\bar{q}$, $qq \to qq$. DGLAP–Partonschauer sind auch auf der Photonseite eingeschlossen. Der nicht an der harten Streuung teilnehmende Photonrest wird wie ein Parton behandelt und fragmentiert. Auf der Hadron–Ebene wird also ein vom Photonrest verursachter zusätzlicher Teilchenfluss generiert.

JetViP

Eine Reihe von Programmen ermöglicht die Berechnung von Jet–Wirkungsquerschnitten in nächstführender Ordnung der QCD (*Next to Leading Order*, NLO) für die tief inelastische Streuung: MEPJET [Mir96], DISENT [Cat96], DISASTER++ [Gra97] und JetViP 2.1 [Pöt99a, Kra98a]. Im Gegensatz zu den erstgenannten drei Programmen schließt JetViP[8] eine *aufgelöste Komponente* des virtuellen Photons in NLO mit ein.

Zusätzlich zu den direkten und aufgelösten Subprozessen in $\mathcal{O}(\alpha_s)$ bzw. $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$, wie sie auch in RAPGAP enthalten sind, umfasst JetViP also Loop–Korrekturen mit zwei Partonen im Endzustand sowie direkte und aufgelöste Subprozesse mit *drei* Partonen im Endzustand: $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ bzw. $\mathcal{O}(\alpha_s^3)$. Auf der Parton–Ebene werden Ereignisse mit dem gestreuten Lepton und den zwei bzw. drei auslaufenden Teilchen der harten Streuung generiert. Dieser Endzustand kann mit beliebigen Jet–Algorithmen analysiert werden.

Um mit JetViP einen infrarot–sicheren NLO–2–Jet–Wirkungsquerschnitt zu erhalten, darf allerdings nicht symmetrisch im Transversalimpuls der beiden Jets geschnitten werden [Kra98b]. Wird nämlich $(p_{T,1} > p_{T,\min}) \wedge (p_{T,2} > p_{T,\min})$ gefordert, bleibt bei kleinen Transversalimpulsen kein Phasenraum für einen dritten Jet. Die negativ gewichteten numerischen Zweikörper–Beiträge werden dann nicht ausreichend durch positive Dreikörper–Beiträge kompensiert. Dieses Problem kann durch eine höher gelegte Schwelle für den härteren Jet umgangen werden: $(p_{T,1} > p_{T,\min} + \Delta) \wedge (p_{T,2} > p_{T,\min})$ oder umgekehrt. Mit $\Delta \gtrsim 1\,\text{GeV}$ wird genügend Phasenraum für das dritte Parton geöffnet.

Die Berechnung eines NLO–Wirkungsquerschnitts mit aufgelöstem virtuellen Photon erfordert die Addition von *zwei* weiteren Beiträgen zum direkten Anteil (DIR). Neben dem Anteil des aufgelösten Photons (RES), in den die Partondichten $f_a^{\gamma^*}$ eingehen, muss noch ein Beitrag aufgrund des *Photon–Splitting* (PSP) abgezogen werden:

[8] JetViP ist ein Akronym für **Jet**s mit **Vi**rtuellen **P**hotonen.

DIR − PSP + RES. Der perturbative PSP–Beitrag $\gamma^* \to q\bar{q}$ mit kleiner Virtualität wird nämlich sonst doppelt gezählt: Er ist einerseits in den NLO–DIR–Prozessen enthalten, in denen eines der Quarks mit einem Parton aus dem Proton in einen $2 \to 2$–Prozess eingeht; andererseits ist er bereits in die anomale Komponente der Photon–Strukturfunktionen absorbiert.

Kapitel 4

Definition des Wirkungsquerschnitts

Der in dieser Arbeit gemessene differentielle 2–Jet–Wirkungsquerschnitt $\mathrm{d}\sigma_2/\mathrm{d}x_\gamma$ ist wie folgt definiert:

DIS–Phasenraum	$156° < \theta_\mathrm{e} < 173°$
	$0.1 < y < 0.56$
	$Q^2 > 5\,\mathrm{GeV}^2$
2–Jet–Phasenraum	$p^*_{\mathrm{t},1} > 4\,\mathrm{GeV} \;\wedge\; p^*_{\mathrm{t},2} > 5.5\,\mathrm{GeV}$ oder umgekehrt
	$-2.5 < \eta^* < 0$
	$0.1 < x_\gamma^\mathrm{obs} < 1$

Tabelle 4.1: *Definition des Phasenraums für den differentiellen 2–Jet–Wirkungsquerschnitt.*

Der Photon–Impulsbruchteil x_γ ist die nach den in Abschnitt 2.5 beschriebenen Methoden zu bestimmende Observable.

Die gewählte Eingrenzung des Phasenraums ergibt sich durch drei Forderungen:

1. Das gestreute Positron und die Jets müssen in der Akzeptanz des Detektors liegen und ihre Observablen müssen mit ausreichender Genauigkeit messbar sein. Die Einschränkung des Leptonwinkels θ_e ist durch die Akzeptanz des rückwärtigen elektromagnetischen Kalorimeters BEMC motiviert: Im interessierenden Bereich kleiner Werte von x und mittlerer bis kleiner Werte von Q^2 wird das Positron vorwiegend in das BEMC gestreut. Die genauen experimentellen Randbedingungen werden in Kapitel 6 diskutiert.

2. Das Ergebnis soll mit NLO–Berechnungen verglichen werden können. Theoretische Vorhersagen mit dem Programm `JetViP` erfordern asymmetrische Schnitte auf die minimalen Transversalimpulse der beiden Jets (siehe Abschnitt 3.6).

3. Die Hadronisierungseffekte dürfen nicht so groß sein, dass die Aussagekraft der Messung über die Dynamik auf der *Parton–Ebene* gefährdet wird (siehe dazu auch die Diskussion in Abschnitt 8.2).

Die letzte Forderung motiviert ebenfalls die Definition der Schnitte im 2–Jet–Phasenraum. Hadronisierungseffekte spielen vor allem bei geringem Transversalimpuls und bei großer Pseudorapidität, d. h. im Vorwärtsbereich, eine große Rolle. Sie können anhand einer Monte–Carlo–Studie beurteilt werden, bei der die Korrelation von Jets auf der Parton–Ebene zu Jets auf der Hadron–Ebene untersucht wird. Hierbei werden Jets auf der Parton–Ebene aus den generierten Quarks und Gluonen gebildet, die *nach* der harten Streuung und der Partonkaskade (Partonschauer oder Dipolabstrahlung) vorhanden sind, unmittelbar *bevor* die Hadronisierung beginnt.

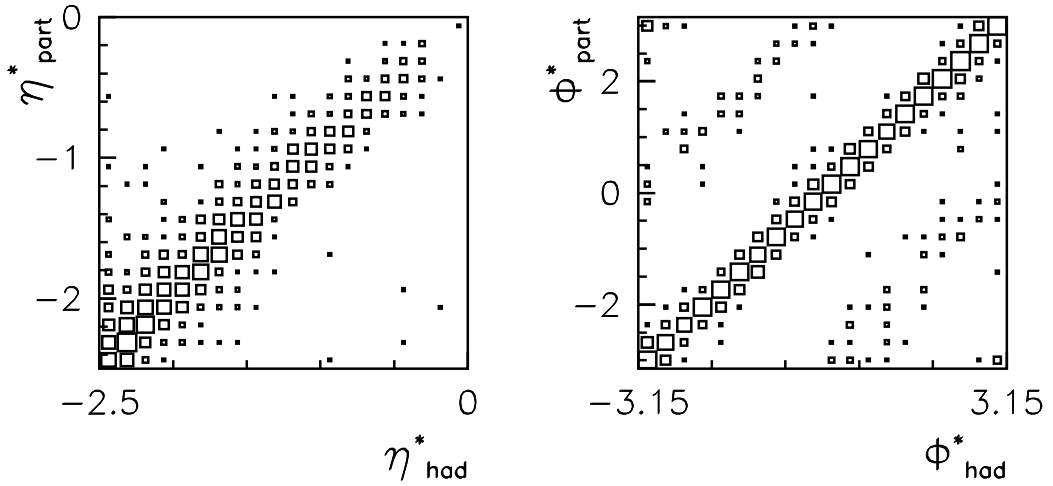

Abbildung 4.1: *Korrelation zwischen Jets auf der Parton– und auf der Hadron–Ebene in den Variablen η^* (links) und Φ^* (rechts). Es wurden 2–Jet–Ereignisse des Monte–Carlo–Generators* `RAPGAP` *mit zusätzlicher aufgelöster Wechselwirkung des Photons untersucht.*

Abbildung 4.1 zeigt die Korrelation zwischen generierten Jets auf der Parton– und der Hadron–Ebene im Monte–Carlo–Generator `RAPGAP` mit direkter und aufgelöster Wechselwirkung des virtuellen Photons, und zwar in den Variablen Pseudorapidität η^* und Azimutwinkel Φ^*. Die Jets wurden mit dem k_{T}–Algorithmus gebildet und die Ereignisse erfüllen jeweils auf ihrer Ebene die oben angegebenen Schnitte. Zur Zuordnung wurden die Jets in η^* sortiert—es wird jeweils der vordere (hintere) Parton–Jet mit dem vorderen (hinteren) Hadron–Jet korreliert. Beide Wertepaare einer Observablen werden ins gleiche Histogramm eingetragen, so dass jedes Ereignis doppelt eingeht.

Es ist eine starke lineare Korrelation der Raumrichtungen mit geringer Verschmierung erkennbar. Die beiden deutlichen „Seitenbänder“ in Φ^* werden durch gelegentliche falsche kombinatorische Zuordnungen verursacht, wenn die beiden Jets in η^* dicht bei einander liegen.

Mit den gewählten Schnitten ist also gewährleistet, dass die partonische Signatur des 2–Jet–Ereignisses auf der Hadron–Ebene weitgehend unverfälscht sichtbar bleibt. Der Einfluss der Hadronisierung auf Effizienz und Reinheit sowie der Aspekt der Migration wird eingehend im Abschnitt 8.2 zur Korrektur des Wirkungsquerschnitts erörtert.

Kapitel 5

Der H1–Detektor am Speicherring HERA

5.1 HERA

Die *Hadron-Elektron-Ring-Anlage* HERA am Forschungsinstitut DESY in Hamburg ist ein Speicherring von 6.3 km Umfang. Hier werden getrennt gespeicherte, gegenläufige Elektronen– und Protonenstrahlen an zwei Wechselwirkungspunkten zur Kollision gebracht, wo sich die Experimente ZEUS und H1 befinden. In zwei weiteren Zugangsbereichen arbeiten die Fixed–Target–Experimente HERMES und HERA-B, welche nur den Elektronen– bzw. Protonenstrahl nutzen.

Die dieser Arbeit zugrunde liegenden Daten wurden im Jahr 1994 aufgezeichnet, als HERA ausnahmsweise mit Positronen statt Elektronen betrieben wurde. Bei den hier untersuchten Fragestellungen ist das Vorzeichen der Ladung des Leptons in der tief inelastischen Streuung jedoch nicht von Bedeutung.

Die Strahlenergien betrugen 27.5 GeV für Positronen und 820 GeV für Protonen, woraus eine Schwerpunktenergie $\sqrt{s} = 300$ GeV resultiert. Es wurde eine maximale Luminosität von $4.3 \times 10^{30}\,\mathrm{cm}^{-2}\mathrm{s}^{-1}$ erreicht.

Die Strahlteilchen bewegen sich nicht kontinuierlich verteilt, sondern in Paketen von etwa 20 cm (Protonen) bzw. 1 cm (Positronen) Länge mit einem zeitlichen Abstand von 96 ns durch den Ring.

5.2 Aufbau des H1–Detektors

Der H1–Detektor im Zustand des Jahres 1994 ist in Abbildung 5.1 schematisch dargestellt. Im folgenden soll nur auf die für diese Arbeit wichtigen Komponenten eingegangen werden; eine detaillierte Darstellung geben [H1C97a] und [H1C97b].

- Der nominelle Wechselwirkungspunkt $\boxed{1}$ ist der Ursprung des Laborkoordinatensystems: Die z–Achse wird durch die Protonstrahlrichtung definiert, die x–Achse zeigt zum Mittelpunkt des HERA–Rings und die y–Achse weist zum Zenit. Der Polarwinkel θ wird folglich mit Bezug zur Protonstrahlrichtung gemessen. Die Bezeichnungen „vorne“ und „hinten“/„rückwärtig“ beziehen sich immer auf die relative Lage im Hinblick auf die z–Koordinate bzw. den Polarwinkel.

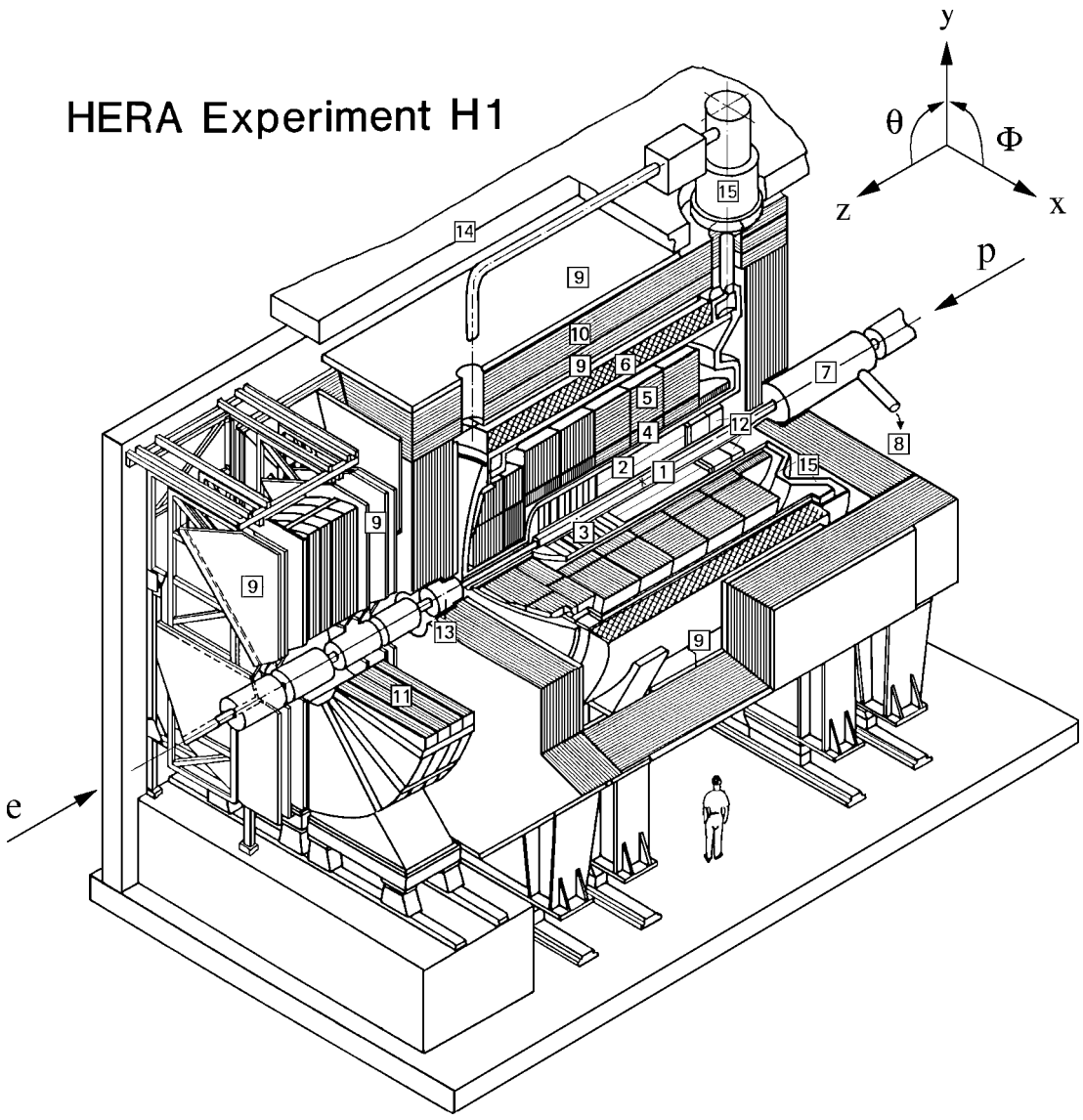

Abbildung 5.1: *Der H1-Detektor im Aufriss.*

- Eine supraleitende Magnetspule [6] erzeugt ein Magnetfeld der Stärke 1.15 T parallel zur Strahlrichtung, um den Impuls geladener Teilchen anhand ihrer Spurkrümmung bestimmen zu können.

- Das zentrale Spurkammersystem [2], welches sich aus zwei großen Jetkammern (*Central Jet Chambers*, CJC), weiteren Driftkammern und Vieldraht–Proportionalkammern zusammensetzt, erlaubt den Nachweis geladener Teilchen im Winkelbereich $20° < \theta < 160°$ bzw. im Pseudorapiditätsintervall $-1.7 < \eta < +1.7$. Die winkelabhängige Impulsauflösung kann zu $\sigma_p/p \leq 0.01\, p/\mathrm{GeV}$ abgeschätzt werden.

- Zur Messung der Energie des hadronischen Endzustands dient das Flüssigargon–Kalorimeter LAr (*Liquid Argon Calorimeter*) [4]+[5], welches den Raum $4° < \theta < 151°$ ($-1.35 < \eta < +3.3$) abdeckt [H1C93]. Die Dicke dieses Sampling–

Kalorimeters variiert zwischen 4.5 und 8 hadronischen Wechselwirkungslängen und erreicht ihr Maximum im vorderen Bereich. Im nicht kompensierenden Flüssigargon–Kalorimeter produzieren Pionen ein etwa 30 % kleineres Signal als Elektronen gleicher Energie. Aus der mit feiner Granularität gemessenen räumlichen Verteilung der deponierten Energie wird jedoch eine korrigierende Gewichtung für hadronische Schauer abgeleitet, mit der eine effektive Kompensation erreicht wird [Kub94].

Die Energieauflösung des LAr beträgt für Hadronen $\sigma_E/E = 50\,\%/\sqrt{E/\mathrm{GeV}} \oplus 2\,\%$[1], für Elektronen und Photonen $\sigma_E/E = 12\,\%/\sqrt{E/\mathrm{GeV}}$. Die absolute Kalibration für hadronische Schauer (die sogenannte Energieskala) ist auf 4 % genau bekannt.

- Das *Backward Electromagnetic Calorimeter* BEMC [12] misst die Energie von Teilchen im Bereich $151° < \theta < 176°$ ($-3.3 < \eta < -1.35$) [H1C96c]. Es ist darauf optimiert, zusammen mit der vorgelagerten Vieldrahtproportionalkammer BPC (*Backward Proportional Chamber*) tief inelastisch gestreute Elektronen zu identifizieren. Das BEMC ist ein aus alternierenden Lagen von Blei und Szintillator aufgebautes Sampling–Kalorimeter. Es hat eine Dicke von 20 elektromagnetischen Strahlungslängen und erreicht für Elektronen eine Energieauflösung von $\sigma_E/E = 10\,\%/\sqrt{E/\mathrm{GeV}} \oplus 1.7\,\%$. Mit einem Äquivalent von nur einer hadronischen Wechselwirkungslänge beträgt die Auflösung für hadronische Schauer ungefähr $\sigma_E/E = 100\,\%/\sqrt{E/\mathrm{GeV}}$.

  Das BEMC ist modular aus 88 Zellen aufgebaut, die parallel zur Strahlrichtung ausgerichtet sind und separat ausgelesen werden. Die transversale Granularität ist durch die Zellenbreite von 15.9 cm gekennzeichnet.

  Die transversale Auflösung der BPC für eine geladene Spur beträgt $\sigma_{x,y} = 1.5\,\mathrm{mm}$. Damit wird der Polarwinkel des gestreuten Positrons mit einer Genauigkeit von ca. 0.5 mrad bestimmt.

- Dicht hinter dem BEMC befindet sich das aus zwei Szintillatorlagen bestehende Flugzeitsystem ToF (*Time of Flight System*). Es ermöglicht durch eine auf 2 ns genaue Flugzeitmessung die Filterung von Untergrundereignissen, die mit hoher Frequenz von Wechselwirkungen des Protonenstrahls mit Restgasatomen oder der Strahlrohrwand weit vor dem Wechselwirkungspunkt verursacht werden.

- Der magnetische Fluss wird durch das Eisenjoch [10] zurückgeführt, welches mit Streamerkammer instrumentiert ist. Sie dienen zum Nachweis von Myonen und zur Messung von Leckverlusten hadronischer Schauer aus dem LAr.

  Außerhalb des Eisenjochs steht das Vorwärts–Myonsystem [11], ein mit Spurkammern instrumentierter Toroidmagnet. Hier ist auch ein weiteres Szintillator–Flugzeitsystem untergebracht, das FToF (*Forward Time of Flight System*). Es wird, wie das ToF, als Trigger für tief inelastische Ereignisse herangezogen.

- Nicht abgebildet ist das Luminositätssystem. Es befindet sich in der Richtung des auslaufenden Elektronenstrahls in einer Entfernung von 33 m vom Wechselwir-

[1] $a \oplus b := \sqrt{a^2 + b^2}$

kungspunkt. Zwei dicht am Strahl positionierte Čerenkov–Detektoren weisen das Positron bzw. Photon aus dem Bethe–Heitler–Prozess ep $\rightarrow$ eγp nach, der aufgrund seines sehr genau bekannten Wirkungsquerschnitts als Referenz genutzt wird. Die Luminosität ist mit einer Genauigkeit von 1.5 % bestimmt [H1C96e].

Kapitel 6

Selektion der Ereignisse

6.1 Auswahl der Runs

Die Zielsetzung dieser Analyse erfordert für jeden ausgewählten Datennahme–Abschnitt (Run) die einwandfreie Messbereitschaft all jener Komponenten des H1–Detektors, die einerseits für die Identifikation des gestreuten Positrons und andererseits für den Nachweis des hadronischen Endzustands benötigt werden. Es wurde eine geeignete Standardauswahl von Runs der Arbeitsgruppe für diffraktive Physik in der H1–Kollaboration benutzt.

Im einzelnen wurde dabei für folgende Subdetektoren gefordert, dass ihre Spannungsversorgung für mindestens 95 % des Runs eingeschaltet war: Rückwärtiges Kalorimeter BEMC, rückwärtige Spurkammer BPC, Flüssigargon–Kalorimeter LAr, zentrales Spurkammersystem, Flugzeitsysteme ToF und FToF, sowie Luminositätssystem.

Die integrierte Luminosität der ausgewählten Runs beträgt $\mathcal{L} = (1.962 \pm 0.029)\,\mathrm{pb}^{-1}$.

6.2 Trigger

Es wurden Ereignisse selektiert, bei denen der Subtrigger s_0 für tief inelastische Streuung des Positrons bei mittlerem Q^2 gesetzt war. Die Subtriggerbedingung s_0 entsteht durch die Koinzidenz der folgenden Triggerelemente:

- Im BEMC wurde ein Trigger–Cluster mit einer Energie von mindestens 7.7 GeV gefunden.
- In keinem der inneren 16 Module des BEMC wurde ein Signal von nur einer einzigen Photodiode erzeugt. Solche singulären Signale werden gelegentlich durch Synchrotronstrahlung verursacht und können ein Positron vortäuschen.
- Die Triggersignale des ToF und des FToF liegen nicht im Untergrund–Zeitfenster.

6.3 Selektion tief inelastischer Ereignisse

6.3.1 Natur des Untergrunds

Ereignisse mit tiefinelastisch gestreutem Positron lösen mit hoher Wahrscheinlichkeit den Subtrigger s_0 aus, wie im nächsten Abschnitt genauer dargelegt wird. Zur Gewährleistung einer hohen Reinheit der Ereignismenge müssen jedoch weitere Schnitte angewandt werden, um Untergrund abzutrennen. Dieser rührt hauptsächlich von drei Quellen her:

1. Photoproduktion, bei der ein Photon fast verschwindender Virtualität zwischen Positron und Proton ausgetauscht wird. Das Positron entweicht durch die Strahlröhre aus dem Detektor, kann aber durch hadronische Energiedeposition im BEMC vorgetäuscht werden.

2. Streuung von Strahlprotonen an Restgasatomen in der Strahlröhre.

3. Streuung von peripheren Protonen des Strahlhalo an der Strahlröhrenwand.

Während die letzten beiden Prozesse sich durch ihre Ereignistopologie meist deutlich von der DIS unterscheiden, kann die Photoproduktion bei höheren Impulsüberträgen Ereignisse mit Jets produzieren, die sich gegen die DIS nur durch subtile Schnitte abgrenzen lassen.

Die im folgenden diskutierten Schnitte sind im wesentlichen identisch zu einer Selektion für die Messung der Strukturfunktion F_2, wie sie unter anderem in [H1C96a] und [Spi97] im Hinblick auf die Untergrundabtrennung eingehend erörtert wird.

6.3.2 Energie des gestreuten Positrons

Ein Positronkandidat wird durch den BEMC–Cluster mit der höchsten Energie definiert. Der Schnitt auf die Energie des Positronkandidaten ist einer der wichtigsten, denn durch Hadronen verursachte BEMC–Cluster sind bei niedrigen Energien stark gehäuft. Außerdem steigt die Effizienz des Subtriggers s_0 oberhalb seiner Energieschwelle von 7.7 GeV schnell an.

Der in dieser Analyse gewählte Schnitt von

$$E'_e > 12\,\mathrm{GeV} \tag{6.1}$$

unterdrückt über 80 % des Photoproduktions–Untergrunds. Die Effizienz des Subtriggers s_0 als Funktion der Positronenergie ist in Abbildung 6.1 dargestellt und liegt oberhalb von 12 GeV bei 100 %.

6.3.3 Schnitte zur Positron–Identifikation

Neben der Energie des BEMC–Clusters gibt es zwei weitere Messgrößen, die sich zur Abtrennung von Photoproduktionsereignissen als gut geeignet erwiesen haben:

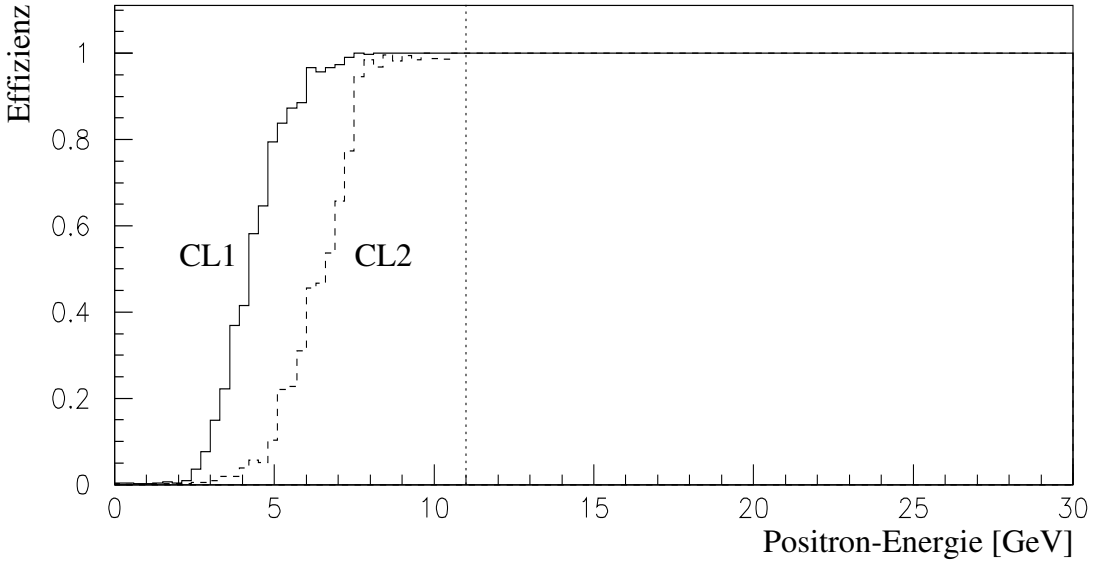

Abbildung 6.1: *Effizienz des BEMC–Triggers für zwei verschiedene Energieschwellen CL1 und CL2 in Abhängigkeit von der Energie des Positrons. Im Subtrigger s_0 wird die Schwelle CL2 benutzt. Abbildung entnommen aus [Spi97].*

1. Der Clusterradius R_{cl}, welcher die transversale Ausdehnung des BEMC–Clusters angibt. Die charakteristischen Größen der transversalen Schauerausdehnung im Kalorimeter sind der Molière–Radius ρ_{M} für elektromagnetische Schauer und die nukleare Wechselwirkungslänge λ_{I} für hadronische Schauer; sie betragen beim BEMC $\rho_{\mathrm{M}} \approx 3.4\,\mathrm{cm}$ bzw. $\lambda_{\mathrm{I}} \approx 35\,\mathrm{cm}$. Der gewählte Schnitt

$$R_{\mathrm{cl}} < 5\,\mathrm{cm} \tag{6.2}$$

   unterdrückt einen großen Teil des Untergrunds bei einer Selektionseffizienz von gut 99 %.

2. Der Abstand d_{BPC} des Cluster–Schwerpunkts zum nächstgelegenen Spurpunkt in der BPC. Wird ein BEMC–Cluster von einem neutralen Hadron initiiert, so findet sich in seiner Nähe in der Regel kein Spurpunkt in der BPC. Eine mögliche Ausnahme bildet etwa $\pi^0 \to \gamma\gamma$, falls die Photonen noch vor Erreichen der BPC einen elektromagnetischen Schauer auslösen. Der Schnitt

$$d_{\mathrm{BPC}} < 5\,\mathrm{cm} \tag{6.3}$$

   verwirft die häufig großen Abstände bei Photoproduktion, während tief inelastische Positronen ohne Verluste selektiert werden.

Am inneren Rand der Akzeptanz des BEMC, also dicht an der Strahlröhre, ist die Rekonstruktion des Positrons aus technischen Gründen problematisch. Einerseits leckt hier ein größerer Teil des Schauers aus dem sensitiven Kalorimeterbereich heraus, was zu einer schlechteren Energieauflösung führt. Andererseits war der BEMC–Trigger in dieser Zone 1994 nicht durchgängig in Betrieb.

Durch die folgenden Schnitte wird gewährleistet, dass das Positron außerhalb des heiklen Bereichs liegt:

$$|x_{\mathrm{BPC}}| > 16\,\mathrm{cm} \quad \vee \quad |y_{\mathrm{BPC}}| > 16\,\mathrm{cm} \tag{6.4}$$

und

$$\sqrt{x^2_{\mathrm{BPC}} + y^2_{\mathrm{BPC}}} > 18\,\mathrm{cm}\ . \tag{6.5}$$

Hier sind x_{BPC} und y_{BPC} die Koordinaten des dem BEMC–Cluster nächstgelegenen BPC–Spurpunkts.

6.3.4 Ereignisvertex

Da die Pakete des Positron– und des Protonstrahls eine longitudinale Ausdehnung haben, sind die ep–Wechselwirkungspunkte im H1–Detektor in der z–Koordinate gaußförmig verteilt. Die Standardabweichung beträgt $\sigma_z = 10\,\mathrm{cm}$. Untergrundereignisse aus der Streuung von Protonen an Restgasatomen oder an der Strahlröhre sind hingegen eher flach in z verteilt.

Die Position des Ereignisvertex wird durch Rekonstruktion und Extrapolation mindestens einer geladenen Spur im zentralen Spurkammersystem bestimmt. Der Mittelwert der Ereignisvertex–Verteilung lag 1994 bei $z_{\mathrm{vtx}} = +5\,\mathrm{cm}$.

Die Forderung nach einem Ereignisvertex mit Position

$$-25\,\mathrm{cm} < z_{\mathrm{vtx}} < +35\,\mathrm{cm} \tag{6.6}$$

reduziert den Untergrund und stellt sicher, dass die Richtung des gestreuten Positrons und der produzierten Hadronen gut gemessen werden kann.

6.3.5 Schnitt auf $\Sigma(E - p_z)$

Die Messgröße

$$\sum_i (E_i - p_{z,i})\ , \tag{6.7}$$

bei der die Summe über alle Teilchen i des Endzustands läuft, ist systematisch kleiner als $2E_{\mathrm{e}} \approx 55\,\mathrm{GeV}$, falls

- bei Photoproduktion das Positron durch die Strahlröhre entweicht, oder
- ein vom einlaufenden Positron kollinear abgestrahltes ISR–Photon ebenfalls nicht im Detektor gemessen wird.

Mit dem Schnitt

$$35\,\mathrm{GeV} < \sum_i (E_i - p_{z,i}) < 70\,\mathrm{GeV} \tag{6.8}$$

wird der Photoproduktions–Untergrund bei hoher Signaleffizienz weiter unterdrückt. Summiert werden hier die Komponenten der Vierervektoren von Energieclustern im LAr und im BEMC.

6.3.6 Eingrenzung des Phasenraums

Neben dem oben erwähnten Schnitt auf die Energie $E'_e > 12\,\mathrm{GeV}$, der mit guter Genauigkeit mit $y > 0.56$ übereinstimmt, wird der Phasenraum der tief inelastischen Ereignisse durch weitere drei Schnitte auf Observable des gestreuten Positrons eingegrenzt:

$$156^\circ < \theta_e < 173^\circ \,, \tag{6.9}$$

$$Q^2 > 5\,\mathrm{GeV}^2 \tag{6.10}$$

$$\text{und} \quad y > 0.1 \,. \tag{6.11}$$

Sie stellen sicher, dass die kinematischen Variablen x, Q^2 und y mit hinreichend guter Auflösung rekonstruiert werden—insbesondere verschlechtert sich die Auflösung der anhand des gestreuten Positrons bestimmten Variablen x und y deutlich für $y < 0.1$ [Bas95]. Der resultierende Phasenraum in der x–Q^2–Ebene ist in Abbildung 6.2 mit allen Schnittkonturen gezeigt.

Nach allen genannten Schnitten verbleiben **85597** DIS–Ereignisse.

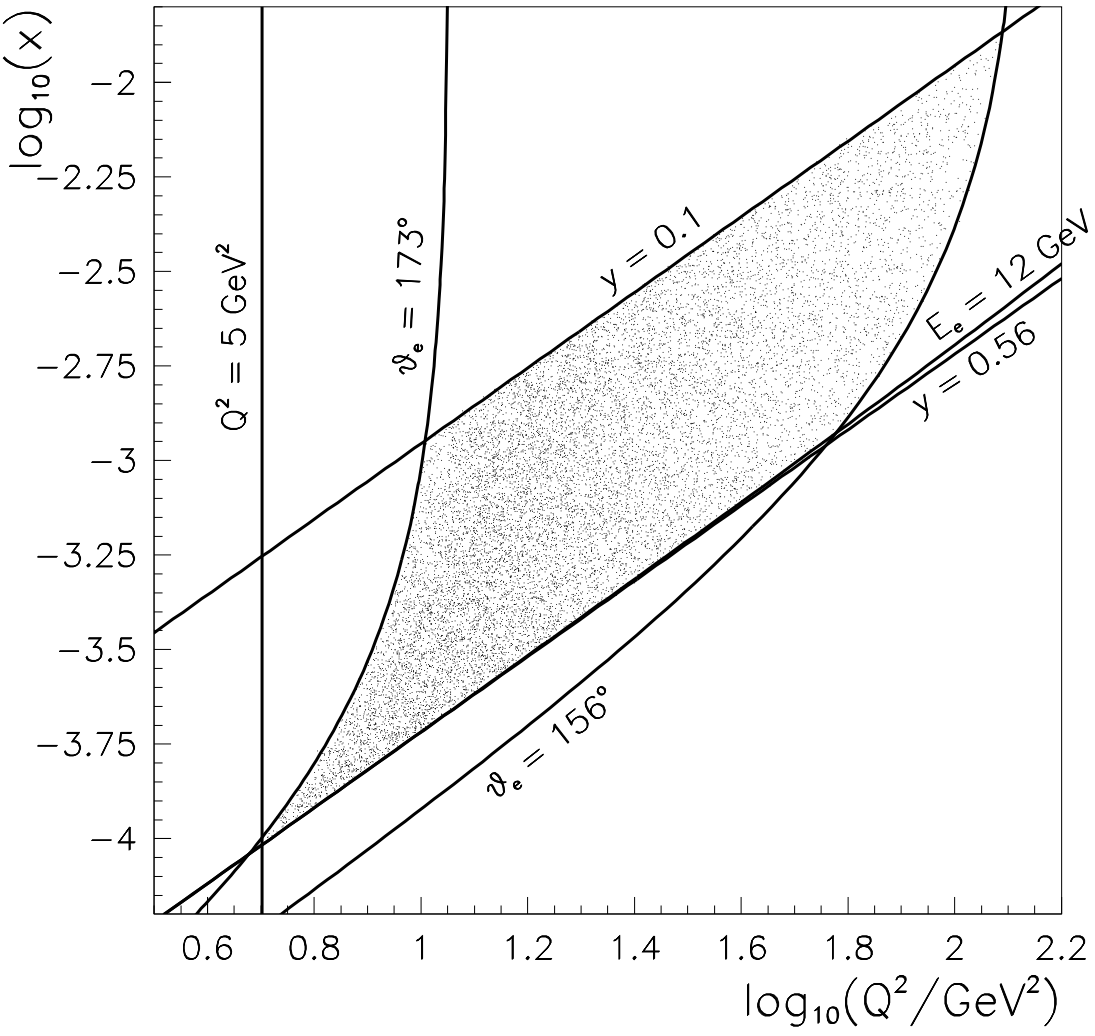

Abbildung 6.2: *Verteilung gemessener tief inelastischer Ereignisse in x und Q^2. Die eingezeichneten Linien geben die Selektionsschnitte an.*

6.4 Beschreibung der DIS durch Monte–Carlo–Generatoren

Im folgenden werden gemessene Verteilungen tief inelastischer Ereignisse mit den Monte–Carlo–Generatoren `DJANGO/ARIADNE` und `LEPTO/MEPS` auf simulierter Detektor–Ebene verglichen[1]. Die Monte–Carlo–Verteilungen sind auf die gemessene absolute Ereignisanzahl normiert, so dass lediglich Formunterschiede diskutiert werden. Aufgetragen ist jeweils die Anzahl der Ereignisse im Bin normiert auf die Luminosität. Die statistischen Fehler sind bei beiden Monte–Carlos etwa gleich groß und werden nur bei `LEPTO/MEPS` gezeigt.

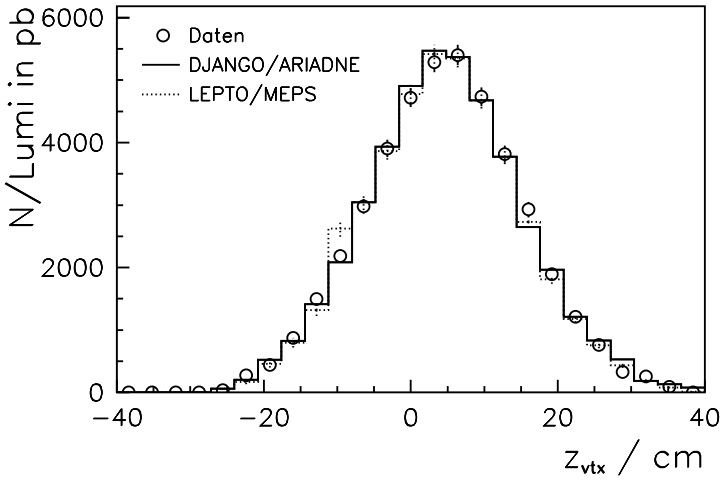

Abbildung 6.3: *z–Koordinate des Ereignisvertex in DIS–Ereignissen.*

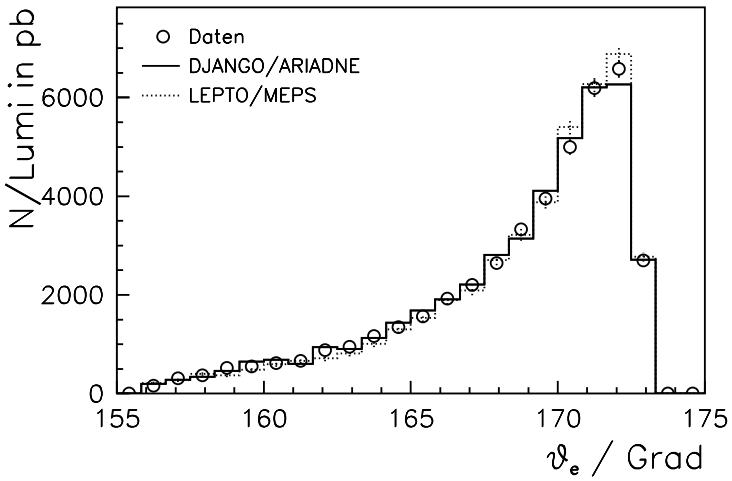

Abbildung 6.4: *Polarwinkel θ_e des gestreuten Positrons in DIS–Ereignissen.*

Die simulierten Ereignisse haben zunächst eine gegen die Daten verschobene Verteilung des rekonstruierten Ereignisvertex. Um dennoch auf Detektor–Ebene vergleichen

[1]Bei beiden Generatoren wurde die Parametrisierung GRV HO [Glü95b] der Partondichten im Proton verwendet.

zu können, werden die z_{vtx}–Verteilungen der Monte–Carlos an die Daten angepasst. Das geschieht durch die Gewichtung eines jeden Monte–Carlo–Ereignisses mit einer für den jeweiligen simulierten Ereignissatz ermittelten Umgewichtungsfunktion $w_{\mathrm{MC}}(z_{\mathrm{vtx}})$. Hierbei wurde $w_{\mathrm{MC}}(z_{\mathrm{vtx}})$ durch ein Polynom sechsten Grades approximiert, so dass die in Abbildung 6.3 gezeigten Verteilungen zwar nicht deckungsgleich sind, aber innerhalb der statistischen Fehler übereinstimmen.

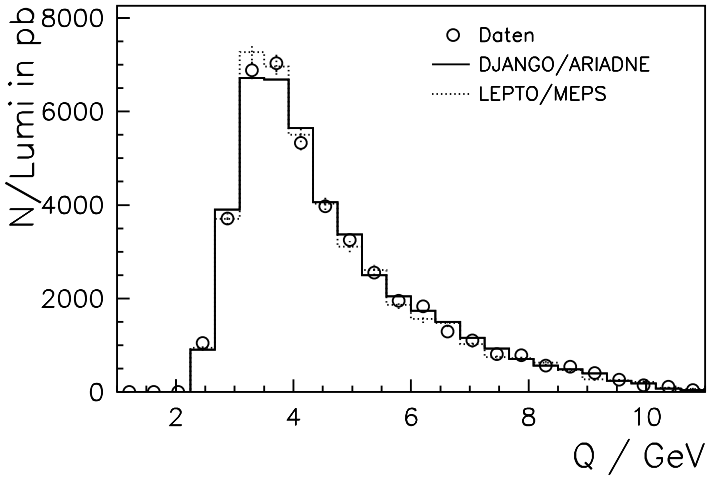

Abbildung 6.5: *Photonvirtualität $Q = \sqrt{Q^2}$ in DIS–Ereignissen.*

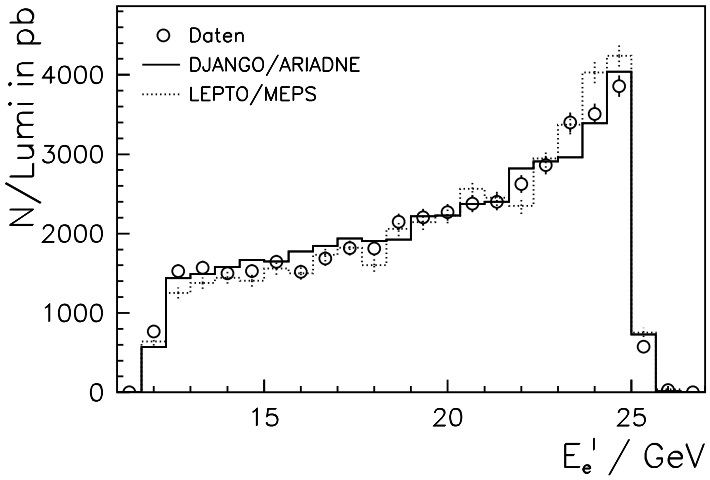

Abbildung 6.6: *Energie E'_{e} des gestreuten Positrons in DIS–Ereignissen.*

Die Verteilungen des Positron–Streuwinkels θ_{e} und der Photonvirtualität $Q = \sqrt{Q^2}$ (Abbildungen 6.4 bzw. 6.5) werden durch beide Generatoren sehr gut beschrieben.

In den Verteilungen der Positron–Energie E'_{e}, der Variablen y und der Summe $\sum_i (E - p_z)$ (Abbildungen 6.6, 6.7 bzw. 6.8) hingegen beschreibt nur `DJANGO/ARIADNE` die Daten zufriedenstellend, während `LEPTO/MEPS` in der Form abweicht. Diese Diskrepanz rührt von QED–Effekten höherer Ordnung her, die nur von `DJANGO/ARIADNE` berücksichtigt werden, und zwar hauptsächlich von der kollinearen Abstrahlung eines reellen Photons vom einlaufenden Positron (ISR).

Die ISR führt zu folgenden hier sichtbaren Effekten, die von `LEPTO/MEPS` nicht wiedergegeben werden:

- Die Energie E_e des Positrons im Anfangszustand der tief inelastischen Streuung ist gegenüber der Strahlenergie um die Energie des reellen Photons vermindert. Dadurch wird auch das Spektrum der Energie E'_e des gestreuten Positrons weicher.
- Nach Gleichung 2.6 entspricht die Variable y bei großem Winkel θ_e dem relativen Energieverlust $(E_e - E'_e)/E_e$. Deshalb wird die Verteilung zu größeren Werten von y hin verschoben.
- Die Summe $\sum_i (E - p_z)$ aller Teilchen ergibt idealisiert die doppelte Energie des Positrons im Anfangszustand und ist folglich zu kleineren Werten hin verschoben.

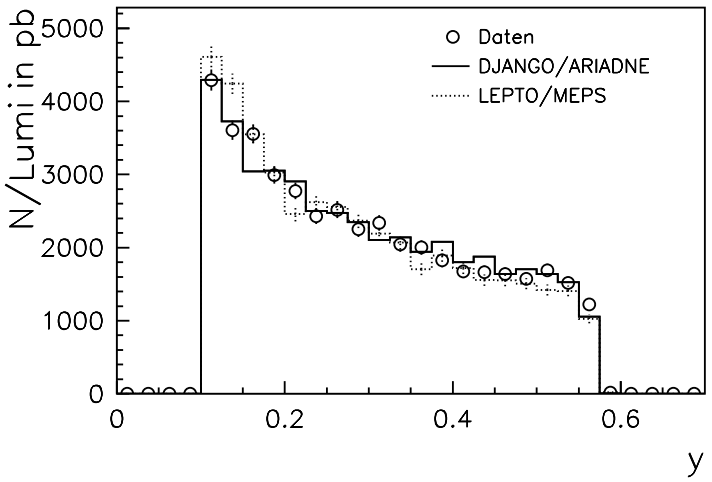

Abbildung 6.7: *Variable y in DIS–Ereignissen.*

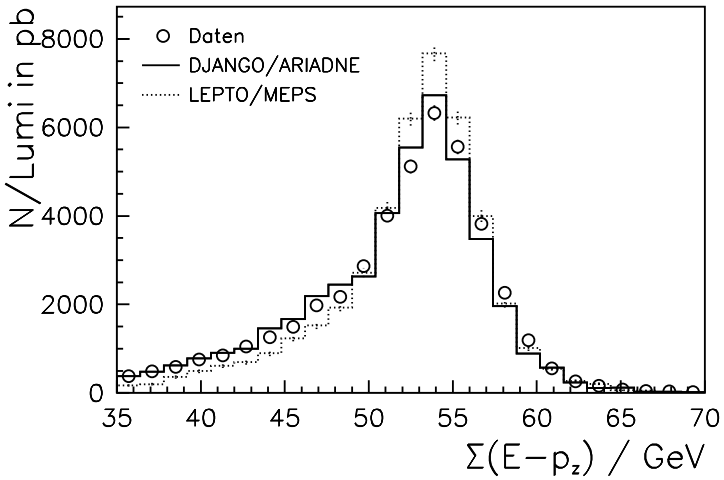

Abbildung 6.8: *Summe $\sum_i (E - p_z)$ über alle Teilchen des Endzustands in DIS–Ereignissen.*

Für die Untersuchung des Energieflusses in der Photonrichtung, d. h. im rückwärtigen Detektorbereich, ist ein gute Beschreibung der Energiedeposition hadronischen Ursprungs im BEMC durch simulierte Monte–Carlo–Ereignisse erforderlich. Dazu werden BEMC–Zellen betrachtet, in denen ein Signal oberhalb der Rausch–Schwelle von etwa 0.25 GeV gemessen wurde (sogenannte *heiße Zellen*), und die nicht zum rekonstruierten BEMC–Cluster des gestreuten Positrons gehören. Die Zelle mit der höchsten Energie wird als *heißeste* Zelle bezeichnet.

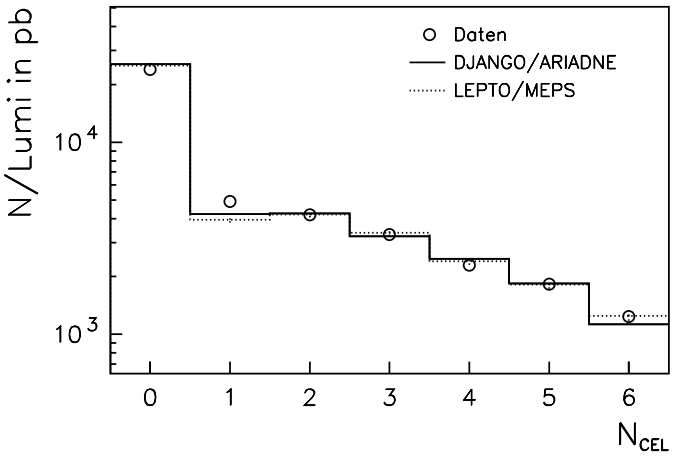

Abbildung 6.9: *Anzahl heißer Zellen im BEMC außerhalb des Positron–Clusters in DIS–Ereignissen.*

Die Anzahl N_{CEL} heißer Zellen im Ereignis ist in Abbildung 6.9 dargestellt. Die Simulation produziert im Vergleich zur Messung mehr Ereignisse ohne heiße Zellen und dafür zuwenig Ereignisse mit genau einer heißen Zelle; diese Diskrepanz beträgt für die Werte $N_{\mathrm{CEL}} = 0$ und 1 jeweils etwa 20 % für `LEPTO/MEPS` und 15 % für `DJANGO/ARIADNE`. Das N_{CEL}–Spektrum wird für höhere Zahlen gut wiedergegeben.

Dieser Effekt findet sich auch im Spektrum des Anteils der heißesten Zelle an der Gesamtenergie aller heißen Zellen, $E_{\mathrm{HCEL}}/E_{\mathrm{ACEL}}$, wieder (Abbildung 6.10 unten): Die Monte–Carlos liegen für $E_{\mathrm{HCEL}}/E_{\mathrm{ACEL}} = 1$ unter dem Messwert. Bei kleineren Werten wird die Energieaufteilung gut beschrieben, und auch das Energiespektrum E_{HCEL} der heißesten Zelle wird befriedigend simuliert (Abbildung 6.10 oben).

Die geometrische Verteilung der Energie außerhalb des Positron–Clusters ist in Abbildung 6.11 als Spektrum des transversalen Abstands d zwischen der heißesten Zelle und dem Positron dargestellt. Für Abstände $d > 20$ cm reproduziert die Simulation die gemessene Verteilung perfekt, während bei kleinerem Abstand die Daten unterschätzt werden.

Eine heiße Zelle bei kleinem Abstand $d \approx 10$ cm könnte durch die Abstrahlung eines reellen Photons vom gestreuten Positron (Final State Radiation) produziert werden: Bei genügend großem Öffnungswinkel wird die Energiedeposition des Photon–Schauers nicht mehr dem Positron–Cluster zugeschlagen, sondern sie manifestiert sich als separate heiße Zelle. Dieser QED–Effekt dürfte dann aber nicht von `LEPTO/MEPS` reproduziert werden, sondern nur von `DJANGO/ARIADNE`. In der Tat liefern aber *beide* Monte–Carlos Ereignisse mit $d < 20$ cm.

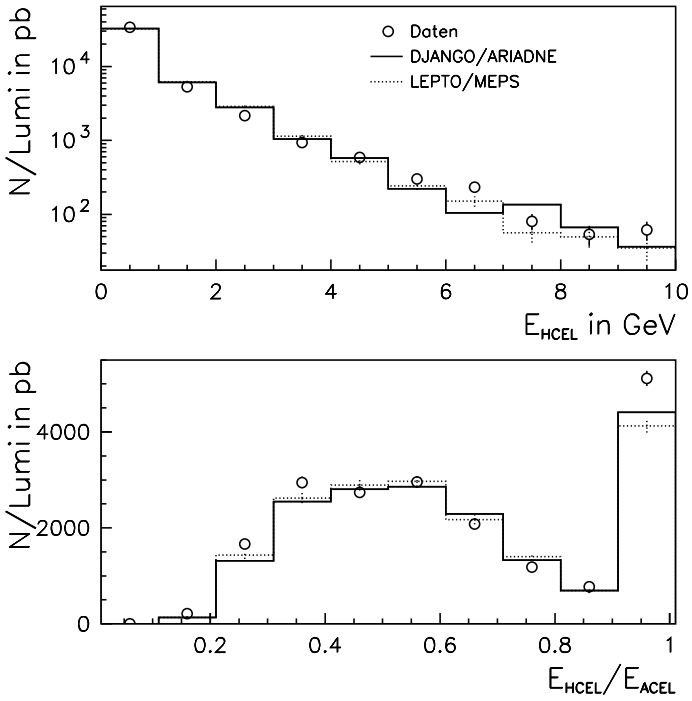

Abbildung 6.10: *Oben: Energie der heißesten Zelle im BEMC; unten: Anteil der heißesten Zelle an der gesamten Energie im BEMC außerhalb des Positron–Clusters (DIS–Ereignisse).*

Die Ursache liegt folglich in einem „Herauslecken“ von Energie aus dem Positron–Cluster: Der BEMC–Cluster–Algorithmus sammelt offenbar nicht immer alle Zellen auf, in denen der Schauer des Positrons ein Signal produziert. Dieser Effekt wird von der Simulation zwar qualitativ korrekt wiedergegeben, aber quantitativ unterschätzt. Die Diskrepanz zur Messung beträgt ca. 1.5 % aller Ereignisse mit mindestens einer heißen Zelle und wird im folgenden vernachlässigt.

6.5 Selektion der 2–Jet–Ereignisse

6.5.1 Rekonstruktion von Teilchenenergien im Detektor

Die ausschließliche Verwendung von gemessenen kalorimetrischen Energien zur Bildung von Jets ist mit Problemen behaftet: Einerseits erreichen geladene Teilchen mit einem Impuls unterhalb von ungefähr 200 MeV aufgrund ihrer starken Ablenkung im Magnetfeld nicht das Flüssigargon–Kalorimeter. Andererseits führen Filter zur Rauschunterdrückung dazu, dass auch ein geladenes Pion mit einem Impuls von 500 MeV nur mit einer Wahrscheinlichkeit von etwa 50 % ein verwertbares Signal im Kalorimeter hinterläßt.

Auch bei höheren Teilchenimpulsen ist die Auflösung des Kalorimeters zunächst schlechter als die des Spurkammersystems. Im Zentralbereich des Detektors wird die kalorimetrische Auflösung für geladene Pionen erst ab einer Energie von etwa 13 GeV besser als die Impulsauflösung der Spurkammer.

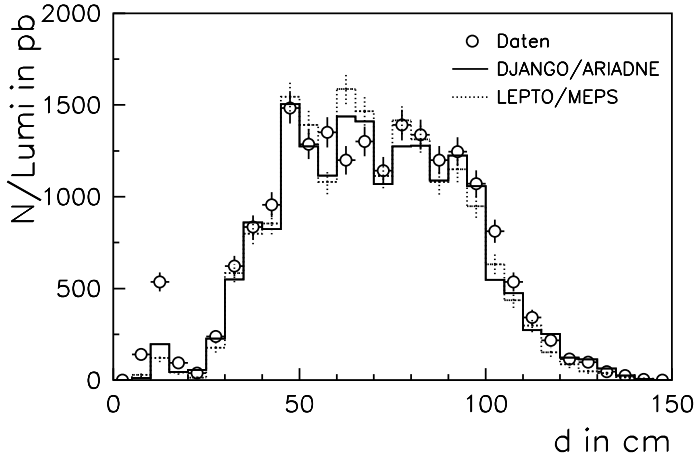

Abbildung 6.11: *Abstand der heißesten Zelle im BEMC zum Positron–Cluster in DIS–Ereignissen.*

Eine Kombination aus Spurkammer– und Kalorimeterinformation vermag also insbesondere bei Jets mit kleinem Transversalimpuls die „Blindheit“ des Kalorimeters für niederenergetische geladene Hadronen zu kompensieren und die Energieauflösung potentiell zu verbessern.

6.5.2 Definition der kombinierten Objekte

In dieser Analyse werden Kalorimetercluster und Spuren geladener Teilchen zu sogenannten *kombinierten Objekten* zusammengefasst, aus denen dann die Jets gebildet werden. Der hier verwendete Kombinations–Algorithmus ist eine Weiterentwicklung des für die Analyse von diffraktiven tief inelastischen Prozessen benutzten [Meh96, H1C96b].

Die verwendeten Spuren erfüllen die folgenden Qualitätskriterien:

- Mindestens ein Segment der Spur liegt in der zentralen Spurkammer CJC.
- Der Polarwinkel liegt im Bereich $20° < \theta_{\text{Spur}} < 156°$.
- Die Energie ist nicht zu groß: $E_{\text{Spur}} < 5\,\text{GeV}$. Damit wird sichergestellt, dass die Spur hinreichend stark durch das Magnetfeld gekrümmt ist und der Impuls mit guter Auflösung gemessen werden kann.

Nach der Extrapolation einer Spur in das LAr wird dort ein zylinderförmiges Umgebungsvolumen definiert. In der Reihenfolge ihres zunehmenden Abstands zur Spur werden Kalorimetercluster innerhalb des Zylinders solange maskiert, bis ihre summierte Energie gleich der Spurenergie ist, wobei eine Differenz bis zur Höhe der Kalorimeter–Energieauflösung zulässig ist. Ist die summierte Clusterenergie größer als die Spurenergie, wird beim zuletzt betrachteten Cluster nur ein so großer Bruchteil seiner Energie abgezogen, dass die Spurenergie aufgewogen wird.

Die kombinierten Objekte setzen sich folglich zusammen aus:

- allen Spuren, die die obigen Schnitte erfüllen, und

- allen nicht maskierten Clustern im LAr—also solchen, die einer Spur nicht oder nur zum Teil zugeordnet wurden.

Das gestreute Positron wird explizit ausgeschlossen.

Abbildung 6.12 zeigt den Quotienten $p_{\mathrm{T,Had}}/p_{\mathrm{T,e}}$ der im Laborsystem gemessenen Transversalimpulse des hadronischen Endzustands und des gestreuten Positrons in tief inelastischen Ereignissen, zum einen mit Clustern und zum anderen mit kombinierten Objekten berechnet[2]. Das aus der Impulserhaltung im Ereignis folgende Idealverhältnis $p_{\mathrm{T,Had}}/p_{\mathrm{T,e}} = 1$ wird durch die begrenzte Kalorimeterauflösung verschmiert und durch die eventuelle Fehlkalibration der Kalorimeter systematisch verschoben. Das Maximum der gemessenen Verteilung liegt dichter am Idealwert und ihre Breite ist geringfügig kleiner, wenn statt Kalorimeterclustern die kombinierten Objekte zur Bestimmung von $p_{\mathrm{T,Had}}$ benutzt werden.

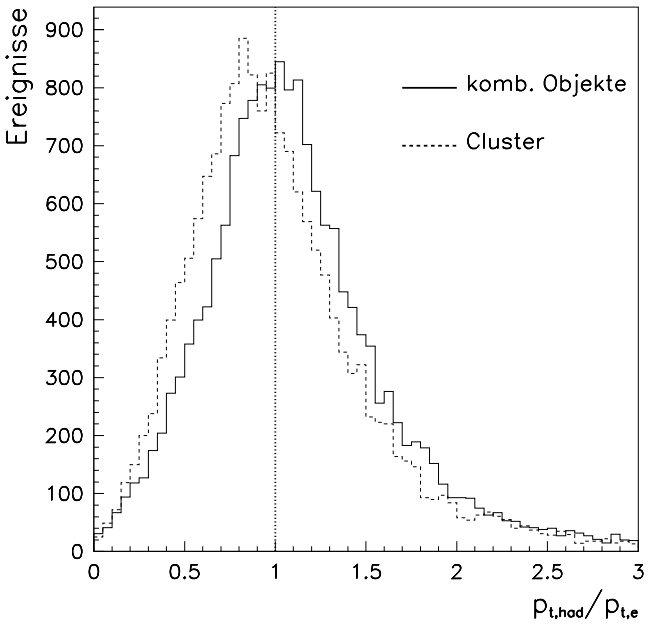

Abbildung 6.12: *Gemessenes Verhältnis der Transversalimpuls des hadronischen Endzustands und des gestreuten Positrons in tiefinelastischen Ereignissen.*

6.5.3 Eingrenzung des 2–Jet–Phasenraums

Alle gemessenen Vierervektoren des tief inelastischen Ereignisses werden zunächst in das Photon–Proton–Schwerpunktsystem (γ–p–CMS) lorentztransformiert. Dann werden mit dem k_{T}–Algorithmus mit Skala $E_{\mathrm{t,cut}} = 3\,\mathrm{GeV}$ und Subjet–Auflösungsparameter $y_{\mathrm{cut}} = 1$ Jets identifiziert. Alle im Labor betrachteten Jetgrößen werden durch die Rücktransformation der Jet–Vierervektoren ins Laborsystem berechnet.

Unabhängig von der Primäranzahl gefundener Jets im Ereignis wird zunächst jeder Jet verworfen, der die folgenden Kriterien nicht erfüllt:
Im γp–CMS

$$p_{\mathrm{T}}^{*} > 4\,\mathrm{GeV} \quad \text{und} \quad -2.5 < \eta^{*} < 0 \tag{6.12}$$

[2]Die Größe $p_{\mathrm{t,Had}}$ ist hier definiert als die Transversalkomponente der Summe der Impulse aller gemessenen Teilchen außer dem Positron.

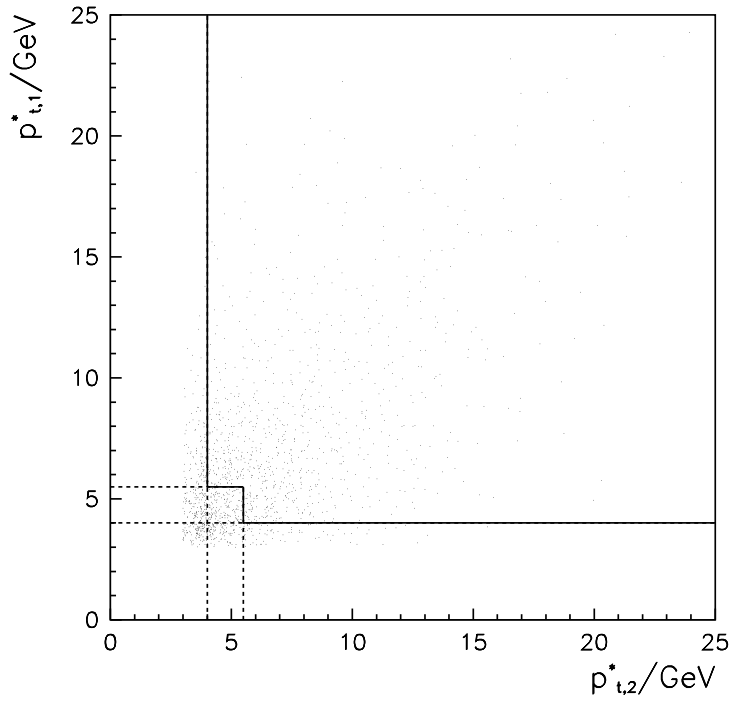

Abbildung 6.13: *Transversalimpulse des ersten (rückwärtigen) und des zweiten (vorderen) Jets gegeneinander aufgetragen.*

und im Laborsystem

$$-0.5 < \eta < 2.5 \; . \tag{6.13}$$

Der Schnitt auf die Pseudorapidität im Laborsystem stellt sicher, dass die Jets vollständig in der Akzeptanz des Flüssigargon–Kalorimeters liegen.

Schließlich werden alle Ereignisse mit genau zwei Jets selektiert, die die Bedingung

$$p^*_{\mathrm{T},1} > 5.5\,\mathrm{GeV} \;\; \text{oder} \;\; p^*_{\mathrm{T},2} > 5.5\,\mathrm{GeV} \tag{6.14}$$

erfüllen.

Abbildung 6.13 zeigt die Schnittkonturen im Transversalimpuls–Phasenraum der beiden Jets. Der Schnitt 6.14 beseitigt die Zone, in der beide Jets kleine und entgegengesetzt gleiche Transversalimpulse haben. Damit wird der Vergleich des gemessenen Wirkungsquerschnitts mit den NLO–Berechnungen des Programms `JetViP` ermöglicht (siehe dazu Abschnitt 3.6).

Nach allen genannten Schnitten verbleiben **1756** 2–Jet–Ereignisse.

6.6 Irreduzibler Untergrund

Die in [Spi97] gewonnenen Ergebnisse zum verbleibenden Untergrund in tief inelastischen 2–Jet–Ereignissen können auf diese Analyse übertragen werden.

Kollisionen von Protonen mit Restgas– oder Strahlrohratomen haben einen Anteil von unter 1 % und werden hier vernachlässigt.

Der Anteil von Photoproduktionsereignissen ist stark abhängig vom betrachteten kinematischen Bereich: Bei kleinem x ($1{\cdot}10^{-4} < x < 2{\cdot}10^{-4}$) beträgt er 3 %, bei kleinem

Q^2 ($5\ \mathrm{GeV}^2 < Q^2 < 10\ \mathrm{GeV}^2$) 2 %. Mit steigendem x bzw. Q^2 fällt er schnell auf einen verschwindenden Bruchteil ab. Diese Werte sind klein gegen andere statistische und systematische Fehler und werden deshalb nicht weiter berücksichtigt.

In der inklusiven DIS–Ereignismenge spielt der Restuntergrund aus Photoproduktion eine größere Rolle: In den oben angegebenen Intervallen in x und Q^2 beträgt er 13 % bzw. 8 %. Da er zum einen ebenfalls im restlichen Phasenraum rasch abfällt, andererseits die inklusiven Ereignisse nur für qualitative Vergleiche herangezogen werden, bleibt auch hier der Untergrund vernachlässigt.

6.7 Effizienz und Reinheit der Selektion

Die globale Effizienz und Reinheit der tief inelastischen Selektion und der 2–Jet–Selektion wurden mit dem Monte–Carlo–Generator `DJANGO/ARIADNE` bestimmt. In Tabelle 6.1 sind, getrennt für die inklusive DIS–Selektion und die 2–Jet–Selektion, die Anzahlen von Ereignissen zusammengestellt, die

1. auf der Hadron–Ebene im kinematischen Bereich der Selektion liegen (N_{had})
2. auf der Detektor–Ebene die Selektionsschnitte erfüllen (N_{det})
3. auf beiden Ebenen zugleich selektiert werden ($N_{\cap}$).

	DIS–Ereignisse	DIS+2–Jet–Ereignisse
Hadron–Ebene	78421	1450
Detektor–Ebene	70480	1177
Hadron– und Detektor–Ebene	59295	673

Tabelle 6.1: *Zahlen der Monte–Carlo–Ereignisse auf Hadron– und Detektor–Ebene (`DJANGO/ARIADNE`).*

	DIS–Selektion	DIS+2–Jet–Selektion
Effizienz	76 %	46 %
Reinheit	84 %	57 %

Tabelle 6.2: *Effizienz und Reinheit der DIS–Selektion und der 2–Jet–Selektion (`DJANGO/ARIADNE`).*

Daraus ergeben sich die in Tabelle 6.2 angegebenen globalen Effizienzen und Reinheiten, definiert durch:

- Effizienz $\epsilon = \dfrac{N_{\cap}}{N_{\mathrm{had}}}$

- Reinheit $\pi = \dfrac{N_\cap}{N_{\text{det}}}$

Die relativ niedrige Effizienz und Reinheit der 2–Jet–Selektion wird vor allem durch die Migration von Ereignissen verursacht, in denen auf der Hadron–Ebene ein Jet dicht an der Schwelle des Schnitts auf den Transversalimpuls liegt. Aufgrund der ungenauen p_{T}^*–Auflösung, die weiter unten erörtert wird, wandert dieser Jet mit großer Wahrscheinlichkeit auf der Detektor–Ebene über bzw. unter die Schwelle.

Ein weiterer Grund ist der Schnitt $-0.5 < \eta < 2.5$ für Jets, der im Laborsystem zusätzlich auf Detektor–Ebene, jedoch nicht auf Hadron–Ebene angewandt wird. Die Bedingung $-2.5 < \eta^* < 0$ im γ–p–CMS schränkt die Jets im Laborsystem zwar schon weitgehend auf diesen Bereich ein, jedoch gibt es am Rand kleinere Effizienzverluste, wie Abbildung 6.14 verdeutlicht. Etwa 80 % der 2–Jet–Ereignisse haben eine mittlere Pseudorapidität von $-2.5 < \frac{1}{2}(\eta_1^* + \eta_2^*) < -1.5$, wo die Schnitteffizienz etwa bei 95 % liegt.

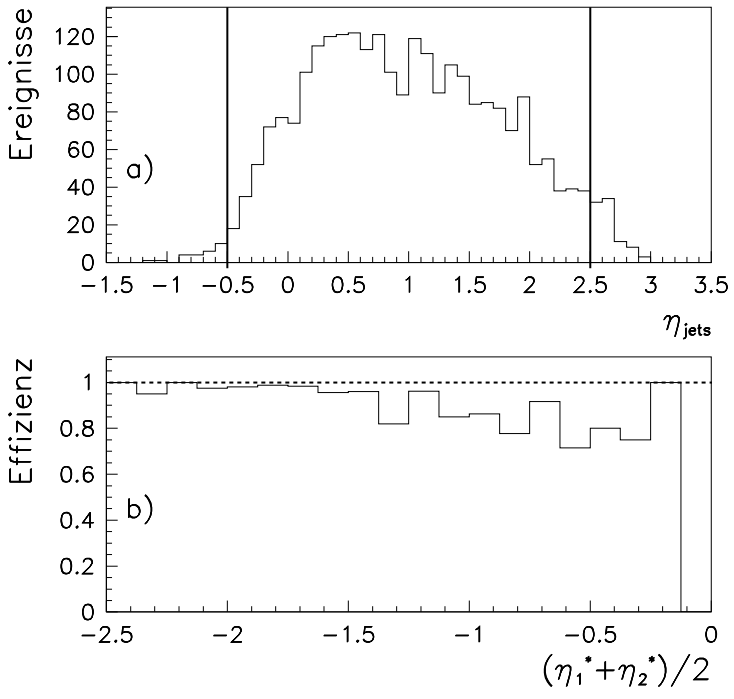

Abbildung 6.14: *a) Verteilung der Labor–Pseudorapität von Monte–Carlo–Jets auf der Detektor–Ebene. b) Effizienz des Schnitts* $-0.5 < \eta < 2.5$ *im Laborsystem als Funktion der mittleren Jet–Pseudorapidität* $\frac{1}{2}(\eta_1^* + \eta_2^*)$ *im* γp*–CMS (*`DJANGO/ARIADNE`*).*

6.8 Auflösung gemessener Größen

Monte–Carlo–Generatoren

Im folgenden wird anhand simulierter Monte–Carlo–Ereignisse für wichtige Messgrößen die Korrelation zwischen der Hadron–Ebene und der Detektor–Ebene in tief inelastischen 2–Jet–Ereignissen untersucht und daraus die Auflösung[3] bestimmt.

Für die Betrachtung der Größe x_γ wird der Generator `RAPGAP` benutzt, da hier die Prozesse mit aufgelöstem virtuellen Photon auch die kleinen Werte von x_γ bevölkern.

Bei allen anderen Observablen wird `DJANGO` in Verbindung mit dem Farbdipolmodell `ARIADNE` verwendet. Bei allen Größen, die mit dem gestreuten Positron verknüpft sind, wird dabei die *nicht–radiative* Hadron–Ebene betrachtet. Konkret heißt das, dass etwa für die Variable y_{had} der am eγ^*–Vertex definierte Wert zugrunde gelegt wird.

Auflösung in y und θ_e

Mit Schnitten auf die Variable y und auf den Winkel des gestreuten Positrons θ_e wird der kinematische Bereich der tief inelastischen Streuung definiert. Ein korrigierter Wirkungsquerschnitt ist nur dann aussagekräftig, wenn diese Größen auf Hadron– und Detektor–Ebene gut miteinander korreliert sind.

Abbildung 6.15 zeigt die Korrelation und die absolute Auflösung für y und für θ_e. Die Korrelation in y ist linear und die absolute Auflösung beträgt $\sigma(y) = 0.03$ Einheiten. Die vereinzelt große Migration von kleinen Werten in y_{had} hin zu großen Werten in y_{det} bedeutet, dass der im Detektor gemessene relative Energieverlust des Positrons größer ist als der relative Energieverlust am eγ^*–Vertex auf der Hadron–Ebene. Dieser Effekt wird verursacht durch die in `DJANGO` modellierte ISR—das einlaufende Positron hat gelegentlich schon vor der tief inelastischen Streuung durch die kollineare Abstrahlung eines reellen Photons einen substantiellen Energiebruchteil verloren.

Der Polarwinkel θ_e wird mit guter Präzision rekonstruiert: Die absolute Auflösung beträgt hier $\sigma(\theta_\mathrm{e}) = 2\,\mathrm{mrad}$ oder $0.1°$.

Auflösung von Jet–Observablen

Eine gute Rekonstruktion der Raumrichtungen beider Jets ist aus zwei Gründen wichtig: Zum einen werden die 2–Jet–Ereignisse durch Schnitte in η^* bzw. η selektiert, und zum anderen hängt die Aussagekraft der gemessenen Jetprofile davon ab.

Um die Korrelation der Jetrichtung betrachten zu können, werden die beiden Jets auf der Hadron–Ebene und auf dem Detektor–Niveau jeweils in steigender Pseudorapidität η^* sortiert und in dieser Reihenfolge miteinander verglichen.

Die Korrelation und die Auflösung der Pseudorapidität η^* und des Azimutwinkels Φ^* der Jets ist in Abbildung 6.16 zu sehen. Die Größen sind für beide Jets in jeweils einem Diagramm gemeinsam eingetragen, da keine signifikanten Unterschiede zwischen dem in η^* vorderen und dem hinteren Jet festgestellten wurden.

[3] Die *Auflösung* einer Observablen ξ ist hier wie folgt definiert: In einem generierten Ereignis nehme die Observable die Werte ξ_{had} und ξ_{det} auf dem Hadron– bzw. dem Detektor–Niveau an. *Absolute Auflösung* $\sigma(\xi)$:= Standardabweichung der Verteilung $\Delta\xi \equiv \xi_{\mathrm{det}} - \xi_{\mathrm{had}}$; *Relative Auflösung*

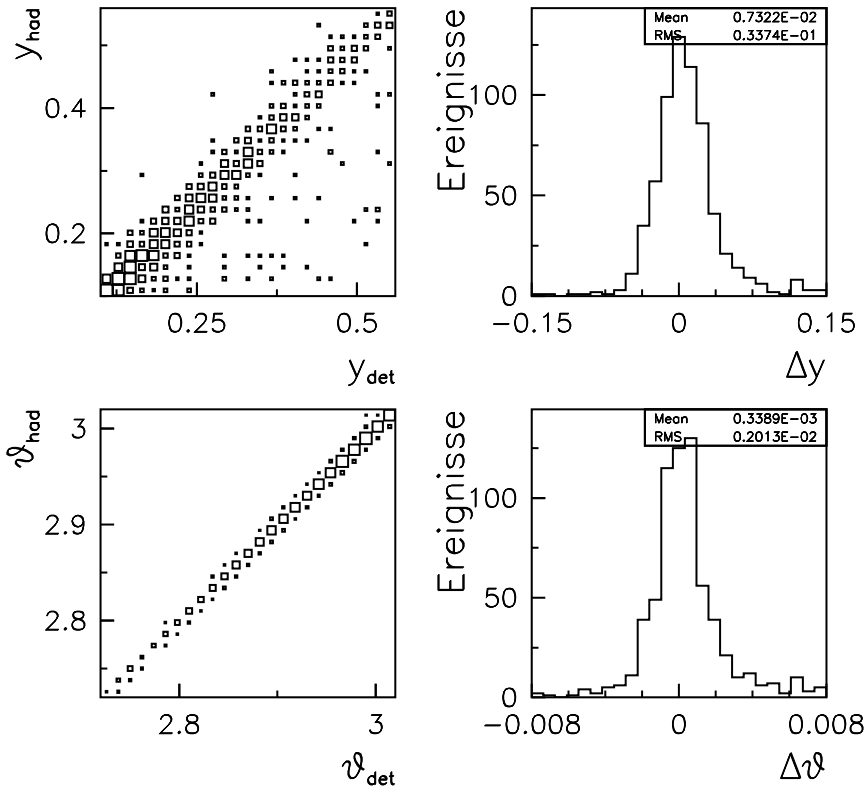

Abbildung 6.15: *Korrelation zwischen Hadron–Ebene und Detektor–Ebene (links) sowie relative Auflösung (rechts) für die Messgrößen y (oben) und θ_e (unten).*

Die Auflösung in η^* von 0.15 Rapiditätseinheiten ist ein kleiner Bruchteil der typischen Jet–Ausdehnung von 2 Einheiten, welche dem gebräuchlichen Radius $R = 1$ bei Konus–Algorithmen entspricht. Der Azimutwinkel wird bis auf 2 % des Vollkreises genau gemessen.

Im Gegensatz zur gut rekonstruierten räumlichen Richtung der Jets ist die Messung des Transversalimpulses p_T^* aufgrund der begrenzten Auflösung des Kalorimeters mit größeren Unsicherheiten behaftet, wie Abbildung 6.17 zeigt. Auch hier sind wieder beide Jets in ein Diagramm eingetragen. Die relative Auflösung in p_T^* beträgt 21 %. Ihre Größe ist für die verhältnismäßig häufige Migration von Jets über die Tranversalimpuls–Schwelle verantwortlich, die eine Minderung der in Abschnitt 6.7 diskutierten Selektions–Effizienz und –Reinheit bewirkt.

Auflösung in x_γ

Für die Korrektur des gemessenen differentiellen 2–Jet–Wirkungsquerschnitts $d\sigma_2/dx_\gamma$ auf die Hadron–Ebene ist die Korrelation der Observablen x_γ von wesentlicher Bedeutung. Eine lineare Korrelation mit nicht allzu großer Verschmierung erlaubt die Anwendung einer einfachen binweisen Korrektur. Sind diese Voraussetzungen jedoch nicht gegeben, so ist ein komplizierteres Entfaltungsverfahren erforderlich.

$\sigma(\xi)/\xi :=$ Standardabweichung der Verteilung $\Delta\xi/\xi_{had}$.

Die in Kapitel 2.5 vorgestellten drei Methoden der Bestimmung von x_γ unterscheiden sich signifikant in der Güte der Korrelation und der Auflösung. Die Jet–Lepton–Methode B (Abbildung 6.19) verschmiert Ereignisse mit großen $x_{\gamma,\mathrm{had}} > 0.75$ stärker, während bei der Photonrest–Methode C (Abbildung 6.20) die Korrelation bei kleinen $x_{\gamma,\mathrm{had}} < 0.75$ schwach ist. Methode B hat zudem den Nachteil, dass auch gemessene Werte $x_{\gamma,\mathrm{det}} > 1$ auftreten.

Die beste Korrelation über den gesamten Bereich hat die $(E - P_z)$–Methode A (Abbildung 6.18). Die absolute Auflösung beträgt hier $\sigma(x_\gamma) = 0.09$. Sie ist im Bereich $0.5 < x_\gamma < 0.75$ etwas schlechter, darunter und darüber etwas besser.

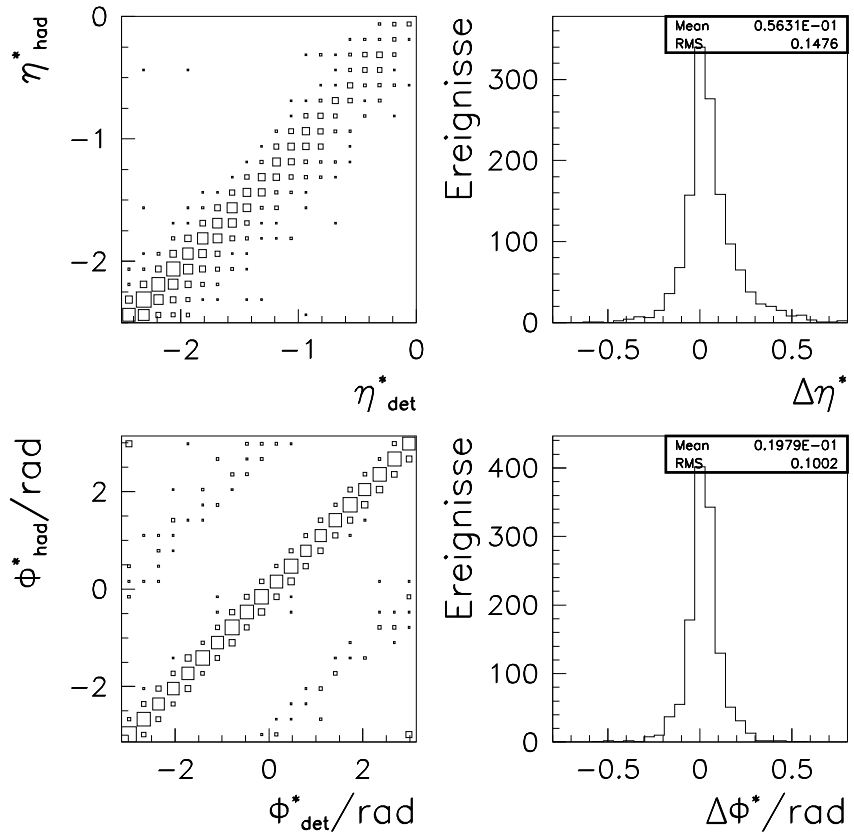

Abbildung 6.16: *Korrelation zwischen Hadron–Ebene und Detektor–Ebene (links) sowie absolute Auflösung (rechts) für die Pseudorapidität η^* (oben) und den Azimuthwinkel Φ^* der beiden Jets (unten).*

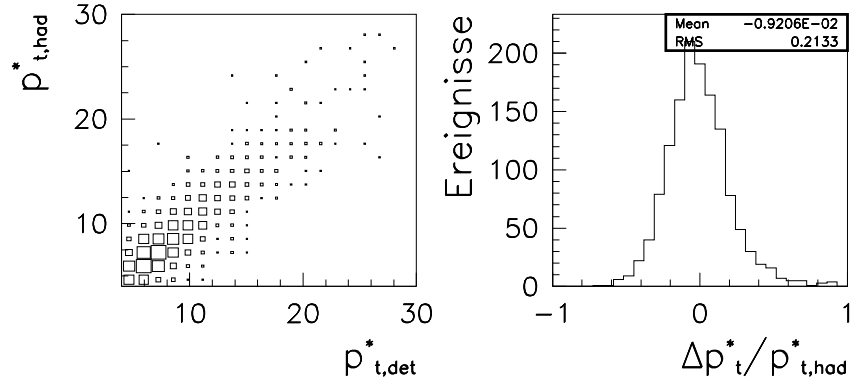

Abbildung 6.17: *Korrelation zwischen Hadron–Ebene und Detektor–Ebene (links) sowie relative Auflösung (rechts) für den Transversalimpuls p_T^* der Jets.*

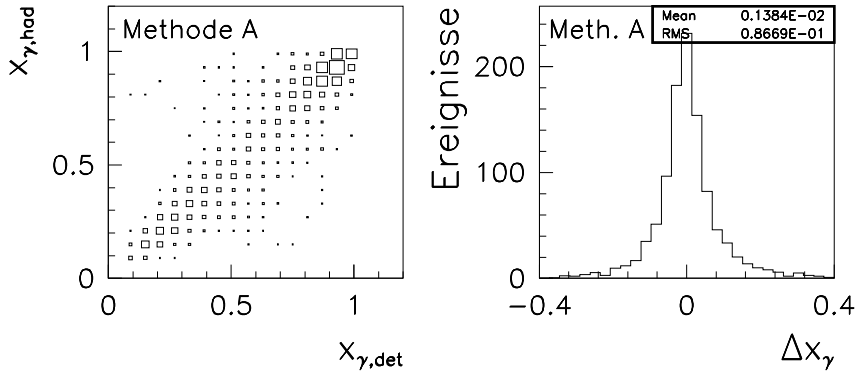

Abbildung 6.18: *Korrelation zwischen Hadron–Ebene und Detektor–Ebene (links) sowie absolute Auflösung (rechts) für den Impulsbruchteil x_γ, berechnet nach der $(E - P_z)$–Methode* A.

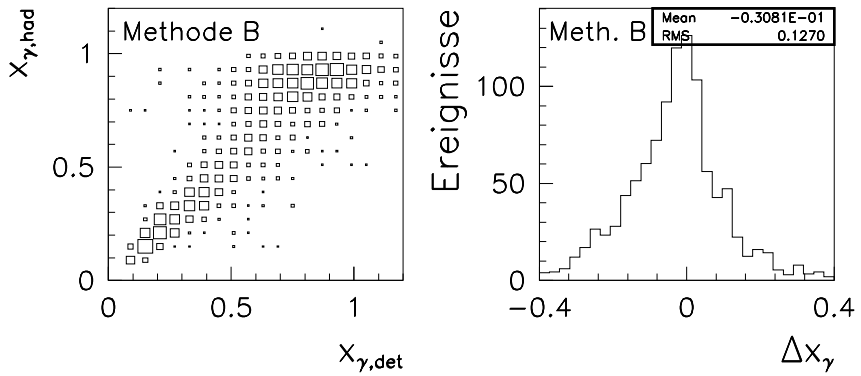

Abbildung 6.19: *Korrelation zwischen Hadron–Ebene und Detektor–Ebene (links) sowie absolute Auflösung (rechts) für den Impulsbruchteil x_γ, berechnet nach der Jet–Lepton–Methode* B.

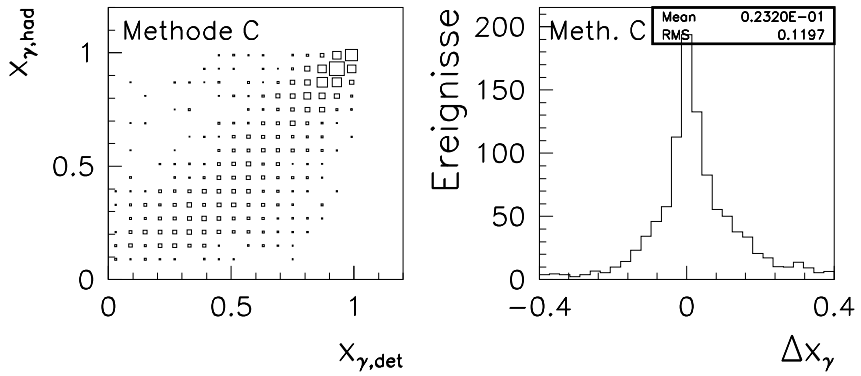

Abbildung 6.20: *Korrelation zwischen Hadron–Ebene und Detektor–Ebene (links) sowie absolute Auflösung (rechts) für den Impulsbruchteil x_γ, berechnet nach der Photonrest–Methode* C.

6.9 Zusammenfassung

Die in den vorhergehenden Abschnitten diskutierten Schnitte zur Selektion von tief inelastischen 2–Jet–Ereignissen sind noch einmal in Tabelle 6.3 zusammengestellt. Die Gruppierung macht für jeden Schnitt seinen hauptsächlichen Zweck deutlich; allerdings erfüllen die meisten Schnitte mehrere Funktionen.

Motivation	Selektionsschnitt	Ereignisse
Identifikation	Trigger s_0	
des Positrons	$E'_{\mathrm{e}} > 12\,\mathrm{GeV}$	
	$R_{\mathrm{cl}} < 5\,\mathrm{cm}$	
	$d_{\mathrm{BPC}} < 5\,\mathrm{cm}$	
	$\lvert x_{\mathrm{BPC}}\rvert > 16\,\mathrm{cm} \ \vee \ \lvert y_{\mathrm{BPC}}\rvert > 16\,\mathrm{cm}$	
	$\sqrt{x^2_{\mathrm{BPC}} + y^2_{\mathrm{BPC}}} > 18\,\mathrm{cm}$	
Untergrund	$-25\,\mathrm{cm} < z_{\mathrm{vtx}} < 35\,\mathrm{cm}$	
(γp, p–Gas, p–Wand)	$35\,\mathrm{GeV} < \sum(E - p_z) < 70\,\mathrm{GeV}$	
DIS–Kinematik	$156^\circ < \theta_{\mathrm{e}} < 173^\circ$	
	$Q^2 > 5\,\mathrm{GeV}^2$	
	$y > 0.1$	85597
2–Jet–Kinematik	$p^*_{\mathrm{T},1} > 4\,\mathrm{GeV} \ \wedge \ p^*_{\mathrm{T},2} > 5.5\,\mathrm{GeV}$ oder umgekehrt	
	$-2.5 < \eta^* < 0$	
	$-0.5 < \eta < 2.5$	1756

Tabelle 6.3: *Übersicht über die Schnitte zur Selektion tief inelastischer 2–Jet–Ereignisse.*

Es wurde gezeigt, dass die Kinematik von inklusiven DIS–Ereignissen nur unter Einbeziehung von QED–Effekten höherer Ordnung richtig beschrieben werden kann. Zur Messung des Wirkungsquerschnitts müssen daher radiative QED–Korrekturen berücksichtigt werden.

Die Verteilung zusätzlicher Energie außerhalb des Positron–Clusters im BEMC wird in DIS–Ereignissen zufriedenstellend durch Monte–Carlos simuliert.

Im definierten kinematischen Bereich der 2–Jet–Ereignisse wird die Raumrichtung der Jets mit guter Genauigkeit gemessen. In der Observablen x_γ ist die Korrelation zwischen Hadron– und Detektor–Ebene linear und die absolute Auflösung beträgt 0.09 Einheiten. Mit entsprechender Wahl der Binbreite ist hier also eine binweise Korrektur des Wirkungsquerschnitts $\mathrm{d}\sigma_2/\mathrm{d}x_\gamma$ möglich.

Kapitel 7

Vergleich der Daten mit Monte–Carlo–Modellen

7.1 Einleitung

In den folgenden Abschnitten werden gemessene Verteilungen von tief inelastischen 2–Jet–Ereignissen mit den Monte–Carlo–Generatoren `DJANGO/ARIADNE` und `RAPGAP` auf simulierter Detektor–Ebene verglichen. Bei `RAPGAP` sind zwei unabhängige Beiträge zu unterscheiden—zum einen der des direkt wechselwirkenden Photons („`RAPGAP`–direct"), zum anderen der Anteil des aufgelösten virtuellen Photons („`RAPGAP`–resolved").

Bei beiden Generatoren wurde die Parametrisierung GRV HO [Glü95b] der Protonstruktur verwendet, und der `RAPGAP`–resolved–Beitrag wurde mit der Parametrisierung SaS2D [Sch95] der γ^*–PDF berechnet.

Die in den Monte–Carlos implementierten und hier betrachteten physikalischen Modelle sind also (siehe dazu auch Abschnitt 3.6)

- das direkt wechselwirkende Photon mit Matrixelementen $\mathcal{O}(\alpha_s)$ und dem Farbdipol–Modell (CDM) der Partonkaskade (`DJANGO/ARIADNE`),
- das direkt wechselwirkende Photon mit Matrixelementen $\mathcal{O}(\alpha_s)$ und dem DGLAP–Partonschauer–Modell (`RAPGAP`–direct), und
- das aufgelöste virtuelle Photon mit Matrixelementen $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ und dem DGLAP–Partonschauer–Modell (`RAPGAP`–resolved).

Soweit nicht anders angegeben, ist jeweils die auf die Luminosität normierte Ereignisanzahl $N/\mathcal{L}$ im Bin angegeben. Die statistischen Fehler der Daten und der Monte–Carlos sind von gleicher Größenordnung und werden zur besseren Übersichtlichkeit nur bei den Datenpunkten und bei der Summe `RAPGAP` direct+resolved gezeigt.

Für `DJANGO/ARIADNE` bleibt die im Abschnitt 6.4 verwendete Normierung beibehalten, d. h. die Zahl der *inklusiven tief inelastischen* Ereignisse des Monte–Carlos ist auf die Daten normiert. In der Untermenge der 2–Jet–Ereignisse kann daher nicht nur ein Formunterschied zu den Daten auftreten, sondern auch eine *absolute Differenz*. Der Formunterschied wird durch Verhältnisbildung (Monte–Carlo dividiert durch Daten) sichtbar gemacht.

Bei RAPGAP standen für diese Untersuchung nur simulierte Ereignisse zu generierten harten $2 \to 2$–Subprozessen der jeweils führenden Ordnung zur Verfügung ($\mathcal{O}(\alpha_s)$ für den direkten und $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ für den aufgelösten Beitrag). Die auf die Luminosität normierte Zahl inklusiver tief inelastischer Ereignisse $N_{\mathrm{DIS}}^{\mathrm{RAPG}}/\mathcal{L}^{\mathrm{RAPG}}$ ist daher unbekannt, weshalb keine analoge Normierung wie bei DJANGO/ARIADNE möglich ist.

Der *direkte* Beitrag von RAPGAP und der Generator LEPTO/MEPS sind jedoch Implementationen des gleichen physikalischen Modells (Matrixelemente $\mathcal{O}(\alpha_s)$ + DGLAP–Partonschauer) und stimmen daher in 2–Jet–Verteilungen mit einander überein. Diese Gleichheit dient als Grundlage für die Normierung des RAPGAP–direct–Beitrags.

Ausgangspunkt dafür ist die auf die Daten normierte Zahl tief inelastischer Ereignisse von LEPTO/MEPS (siehe Abschnitt 6.4), wodurch auch die Zahl der 2–Jet–Ereignisse N^{LEPTO} fixiert wird. Die normierte Zahl der direkten 2–Jet–Ereignisse N^{RAPGdir} ergibt sich damit aus der Forderung

$$\frac{N^{\mathrm{RAPGdir}}}{\mathcal{L}^{\mathrm{RAPGdir}}} \stackrel{!}{=} \frac{N^{\mathrm{LEPTO}}}{\mathcal{L}^{\mathrm{LEPTO}}} \; . \tag{7.1}$$

Die Zahl der aufgelösten 2–Jet–Ereignisse hingegen wird einfach durch die vom Generator berechnete Luminosität dividiert ($N^{\mathrm{RAPGres}}/\mathcal{L}^{\mathrm{RAPGres}}$) und zum normierten direkten Beitrag addiert.

7.2 Kinematik

7.2.1 Alle 2–Jet–Ereignisse

Gestreutes Positron

Die Abbildungen 7.1 bis 7.4 mit den Verteilungen der kinematischen Größen E'_e, y, Q und x zeigen einen deutlichen Formunterschied zwischen der Messung und RAPGAP–direct. Während bei großen Werten von Q und x die RAPGAP–direct–Verteilung mit den Daten übereinstimmt, wächst die Differenz mit abnehmendem Q bzw. x auf bis zu 50 %. Auch in E'_e und y ist eine charakteristische Zunahme der Diskrepanz zu kleinen Werten von E'_e und zu großem y hin erkennbar. In den gebildeten Verhältnissen (Monte–Carlo/Daten) äußert sich der Formunterschied durch eine signifikante Steigung der durchgezogenen RAPGAP–direct–Linie.

Die Addition des Beitrags des aufgelösten Photons, d. h. die Verteilung der Summe RAPGAP direct+resolved, beschreibt alle vier gemessenen Verteilungen weitgehend innerhalb des statistischen Fehlers.

Das Modell des aufgelösten virtuellen Photons produziert also Ereignisse, die den Phasenraum vor allem dort bevölkern, wo die Diskrepanz zwischen Messung und direktem Anteil besonders groß ist. Der relative Beitrag des aufgelösten Photons ist am größten bei

- kleiner Positron–Energie E'_e
- großem y
- kleiner Virtualität Q^2 (bzw. Q)

- kleinem x.

DJANGO/ARIADNE liegt im wesentlichen überall zwischen RAPGAP–direct und der Messung und zeigt im Vergleich mit den Daten einen schwächer ausgeprägten Formunterschied. Insbesondere in den Verhältnis–Verteilungen zu Q und x zeigt sich keine signifikante Steigung. In E'_e und y ist das Verhalten qualitativ gleich zu RAPGAP–direct.

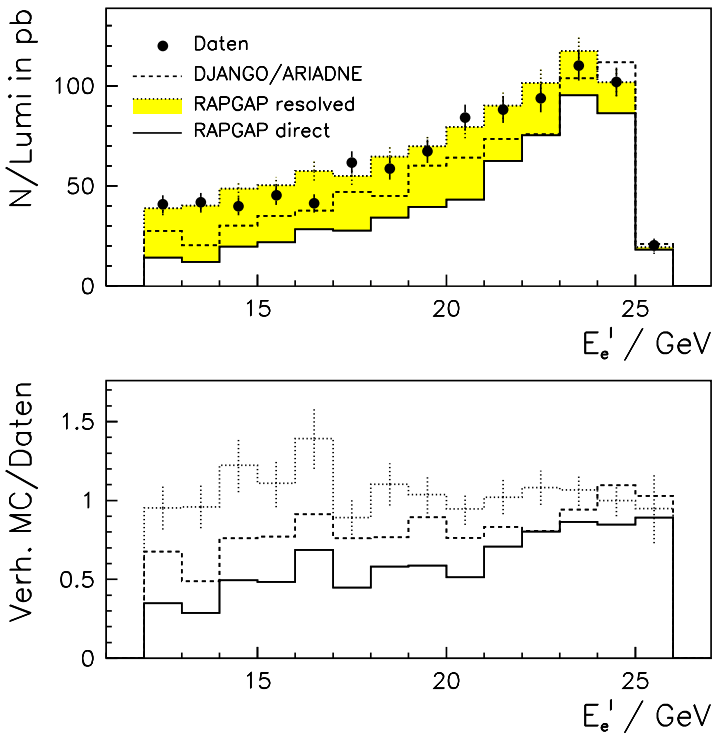

Abbildung 7.1: *Energie E'_e des gestreuten Positrons in 2–Jet–Ereignissen. Die Daten (Punkte) werden mit den Generatoren* DJANGO/ARIADNE *(gestrichelte Linie) und* RAPGAP *verglichen. Der direkte Anteil bei* RAPGAP *ist als durchgezogene Linie gezeigt. Der additive Beitrag des aufgelösten virtuellen Photons bei* RAPGAP *ist hier wie im folgenden schattiert dargestellt, und die punktierte Linie ist die Summe des direkten und des aufgelösten Anteils.*

Jets

Die Verteilungen der Pseudorapiditäten η_1^* und η_2^* der beiden Jets sowie der mittleren Jet–Pseudorapidität $\overline{\eta^*}$ (Abbildungen 7.5, 7.6 bzw. 7.7) zeigen eine zunehmende Differenz zwischen der Messung und RAPGAP–direct zu zentraler Rapidität hin ($\eta^* \to -0$). Besonders auffällig ist dies bei den Ereigniszahl–Verhältnissen der η_2^*–Verteilung, d. h. beim vorderen Jet: Sowohl RAPGAP–direct als auch DJANGO/ARIADNE versagen bei der Wiedergabe der Form der gemessenen Verteilung. Der aufgelöste Beitrag hingegen produziert genau in dieser Region gehäuft Jet–Ereignisse, so dass die Summe RAPGAP direct+resolved auch hier eine gute Beschreibung der Daten gibt. Allerdings scheint im Bereich $-1 < \eta^* < 0$ ein systematischer Überschuß aufgelöster Ereignisse vorzuliegen.

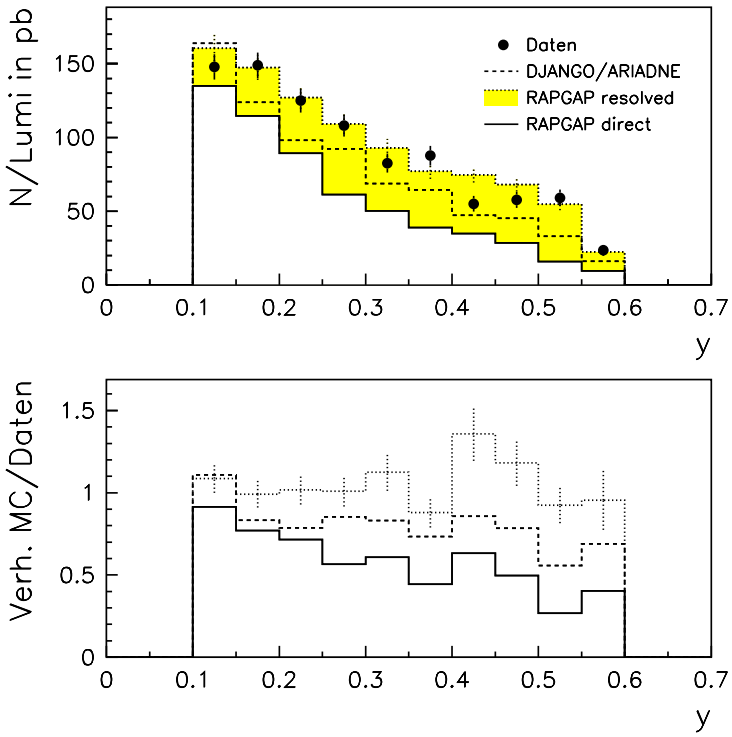

Abbildung 7.2: *Variable y in 2–Jet–Ereignissen.*

Die Verteilung des Transversalimpulses p_T^* der Jets, in Abbildung 7.8 dargestellt, zeigt für DJANGO/ARIADNE im Kontrast zu RAPGAP einerseits und zu den Daten andererseits ein charakteristisches Verhalten:

- RAPGAP–direct liegt gleichförmig um ca. 40 % unter der Messung.
- DJANGO/ARIADNE reproduziert für kleine Transversalimpulse $p_T^* < 7\,\text{GeV}$ das Verhalten von RAPGAP–direct, liegt also unter den Daten. Bei mittlerem p_T^* hingegen stimmt DJANGO/ARIADNE mit der Messung überein. Im Bereich $p_T^* > 20\,\text{GeV}$ scheint dieses Modell jedoch systematisch über den Daten zu liegen.

Die Summe aus direktem und aufgelöstem Anteil beschreibt die Form des p_T^*–Spektrums innerhalb der Fehlergrenzen. Es ist keine auffällige Häufung des aufgelösten Beitrags erkennbar.

Das Verhältnis $\overline{p_T^*}/Q$ aus dem mittleren Transversalimpuls und der Photonvirtualität ist von besonderer Bedeutung im Modell des aufgelösten virtuellen Photons, da $\overline{p_T^{*2}}$ mit der Skala μ^2 des harten Streuprozesses korreliert ist. Im kinematischen Bereich $\overline{p_T^*}/Q \gtrsim 1$ sind die wesentlichen Beiträge der γ^*–Partondichte zu erwarten (siehe Abschnitt 3.3).

Die in Abbildung 7.9 gezeigte Verteilung von $\overline{p_T^*}/Q$ liefert jedoch keinen klaren Beleg für die naive Erwartung einer Häufung von aufgelösten Ereignissen bei großen Werten des Skalenquotienten. Der relative Beitrag von RAPGAP–resolved steigt nur bis etwa $\overline{p_T^*}/Q = 1.5$ an, bleibt dann aber konstant.

Das könnte eine einfache kinematische Ursache haben: Nach Gleichung 2.26 sind große Werte von $\overline{p_T^*}/Q$ mit ebenfalls großen Werten von x_γ korreliert—und damit durch

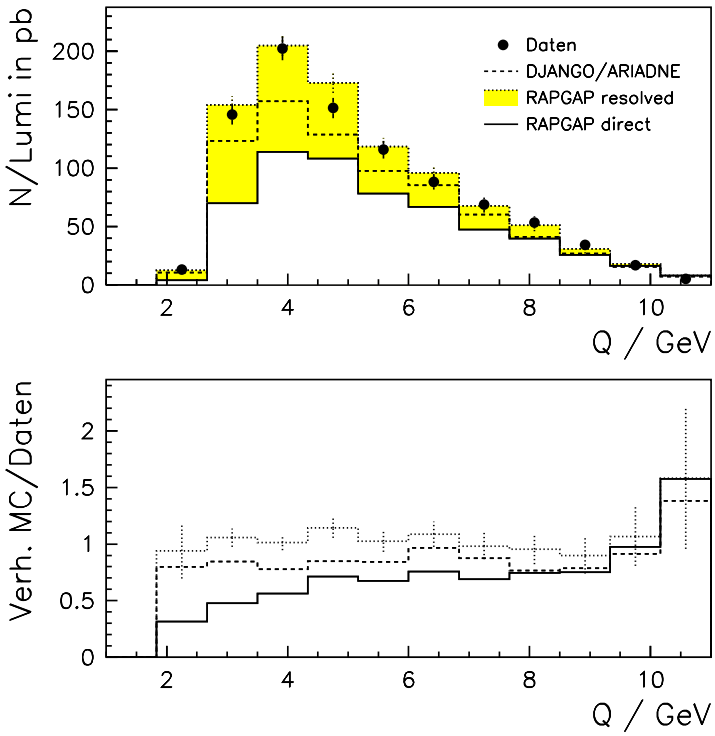

Abbildung 7.3: *Photonvirtualität* $Q = \sqrt{Q^2}$ *in 2–Jet–Ereignissen.*

die mit wachsendem x_γ abnehmende Partondichte, namentlich der des Gluons, unterdrückt.

Durch die Verwendung der *kombinierten Objekte* auf Detektor–Ebene zur Bildung der Jets (siehe Abschnitt 6.5.2) wird ein Teil der Jet–Energie E im Laborsystem von rekonstruierten Teilchenspuren getragen. Die Verteilung dieses Bruchteils $f(E)_{\text{Spur}}$ ist in Abbildung 7.10 gezeigt. Etwa 20 % der Jet–Energie entfällt im Mittel auf Spuren geladener Teilchen, die restlichen 80 % auf Cluster im LAr. Alle drei Modelle beschreiben die Verteilung qualitativ richtig. Die Monte–Carlos mit direktem Photon übergewichten jedoch kleine Werte von $f(E)_{\text{Spur}}$, während `RAPGAP` direct+resolved die Messung insgesamt sehr gut wiedergibt. Damit ist sicher gestellt, dass mit den verwendeten Monte–Carlos unter Benutzung der kombinierten Objekte die Detektor–Korrekturen des Wirkungsquerschnitts richtig bestimmt werden können.

Die kinematischen Jet–Verteilungen der Monte–Carlo–Generatoren lassen sich im Vergleich mit der Messung zusammenfassend wie folgt charakterisieren:

- Modelle mit ausschließlich direkt wechselwirkendem Photon produzieren zu wenig 2–Jet–Ereignisse mit Jets bei zentraler Rapidität im γ–p–CMS. Dies trifft sowohl auf das DGLAP–Modell `RAPGAP`–direct als auch in schwächerem Maße auf das Farbdipol–Modell (CDM) `DJANGO/ARIADNE` zu.

- CDM sagt ein zu hartes Spektrum des Jet–Transversalimpulses voraus.

- Der zusätzliche Beitrag der aufgelösten Wechselwirkung des virtuellen Photons mit DGLAP–Partonschauern (`RAPGAP`–resolved) liefert eine qualitativ richtige Beschreibung aller betrachteten Messgrößen.

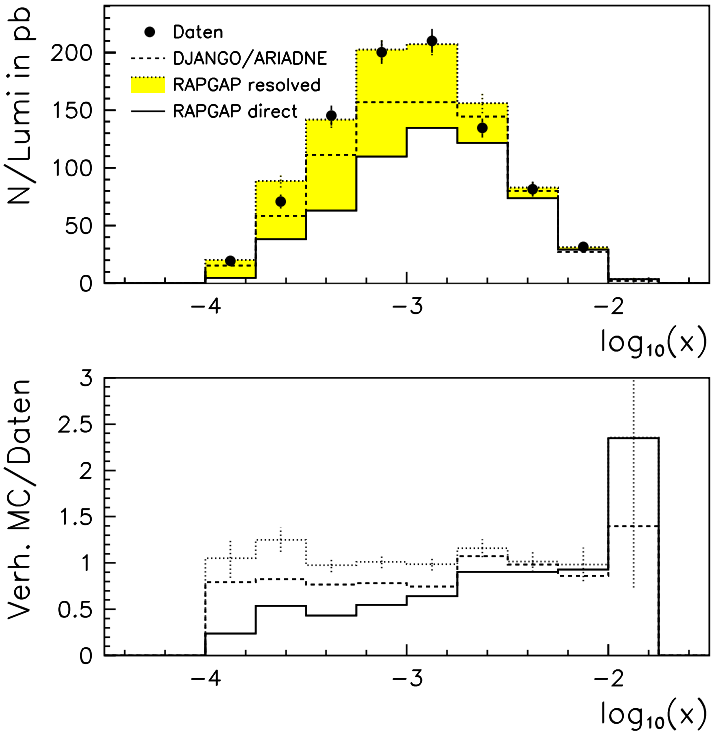

Abbildung 7.4: *Skalenvariable x in 2–Jet–Ereignissen.*

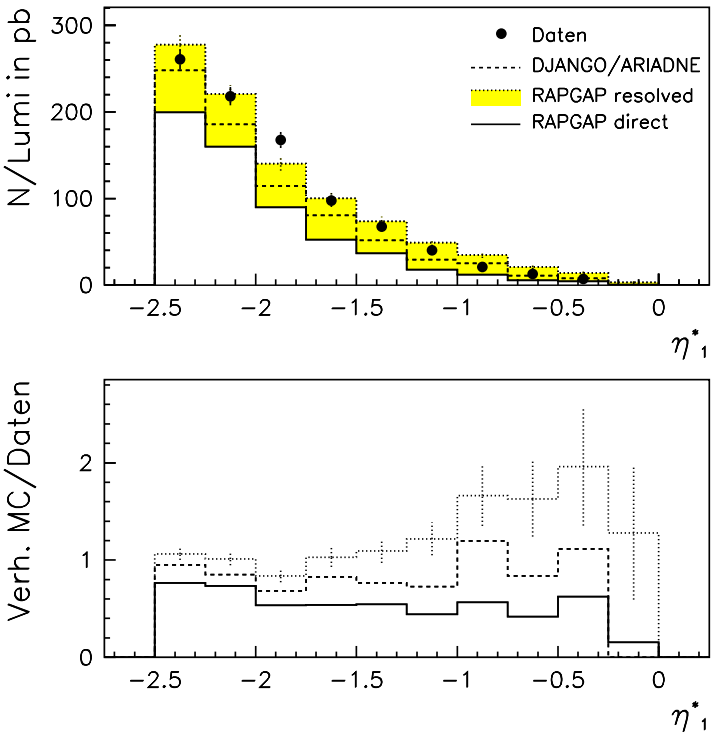

Abbildung 7.5: *Pseudorapidität η_1^* des rückwärtigen Jets in 2–Jet–Ereignissen.*

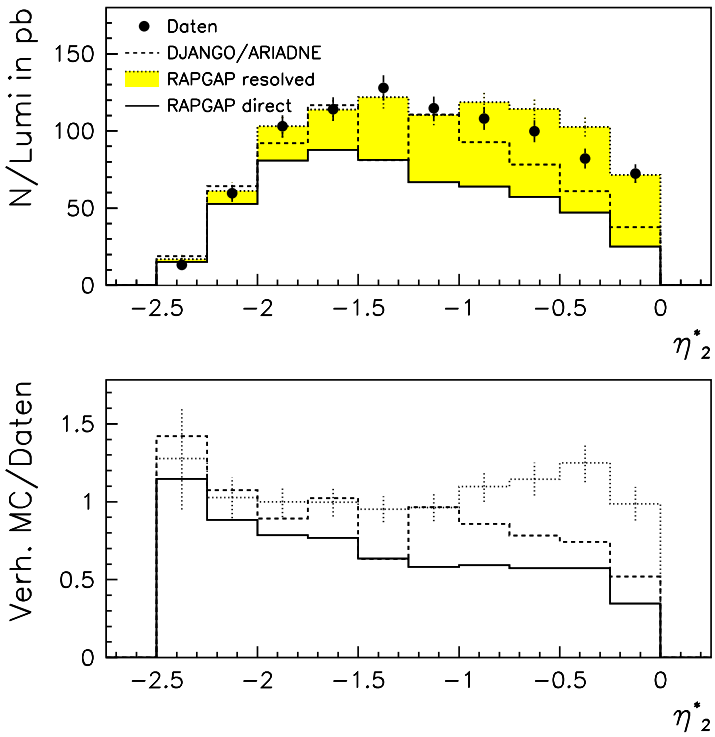

Abbildung 7.6: *Pseudorapidität η_2^* des vorderen Jets in 2–Jet–Ereignissen.*

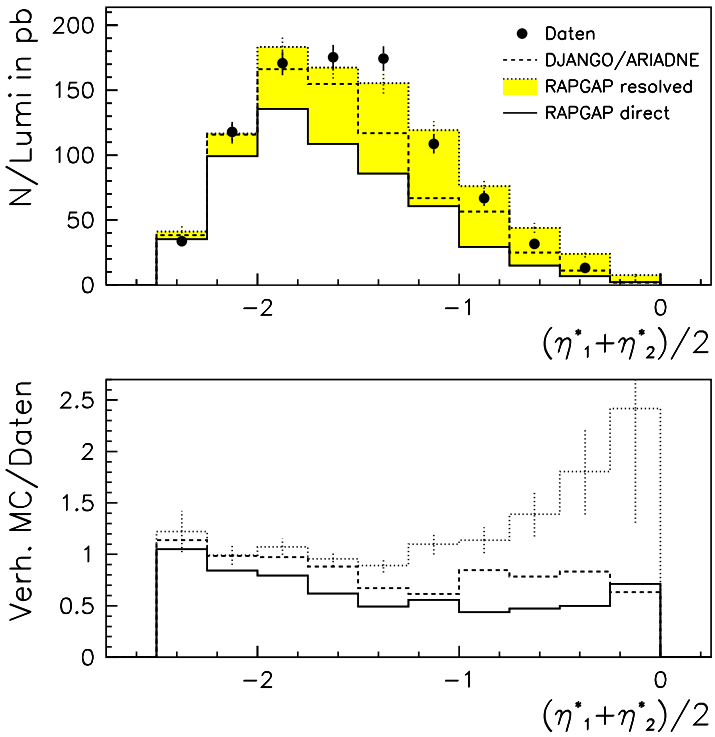

Abbildung 7.7: *Mittlere Pseudorapidität $\overline{\eta^*}$ in 2–Jet–Ereignissen.*

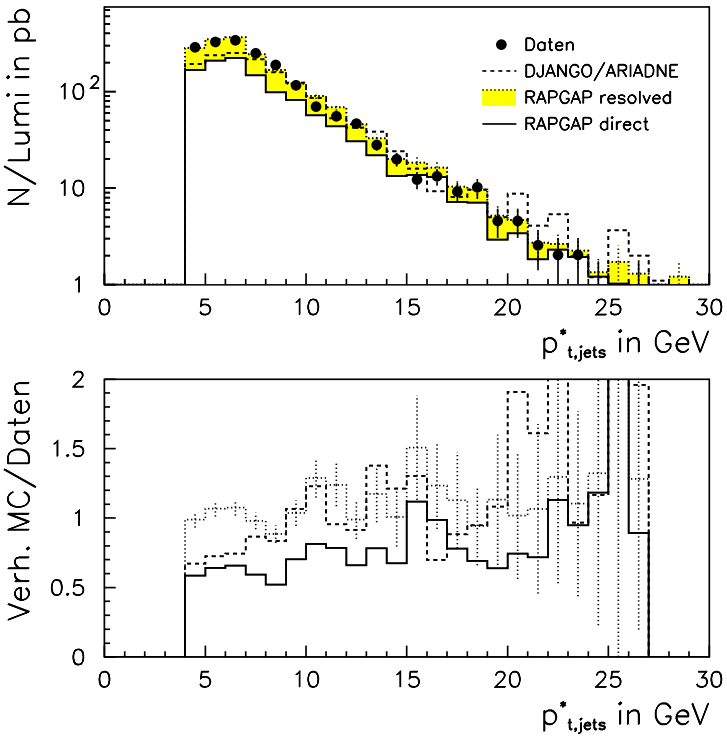

Abbildung 7.8: *Transversalimpuls p_T^* beider Jets in 2–Jet–Ereignissen. Jeder Jet erzeugt einen Eintrag, d. h. jedes Ereignis hat doppeltes Gewicht.*

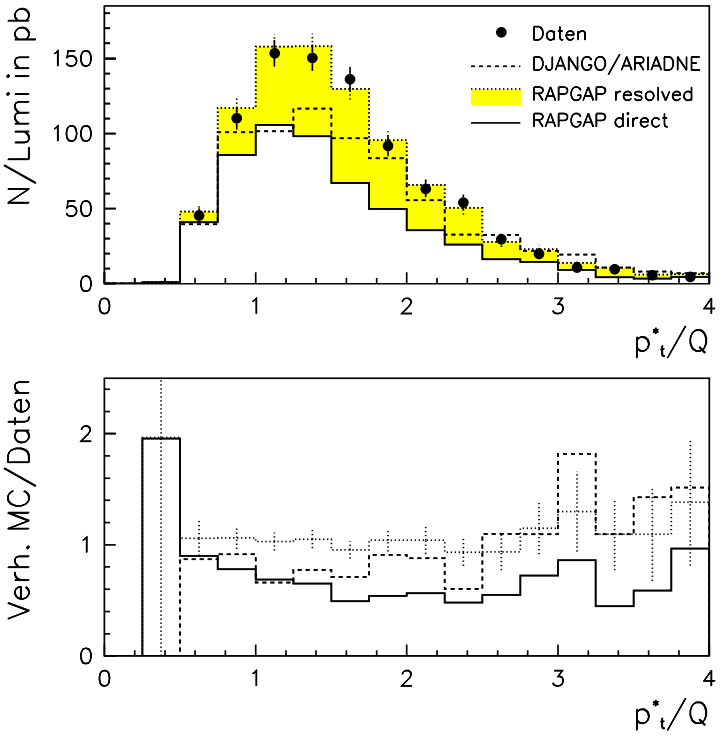

Abbildung 7.9: *Verhältnis $\overline{p_T^*}/Q$ in 2–Jet–Ereignissen.*

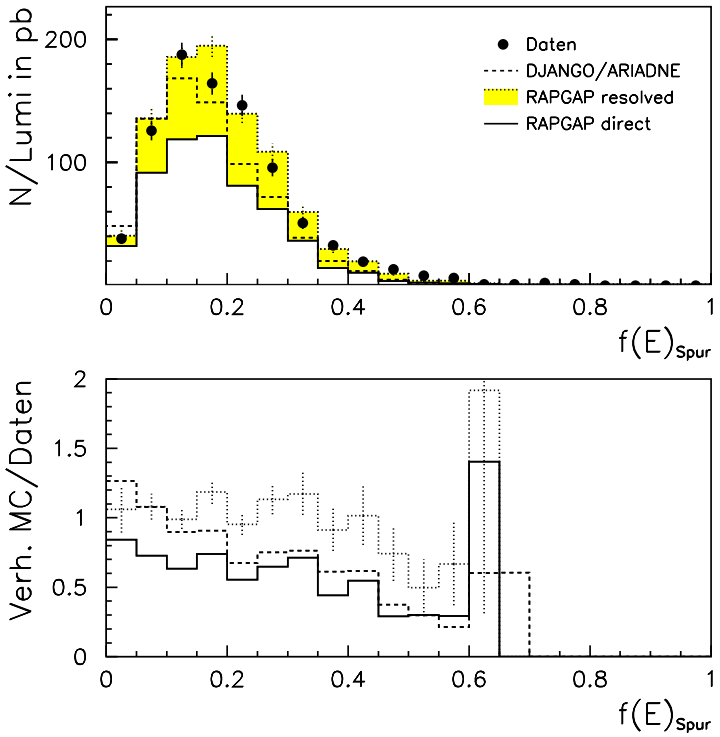

Abbildung 7.10: *Bruchteil $f(E)_{\mathrm{Spur}}$ der von Spuren getragenen Jet–Energie in 2–Jet–Ereignissen.*

Impulsbruchteil x_γ

Der Verteilung des Photon–Impulsbruchteils x_γ, zum einen nach der $(E-P_z)$–Methode A und zum anderen nach der Photonrest–Methode C berechnet, ist in den Abbildungen 7.11 bzw. 7.12 gezeigt. Sowohl der direkte Beitrag von RAPGAP als auch DJANGO/ARIADNE produzieren im Vergleich zu den Daten zu wenige Ereignisse mit kleinen Werten von x_γ. Dieses Verhalten ist bei DJANGO/ARIADNE am ausgeprägtesten. Im Bereich $x_\gamma < 0.7$ liegen beide Monte–Carlos etwa 50 % unter der Messung.

Der aufgelöste Beitrag von RAPGAP bevölkert hingegen vorwiegend den Bereich kleiner Werte von x_γ. Die Summe RAPGAP direct+resolved beschreibt die Daten–Verteilung der Methode A im Bereich $x_{\gamma,\mathrm{A}} \gtrsim 0.3$ gut, liegt jedoch für kleinere $x_{\gamma,\mathrm{A}}$ signifikant darüber. Bei der Methode C ist dieser Überschuss über einen größeren Bereich von $x_{\gamma,\mathrm{C}}$ verschmiert.

Der Überschuss von RAPGAP–resolved bei kleinen Werten von x_γ ist korreliert mit dem im letzten Abschnitt beobachteten Überschuss von Jets bei zentraler Rapidität: Hier äußert sich der aus Gleichung 2.37 ersichtliche Zusammenhang zwischen x_γ und Jet–Pseudorapidität η^*. Eine mögliche Ursache wäre eine zu hoch veranschlagte Partondichte des Photons bei kleinem x_γ in der verwendeten Parametrisierung SaS2D.

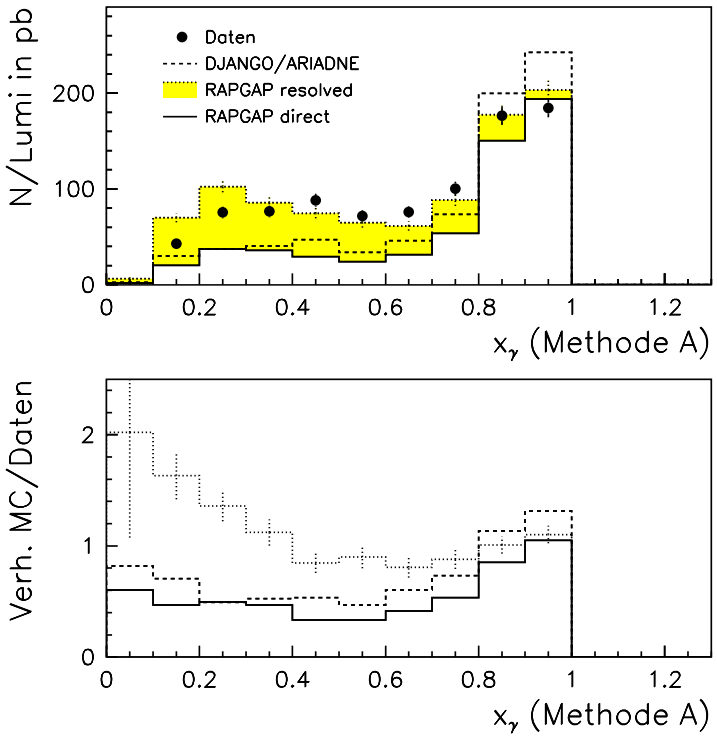

Abbildung 7.11: *Photon–Impulsbruchteil x_γ, berechnet nach der $(E-P_z)$–Methode.*

In den Abbildungen 7.13 bis 7.15 ist die gemessene Korrelation zwischen den auf verschiedene Weise berechneten Werten von x_γ jeweils paarweise aufgetragen. Die Korrelation der Jet–Lepton–Methode B mit den anderen beiden Methoden zeigt eine zunehmende Verschmierung von $x_{\gamma,\mathrm{B}}$ bei großen Werten $x_\gamma \to 1$.

Am stärksten korreliert sind die rein hadronische $(E-P_z)$–Methode A und die Photonrest–Methode C. Beide haben, was die formale Berücksichtigung des hadroni-

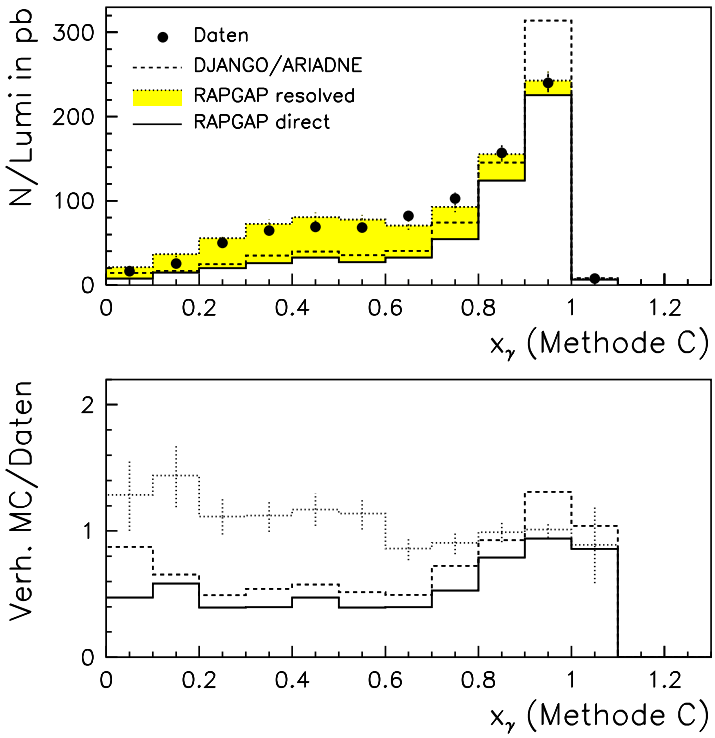

Abbildung 7.12: *Photon–Impulsbruchteil x_γ, berechnet nach der Photonrest–Methode.*

schen Endzustands betrifft, komplementäre Ansätze:

- In $x_{\gamma,\mathsf{A}}$ gehen einerseits die Teilchen der beiden Jets und andererseits der gesamte hadronische Endzustand ein. Die Abweichung vom Wert 1 beruht auf der indirekt gemessenen *Differenz* dieser beiden Teilchenmengen.

- Zu $x_{\gamma,\mathsf{C}}$ tragen nur die Teilchen in der Photonhemisphäre außerhalb der Jets bei: Hier wird die Differenz der Methode A gewissermaßen *direkt* gemessen.

Die relativ gute Übereinstimmung dieser beiden Observablen ist ein Beleg dafür, dass die Photonhemisphäre als Fragmentationsrichtung des Photonrests sinnvoll definiert ist.

Im folgenden ist, sofern nicht explizit anders angegeben, mit x_γ immer der nach der $(E - P_z)$–Methode A berechnete Wert gemeint.

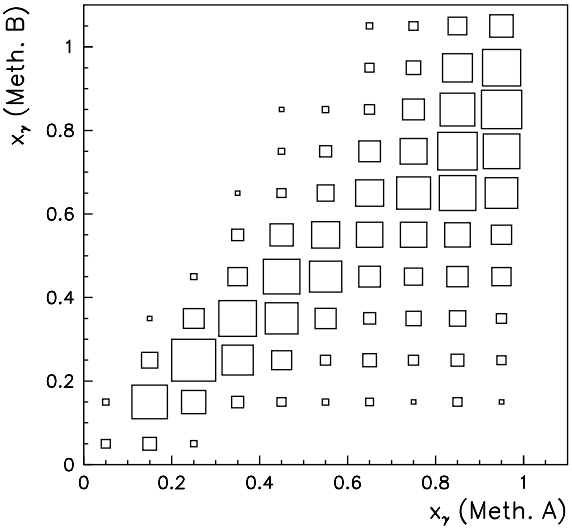

Abbildung 7.13: *Korrelation zwischen* $x_{\gamma,\mathrm{B}}$ *(berechnet nach der Jet–Lepton–Methode) und* $x_{\gamma,\mathrm{A}}$ *(berechnet nach der* $(E - P_z)$*–Methode).*

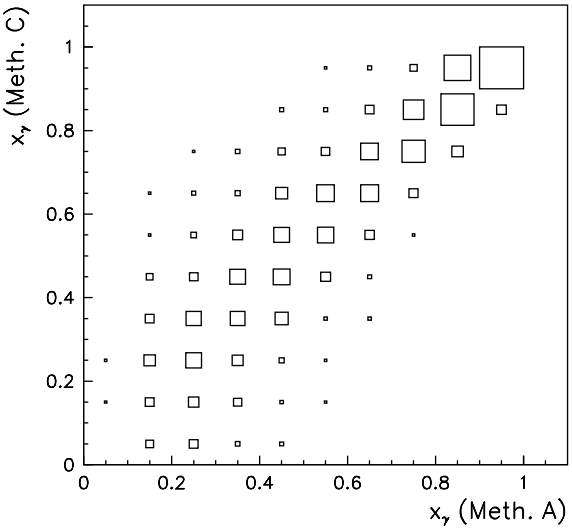

Abbildung 7.14: *Korrelation zwischen* $x_{\gamma,\mathrm{C}}$ *(berechnet nach der Photonrest–Methode) und* $x_{\gamma,\mathrm{A}}$ *(berechnet nach der* $(E - P_z)$*–Methode).*

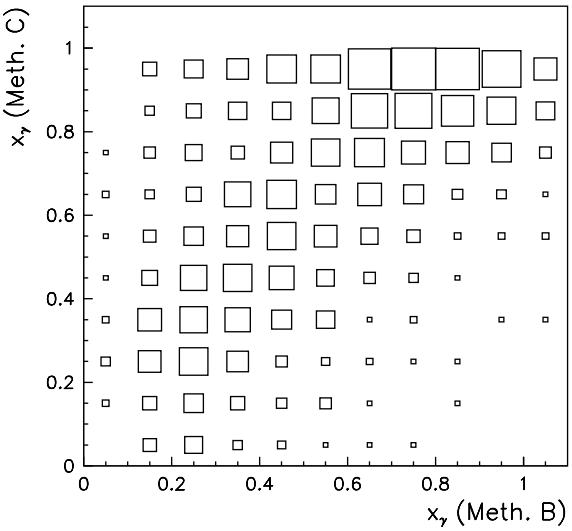

Abbildung 7.15: *Korrelation zwischen* $x_{\gamma,\mathrm{C}}$ *(berechnet nach der Photonrest–Methode) und* $x_{\gamma,\mathrm{B}}$ *(berechnet nach der Jet–Lepton–Methode).*

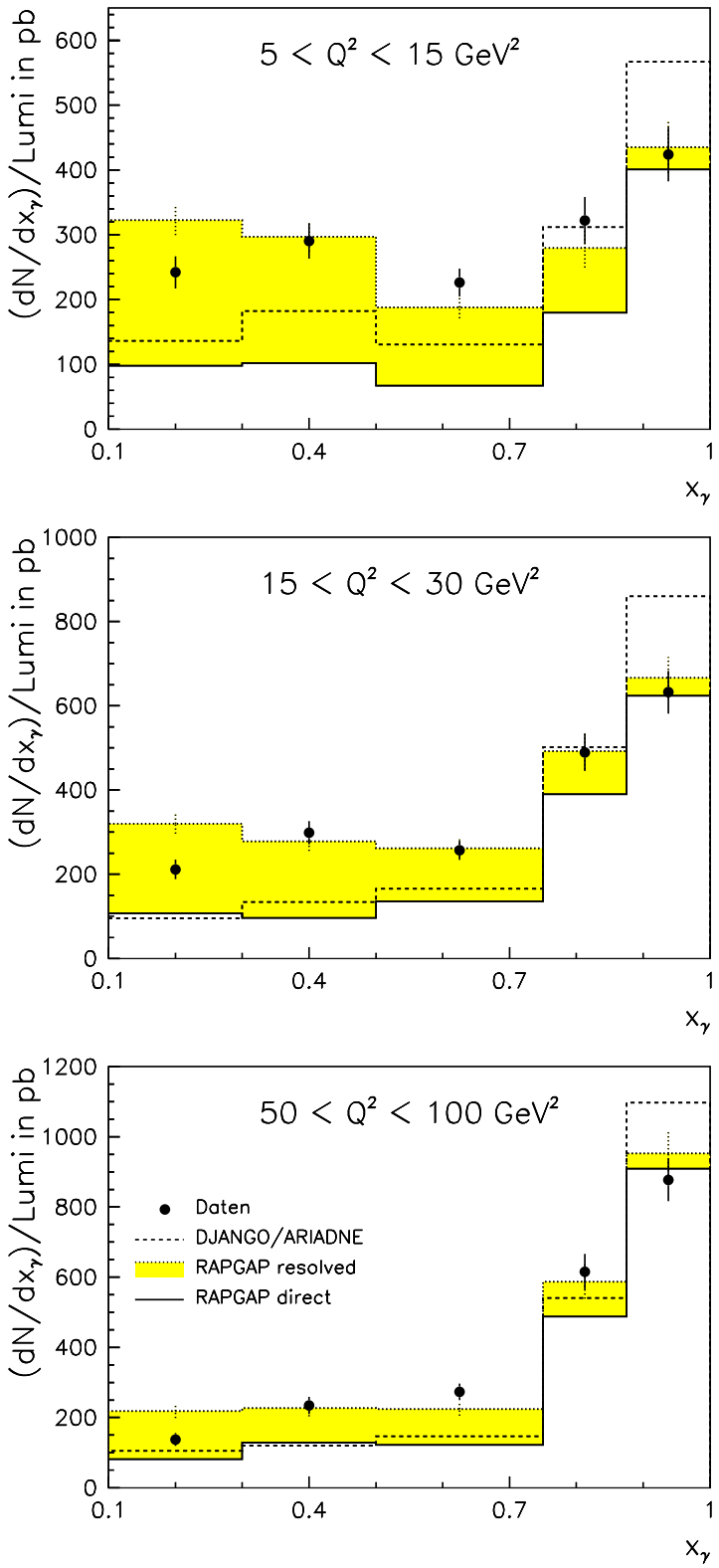

Abbildung 7.16: *Verteilung von $x_{\gamma,\mathrm{A}}$ in drei verschiedenen Bereichen von Q^2.*

In Abbildung 7.16 ist das differentielle Verhalten der x_γ–Verteilung als Funktion von Q^2 dargestellt. Mit abnehmender Photonvirtualität steigt der relative Anteil von Ereignissen mit kleinem x_γ: Die Verteilung wird flacher. Weiterhin nimmt die Diskrepanz zwischen RAPGAP–direct und der Messung zu. Das Spektrum von DJANGO/ARIADNE ist unabhängig von Q^2 zu niedrig bei kleinem x_γ und zu steil bei großem x_γ.

Die Summe RAPGAP direct+resolved beschreibt die Datenverteilung für $x_\gamma > 0.3$ in allen Q^2–Bereichen sehr gut, liegt aber für $0.1 < x_\gamma < 0.3$ durchweg ungefähr 50 % darüber.

7.2.2 Anreicherung von direkten Ereignissen

In allen im letzten Abschnitt betrachteten Verteilungen ist der zusätzliche Beitrag des aufgelösten Photons in RAPGAP geeignet, die Messergebnisse befriedigend zu reproduzieren. Nun sollen in einem kinematischen Bereich, in dem dieser Beitrag relativ klein ist, die Monte–Carlo–Generatoren mit den Daten verglichen werden.

Ein Schnitt in der Variablen x definiert eine Ereignisteilmenge, in welcher der RAPGAP–resolved–Anteil etwa 15 % beträgt (vergleiche Abbildung 7.4):

$$\boxed{\log_{10} x > -2.75} \tag{7.2}$$

Die Abbildungen 7.17 bis 7.20 zeigen die Verteilungen der Observablen y, Q, $\overline{\eta^*}$ bzw. x_γ in den Ereignissen bei großem x.

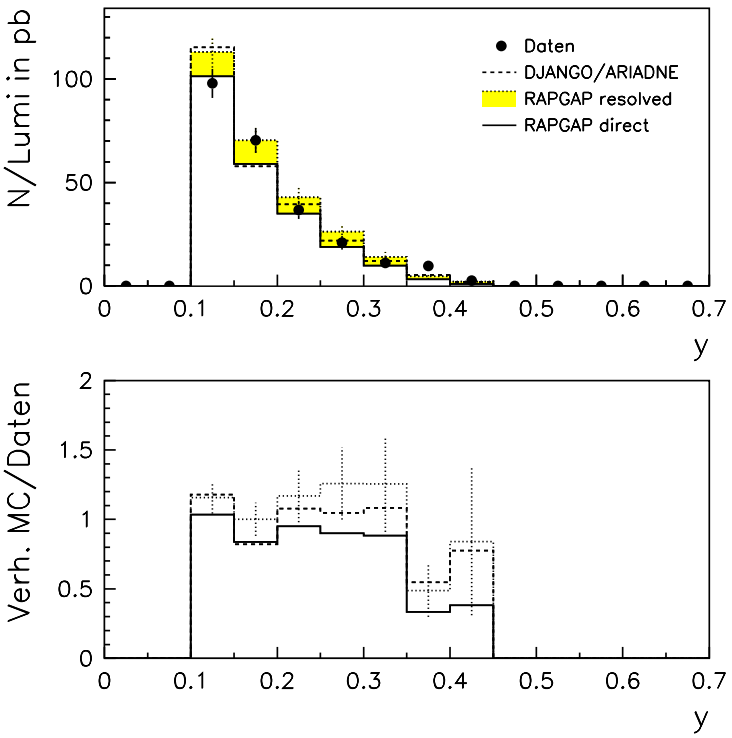

Abbildung 7.17: *Variable y in 2–Jet–Ereignissen mit* $\log_{10} x > -2.75$.

In allen Verteilungen sind, im Rahmen der statistischen Fehler, keine sehr ausgeprägten Formunterschiede zwischen den verschiedenen Monte–Carlo–Modellen erkennbar. Sowohl das Q– als auch das $\overline{\eta^*}$–Spektrum der Generatoren ist gegen die Daten zu

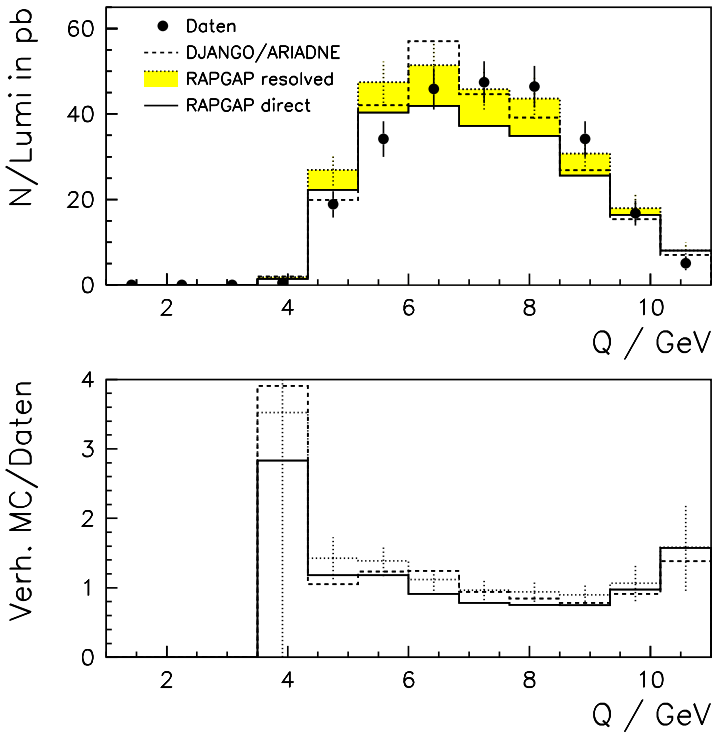

Abbildung 7.18: *Photonvirtualität* $Q = \sqrt{Q^2}$ *in 2–Jet–Ereignissen mit* $\log_{10} x > -2.75$.

kleineren Werten hin verschoben. DJANGO/ARIADNE liefert die beste Beschreibung der mittleren Pseudorapidität $\overline{\eta^*}$, während RAPGAP–direct größere Abweichungen zeigt.

Die x_γ–Verteilung zeigt erwartungsgemäß nur einen kleinen Anteil von Ereignissen bei $x_\gamma < 0.75$. Auch hier überschätzt DJANGO/ARIADNE die Zahl der Ereignisse im höchsten Bin signifikant.

Der relative Anteil des RAPGAP–resolved–Beitrags zeigt keine deutliche Abhängigkeit von den betrachteten vier Variablen.

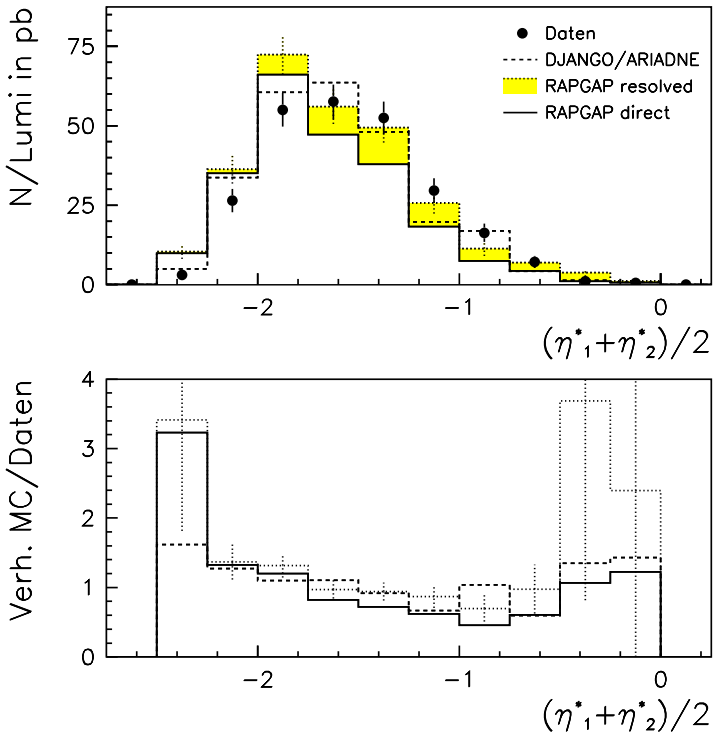

Abbildung 7.19: *Mittlere Pseudorapidität* $\overline{\eta^*}$ *in 2–Jet–Ereignissen mit* $\log_{10} x > -2.75$.

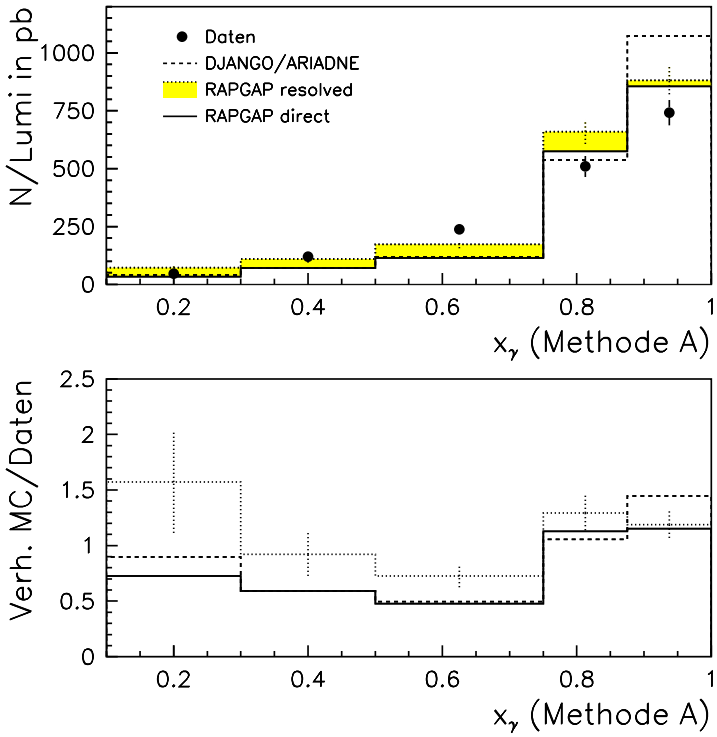

Abbildung 7.20: *Photon–Impulsbruchteil* x_γ *bei* $\log_{10} x > -2.75$.

7.2.3 Anreicherung von aufgelösten Ereignissen

Durch den Schnitt

$$\boxed{\log_{10} x < -3.25} \tag{7.3}$$

wird eine komplementäre Ereignisteilmenge bei kleinem x definiert, in welcher der RAPGAP–resolved–Anteil auf ca. 55 % angereichert ist.

Die Verteilungen der vier Variablen des vorhergehenden Abschnitts sind in den Abbildungen 7.21 bis 7.24 dargestellt. In y und Q ist die RAPGAP–resolved–Komponente innerhalb des statistischen Fehlers verträglich mit einer flachen Gleichverteilung. Während die Generatoren in y keine signifikanten Formunterschiede zur gemessenen Verteilung zeigen, wird die Diskrepanz zwischen den Daten und RAPGAP–direct mit abnehmendem Q größer.

Die deutlichsten Effekte sind in den kinematisch korrelierten Observablen $\overline{\eta^*}$ und x_γ sichtbar. Mit wachsendem $\overline{\eta^*}$ und mit abnehmendem x_γ wächst der relative Beitrag des aufgelösten Photons an. Die Form der gemessenen x_γ–Verteilung wird am besten von RAPGAP direct+resolved wiedergegeben, wobei das Modell auch hier die Daten im untersten Bin ($0.1 < x_\gamma < 0.3$) übertrifft. RAPGAP–direct und DJANGO/ARIADNE hingegen produzieren ein Spektrum, das zu großem x_γ hin verschoben ist.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass das Spektrum des Impulsbruchteils x_γ der am meisten sensitive Indikator für die aufgelöste Wechselwirkung des virtuellen Photons ist.

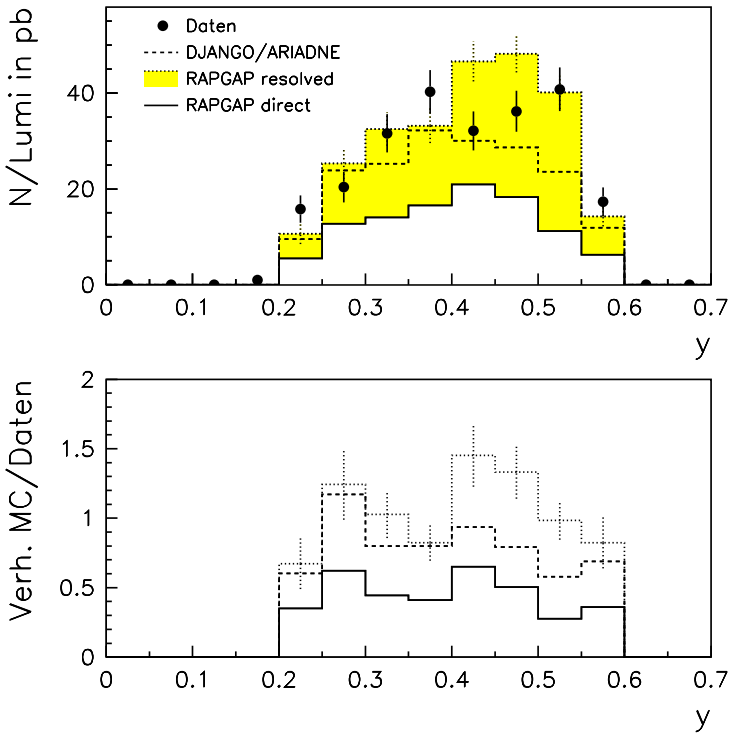

Abbildung 7.21: *Variable y in 2–Jet–Ereignissen mit* $\log_{10} x < -3.25$.

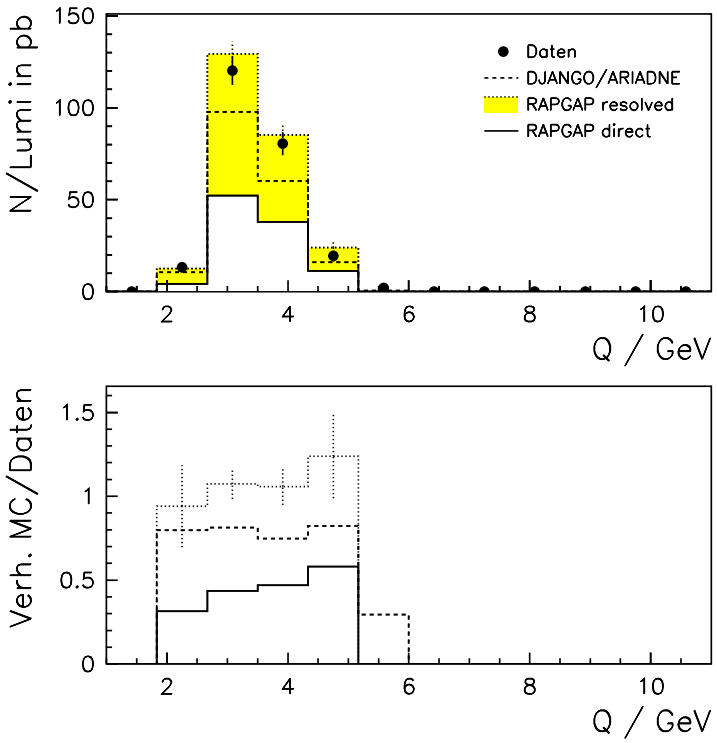

Abbildung 7.22: *Photonvirtualität* $Q = \sqrt{Q^2}$ *in 2–Jet–Ereignissen mit* $\log_{10} x < -3.25$.

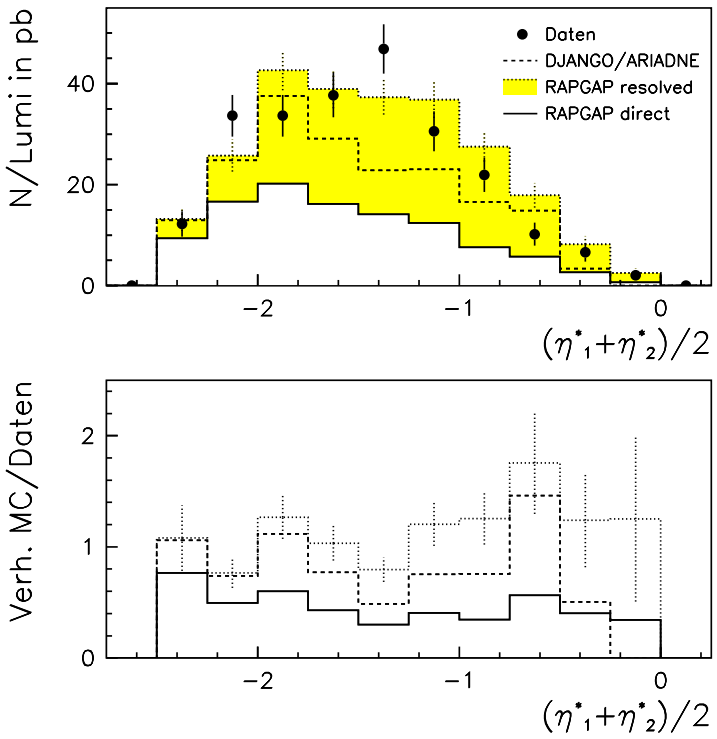

Abbildung 7.23: *Mittlere Pseudorapidität* $\overline{\eta^*}$ *in 2–Jet–Ereignissen mit* $\log_{10} x < -3.25$.

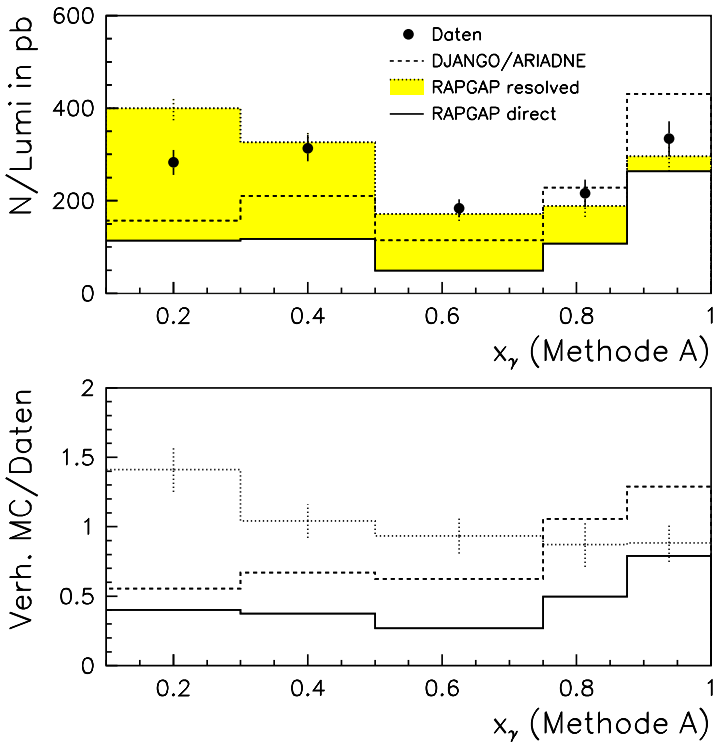

Abbildung 7.24: *Photon–Impulsbruchteil* x_γ *bei* $\log_{10} x < -3.25$.

7.3 Jetprofile

Jetprofile messen, ebenso wie die weiter unten gezeigten Photonhemisphären–Profile, den über die Ereignisse gemittelten (Transversal–)Energiefluss. Die über alle Ereignisse histogrammierte räumliche Energieverteilung wird auf die Zahl der Ereignisse normiert.

Die bisher gezeigten Monte–Carlo–Verteilungen sind mit den Unsicherheiten des generierten Wirkungsquerschnitts und der möglichen Differenz zur tatsächlichen hadronischen Energieskala des Kalorimeters behaftet—vor allem die letztere hat großen Einfluss auf die Zahl simulierter 2–Jet–Ereignisse. Sie sollten deshalb vor allem in ihrem differentiellen Verlauf mit der Messung verglichen werden.

Im Gegensatz dazu sind die Profile auch in ihrem absoluten Wert aussagekräftig. In erster Näherung wirkt sich hier der Fehler der hadronischen Skala von 4 % direkt auf die Absolutwerte aus.

Die Abbildungen 7.25 und 7.26 zeigen, jeweils getrennt für den rückwärtigen und den vorderen Jet, die Transversalenergie–Profile relativ zur Jet–Achse in η^*– bzw. Φ^*–Richtung. Es sind nur die Energiedepositionen im Flüssigargon–Kalorimeter berücksichtigt, nicht jedoch die im BEMC.

Im Mittel ist das γ–p–CMS gegen das Laborsystem um einen longitudinalen Boost mit einer Rapidität von ~ 2 Einheiten nach hinten verschoben. Die bei geringem Q^2 kleine transversale Komponente der Lorentztransformation soll hierbei vernachlässigt bleiben. Ein Jet mit der kleinsten erlaubten Pseudorapidität $\eta^* = -2.5$ liegt also im Laborsystem ungefähr bei $\eta = -0.5$, d. h. genau an der Grenze des zusätzlichen Schnitts im Laborsystem (vergleiche Abschnitt 6.5.3). Die Akzeptanz des LAr endet bei $\eta = -1.35$, so dass in diesem Grenzfall zum Jetprofil in η^*–Richtung Kalorimeterzellen bis hinunter zu $\Delta\eta^* \approx -0.85$ beitragen. Da zum einen die Jets in η^* breit verteilt sind und zum anderen auch die Boost–Rapidität zwischen Laborsystem und γ–p–CMS stark verschmiert ist, zeigt das η^*–Profil des rückwärtigen Jets keine scharfe Kante bei $\Delta\eta^* \approx -0.85$, sondern eine kontinierliche Abnahme der Transversalenergie.

Sowohl `RAPGAP`–direct als auch `DJANGO/ARIADNE` produzieren im zentralen Bereich $\Delta\eta^* = 0$ bzw. $\Delta\Phi^* = 0$ an der Jet–Achse einen höheren mittleren Energiefluss als gemessen. Mit Berücksichtigung des aufgelösten Beitrags bei `RAPGAP` werden die Daten dort besser beschrieben.

Mit zunehmender Distanz $\Delta\eta^* < 0$ nach hinten von der Jet–Achse fällt der Energiefluss bei `RAPGAP`–direct und `DJANGO/ARIADNE` deutlich unter die Daten—die Abweichung beträgt etwa einen Faktor 2—während `RAPGAP` direct+resolved die Messung sehr gut reproduziert.

Das gleiche Verhalten ist auch qualitativ in den Φ^*–Profilen zu erkennen, wo die Diskrepanz im Bereich zwischen den beiden Jets bei $\Delta\Phi^* = \pm\pi/2$ am größten wird.

7.4 Energie im BEMC

Vor der Betrachtung des räumlichen Energieflusses in der Photonhemisphäre im nächsten Abschnitt soll zunächst ein Blick auf die Beschreibung der hadronischen Energie im BEMC in 2–Jet–Ereignissen geworfen werden (siehe dazu auch Abschnitt 6.4).

In der Verteilung der Anzahl heißer Zellen, in Abbildung 7.27 dargestellt, zeigt die

Messung einen Ausläufer zu hohen Multiplizitäten, der in der Form nur von RAPGAP direct+resolved wiedergegeben wird. Ereignisse mit aufgelöstem virtuellen Photon verursachen also mehr Energiedepositionen außerhalb des Positron–Clusters als direkte Ereignisse.

Das gemessene Energiespektrum (Abbildung 7.29 oben) verläuft bei höheren Energien plateau–artig, was qualitativ nur von DJANGO/ARIADNE reproduziert wird. Im Bereich $E_{\mathrm{HCEL}} < 4\,\mathrm{GeV}$ beschreiben sowohl RAPGAP direct+resolved als auch DJANGO/ARIADNE die Daten besser als RAPGAP–direct.

Die Verteilung des Abstands d der heißesten Zelle zum Positron (Abbildung 7.28) verdeutlicht, dass der relative Anteil der aufgelösten Ereignisse in RAPGAP mit zunehmendem d ansteigt. RAPGAP direct+resolved beschreibt die Messung für $d > 20\,\mathrm{cm}$ sehr gut, während die Modelle mit direktem Photon den „Buckel“ der Verteilung zwischen $d = 50$ und $100\,\mathrm{cm}$ nicht wiedergeben.

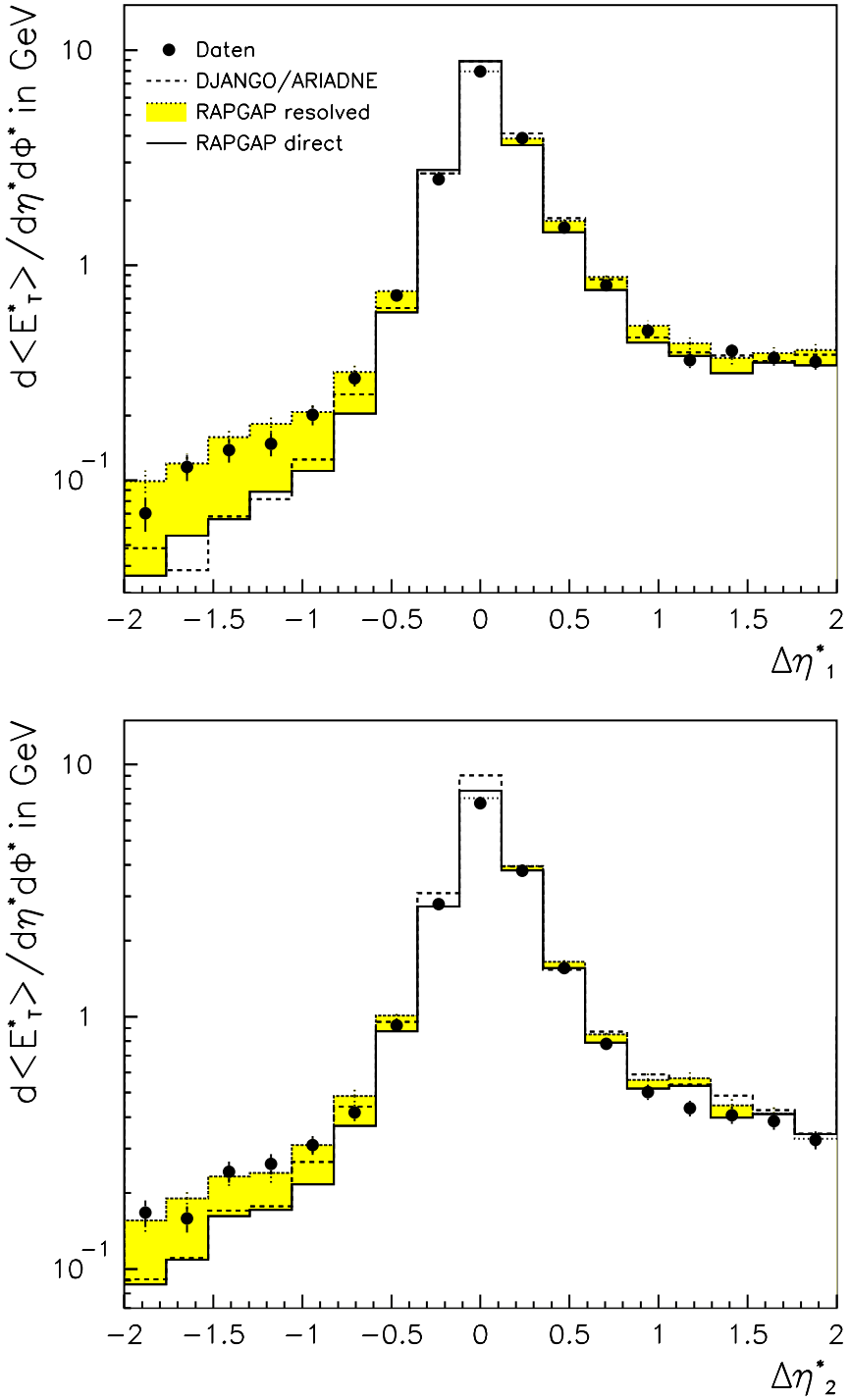

Abbildung 7.25: *Transversalenergie–Profile in $\Delta\eta^*$ des rückwärtigen (oben) und des vorderen Jets (unten).*

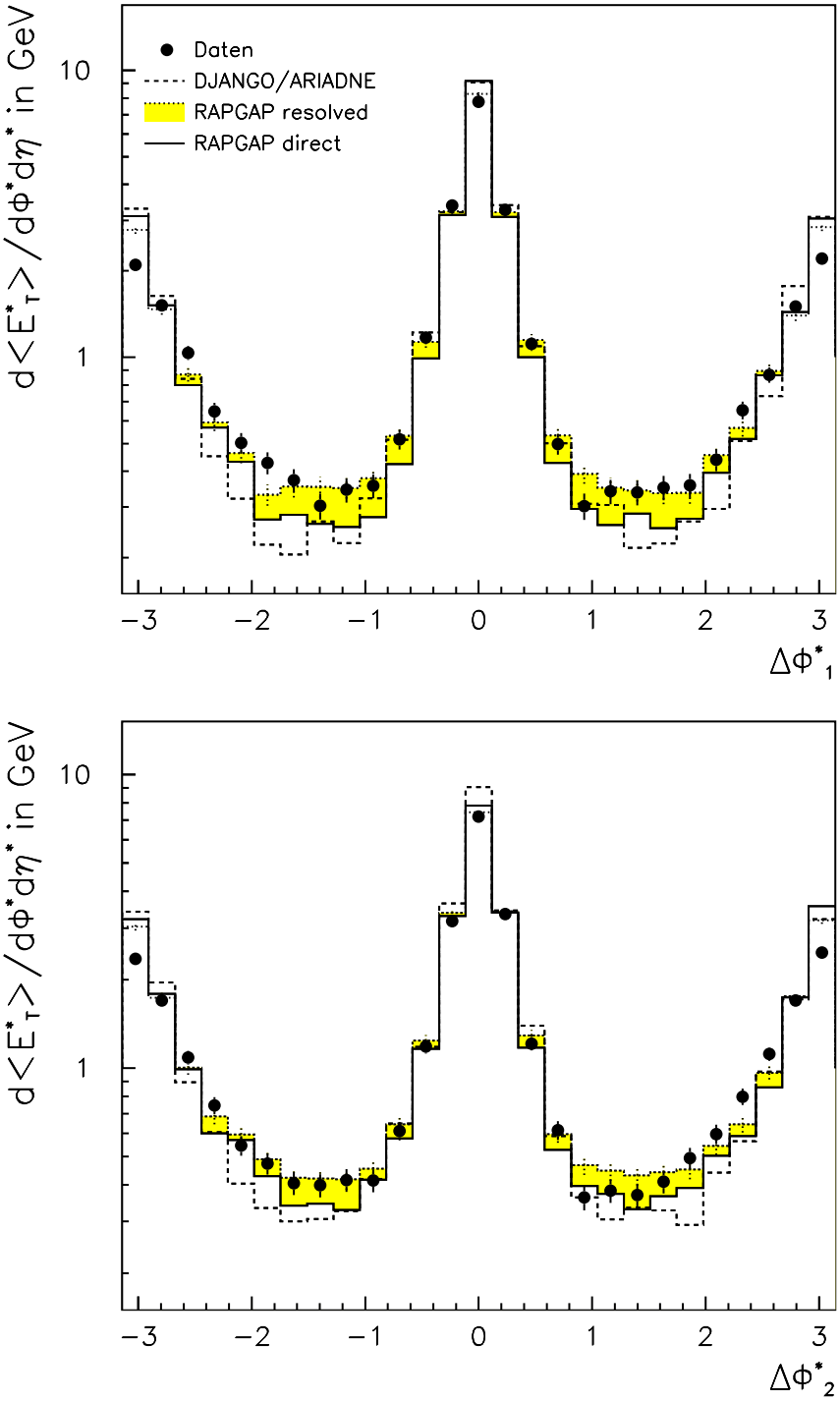

Abbildung 7.26: *Transversalenergie–Profile in* $\Delta\Phi^*$ *des rückwärtigen (oben) und des vorderen Jets (unten).*

Insgesamt werden wesentliche Details der Energieverteilung im BEMC qualititiv korrekt simuliert. Über alle diskutierten Observablen gemittelt liefert RAPGAP direct+resolved eine befriedigende quantitative Beschreibung.

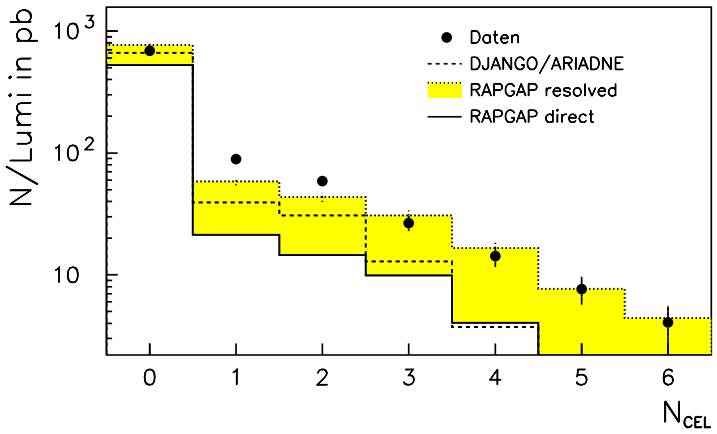

Abbildung 7.27: *Anzahl heißer Zellen im BEMC außerhalb des Positron–Clusters in 2–Jet–Ereignissen.*

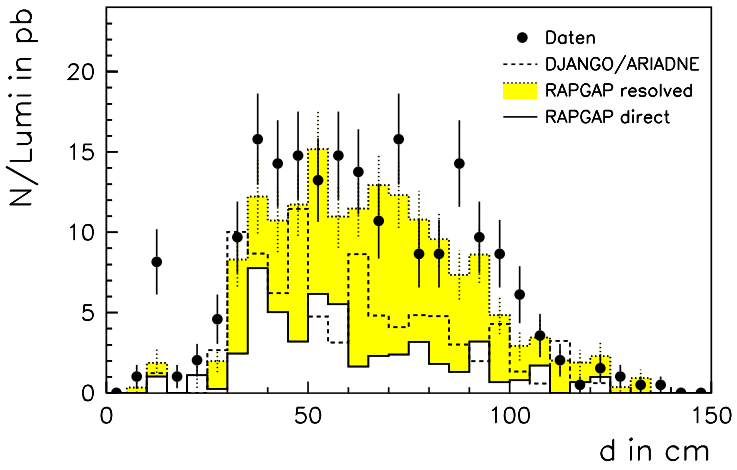

Abbildung 7.28: *Abstand der heißesten Zelle im BEMC zum Positron–Cluster in 2–Jet–Ereignissen.*

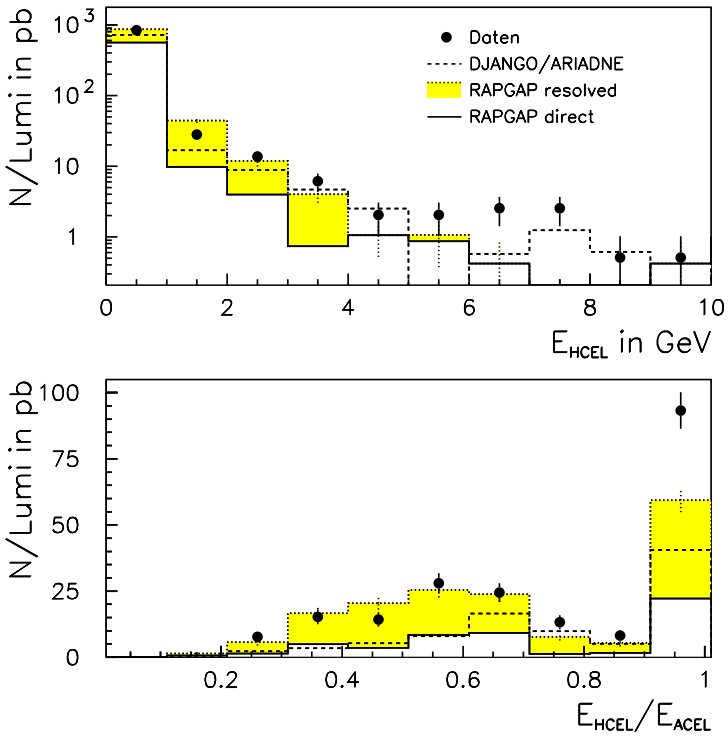

Abbildung 7.29: *Oben: Energie der heißesten Zelle im BEMC; unten: Anteil der heißesten Zelle an der gesamten Energie im BEMC außerhalb des Positron–Clusters (2–Jet–Ereignisse).*

7.5 Profile der Photonhemisphäre

In Abbildung 7.30 sind die Transversalenergie–Profile der Photonhemisphäre dargestellt (vergleiche Abschnitt 2.6.2), zu denen alle Energiedepositionen im LAr und im BEMC *außerhalb* der Jets beitragen.

Die Richtung des virtuellen Photons liegt im Ursprung $\cos\alpha_{\hat{x}} = \cos\alpha_{\hat{y}} = 0$, und die Grenzen ± 1 entsprechen der mittleren Pseudorapidität der Jets im Ereignis. Die Asymmetrie im $\hat{x}$–Profil ist durch die Definition des Jet–Jet–CMS verursacht: Das Koordinatensystem ist so gedreht, dass der hintere Jet genau auf der $+\hat{x}$–Achse liegt, und zwar im Intervall $0.53 < \cos\alpha_{\hat{x}} < 1$. Dort wird folglich weniger Energie außerhalb des Jets gemessen.

Die Verteilungen zeigen einen Transversalenergiefluss, der in der Photonrichtung maximal ist. Über den gesamten Bereich integriert beträgt die mittlere Transversalenergie in den Daten etwa 5 GeV. Dieser Wert ist konsistent zum Mittelwert der gemessenen Verteilung der skalar summierten Transversalenergie in der Photonhemisphäre außerhalb von Jets, welche in Abbildung 7.31 gezeigt ist.

Der Anstieg von $\mathrm{d}\langle E_{\mathrm{T}}^{*}\rangle / \mathrm{d}\cos\alpha$ zu $\cos\alpha = 0$ hin legt die Interpretation nahe, dass in der Photonrichtung ein kollimierter hoher Energiefluss mit einem singulären Charakter vorliegen könnte. Dabei muss jedoch die Ausdehnung der Bins in der zur Histogramm-Achse orthogonalen Richtung berücksichtigt werden: Jedes Bin im $\cos\alpha_{\hat{x}}$–Profil reicht

in $\cos\alpha_{\hat{y}}$ definitionsgemäß von -0.5 bis $+0.5$—es werden alle Energiedepositionen in einem Band der Breite 1 einbezogen.

Im folgenden soll kurz diskutiert werden, wo ungefähr im Laborsystem diese Begrenzungen in der $\hat{y}$–Dimension für das zentrale Bin $-0.11 < \cos\alpha_{\hat{x}} < +0.11$ liegen. Dem $\cos\alpha_{\hat{y}} = 0.5$ entspricht ein Richtungswinkel von $\alpha_{\hat{y}} = 60°$ zur $\hat{y}$–Achse, das ist ein Winkel von 30° zur Photonrichtung. Die korrespondierende Pseudorapidität im Jet–Jet–CMS beträgt $\hat{\eta} = -1.3$. Sie misst—gemäß der Definition des Jet–Jet–CMS, in welchem die Jets exakt entgegengesetzte Richtungen haben—den Abstand zur mittleren Pseudorapidität der Jets im Ereignis, die $\hat{\eta} = 0$ entspricht. Geht man in einer groben Näherung von einem longitudinalen Boost zwischen dem Laborsystem und dem Jet–Jet–CMS aus, dann lässt sich die Invarianz von Rapiditätsdifferenzen unter einem Boost ausnutzen, um die entsprechende Pseudorapidität im Labor abzuschätzen. Die mittlere Pseudorapidität $\frac{1}{2}(\eta_1 + \eta_2)$ der Jets im Laborsystem beträgt im Mittel etwa ~ 0.5. Damit liegt $\cos\alpha_{\hat{y}} = 0.5$ im Labor ungefähr bei $\eta = 0.5 - 1.3 = -0.8$ oder $\theta = 132°$, d. h. im rückwärtigen Bereich des Flüssigargon–Kalorimeters.

Dieses geometrische Plausibilitätsargument verdeutlicht, dass in die zentralen Bins der beiden Profile in Abbildung 7.30 auch Energiebeiträge unter größeren Winkeln zur Photonrichtung eingehen, die im Laborsystem typisch im LAr liegen.

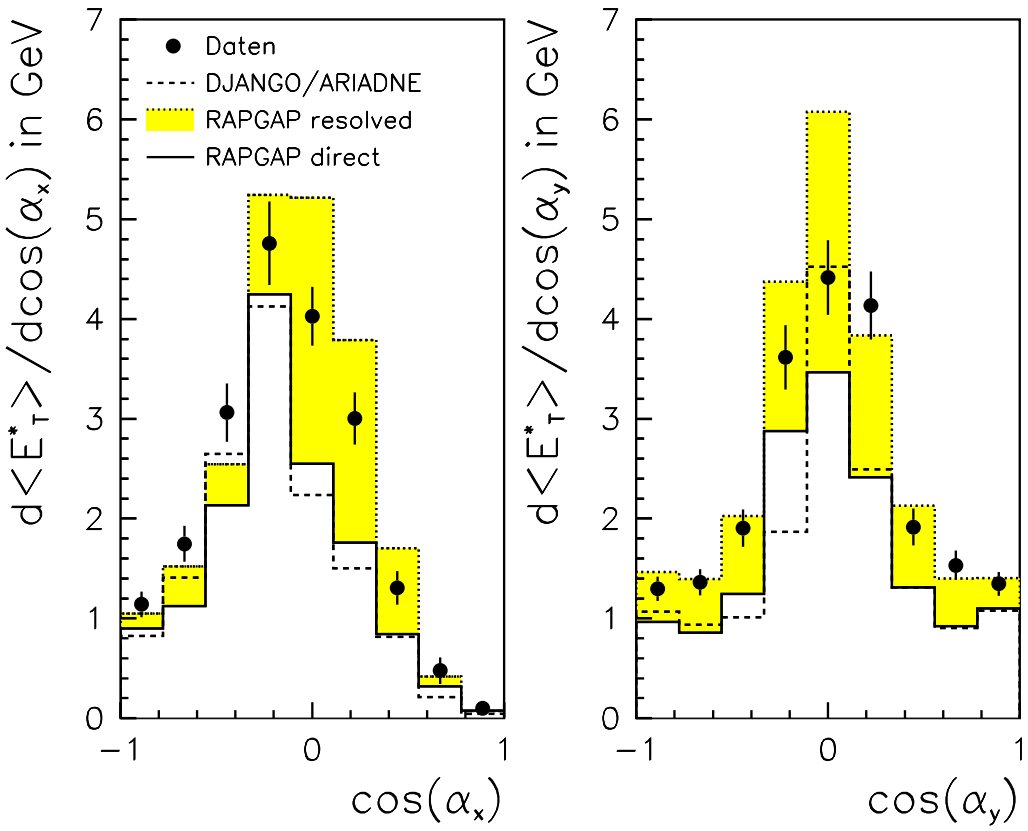

Abbildung 7.30: *Transversalenergie–Profile der Photonhemisphäre in $\hat{x}$– (links) und $\hat{y}$–Richtung (rechts).*

Die Modelle mit ausschließlich direkt wechselwirkendem Photon produzieren ein Transversalenergie–Profil, das fast überall in der Photonhemisphäre signifikant unter

der Messung liegt. RAPGAP–direct ist von der Form her den Daten ähnlich, wo hingegen DJANGO/ARIADNE im $\hat{y}$–Profil zu scharf in Photonrichtung gepeakt ist.

Das Jet–Jet–CMS ist definitionsgemäß so gespiegelt, dass der auslaufende Positronstrahl, d. h. die $-z$–Richtung im Laborsystem, auf der $+\hat{y}$–Seite liegt. Ein detektiertes reelles Photon der Initial State Radiation würde deshalb bei $\cos\alpha_{\hat{y}} > 0$ in das Profil eingehen. In den Daten ist im $\hat{y}$–Profil jedoch keine Asymmetrie sichtbar, so dass dieser Effekt offenbar eine vernachlässigbare Rolle spielt. DJANGO/ARIADNE produziert eine leichte Asymmetrie in der erwarteten Richtung, die aber im Rahmen der statistischen Fehler nicht signifikant ist.

RAPGAP direct+resolved beschreibt die Messung im peripheren Bereich der Photonhemisphäre gut: Dort führt der Beitrag des aufgelösten Photons zu einem Energiefluss, der etwa 50 % höher ist als bei Modellen mit nur direkter Wechselwirkung. Nahe an der Photonrichtung produziert RAPGAP direct+resolved jedoch einen E_{T}^{*}–Fluss, der die Daten deutlich übertrifft, was auch durch das $\sum E_{\mathrm{T}}^{*}$–Spektrum in Abbildung 7.31 bestätigt wird.

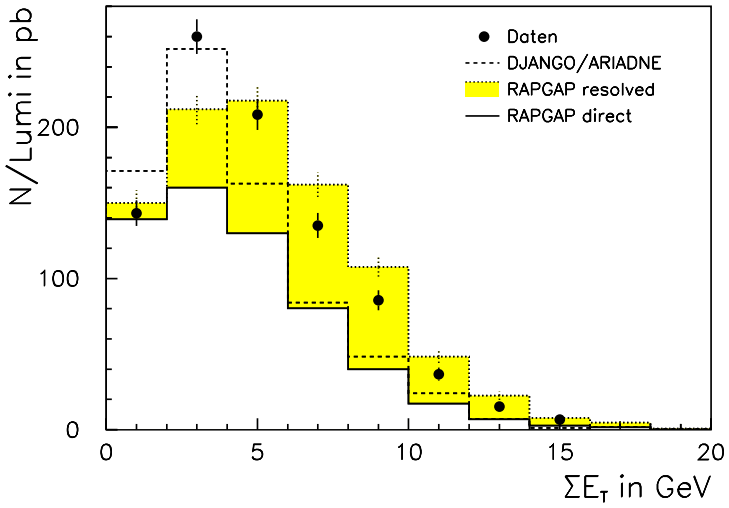

Abbildung 7.31: *Skalar summierte Transversalenergie in der Photonhemisphäre.*

7.6 Zusammenfassung

Die Monte–Carlo–Generatoren mit direkt wechselwirkendem Photon, QCD–Matrixelementen in führender Ordnung α_{s} und mit DGLAP– bzw. Farbdipol–Partonkaskaden sind nicht in der Lage, die gemessenen Verteilungen in ihrer Gesamtheit wiederzugeben.

Die Hinzunahme eines Beitrags des aufgelösten virtuellen Photons mit harten Subprozessen in führender Ordnung α_{s}^2 liefert jedoch eine qualitativ richtige Beschreibung in vielen verschiedenartigen Observablen genau dort, wo die erstgenannten Modelle am gravierendsten versagen:

- Der aufgelöste Beitrag ist im Phasenraum schwerpunktmäßig bei kleinem x, Q^2 und x_γ sowie bei großem y lokalisiert und gleicht dort die Defizite der Modelle mit direktem Photon aus.

- Observable, die empfindlich auf zusätzliche hadronische Aktivität in der Photonrichtung sind—nämlich x_γ, Jetprofile und der Transversalenergiefluss in der Photonhemisphäre—unterstützen in konsistenter Weise das Modell eines fragmentierenden Photonrests in aufgelösten Ereignissen, wie es in `RAPGAP`–resolved implementiert ist. Insbesondere zeichnen sich aufgelöste Ereignisse durch einen erhöhten Energiefluss in der Photonrichtung aus.

Kapitel 8

Der differentielle 2–Jet–Wirkungsquerschnitt

8.1 Korrektur auf Hadron–Ebene

8.1.1 Korrekturverfahren

Die folgenden Abschnitte sind der Beschreibung des Korrekturverfahrens zur Bestimmung des differentiellen 2–Jet–Wirkungsquerschnitts $\mathrm{d}\sigma_2/\mathrm{d}x_\gamma$ auf Hadron–Ebene gewidmet.

Bei der nach dem $(E - p_z)$–Verfahren A bestimmten Variablen x_γ liegt eine gute Korrelation zwischen der Hadron– und der Detektor–Ebene vor (siehe Abschnitt 6.8). Deshalb ist die Methode der *binweisen Korrektur* hier anwendbar, sofern die Migration von Ereignissen zwischen verschiedenen x_γ–Bins nicht zu groß ist. Unter dieser Voraussetzung können die Bins nämlich als statistisch unabhängig voneinander betrachtet werden, und es kann durch den Vergleich zwischen den Monte–Carlo–Ereigniszahlen auf Hadron– und auf Detektor–Ebene für jedes Bin ein Korrekturfaktor ermittelt werden.

Tabelle 8.1 zeigt die gewählte Aufteilung der Bins in x_γ mit der gemssenen Anzahl von 2–Jet–Ereignissen in jedem Bin. Die ähnlich großen Ereigniszahlen gewährleisten einen ungefähr gleichbleibenden relativen statistischen Fehler über den gesamten Messbereich in x_γ. Die Breite der Bins entspricht im Mittel etwa dem doppelten Wert der x_γ–Auflösung von $\sigma(x_\gamma) = 0.09$.

x_γ	0.1 – 0.3	0.3 – 0.5	0.5 – 0.75	0.75 – 0.875	0.875 – 1.0
Ereignisse	232	323	371	350	474

Tabelle 8.1: *Einteilung der Bins in x_γ mit der gemessenen Anzahl von 2–Jet–Ereignissen in jedem Bin.*

In Abbildung 8.1 ist die *Effizienz, Reinheit* bzw. *Stabilität* in Bins von $x_{\gamma,\mathrm{had}}$ auf Hadron–Ebene dargestellt. Diese drei Begriffe sind wie folgt definiert:

- Betrachtet werde das Bin i. Sei $N_{\mathrm{had}}(i)$ die Anzahl von 2–Jet–Ereignissen auf Hadron–Ebene in diesem Bin. Diese Ereignismenge zerfällt in drei Gruppen:

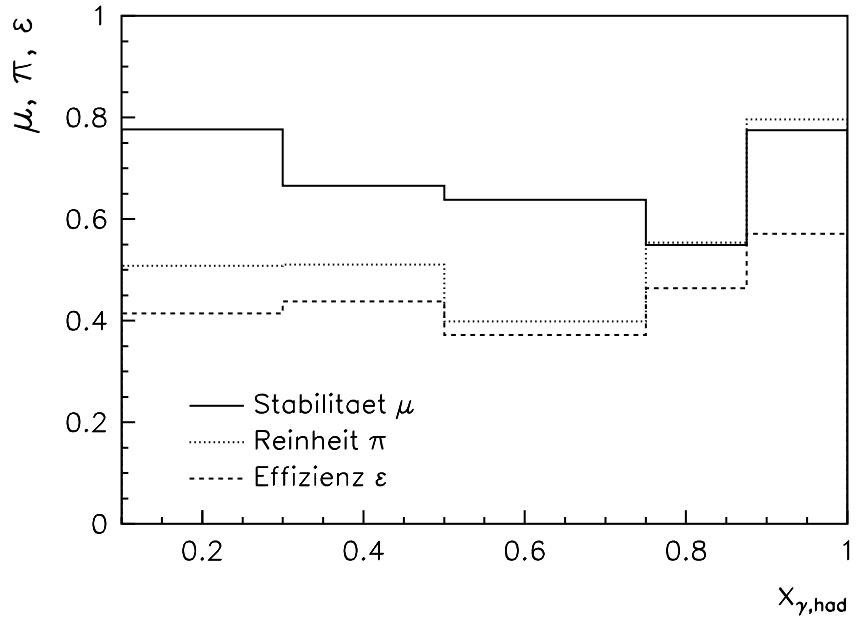

Abbildung 8.1: *Effizienz, Reinheit und Stabilität in Bins von x_γ, bestimmt aus den Ereigniszahlen auf Hadron–Ebene und auf Detektor–Ebene beim Monte–Carlo–Generator* RAPGAP *direct+resolved.*

1. $N_{\mathrm{had}}(i \to i)$ Ereignisse erfüllen auch auf Detektor–Ebene die Selektionsschnitte und liegen im gleichen Bin in $x_{\gamma,\mathrm{det}}$.
2. $N_{\mathrm{had}}(i \to \neg i)$ Ereignisse seien in ein anderes Bin auf der Detektor–Ebene migriert.
3. $N_{\mathrm{had}}(i \to \emptyset)$ Ereignisse seien auf der Detektor–Ebene nicht als tief inelastische 2–Jet–Ereignisse klassifiziert, genügen dort also nicht den Selektionsschnitten.

Die Teilmenge der in irgendeinem beliebigen Bin auf der Detektor–Ebene rekonstruierten Ereignisse sei mit $N_{\mathrm{had}}(i \to \mathcal{A}) := N_{\mathrm{had}}(i \to i) + N_{\mathrm{had}}(i \to \neg i)$ bezeichnet. Damit gilt $N_{\mathrm{had}}(i) = N_{\mathrm{had}}(i \to \mathcal{A}) + N_{\mathrm{had}}(i \to \emptyset)$.

Die **Effizienz** ϵ im Bin i ist definiert als Bruchteil der Ereignisse auf Hadron–Ebene, die auf der Detektor–Ebene den Selektionsschnitten genügen:

$$\epsilon(i) = \frac{N_{\mathrm{had}}(i \to \mathcal{A})}{N_{\mathrm{had}}(i)} \tag{8.1}$$

- Sei $N_{\mathrm{det}}(j)$ die Anzahl der Ereignisse im Bin j auf der Detektor–Ebene. Diese Menge wird von drei Quellen auf der Hadron–Ebene gespeist:

  1. $N_{\mathrm{had}}(j \to j)$ Ereignisse (wie oben definiert) stammen aus dem gleichen Bin in $x_{\gamma,\mathrm{had}}$.
  2. $N_{\mathrm{det}}(\neg j \to j)$ Ereignisse seien aus einem anderen Bin auf der Hadron–Ebene hinein migriert.

3. $N_{\mathrm{det}}(\emptyset \to j)$ Ereignisse seien auf der Hadron–Ebene nicht als tief inelastische 2–Jet–Ereignisse klassifiziert, genügen dort also nicht den Selektionsschnitten.

Die Zahl der aus irgendeinem beliebigen Bin auf der Hadron–Ebene stammenden Ereignisse sei definiert als $N_{\mathrm{det}}(\mathcal{A} \to j) := N_{\mathrm{had}}(j \to j) + N_{\mathrm{det}}(\neg j \to j)$. Es gilt die Identität $N_{\mathrm{det}}(j) = N_{\mathrm{det}}(\mathcal{A} \to j) + N_{\mathrm{det}}(\emptyset \to j)$.

Der Bruchteil der Ereignisse im Bin j auf Detektor–Ebene, die auf der Hadron–Ebene den Selektionsschnitten genügen, wird als **Reinheit** π bezeichnet:

$$\pi(j) = \frac{N_{\mathrm{det}}(\mathcal{A} \to j)}{N_{\mathrm{det}}(j)} \tag{8.2}$$

- Die **Stabilität** μ ist der Bruchteil der $N_{\mathrm{had}}(i)$ Ereignisse auf der Hadron–Ebene im Bin i, welche auf der Detektor–Ebene die Selektionsschnitte erfüllen und im gleichen Bin liegen:

$$\mu(i) = \frac{N_{\mathrm{had}}(i \to i)}{N_{\mathrm{had}}(i)} \tag{8.3}$$

Die Effizienz $\epsilon(x_\gamma)$ und die Reinheit $\pi(x_\gamma)$ sind also ein inverses Maß für die Migration von Ereignissen über die Grenzen des kinematischen Definitionsbereichs der tief inelastischen 2–Jet–Produktion hinweg. Für die niedrigen Werte, die im mittleren Bin ($0.5 < x_\gamma < 0.75$) ein Minimum von $\sim 40\,\%$ annehmen, gibt es zwei Ursachen:

1. Den größten Effekt hat die relativ schlechte Auflösung (21 %) des p_{T}^* der Jets, was zu starken Migrationen unter oder über die Transversalimpuls–Schwelle der 2–Jet–Selektion führt.

2. Ein kleinerer Beitrag rührt von der DIS–Selektion her: Ihre globale Effizienz und Reinheit wurde im Abschnitt 6.7 zu 75 % bzw. 84 % ermittelt.

Die genannten Migrationen können dann als unkritisch betrachtet werden, wenn man annimmt, dass nahe jenseits der Selektionsschnitte keine physikalischen Effekte auftreten, die nicht von den verwendeten Monte–Carlo–Generatoren beschrieben werden—die Physik sollte sich an der Grenze gewissermaßen „stetig“ verhalten.

Maßgeblich für die Anwendbarkeit der binweisen Korrektur ist die Stabilität $\mu(x_\gamma)$, die die lokale Korrelationsgüte zwischen der Hadron– und der Detektor–Ebene misst. Sie sollte nach allgemeiner Übereinkunft nicht schlechter als 50 % sein. Diese Voraussetzung ist hier erfüllt: μ liegt für $0.75 < x_\gamma < 0.875$ bei 55 % und ansonsten über 65 %.

Die Bin–Faktoren $C_{\mathrm{corr}}(i)$ zur Korrektur der Daten auf die Hadron–Ebene ergeben sich aus

$$C_{\mathrm{corr}}(i) = \frac{N_{\mathrm{had}}(i)}{N_{\mathrm{det}}(i)} \,. \tag{8.4}$$

Der korrigierte Wirkungsquerschnitt $\mathrm{d}\sigma_2(i)$ im Bin i kann somit geschrieben werden als

$$\mathrm{d}\sigma_2(i) = \frac{(N(i) - N_{\mathrm{U}}(i)) \cdot C_{\mathrm{corr}}(i)}{\mathcal{L}} \,, \tag{8.5}$$

wobei $N(i)$ die gemessene Anzahl von 2–Jet–Ereignissen ist und $\mathcal{L}$ die integrierte Luminosität der Messung bezeichnet. Die Zahl der zu subtrahierenden Untergrund–Ereignisse $N_{\mathrm{U}}(i)$ ist klein und wird deshalb hier vernachlässigt (siehe dazu Abschnitt 6.6).

8.1.2 Faktorisierung radiativer Korrekturen

QED–Effekte in höherer Ordnung, die nur von `DJANGO`, nicht jedoch von `RAPGAP` berücksichtigt werden, haben einen zweifachen Einfluss auf die Kinematik der tief inelastischen 2–Jet–Ereignisse, der am Beispiel der Initial State Radiation verdeutlicht werden soll:

1. Die anhand des gestreuten Positrons ermittelten Werte x, Q^2 und y sind systematisch gegen die am eγ^*–Vertex definierten „wahren“ Werte verschoben, weil das einlaufende Positron einen Teil seiner Energie an das abgestrahlte reelle Photon verloren hat. Das führt zur Migration von Ereignissen über die kinematischen Grenzen des DIS–Bereichs.

2. Mit geringerer Schwerpunktenergie $\sqrt{s}$ der tief inelastischen Streuung steht auch weniger Schwerpunktenergie $\sqrt{\hat{s}}$ für den harten Subprozess zur Verfügung. Die Kinematik der beiden Jets wird folglich ebenfalls systematisch beeinflusst—insbesondere ist eine Netto–Migration von Jets unter die p_{T}^*–Schwelle der 2–Jet–Selektion zu erwarten.

Einerseits ist die Berücksichtigung radiativer QED–Korrekturen in Abhängigkeit von der 2–Jet–Kinematik (d. h. x_γ) notwendig, um den Wirkungsquerschnitt mit Berechnungen in niedrigster Ordnung der QED, etwa `JetViP`, vergleichen zu können; andererseits soll die Bestimmung der Effizienz– und Akzeptanz–Korrektur auch mit `RAPGAP` bestimmt werden, da nur dessen aufgelöster Beitrag die Messung befriedigend beschreibt.

Deshalb wird die Korrektur in einen nicht–radiativen (C_{det}, „nonrad“) und einen radiativen Teil (C_{rad}, „rad“) faktorisiert:

$$\begin{aligned} C_{\mathrm{corr}}(i) &= \frac{N_{\mathrm{had}}^{\mathrm{nonrad}}(i)}{N_{\mathrm{det}}^{\mathrm{rad}}(i)} \\ &= \frac{N_{\mathrm{had}}^{\mathrm{nonrad}}(i)}{N_{\mathrm{det}}^{\mathrm{nonrad}}(i)} \cdot \frac{N_{\mathrm{det}}^{\mathrm{nonrad}}(i)}{N_{\mathrm{det}}^{\mathrm{rad}}(i)} \\ &=: C_{\mathrm{det}}(i) \cdot C_{\mathrm{rad}}(i) \end{aligned} \tag{8.6}$$

Der Faktor $C_{\mathrm{det}}(i)$ enthält die Detektorkorrektur (Effizienz und Akzeptanz) und kann anhand der Ereigniszahlen auf der Hadron– und der Detektor–Ebene eines nicht–radiativen Monte–Carlos bestimmt werden.

Der Faktor $C_{\mathrm{rad}}(i)$ verkörpert die radiativen Korrekturen und ist hier definiert als der Quotient zweier Ereigniszahlen auf der Detektor–Ebene. Seine Bestimmung wird weiter unten im Abschnitt 8.1.4 dargelegt.

8.1.3 Korrektur auf Detektor–Effekte

Die Effizienz– und Akzeptanz–Korrekturfaktoren $C_{\mathrm{det}}(i) = N_{\mathrm{had}}(i)/N_{\mathrm{det}}(i)$ wurden mit generierten und simulierten Ereignissen der in Tabelle 8.2 genannten Monte–Carlos ermittelt. Dort sind auch die benutzten Partondichte–Parametrisierungen (PDF) des Protons und des virtuellen Photons genannt.

Monte–Carlo	p–PDF	γ^*–PDF
`LEPTO 6.5 / MEPS`	GRV HO [Glü95b]	—
`DJANGO 6.2`[1] `/ ARIADNE 4.08`	GRV HO	—
`RAPGAP 2.06`, direct+resolved	GRV HO	SaS2D [Sch95]

Tabelle 8.2: *Monte–Carlo–Generatoren zur Bestimmung der Effizienz– und Akzeptanzkorrekturen.*

Die in Tabelle 8.3 angegebenen endgültigen Korrekturfaktoren sind die Mittelwerte der mit den drei Generatoren bestimmten Faktoren. Als systematischer Korrekturfehler wurde die Differenz zwischen dem Mittelwert und dem maximal davon abweichenden Monte–Carlo angenommen.

Die größten systematischen Fehler von bis zu 19 % treten im Bereich $x_\gamma < 0.75$ auf; also dort, wo der Beitrag des aufgelösten Photons groß ist. Die Abschätzung des Korrekturfehlers ist dort konservativ, da nur `RAPGAP` die gemessenen Verteilungen akzeptabel reproduziert. Sie erscheint aber angemessen, da kein anderes simuliertes Monte–Carlo mit aufgelöstem Photon zur Verfügung stand.

x_γ	0.1 – 0.3	0.3 – 0.5	0.5 – 0.75	0.75 – 0.875	0.875 – 1.0
C_{det}	$1.30^{+12\,\%}_{-6\,\%}$	$1.11^{+13\,\%}_{-19\,\%}$	$1.13^{+18\,\%}_{-14\,\%}$	$1.24^{+5\,\%}_{-7\,\%}$	$1.41^{+2\,\%}_{-4\,\%}$

Tabelle 8.3: *Faktoren für die Effizienz– und Akzeptanzkorrektur in x_γ.*

8.1.4 Korrektur auf QED–Effekte

Nach Gleichung 8.6 ist die Korrektur auf radiative QED–Effekte durch $C_{\mathrm{rad}}(i) = N_{\mathrm{det}}^{\mathrm{nonrad}}(i)/N_{\mathrm{det}}^{\mathrm{rad}}(i)$ gegeben. Die Faktoren wären am einfachsten durch den Vergleich zweier `DJANGO`–Ereignissätze mit Detektorsimulation zu bestimmen—der eine Satz mit QED–Effekten höherer Ordnung, der andere ohne. Da die beiden Ereignissätze stochastisch unabhängig voneinander wären, müssten sehr große Ereigniszahlen generiert und simuliert werden, um den statistischen Fehler der Korrekturfaktoren gering zu halten. Dieser Ansatz war daher nicht durchführbar.

Stattdessen wurde der im letzten Abschnitt genannte radiative `DJANGO/ARIADNE`–Ereignissatz verwendet. Zunächst wird der Korrekturfaktor durch den analogen Quotienten auf der *Hadron–Ebene* approximiert:

$$C_{\mathrm{rad}}(i) \approx \frac{N_{\mathrm{had}}^{\mathrm{nonrad}}(i)}{N_{\mathrm{had}}^{\mathrm{rad}}(i)} \tag{8.7}$$

Auf der Hadron–Ebene kann nämlich sowohl ein *radiatives* Niveau als auch ein *nicht–radiatives* Niveau im Ereignis definiert werden (vergleiche hierzu [Wob95]):

- Auf dem **radiativen** Niveau werden Akzeptanz und Auflösung des Detektors für abgestrahlte reelle Photonen auf der Hadron–Ebene nachgebildet. Das BEMC ist in der Lage, ein Photon vom Positron–Schauer zu trennen, wenn der Öffnungswinkel zwischen beiden Teilchen mehr als $\sim 6°$ beträgt [Obr94]. Ein unter kleinerem Winkel emittiertes Photon mit Energie E_γ, welches zusätzlich in der Akzeptanz des BEMC liegt ($\theta < 175°$), wird dem gestreuten Positron energetisch zugerechnet. Die Variablen x, Q^2 und y werden dann mit der summierten Energie aus Positron und Photon $E'_e + E_\gamma$ berechnet—es wird also die gemessene DIS–Kinematik auf Detektor–Ebene im Falle der kollinearen Final State Radiation simuliert.

  Falls das Photon mit $\theta > 175°$ außerhalb der Detektorakzeptanz liegt oder vom Positron mehr als 6° isoliert ist, berechnet sich die Kinematik aus dem „nackten" Positron–Vierervektor.

- Auf dem **nicht–radiativen** Niveau nehmen x, Q^2 und y ihre „wahren", am eγ^*–Vertex definierten Werte an. Falls im Ereignis keine Photon–Abstrahlung generiert wurde, sind also das radiative und das nicht–radiative Niveau trivialerweise identisch.

Besonders wichtig ist hier die Differenz in y zwischen dem radiativen und dem nicht–radiativen Niveau, die aufgrund des DIS–Selektionsschnitts $0.1 < y < 0.56$ zu unterschiedlichen Ereigniszahlen $N_{\mathrm{had}}^{\mathrm{rad}}(i)$ und $N_{\mathrm{had}}^{\mathrm{nonrad}}(i)$ führen kann.

x_γ	0.1 – 0.3	0.3 – 0.5	0.5 – 0.75	0.75 – 0.875	0.875 – 1.0
C_{rad}	1.04	1.00	0.95	0.92	0.91

Tabelle 8.4: *Faktoren für die Korrektur auf QED–Effekte in x_γ.*

Tabelle 8.4 zeigt die auf diese Weise mit `DJANGO/ARIADNE` ermittelten Korrekturfaktoren C_{rad}. Die radiative Korrektur wird im höchsten x_γ–Bin maximal und erreicht hier $-9\,\%$. Die Ereigniszahlen $N_{\mathrm{had}}^{\mathrm{rad}}(i)$ und $N_{\mathrm{had}}^{\mathrm{nonrad}}(i)$ sind stark korreliert, weshalb der statistische Fehler ihrer Quotienten sehr gering ist ($< 1\,\%$) und vernachlässigt wird.

8.1.5 Systematische Fehlerquellen

Die dominante systematische Fehlerquelle ist die Kalibration der hadronischen Energieskala des Flüssigargon–Kalorimeters LAr, welche absolut zu $\pm 4\,\%$ genau bestimmt ist. Da das p_{T}^*–Spektrum der Jets zur Schwelle des Selektionsschnitts steil ansteigt, verursacht eine kleine Änderung der LAr–Energieskala in vielen Ereignissen eine Verschiebung des Jet–Transversalimpulses unter bzw. über die Schwelle des Selektionschnitts.

Als weiterer systematischer Fehler wird die Kalibrationsgenauigkeit des BEMC für elektromagnetische Schauer von $\pm 1\,\%$ berücksichtigt. Eine Verschiebung der BEMC–Energieskala bewirkt vor allem die Verschiebung des gemessenen y–Wertes.

Beide Fehler wurden durch die entsprechende Variation der Kalorimeterzellen–Energien in gemessenen Ereignissen, also aus den Daten, ermittelt. In Tabelle 8.5 sind die relativen Änderungen der Ereigniszahlen zusammengefasst. Der statistische Fehler ist klein gegen die Änderung und kann vernachlässigt werden.

x_γ	0.1 – 0.3	0.3 – 0.5	0.5 – 0.75	0.75 – 0.875	0.875 – 1.0
LAr +4 %	+23 %	+13 %	+13 %	+6 %	+5 %
LAr −4 %	−18 %	−14 %	−11 %	−7 %	−3 %
BEMC +1 %	+2 %	+0 %	−1 %	−4 %	−4 %
BEMC −1 %	−1 %	+1 %	+3 %	+5 %	+5 %

Tabelle 8.5: *Relative Änderung der Ereigniszahl in x_γ–Bins aufgrund der Variation der hadronischen Energieskala im LAr und der elektromagnetischen Energieskala im BEMC.*

Der systematische Fehler aufgrund der LAr–Skala steigt mit abnehmendem x_γ stetig bis auf 23 % an. Nach Gleichung 2.37 ist ein kleines x_γ auch mit geringen Jet–Transversalimpulsen p_{T}^* korreliert. Eine Variation der LAr–Skala produziert folglich, wie beobachtet, in diesem Bereich die im Verhältnis größte Migration von Ereignissen über die p_{T}^*–Schwelle.

Mit Ausnahme des untersten Bins in x_γ bewirkt eine *Anhebung* der BEMC–Energieskala eine *Verminderung* der Ereigniszahl und umgekehrt. Da y im wesentlichen den relativen Energieverlust des Positrons misst, ist die Variation von E'_{e} antikorreliert zur Variation von y. Eine Anhebung von E'_{e} verursacht also eine Verringerung von y. Aufgrund des abfallenden y–Spektrums gehen deshalb mehr Ereignisse an der unteren Schwelle von $y = 0.1$ verloren, als an der oberen Schwelle $y = 0.56$ hinein migrieren—die Bilanz ist negativ.

Im folgenden werden die beiden voneinander unabhängigen systematischen Fehler der Kalorimeter–Kalibration durch quadratische Addition zusammengefasst. Der Fehler der Luminositätsmessung von 1.5 % [H1C96e] ist dem gegenüber gering und wird vernachlässigt.

8.1.6 Ergebnis

Der auf die Hadron–Ebene korrigierte differentielle 2–Jet–Wirkungsquerschnitt als Funktion von x_γ wird unter Einbeziehung der diskutierten Korrekturen binweise nach

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_2}{\mathrm{d}x_\gamma} = \frac{N(i) \cdot C_{\mathrm{det}}(i) \cdot C_{\mathrm{rad}}(i)}{\mathcal{L} \cdot \Delta x_\gamma(i)} \tag{8.8}$$

berechnet und ist in Abbildung 8.2 dargestellt. Er zeigt ein Plateau für $x_\gamma < 0.75$ und steigt dann zu $x_\gamma \to 1$ steil an.

Im Diagramm sind drei Fehler gezeigt:

1. Der innere Balken veranschaulicht den statistischen Fehler $\sqrt{N(i)}$ der Anzahl der selektierten Ereignisse.

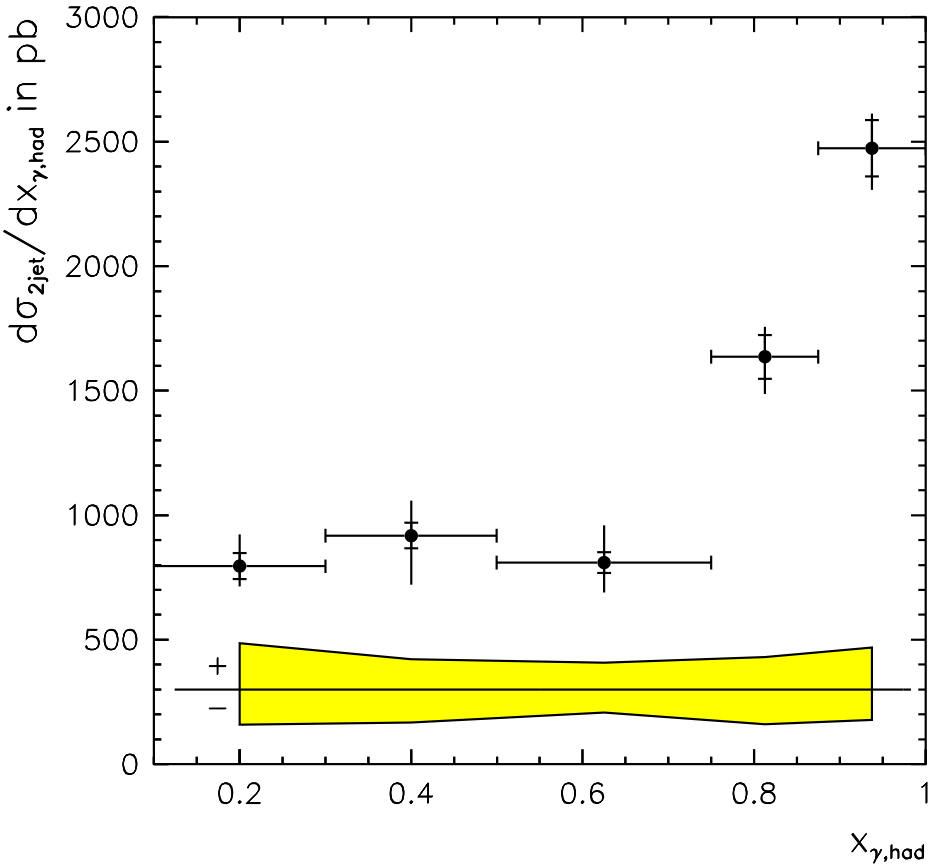

Abbildung 8.2: *Korrigierter differentieller 2–Jet–Wirkungsquerschnitt auf der Hadron–Ebene als Funktion von $x_{\gamma,\mathrm{had}}$. Die inneren Fehlerbalken zeigen den statistischen Fehler, die äußeren den Gesamtfehler (Kombination des statistischen und des systematischen Fehlers). Das Band unten veranschaulicht den systematischen Fehler durch die Kalibration der Kalorimeter–Energieskalen.*

2. Der äußere Balken ergibt sich aus der quadratischen Addition des statistischen Fehlers und des systematischen Fehlers der Korrekturfaktoren C_{det}. Der letztere berücksichtigt die Modellabhängigkeit der Effizienz– und Akzeptanzkorrektur (siehe Tabelle 8.3).

3. Das Band unten gibt den systematischen Fehler aufgrund der Unsicherheit der Energieskalen–Kalibration der Kalorimeter LAr und BEMC an, die vom LAr dominiert wird. Die Messpunkte können innerhalb dieses Konfidenzbands kollektiv nach unten oder oben verschoben sein.

Eine tabellarische Aufstellung der Werte ist im Anhang B gegeben.

8.2 Korrektur auf Parton–Ebene

8.2.1 Hadronisierungseffekte

Der auf Hadron–Ebene korrigierte differentielle 2–Jet–Wirkungsquerschnitt kann mit theoretischen Berechnungen auf der Parton–Ebene, etwa `JetViP`, nur mit großen Unsicherheiten verglichen werden. Die Jets dieser Untersuchung haben einen verhältnismäßig kleinen Transversalimpuls bis hinunter zu 4 GeV, so dass relativ große Hadronisierungseffekte zu erwarten sind. Diese Effekte sind gerade im interessanten Bereich kleiner Werte von x_γ am größten, da letztere mit kleinen p_{T}^* der Jets korreliert sind.

Die Hadronisierung führt zu einer breiteren räumlichen Verteilung des Energieflusses im Ereignis. Am anschaulichsten ist dieses Phänomen im String–Modell der Fragmentation zu fassen: Farbgeladene Partonen sind durch Strings miteinander verbunden, die in kürzere Stücke zerbrechen. Die Energie einiger Partonen verteilt sich dabei letztlich auf mehrere oder sogar sehr viele Hadronen, die grundsätzlich im gesamten Phasenraum zwischen den Partonen zu finden sein können.

Ein Jet–Algorithmus, der die Vierervektoren von Partonen durch das Aufsammeln von Hadronen zu rekonstruieren versucht, ist dabei grundsätzlich anfällig für zwei Störfaktoren:

- Je weicher ein Parton ist, desto schwächer ist der hadronische Fluss in seiner Richtung kollimiert. Im Jet werden dann tendenziell zu wenige Hadronen aufgesammelt.
- Die Fragmentation des Proton– und eventuell des Photonrests erzeugt Hadronen mit kleinem Transversalimpuls, die dem hadronischen Fluss aus der harten Streuung überlagert sind. In Phasenraum–Nähe der Restteilchen kann ein Jet also auch zu viele Hadronen aufsammeln.

In beiden Fällen sind Energie und Richtung des Jets gegen Energie und Richtung des Partons systematisch verschoben bzw. verschmiert.

Die Auswirkung dieser Effekte wurde mit den Monte–Carlo–Generatoren `RAPGAP` direct+resolved und `DJANGO/ARIADNE` untersucht. Die Parton–Ebene ist hier definiert als die Menge der generierten Teilchen, die *nach* dem Partonschauer (bei MEPS) bzw. nach der Farbdipol–Abstrahlung (bei CDM) im Ereignis vorhanden sind. Diese Partonen sind der Ausgangszustand für die unmittelbar folgende String–Fragmentation.

Aus ihnen werden Jets mit dem k_{T}–Algorithmus analog zur Hadron–Ebene gebildet. Der Impulsbruchteil $x_{\gamma,\mathrm{part}}$ auf der Parton–Ebene wird nach der Methode `B` unter Verwendung der beiden Parton–Jets berechnet.

8.2.2 Korrekturverfahren

Abbildung 8.3 zeigt für `RAPGAP` direct+resolved die Korrelation zwischen Parton–Ebene und Hadron–Ebene in der Variablen x_γ. Der Zusammenhang ist linear und die Auflösung ist hinreichend gut, so dass $\mathrm{d}\sigma_2/\mathrm{d}x_\gamma$ auf Parton–Ebene ebenfalls durch eine binweise Korrektur ermittelt werden kann.

Aus zwei Gründen wird jedoch dazu der Bereich $0.75 < x_\gamma < 1$ zu einem Bin zusammengefasst:

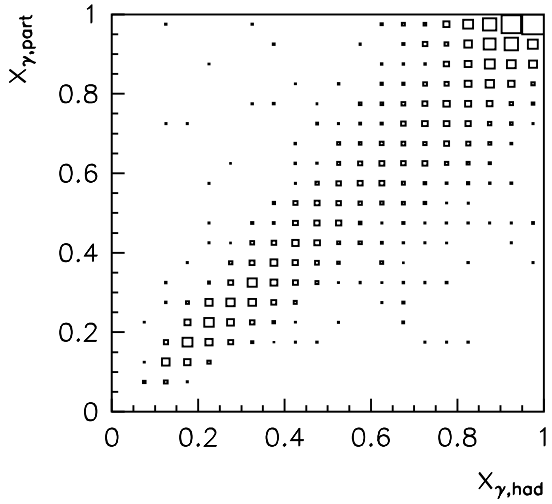

Abbildung 8.3: *Korrelation zwischen Parton–Ebene und Hadron–Ebene für x_γ (Monte–Carlo* `RAPGAP` *direct+resolved).*

1. Abbildung 8.3 zeigt, dass die Korrelation wird für $x_\gamma \to 1$ schlechter wird. Die Stabilität μ wird hier durch die Vereinigung der beiden oberen Bins verbessert.

2. Der mit `JetViP` berechnete differentielle Wirkungsquerschnitt zeigte beim Beitrag des direkten Photons in NLO ein singuläres Verhalten mit starkem Anstieg für $x_\gamma \to 1$ und einer kompensierenden „Senke“ im Bereich $0.75 < x_\gamma < 0.875$. Ein breiteres oberes Bin integriert diesen unphysikalischen mikroskopischen Verlauf, der ein Artefakt des Algorithmus ist [Pöt99b].

Abbildung 8.4 zeigt Effizienz, Reinheit und Stabilität in Bins von $x_{\gamma,\mathrm{part}}$. Diese Größen sind analog wie in Abschnitt 8.1.1 definiert. Die Stabilität ist durchweg höher als 60 %, wodurch eine binweise Korrektur gerechtfertigt wird.

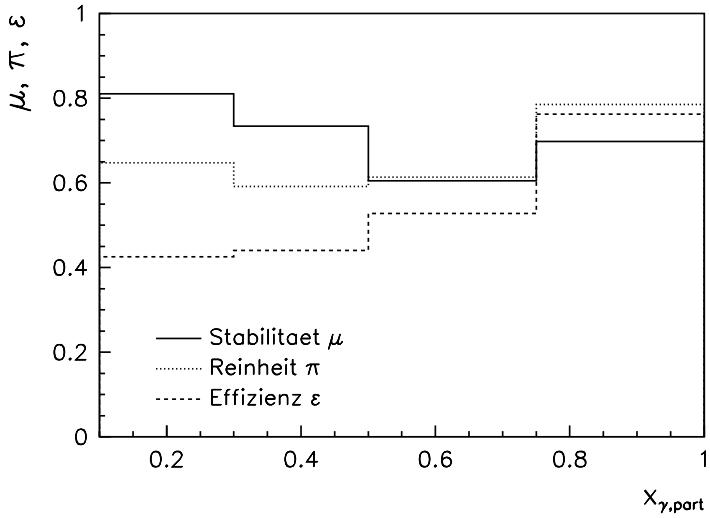

Abbildung 8.4: *Effizienz, Reinheit und Stabilität in Bins von x_γ, bestimmt aus den Ereigniszahlen auf Parton–Ebene und auf Hadron–Ebene mit* `RAPGAP` *direct+resolved.*

Der Hadronisierungs–Korrekturfaktor im Bin i ist der Quotient der Zahlen tief

inelastischer 2–Jet–Ereignisse auf Parton– und auf Hadron–Ebene:

$$C_{\mathrm{had}}(i) = \frac{N_{\mathrm{part}}(i)}{N_{\mathrm{had}}(i)} \tag{8.9}$$

Sie wurden mit den beiden Monte–Carlos `DJANGO/ARIADNE` und `RAPGAP` direct+resolved bestimmt und dann gemittelt. Ihre Werte und ihre Fehler, welche als Abweichung der Generatoren vom Mittelwert berechnet wurden, sind in Tabelle 8.6 zusammengestellt.

x_γ	0.1 – 0.3	0.3 – 0.5	0.5 – 0.75	0.75 – 1.0
C_{had}	$1.54 \pm 1\,\%$	$1.45 \pm 7\,\%$	$1.09 \pm 7\,\%$	$1.06 \pm 3\,\%$

Tabelle 8.6: *Faktoren für die Hadronisierungskorrektur in x_γ, bestimmt mit* `DJANGO/ARIADNE` *und* `RAPGAP` *direct+resolved.*

Die Faktoren C_{had} zeigen, dass die Hadronisierung zu einer Verringerung des gemessenen Wirkungsquerschnitts führt. Die größten Effekte ($\sim 50\,\%$) treten dabei, wie erwartet, im Bereich kleiner Werte von x_γ auf.

Der auf die Parton–Ebene korrigierte differentielle Wirkungsquerschnitt ergibt sich durch binweise Multiplikation mit dem Korrekturfaktor:

$$\left.\frac{\mathrm{d}\sigma_2}{\mathrm{d}x_\gamma}\right|_{\mathrm{part}}(i) = C_{\mathrm{had}}(i) \cdot \left.\frac{\mathrm{d}\sigma_2}{\mathrm{d}x_\gamma}\right|_{\mathrm{had}}(i) \tag{8.10}$$

8.2.3 Bedeutung von x_γ auf der Parton–Ebene

An dieser Stelle soll auf den Unterschied zwischen der bisher betrachteten Observablen $x_{\gamma,\mathrm{part}}$ und dem „wahren“ Wert $x_{\gamma,\mathrm{true}}$ hingewiesen werden:

- $x_{\gamma,\mathrm{part}}$ wird aus dem generierten Endzustand mit zwei identifizierten Jets auf der Parton–Ebene berechnet.
- $x_{\gamma,\mathrm{true}}$ ist der Wert, an dem der Generator die Photon–PDF $f_a(x_\gamma, \mu^2, Q^2)$ im Ereignis auswertet.

Abbildung 8.5 zeigt die Korrelation zwischen diesen beiden Größen in Monte–Carlo–Ereignissen mit aufgelöstem Photon, die von `RAPGAP` generiert wurden. Es ist eine substantielle Migration zu kleineren Werten von $x_{\gamma,\mathrm{part}}$ hin erkennbar: $x_{\gamma,\mathrm{part}} \leq x_{\gamma,\mathrm{true}}$. Diese Migration wird für $x_{\gamma,\mathrm{true}} \to 1$ häufiger, und sie ist in $x_{\gamma,\mathrm{part}}$ recht flach verteilt. Nur in seltenen Fällen ist $x_{\gamma,\mathrm{part}} > x_{\gamma,\mathrm{true}}$. Dennoch ist die Gerade $x_{\gamma,\mathrm{part}} = x_{\gamma,\mathrm{true}}$ deutlich bevölkert, und hier ist die Korrelation linear.

Die generierten aufgelösten Ereignisse zerfallen also im wesentlichen in zwei Klassen: Solche, bei denen mit guter Genauigkeit $x_{\gamma,\mathrm{part}} = x_{\gamma,\mathrm{true}}$ gilt, und andere, bei denen die anhand der Parton–Jets bestimmte Observable $x_{\gamma,\mathrm{part}}$ den „wahren“ Impulsbruchteil mit beliebig großer Abweichung unterschätzt.

Die Ursache für diese Diskrepanz liegt in der approximativen Berücksichtigung höherer Ordnungen der QCD: Neben den beiden auslaufenden Partonen des harten

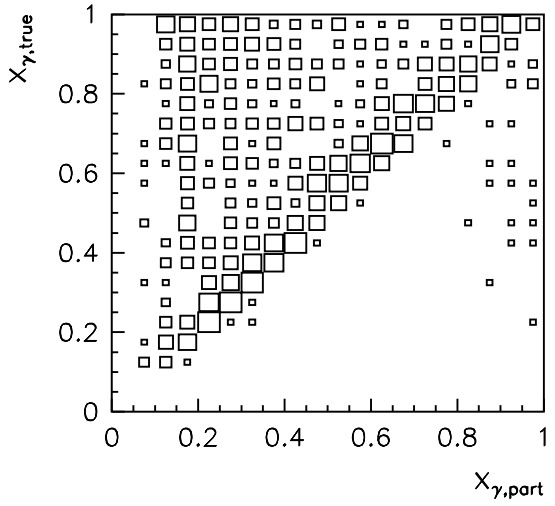

Abbildung 8.5: *Korrelation zwischen dem „wahren" Impulsbruchteil $x_{\gamma,\mathrm{true}}$ und der Observablen $x_{\gamma,\mathrm{part}}$ auf der Parton–Ebene bei generierten Ereignissen mit aufgelöstem Photon (*RAPGAP*–resolved).*

Subprozesses $\mathcal{O}(\alpha_s)$ produziert RAPGAP zusätzliche Quarks und Gluonen durch den Mechanismus des DGLAP–Partonschauers. Der k_T–Algorithmus sammelt nicht immer alle Partonen in den beiden Jets auf, und der zusätzliche partonische Energiefluss außerhalb der Jets führt zur Verringerung des berechneten $x_{\gamma,\mathrm{part}}$ gegenüber $x_{\gamma,\mathrm{true}}$.

Von besonderer Bedeutung ist hier der DGLAP–Partonschauer im Anfangszustand auf der Photonseite (vergleiche Abbildung 3.3): Das Parton aus dem Photon mit initialem $x_{\gamma,\mathrm{true}}$ verliert Energie durch die Abstrahlung von Schauerpartonen, welche aufgrund ihres relativ geringen Transversalimpulses vom k_T–Algorithmus häufig nicht den beiden harten Jets zugeordnet werden. Das tatsächlich in die harte Streuung eingehende Parton am Ende des Schauers trägt also einen Bruchteil am Photonimpuls, der geringer als $x_{\gamma,\mathrm{true}}$ ist—was in der Observablen $x_{\gamma,\mathrm{part}}$ richtig reflektiert wird.

8.2.4 Ergebnis

Abbildung 8.6 zeigt den gemessenen differentiellen 2–Jet–Wirkungsquerschnitt als Funktion von $x_{\gamma,\mathrm{part}}$ auf der Parton–Ebene. Die Hadronisierungskorrektur führt zu einer Anhebung des Wirkungsquerschnitts in den unteren beiden Bins, wodurch eine ausgeprägte „Senke" im Bereich $0.5 < x_\gamma < 0.75$ entsteht.

Die in Tabelle 8.6 angegebenen systematischen Fehler der Korrekturfaktoren, die auf den Modellunterschieden zwischen DJANGO/ARIADNE und RAPGAP beruhen, sind klein gegen die anderen bisher betrachteten Fehler und werden deshalb vernachlässigt.

Eine tabellarische Aufstellung der Werte ist im Anhang B gegeben.

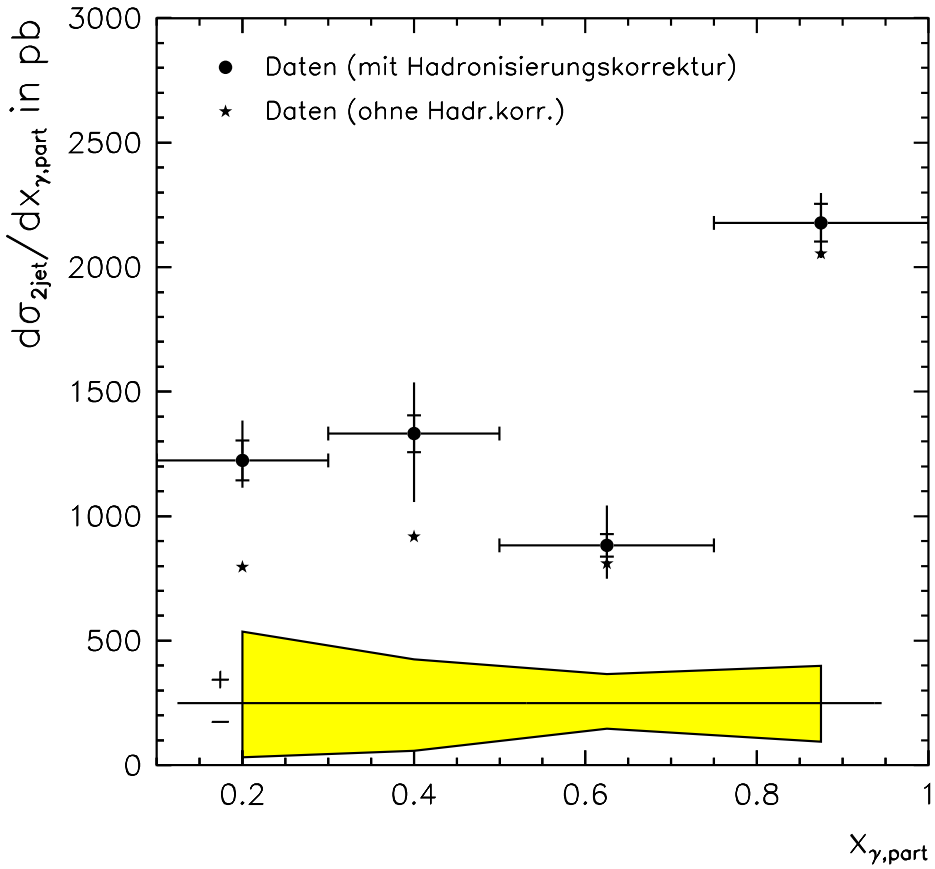

Abbildung 8.6: *Differentieller 2–Jet–Wirkungsquerschnitt als Funktion von* $x_{\gamma,\mathrm{part}}$ *auf der Parton–Ebene (Punkte), d. h. mit Hadronisierungskorrektur. Die inneren Fehlerbalken zeigen den statistischen Fehler, die äußeren den Gesamtfehler. Das Band unten veranschaulicht den systematischen Fehler durch die Kalorimeter–Kalibration. Die Datenpunkte der Hadron–Ebene (d. h. ohne Hadronisierungskorrektur) sind zusätzlich als Sterne mit angegeben.*

Kapitel 9

Interpretation der Ergebnisse

9.1 Vergleich mit Modellen niedrigster Ordnung der QCD

In Abbildung 9.1 ist der gemessene differentielle Wirkungsquerschnitt auf der Hadron–Ebene zusammen mit verschiedenen Vorhersagen von Monte–Carlo–Generatoren gezeigt. Die den beiden Monte–Carlos `DJANGO/ARIADNE` und `RAPGAP`–direct zugrunde liegende Gemeinsamkeit ist ihre Modellierung des harten QCD–Streuprozesses durch Matrixelemente in niedrigster Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s)$ der starken Kopplungskonstanten (*Leading Order*, LO). Das Photon koppelt hier punktförmig an ein Quark, und es werden die beiden Prozesse der QCD–Compton–Streuung und der Boson–Gluon–Fusion berücksichtigt. Darüber hinaus wurde bei beiden Generatoren die gleiche Parametrisierung der Proton–Strukturfunktion, GRV HO [Glü95b], sowie das String–Fragmentationsmodell `JETSET` verwendet.

Die Unterschiede liegen in der jeweiligen approximativen Berücksichtigung höherer Ordnungen der QCD (vergleiche Abschnitt 3.6):

- Bei `RAPGAP`–direct sind sowohl die in die harte Streuung einlaufenden als auch die auslaufenden Teilchen Initiatoren von DGLAP–Partonschauern: Es entstehen weitere Quarks und Gluonen durch sukzessive Spaltungsprozesse (*Splitting*). Der Partonschauer im Anfangszustand zeichnet sich durch die Korrelation von Transversalimpuls und Rapidität aus (DGLAP–Dynamik): Mit zunehmender Entfernung vom Protonrest (d. h. mit abnehmender Rapidität) steigt der Transversalimpuls abgestrahlter Partonen an.

- `DJANGO/ARIADNE` modelliert zusätzliche Parton–Emissionen durch Farbdipol–Abstrahlung (CDM). Transversalimpuls und Rapidität der abgestrahlten Partonen sind unkorreliert, weshalb CDM eine große phänomenologische Ähnlichkeit zur BFKL–Dynamik aufweist. Insbesondere können Partonen mit hohem Transversalimpuls auch nahe am Protonrest emittiert werden, also bei zentralen Rapiditäten im γ–p–CMS bzw. in Vorwärtsrichtung im Laborsystem.

Sowohl `RAPGAP`–direct als auch `DJANGO/ARIADNE` weichen erheblich vom gemessenen Wirkungsquerschnitt ab. Beide Modelle liegen im Bereich $0.1 < x_\gamma < 0.75$ um etwa

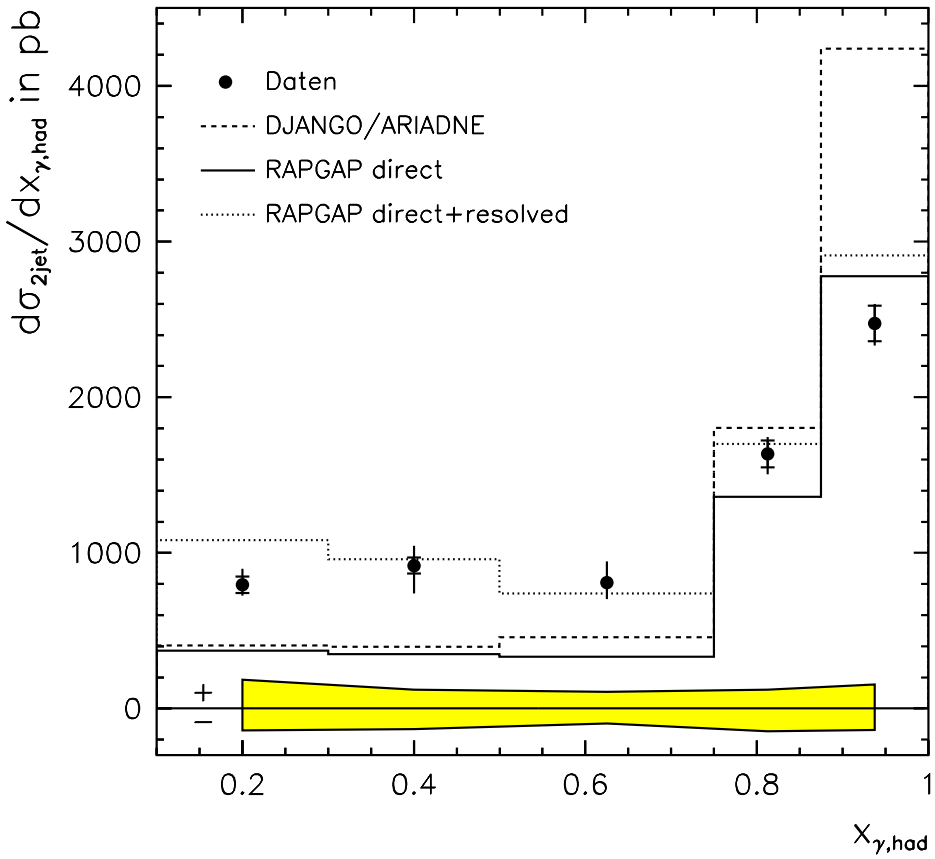

Abbildung 9.1: *Vergleich des gemessenen differentiellen 2–Jet–Wirkungsquerschnitts auf der Hadron–Ebene (Punkte) mit den Generatoren* DJANGO/ARIADNE *(gestrichelte Linie) sowie* RAPGAP *mit und ohne Beitrag des aufgelösten Photons (gepunktete bzw. durchgezogene Linie). Das Band unten veranschaulicht den systematischen Fehler der Messung durch die Kalibration der Kalorimeter–Energieskalen.*

50 % unter der Messung, wobei DJANGO/ARIADNE einen geringfügig höheren Wirkungsquerschnitt vorhersagt als RAPGAP–direct.

In den beiden Bins bei $0.75 < x_\gamma < 1$ beschreibt RAPGAP–direct die Daten zufriedenstellend, während DJANGO/ARIADNE im obersten Bin $0.875 < x_\gamma < 1$ ungefähr 60 % zu hoch liegt. Der über x_γ integrierte Wirkungsquerschnitt von RAPGAP–direct liegt ca. 25 % unter dem Messergebnis (1100 pb); DJANGO/ARIADNE hingegen stimmt hier mit den Daten im Rahmen der Messgenauigkeit überein.

Die LO–Modelle mit direkt wechselwirkendem Photon sind durch folgende Abweichungen zur Messung charakterisiert:

- Gemessen wurde ein deutlich größerer integrierter 2–Jet–Wirkungsquerschnitt als von dem DGLAP–Modell RAPGAP–direct vorhergesagt. Dies ist im Einklang mit früheren Ergebnissen [H1C98b]. Das Defizit des Modells ist im Bereich $0.1 < x_\gamma < 0.75$ lokalisiert, wo der vorwiegende Beitrag einer aufgelösten Komponente des virtuellen Photons zu erwarten ist.

- Das Farbdipolmodell CDM in DJANGO/ARIADNE ist verträglich mit dem über x_γ integrierten gesamten Wirkungsquerschnitt, ebenfalls im Einklang mit [H1C98b].

Die differentielle Verteilung zeigt jedoch erhebliche Abweichungen: DJANGO/ARIADNE hat bei $0.1 < x_\gamma < 0.75$ das gleiche Defizit wie RAPGAP–direct. Der hier fehlende Wirkungsquerschnitt wird allerdings durch eine größere Zahl von generierten Ereignissen mit $x_\gamma \approx 1$ kompensiert. Insgesamt beschreibt DJANGO/ARIADNE den Verlauf des differentiellen Wirkungsquerschnitts also schlechter als RAPGAP–direct.

Der CDM–Mechanismus, der nach Generator–Studien mehr Partonen mit höherem Transversalimpuls erzeugt als die DGLAP–Partonschauer, produziert dadurch offenbar mehr Jets im falschen Gebiet des Phasenraums.

Schlussfolgerung

LO–Modelle mit Matrixelementen $\mathcal{O}(\alpha_s)$ und direkt wechselwirkendem Photon sind nicht in der Lage, den differentiellen 2–Jet–Wirkungsquerschnitt als Funktion der Observablen x_γ zu beschreiben. Die beiden verschiedenen Ansätze der zusätzlichen approximativen Berücksichtigung höherer Ordnungen der QCD durch Partonkaskaden, nämlich DGLAP–Partonschauer und CDM–Abstrahlung, versagen gleichermaßen bei der Erklärung von $\mathrm{d}\sigma_2/\mathrm{d}x_\gamma$ im Bereich kleiner Werte von x_γ.

9.2 Vergleich mit Modellen höherer Ordnung

RAPGAP–resolved

Ebenfalls in Abbildung 9.1 dargestellt ist die Modellvorhersage durch den zusätzlichen Beitrag des aufgelösten virtuellen Photons, RAPGAP direct+resolved. RAPGAP–resolved berücksichtigt höhere Ordnungen der QCD in zweifacher Weise:

- Der harte Subprozess, in den ein Parton aus dem Proton und ein Parton aus dem Photon eingehen, ist von führender Ordnung α_s^2—die niedrigste Ordnung der Streuung von Quarks und Gluonen.
- In die Strukturfunktion des virtuellen Photons sind die mit der anomalen Komponente (Splitting $\gamma^* \to \mathrm{q\bar{q}}$) assoziierten QCD–Korrekturen höherer Ordnungen zum Teil absorbiert. Das Konzept des aufgelösten virtuellen Photons in RAPGAP–resolved kann daher auch als Approximation $\sim \mathcal{O}(\alpha_s^3)$ betrachtet werden.

Der additive Beitrag des aufgelösten Photons nimmt zu kleinerem x_γ hin stetig zu. Im Bereich $0.1 < x_\gamma < 0.75$ sind der direkte und der aufgelöste Beitrag ungefähr gleich groß. Damit beschreibt RAPGAP direct+resolved den Verlauf von $\mathrm{d}\sigma_2/\mathrm{d}x_\gamma$ im Rahmen der Fehlergrenzen gut. Bei den kleinsten Werten, also im Bin $0.1 < x_\gamma < 0.3$, liegt die gezeigte Vorhersage auf der Grundlage der Photonstruktur–Parametrisierung SaS2D [Sch95] und der Skalendefinition $\mu^2 = Q^2 + p_\mathrm{T}^2$ jedoch um ca. 35 % zu hoch.

JetViP

Der Monte–Carlo–Generator JetViP auf Parton–Ebene berücksichtigt für direkte und aufgelöste Prozesse die jeweils nächsthöhere Ordnung der QCD, also $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ bzw. $\mathcal{O}(\alpha_s^3)$. In beiden Klassen werden Ereignisse mit 2 und mit 3 Partonen im Endzustand generiert.

Abbildung 9.2 zeigt einen Vergleich der auf Parton–Ebene korrigierten Messung[1] mit der JetViP–Berechnung. Es wurde die Photonstruktur–Parametrisierung SaS2M benutzt, und die Renormierungs– und Faktorisierungs–Skala $\mu^2 = Q^2 + p_T^2$ wurde mit den Faktoren 0.5, 1 und 2 variiert. Die jeweils drei eingezeichneten Linien entsprechen von unten nach oben dieser Skalenvariation. Gepunktet dargestellt ist der Beitrag der direkten Wechselwirkung (DIR), und die durchgezogene Linie gibt die Superposition aus direktem Beitrag, Photon–Splitting–Subtraktion und aufgelöstem Beitrag an (DIR − PSP + RES).

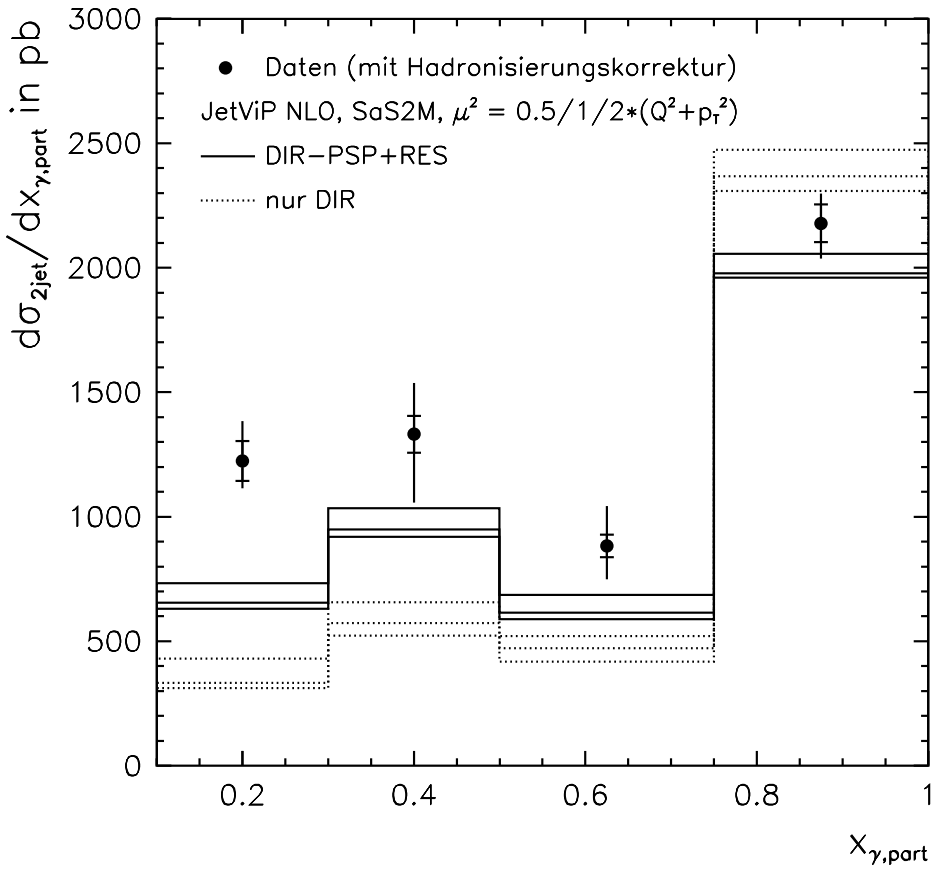

Abbildung 9.2: *Vergleich des gemessenen differentiellen 2–Jet–Wirkungsquerschnitts auf der Parton–Ebene (Punkte) mit dem NLO–Generator* JetViP*. Die als Linien dreifach eingezeichneten Vorhersagen von* JetViP *entsprechen, von unten nach oben, einer Variation der Skala* $\mu^2 = Q^2 + p_T^2$ *mit den Faktoren 0.5, 1 und 2. Der direkte Beitrag (DIR) ist gepunktet eingezeichnet, die Summe aller Beiträge* $(DIR - PSP + RES)$ *als durchgezogene Linie.*

Der DIR–Beitrag in JetViP liegt im Bereich $0.1 < x_\gamma < 0.75$ insgesamt etwa 50 % unter der Messung, während er im oberen Bin $0.75 < x_\gamma < 1$ verträglich mit den Daten ist. Die Berücksichtigung der Prozesse mit aufgelöstem Photon führt bei $0.1 < x_\gamma < 0.75$ zu einer Anhebung des berechneten Wirkungsquerschnitts, ohne jedoch das

[1] Hier und bei den folgenden Abbildungen wird der systematische Fehler der Kalorimeter–Energieskala der Übersichtlickeit halber nicht mit eingezeichnet. Er kann der Abbildung 8.6 entnommen werden.

Niveau der Messpunkte zu erreichen. Im untersten Bin $0.1 < x_\gamma < 0.3$ erreicht `JetViP` DIR − PSP + RES nur die Hälfte des gemessenen Wirkungsquerschnitts. Diese Differenz hat bei Berücksichtigung des nicht eingezeichneten Kalorimeter–Skalenfehlers von $-18\,\%$ eine Signifikanz von etwa 2 bis 3 σ. Für $0.75 < x_\gamma < 1$ liegt der DIR–Beitrag *über* der Summe DIR − PSP + RES: Der zu subtrahierende Beitrag des Photon–Splitting überwiegt hier den Beitrag des aufgelösten Photons.

Die Abhängigkeit des berechneten Wirkungsquerschnitts von der Variation der Skala $\mu^2 = Q^2 + p_\mathrm{T}^2$ mit Faktoren $\frac{1}{2} \ldots 2$ ist durchweg geringer als der Fehler der Messung. Der größte Effekt ist bei kleinem x_γ zu beobachten: Hier beträgt er etwa $15\,\%$.

Insgesamt vermag die volle NLO–Berechnung mit SaS2M und Skala $\mu^2 = Q^2 + p_\mathrm{T}^2$ die Form von $\mathrm{d}\sigma_2/\mathrm{d}x_\gamma$ für $x_\gamma > 0.3$ zu reproduzieren. Die Differenz bei $0.1 < x_\gamma < 0.3$ könnte sowohl durch die Partondichte–Parametrisierung als auch durch die spezifische Wahl der Skala μ^2 verursacht sein.

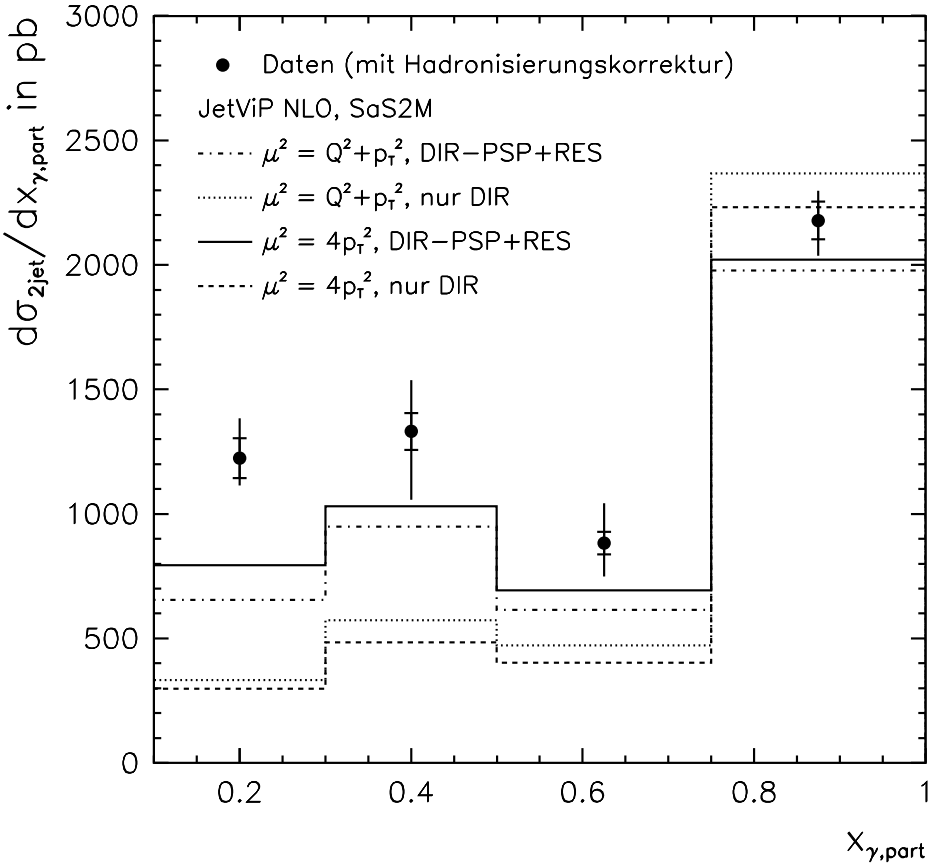

Abbildung 9.3: *Vergleich des gemessenen differentiellen 2–Jet–Wirkungsquerschnitts auf der Parton–Ebene (Punkte) mit dem NLO–Generator* `JetViP` *(Linien). Getrennt dargestellt sind jeweils der direkte Beitrag (DIR) und die Summe aller Beiträge (DIR− PSP + RES) für die zwei Skalen* $\mu^2 = Q^2 + p_\mathrm{T}^2$ *und* $\mu^2 = 4p_\mathrm{T}^2$.

Der Einfluß der Skalenwahl auf den berechneten Wirkungsquerschnitt ist in Abbildung 9.3 illustriert. Die Messung wird hier mit `JetViP`–Berechnungen mit der Photon–PDF SaS2M verglichen. Der Übergang von der Skala $\mu^2 = Q^2 + p_\mathrm{T}^2$ zu $\mu^2 = 4p_\mathrm{T}^2$ hat zwei Folgen:

- Nach der vollen NLO–Berechnung DIR − PSP + RES wird $\mathrm{d}\sigma_2/\mathrm{d}x_\gamma$ insgesamt angehoben, und zwar stärker bei kleinem x_γ: Im Bin $0.1 < x_\gamma < 0.3$ beträgt die Anhebung ca. 25 %. Die Beschreibung der Daten wird dadurch besser, aber auch hier bleibt die stärkste Diskrepanz im untersten Bin bestehen.
- Die Differenz zwischen DIR und DIR − PSP + RES wird größer—der Beitrag des aufgelösten Photons inklusive der Photon–Splitting–Subtraktion, RES − PSP, nimmt also zu.

Die Wahl der Skala beeinflusst also im wesentlichen den integrierten berechneten Wirkungsquerschnitt, verändert jedoch kaum die Form des Verlaufs von $\mathrm{d}\sigma_2/\mathrm{d}x_\gamma$.

Abbildung 9.4 zeigt den Vergleich der Messung mit `JetViP`–Berechnungen unter Verwendung zweier verschiedener Photonstruktur–Parametrisierungen: Einerseits SaS2M, andererseits die PDF des reellen Photons GS–G–96 LO nach Gordon und Storrow [Gor92] mit der Drees–Godbole–Dämpfung bei $\omega^2 = 0.5\,\mathrm{GeV}^2$, als DG(GS) bezeichnet. Als Skala wurde $\mu^2 = 4p_\mathrm{T}^2$ festgelegt.

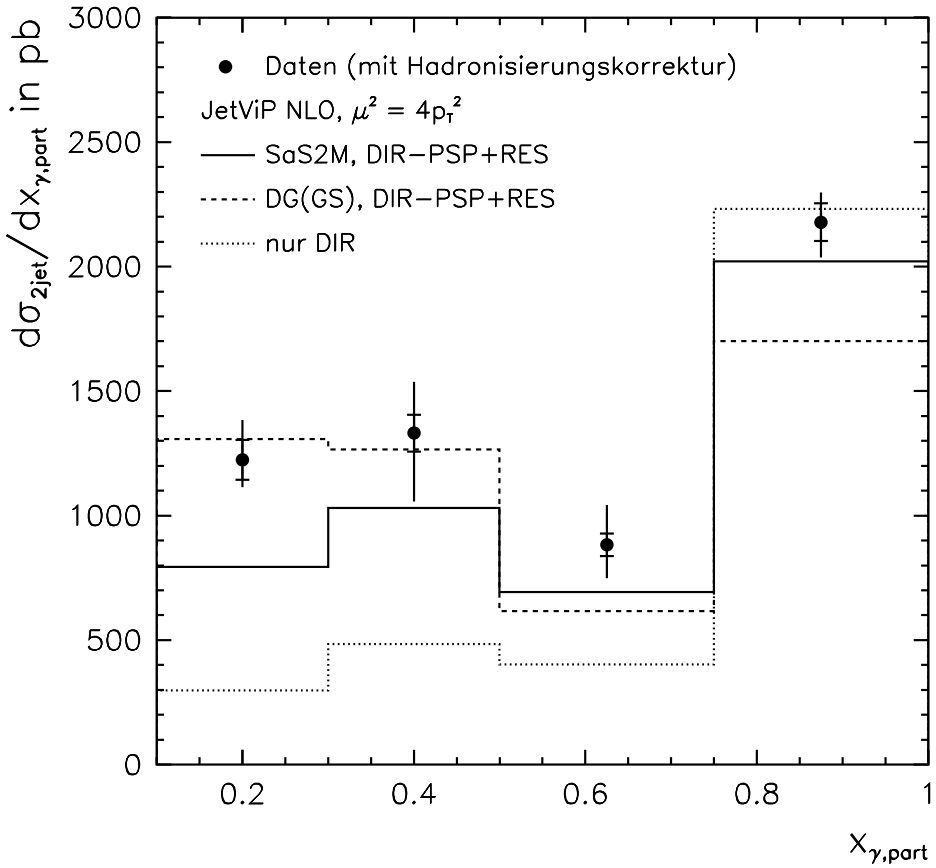

Abbildung 9.4: *Vergleich des gemessenen differentiellen 2–Jet–Wirkungsquerschnitts auf der Parton–Ebene (Punkte) mit dem NLO–Generator* `JetViP` *(verschiedene Linien). Dargestellt sind der direkte Beitrag (DIR, gepunktet) sowie die Summe aller Beiträge (DIR − PSP + RES) für zwei verschiedene Parametrisierungen der Photon–PDF: SaS2M (durchgezogen) und DG(GS) (gestrichelt).*

Die Parametrisierung DG(GS) verursacht im Bereich $0.1 < x_\gamma < 0.5$ einen deutlich höheren Wirkungsquerschnitt als SaS2M und stimmt dort mit der Messung innerhalb

der Fehler überein. Im oberen Bin $0.75 < x_\gamma < 1$ liegt DG(GS) hingegen 15 % unter SaS2M und beschreibt die Daten schlechter. Insgesamt produziert DG(GS) also einen deutlich flacher in x_γ verteilten Wirkungsquerschnitt als SaS2M.

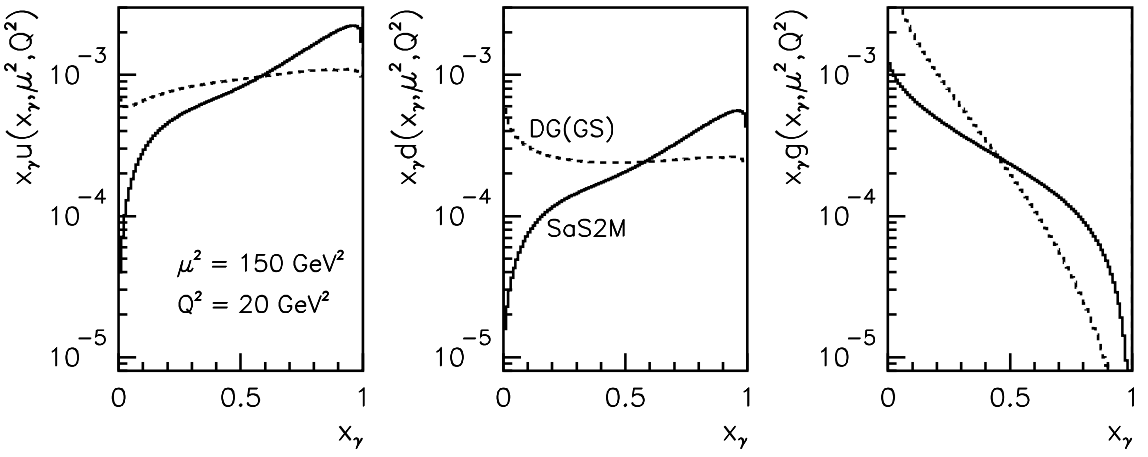

Abbildung 9.5: *Vergleich der Parametrisierungen SaS2M (durchgezogene Linie) und DG(GS) (gestrichelt) der Photon–PDF. Links: u–Quark; Mitte: d–Quark; Rechts: Gluon.*

In Abbildung 9.5 werden die beiden Parametrisierungen SaS2M und DG(GS) mit einander verglichen. Dargestellt sind die mit x_γ multiplizierten Partondichten des u– und d–Quarks sowie des Gluons bei den Werten $\mu^2 = 150\,\mathrm{GeV}^2$ und $Q^2 = 20\,\mathrm{GeV}^2$, welche ungefähr der mittleren Kinematik der gemessenen Ereignisse entsprechen. In allen drei Verteilungen liegt DG(GS) im Bereich $x_\gamma < 0.5$ über SaS2M, bei $x_\gamma > 0.5$ hingegen darunter. Im Grenzfall $x_\gamma \to 0$ gibt DG(GS) das divergente Verhalten der Partondichten des reellen Photons wieder—die Parametrisierung GS–G–96 LO wird lediglich mit dem von x_γ unabhängigen Drees–Godbole–Faktor gedämpft.

Der mit `JetViP` generierte differentielle Wirkungsquerschnitt $\mathrm{d}\sigma_2/\mathrm{d}x_{\gamma,\mathrm{part}}$ auf der Parton–Ebene spiegelt also die erheblichen Unterschiede der beiden Partondichte–Parametrisierungen deutlich wider.

Schlussfolgerung

Der gemessene Wirkungsquerschnitt $\mathrm{d}\sigma_2/\mathrm{d}x_\gamma$ kann nur durch die Existenz eines Beitrags des aufgelösten virtuellen Photons erklärt werden. Schon die Berücksichtigung der jeweils führenden Ordnung der QCD beim Generator `RAPGAP`, d. h. $\mathcal{O}(\alpha_\mathrm{s})$ bei direkten und $\mathcal{O}(\alpha_\mathrm{s}^2)$ bei aufgelösten Prozessen, vermag den charakteristischen Verlauf von $\mathrm{d}\sigma_2/\mathrm{d}x_\gamma$ zu beschreiben.

Die Einbeziehung der nächsthöheren Ordnung bei Prozessen mit **direktem** Photon, $\mathcal{O}(\alpha_\mathrm{s}^2)$, kann das Messergebnis hingegen nicht reproduzieren.

NLO–Berechnungen mit direktem und **aufgelöstem** Photon, wie sie vom Generator `JetViP` in $\mathcal{O}(\alpha_\mathrm{s}^2)$ bzw. $\mathcal{O}(\alpha_\mathrm{s}^3)$ implementiert sind, geben eine qualitativ richtige Beschreibung von $\mathrm{d}\sigma_2/\mathrm{d}x_\gamma$. Die theoretischen Vorhersagen sind hier sehr sensitiv auf

die verwendete Parametrisierung der Partonverteilung im Photon. Die Abhängigkeit von der Faktorisierungs– und Renormierungs–Skala μ ist hingegen gering.

Das Modell von Drees und Godbole (DG) mit $\omega^2 = 0.5\,\mathrm{GeV}^2$ im Zusammenspiel mit der Partondichte–Parametrisierung GS–G–96 LO des reellen Photons zeigt bei kleinem x_γ eine bessere Übereinstimmung mit den Daten als die Parametrisierung von Schuler und Sjöstrand (SaS), welche jedoch die Messung im Bereich $x_\gamma > 0.75$ besser beschreibt.

Die vorliegende Messung ist geeignet, zwischen verschiedenen Ansätzen der Parametrisierung der γ^*–PDF zu differenzieren. Andere Messungen des differentiellen *Forward Jet*–Wirkungsquerschnitts $\mathrm{d}\sigma/\mathrm{d}x$ und der 2–Jet–Rate $R_2(x, Q^2)$ waren hingegen nicht sensitiv auf die Unterschiede zwischen SaS2 und DG [Jun98].

Kapitel 10

Zusammenfassung

Ziel dieser Untersuchung war die experimentelle Analyse des partonischen Endzustands in der tief inelastischen Streuung bei kleinem x ($10^{-4} < x < 10^{-2}$), um die Gültigkeit verschiedener Näherungen der störungstheoretischen QCD beurteilen zu können. Dazu wurden 2–Jet–Ereignisse betrachtet, in denen die Jets einen Mindest–Transversalimpuls von $p_{\mathrm{T}}^{*} > 4\,\mathrm{GeV}$ und eine polare Richtung im Bereich $-2.5 < \eta^{*} < 0$ des hadronischen Schwerpunktsystems haben. Durch Monte–Carlo–Studien konnte gezeigt werden, dass diese Jets gut korreliert sind mit den Partonen des Endzustands von perturbativ berechneten QCD–Streuprozessen.

Der qualitative Vergleich einer Vielzahl gemessener unkorrigierter Verteilungen mit Monte–Carlo–Simulationen hat demonstriert, dass Modelle mit einem **direkt** wechselwirkenden Photon und Matrixelementen der niedrigsten Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_{\mathrm{s}})$ im Bereich kleiner Werte von x versagen. Die betrachteten Generatoren unterscheiden sich in der approximativen Behandlung höherer Ordnungen der QCD durch Partonkaskaden: `RAPGAP` modelliert zusätzliche Partonemissionen durch DGLAP–Partonschauer, `DJANGO/ARIADNE` hingegen durch Farbdipolabstrahlungen (CDM). Obwohl sich beide Modelle phänomenologisch unterscheiden, sind sie gleichermaßen ungeeignet die Daten zu beschreiben.

Die Berücksichtigung eines zusätzlichen Beitrags des **aufgelösten** virtuellen Photons mit Subprozessen in führender Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_{\mathrm{s}}^{2})$ ist hingegen in guter Übereinstimmung mit den Daten. Der aufgelöste Beitrag ist vorwiegend dort lokalisiert, wo die direkten Modelle die größten Differenzen zur Messung aufweisen: Im DIS–Phasenraum bei kleinen Werten von x und Q^{2} sowie bei großem y, im 2–Jet–Phasenraum bei kleinen Werten von x_{γ}. Darüber hinaus erklärt der aufgelöste Beitrag auch den gemessenen erhöhten Energiefluss im Rückwärtsbereich außerhalb der Jets.

Bei der Betrachtung des Energieflusses hat sich die Definition der *Photonhemisphäre* im Schwerpunktsystem der beiden Jets als sinnvoll erwiesen: Erstmals wurde gezeigt, dass die Observable x_{γ} auch direkt aus der summierten Energie außerhalb der Jets in der Photonhemisphäre ermittelt werden kann. Diese Tatsache ist konsistent zur Hypothese eines Photonrests mit einem Impulsbruchteil $1 - x_{\gamma}$, der hauptsächlich in der Photonhemisphäre fragmentiert. Die Hypothese wird weiter unterstützt durch das erstmals betrachtete Energiefluss–Profil in der Photonhemisphäre.

Der differentielle 2–Jet–Wirkungsquerschnitt $\mathrm{d}\sigma_{2}/\mathrm{d}x_{\gamma}$ als Funktion von x_{γ} wurde als Observable identifiziert, die sehr sensitiv auf die Partondynamik ist. Der Vergleich

des auf Hadron– und auf Parton–Ebene korrigierten Wirkungsquerschnitts im Bereich $0.1 < x_\gamma < 1$ mit verschiedenen Modellen bestätigt den Befund, dass der Beitrag eines aufgelösten virtuellen Photons unerlässlich ist. Dieser Beitrag ist für $x_\gamma < 0.75$ ungefähr gleich groß wie der direkte Anteil.

Weder die Berücksichtigung von Matrixelementen $\mathcal{O}(\alpha_s)$ mit zusätzlichen Partonkaskaden noch eine NLO–Rechnung $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ können auf der Grundlage eines nur **direkt** wechselwirkenden Photons den Verlauf von $\mathrm{d}\sigma_2/\mathrm{d}x_\gamma$ erklären—insbesondere liegen diese Ansätze bei kleinem x_γ weit unter der Messung.

Andererseits kann der Wirkungsquerschnitt unter Hinzunahme von **aufgelösten** Subprozessen mit Matrixelementen in führender Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ der Parton–Parton–Streuung und zusätzlichen DGLAP–Partonschauern befriedigend beschrieben werden. Dieses Modell hat bisher auch andere Observable bei kleinem x erfolgreich erklärt [Jun98], z. B. den *Forward Jet*–Wirkungsquerschnitt, die Spektren von *Leading Particles* in der Vorwärtsrichtung sowie die 2–Jet–Rate $R_2(x, Q^2)$. Neben der parametrischen Freiheit der ungenau bekannten Partondichten des virtuellen Photons beeinträchtigt jedoch auch die zu erwartende große Abhängigkeit von der Wahl der Faktorisierungs– und Renormierungsskala μ^2 die Aussagekraft eines solchen LO–Modells [Wen99].

Es wurde gezeigt, dass eine volle NLO–Berechnung (`JetViP`) mit aufgelöstem Photon, d. h. $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ für direkte und $\mathcal{O}(\alpha_s^3)$ für aufgelöste Prozesse, nur noch in geringem Maße von der Skala μ^2 abhngig ist. Die beobachtete Sensitivität auf die verwendete γ^*–PDF ermöglicht die Differenzierung zwischen verschiedenen Ansätzen der Parametrisierung der Photonstruktur. Die Messung favorisiert eine hohe Partondichte für $x_\gamma \to 0$.

Theoretische Rechnungen, die auf der BFKL–Näherung beruhen, waren bisher erfolgreich bei der Beschreibung von Messungen der partonischen Aktivität im *Vorwärtsbereich*, d. h. nah an der Protonrichtung [H1C98a]. Eine BFKL–Rechnung des Wirkungsquerschnitts $\mathrm{d}\sigma_2/\mathrm{d}x_\gamma$ stand im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht zur Verfügung—hier können daher noch keine zwingenden Schlüsse über die Gültigkeit der BFKL–Dynamik gezogen werden. Dennoch darf bezweifelt werden, dass dieser Mechanismus auf der Grundlage eines direkt wechselwirkenden Photons in der Lage wäre, in 2–Jet–Ereignissen den beobachteten Energiefluss im *Rückwärtsbereich* korrekt wiederzugeben.

Diese Untersuchung hat gezeigt, dass bei kleinem x die 2–Jet–Produktion unter Berücksichtigung von QCD–Effekten höherer Ordnung als $\mathcal{O}(\alpha_s)$ verstanden werden kann, wie sie im Konzept des aufgelösten virtuellen Photons berücksichtigt werden:

- QCD–Korrekturen höherer Ordnung und nicht–perturbative Effekte sind in Form der empirischen γ^*–Partondichten parametrisiert.
- Die führende Ordnung aufgelöster $2 \to 2$–Subprozesse ist $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$.

Unter der Prämisse dieses Konzepts ist der zusätzliche Mechanismus der DGLAP–Partonschauer auch bei kleinem x eine gute Näherung der Partondynamik.

Anhang A

Methoden der Bestimmung von x_γ

A **$(E - P_z)$–Methode:**
Ausgehend von Gleichung 2.22 für die Vierervektorbilanz im Prozess mit aufgelöstem Photon wird auf beiden Seiten die Differenz aus Energie– und z–Komponente gebildet:

$$\begin{aligned} x_\gamma q^* + \xi p^* &= j_1^* + j_2^* \\ \Rightarrow \quad x_\gamma (E_\gamma^* - q_z^*) + \xi (E_\mathrm{p}^* - p_{z,\mathrm{p}}^*) &= (E_1^* - p_{z,1}^*) + (E_2^* - p_{z,2}^*) \end{aligned} \tag{A.1}$$

Der Beitrag des Protons verschwindet, da unter Vernachlässigung der Masse $|p_{z,\mathrm{p}}^*| = E_\mathrm{p}^*$ ist. Weiter gilt für die Differenz aus Energie– und z–Komponente des totalen Vierervektors $q^* + p^*$ des hadronischen Endzustands:

$$E_\mathrm{had}^* - p_{z,\mathrm{had}}^* = (E_\gamma^* - q_z^*) + (E_\mathrm{p}^* - p_{z,\mathrm{p}}^*) = E_\gamma^* - q_z^* \tag{A.2}$$

Werden die Vierervektoren des gesamten hadronischen Endzustands und der Jets durch die Summe der Vierervektoren der Teilchen ersetzt, erhält man schließlich aus den beiden Gleichungen:

$$x_{\gamma,\mathsf{A}} = \frac{\displaystyle\sum_{i \in \{2\mathrm{Jets}\}} \left(E_i^* - p_{z,i}^*\right)}{\displaystyle\sum_{k \in \{\mathrm{Alle}\}} \left(E_k^* - p_{z,k}^*\right)} \tag{A.3}$$

Die Summe läuft im Nenner über alle Teilchen des hadronischen Endzustands, im Zähler hingegen nur über die Teilchen in den beiden Jets.

B **Jet–Lepton–Methode:**
Beide Seiten der Vierervektor–Bilanzgleichung 2.22 werden mit dem Proton–Viererimpuls p^* skalar multipliziert:

$$\begin{aligned} p^* \cdot (x_\gamma q^* + \xi p^*) &= p^* \cdot (j_1^* + j_2^*) \\ \Rightarrow \quad x_\gamma p^* q^* + \xi m_\mathrm{p}^2 &= p^* j_1^* + p^* j_2^* \end{aligned} \tag{A.4}$$

Auf der linken Seite kann der Massenterm vernachlässigt werden und es folgt unter Berücksichtigung von $\vec{q^*} = -\vec{p^*}$ und der Gleichungen 2.27:

$$x_\gamma p^* q^* = x_\gamma (E_\mathrm{p}^* E_\gamma^* + E_\mathrm{p}^{*2}) \tag{A.5}$$

$$= x_\gamma E_\mathrm{p}^* W \tag{A.6}$$

Auf der rechten Seite können die beiden Terme der Form p^*j^* unter Verwendung der Pseudorapidität $\eta = -\ln\tan(\theta/2)$ weiter entwickelt werden:

$$p^*j^* = E^*_{\mathrm{p}}E^*_{\mathrm{j}}(1-\cos\theta^*_{\mathrm{j}}) \tag{A.7}$$

$$= E^*_{\mathrm{p}}E^*_{\mathrm{j}}\sin\theta^*_{\mathrm{j}}\tan\left(\frac{\theta^*_{\mathrm{j}}}{2}\right) \tag{A.8}$$

$$= E^*_{\mathrm{p}}p^*_{\mathrm{T,j}}e^{-\eta^*} \tag{A.9}$$

Damit erhält man:

$$x_{\gamma,\mathsf{B}} = \frac{p^*_{\mathrm{T},1}e^{-\eta^*_1} + p^*_{\mathrm{T},2}e^{-\eta^*_2}}{W} \tag{A.10}$$

C **Photonrest–Methode:**
Vom Viererimpuls q^* des einlaufenden Photons geht der Bruchteil $x_\gamma q^*$ in die harte Streuung ein, während der Bruchteil $(1-x_\gamma)q^*$ vom Photonrest getragen wird. Für die Energie des Photonrests gilt also die Gleichung

$$(1-x_\gamma)E^*_\gamma = \sum_{i\in\{\gamma\mathrm{Rest}\}} E^*_i \tag{A.11}$$

wobei rechts über alle Teilchen des fragmentierten Photonrests summiert wird. Nach Gleichung 2.27 gilt

$$E^*_\gamma = \frac{W^2-Q^2}{2W} \approx \frac{W}{2} \tag{A.12}$$

mit der Näherung $Q^2 \ll W^2$ im betrachteten kinematischen Bereich der DIS. Somit folgt schließlich

$$x_{\gamma,\mathsf{C}} = 1 - \frac{\sum_{i\in\{\gamma\mathrm{Rest}\}} E^*_i}{W/2}\ . \tag{A.13}$$

Anhang B

Der differentielle 2–Jet–Wirkungsquerschnitt

Der korrigierte gemessene 2–Jet–Wirkungsquerschnitt als Funktion von x_γ ist in den folgenden Tabellen aufgelistet: In B.1 auf der Hadron–Ebene und in B.2 auf der Parton–Ebene (d. h. mit zusätzlicher Hadronisierungskorrektur). Die Fehlerangaben bedeuten:

- δ_{stat}: Statistischer Fehler.
- δ_{tot}: Totaler Fehler, der sich aus der quadratischen Addition des statistischen Fehlers und des systematischen Korrektur–Fehlers ergibt.
- δ_{calo}: Systematischer Fehler der Kalorimeter–Energieskala.

$x_{\gamma,\mathrm{had}}$	0.1 – 0.3	0.3 – 0.5	0.5 – 0.75	0.75 – 0.875	0.875 – 1.0
$\frac{\mathrm{d}\sigma_2}{\mathrm{d}x_\gamma}$ in pb	795	918	810	1636	2474
δ_{stat} in pb	± 52	± 51	± 42	± 87	± 114
δ_{tot} in pb	$^{+103}_{-\ 71}$	$^{+127}_{-178}$	$^{+134}_{-108}$	$^{+110}_{-131}$	$^{+127}_{-143}$
δ_{calo} in pb	$^{+186}_{-141}$	$^{+121}_{-133}$	$^{+106}_{-\ 95}$	$^{+120}_{-147}$	$^{+154}_{-139}$

Tabelle B.1: *Gemessene Werte des differentiellen 2–Jet–Wirkungsquerschnitts auf der Hadron–Ebene als Funktion von* x_γ.

$x_{\gamma,\mathrm{part}}$	0.1 – 0.3	0.3 – 0.5	0.5 – 0.75	0.75 – 1.0
$\left.\frac{\mathrm{d}\sigma_2}{\mathrm{d}x_\gamma}\right\|_{\mathrm{part}}$ in pb	1224	1331	883	2178
δ_{stat} in pb	± 80	± 74	± 46	± 76
δ_{tot} in pb	$^{+160}_{-110}$	$^{+206}_{-274}$	$^{+160}_{-134}$	$^{+119}_{-141}$
δ_{calo} in pb	$^{+287}_{-218}$	$^{+176}_{-218}$	$^{+116}_{-104}$	$^{+148}_{-156}$

Tabelle B.2: *Gemessene Werte des differentiellen 2–Jet–Wirkungsquerschnitts auf der Parton–Ebene als Funktion von* x_γ.

Literaturverzeichnis

[Alt77] G. Altarelli, G. Parisi, Nucl. Phys. **126** (1977) 297.

[And89] B. Andersson, G. Gustafson, L. Lönnblad, U. Petterson, Z. Phys. **C43** (1989) 625.

[Bal78] Y. Y. Balitsky, L. N. Lipatov, Sov. J. Nucl. Phys. **28** (1978) 822.

[Bas95] U. Bassler, G. Bernardi, Nucl. Instr. Meth. **A361** (1995) 197.

[Ben87] M. Bengtsson, T. Sjöstrand, Comp. Phys. Comm. **43** (1987) 367.

[Ben88] M. Bengtsson, T. Sjöstrand, Z. Phys. **C37** (1988) 465.

[Bjo69] J. D. Bjorken, E. A. Paschos, Phys. Rev. **185** (1969) 1975.

[Cat92] S. Catani, Yu. L. Dokshitzer, B. R. Webber, Phys. Lett. **B285** (1992) 291.

[Cat93] S. Catani et al., Nucl. Phys. **B406** (1993) 187.

[Cat96] S. Catani, M. H. Seymour, Phys. Lett. **B378** (1996) 287; Nucl. Phys. **B485** (1997) 291.

[Chý99] J. Chýla, M. Taševský, PRA–HEP 99–07; hep–ph/9912514.

[Dok77] Yu. L. Dokshitzer, Sov. Phys. JETP **46** (1977) 641.

[Dre94] M. Drees, R. M. Godbole, Phys. Rev. **D50** (1994) 3124.

[Erd97] M. Erdmann, „The Partonic Structure of the Photon“, Springer Tracts in Modern Physics **138**, Springer–Verlag, Berlin Heidelberg 1997.

[Ell93] S. D. Ellis, D. E. Soper, Phys. Rev. **D48** (1993) 3160.

[Glü92] M. Glück, E. Reya, A. Vogt, Phys. Rev. **D46** (1992) 1973; Phys. Rev. **D45** (1992) 3986.

[Glü95a] M. Glück, E. Reya, M. Stratmann, Phys. Rev. **D51** (1995) 3220.

[Glü95b] M. Glück, E. Reya, A. Vogt, Z. Phys. **C67** (1995) 433.

[Gor92] L. E. Gordon, J. K. Storrow, Z. Phys. **C56** (1992) 307.

[Gra97] D. Graudenz, in: Proceedings of the Ringberg Workshop „New Trends in HERA Physics“, S. 146; hep–ph/9709240.

[Gri72] V. N. Gribov, L. N. Lipatov, Sov. J. Nucl. Phys. **15** (1972) 438 und 675.

[Hal84] F. Halzen, A. D. Martin, „Quarks and Leptons“, John Wiley & Sons, New York 1984.

[H1C93] H1 Calorimeter Group, B. Andrieu et al., Nucl. Instr. Meth. **A336** (1993) 460.

[H1C96a] H1 Collaboration, S. Aid et al., Nucl. Phys. **B470** (1996) 3.

[H1C96b] H1 Collaboration, S. Aid et al., Z. Phys. **C70** (1996) 609.

[H1C96c] H1 BEMC Group, J. Bán et al., Nucl. Instr. Meth. **A372** (1996) 399.

[H1C96d] H1 Collaboration, C. Adloff et al., Beitrag zur Konferenz ICHEP'96, Warschau 1996.

[H1C96e] H1 Collaboration, N. Gogitidze et al., „Luminosity Measurement in the H1 Experiment at HERA“, Beitrag zur Konferenz ICHEP'96, Warschau 1996.

[H1C97a] H1 Collaboration, I. Abt et al., Nucl. Instr. Meth. **A386** (1997) 310.

[H1C97b] H1 Collaboration, I. Abt et al., Nucl. Instr. Meth. **A386** (1997) 348.

[H1C98a] H1 Collaboration, C. Adloff et al., DESY–98–143; Nucl. Phys. **B538** (1999) 3.

[H1C98b] H1 Collaboration, C. Adloff et al., DESY–98–076; Eur. Phys. J. **C** DOI 10.1007/s100529900165.

[H1C98c] H1 Collaboration, C. Adloff et al., DESY–98–205; Eur. Phys. J. **C** DOI 10.1007/s100520000144.

[H1C99] H1 Collaboration, C. Adloff et al., DESY–99–091; hep–ex/9907027.

[Ing96] G. Ingelman, A. Edin, J. Rathsman, DESY–96–057; Comp. Phys. Comm. **101** (1997) 108.

[Iof68] B. L. Ioffe, Phys. Lett. **30** (1968) 123.

[Jac62] J. D. Jackson, „Classical Electrodynamics“, John Wiley & Sons, New York 1962.

[Jun95] H. Jung, Comp. Phys. Comm. **86** (1995) 147; „The RAPGAP Monte Carlo for Deep Inelastic Scattering, Version 2.06“, Lund University 1998; `http://www-h1.desy.de/~jung/rapgap.html`.

[Jun98] H. Jung, L. Jönsson, H. Küster, DESY–98–051; hep–ph/9805396.

[Jun99] H. Jung, L. Jönsson, H. Küster, DESY–99–028; hep–ph/9903306.

[Kra98a] G. Kramer, B. Pötter, Eur. Phys. J. **C5** (1998) 665.

[Kra98b] G. Kramer, B. Pötter, DESY–98–046; hep–ph/9804352.

[Kub94] J. P. Kubenka et al., „Hadronic Calibration of the H1 LAr Calorimeter using Software Weighting Techniques“, interner Bericht H1–02/94–346 und MPI–PhE/94–03

[Kur72] E. A. Kuraev, L. N. Lipatov, V. S. Fadin, Sov. Phys. JETP **45** (1972) 199.

[Kwi91] A. Kwiatkowski et al., in: Proceedings of the Workshop „Physics at HERA“, Vol. 3 S. 1294, ed. W. Buchmüller and G. Ingelman, DESY Hamburg 1991.

[Kwi94] J. Kwieciński, Phys. Rev. **D50** (1994) 217.

[Lön92] L. Lönnblad, Comp. Phys. Comm. **71** (1992) 15.

[Meh96] Andrew Mehta, persönliche Mitteilung.

[Mir96] E. Mirkes, D. Zeppenfeld, Phys. Lett. **B380** (1996) 205; Phys. Rev. Lett. **78** (1997) 428.

[Mue90] A. H. Mueller, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **C18** (1990) 125; J. Phys. **G17** (1991) 1443.

[Obr94] Uwe Obrock, Dissertation, Universität Dortmund (1994).

[Pec80] R. Peccei, R. Rückl, Nucl. Phys. **B162** (1980) 125.

[Pöt99a] B. Pötter, Comp. Phys. Comm. **119** (1999) 45;
`http://www.desy.de/~poetter/jetvip.html`.

[Pöt99b] Björn Pötter, persönliche Mitteilung.

[Rum81] C. Rumpf, G. Kramer, J. Willrodt, Z. Phys. **C7** (1981) 337.

[Sch91] G. A. Schuler, H. Spiesberger, Proceedings of the Workshop „Physics at HERA“, Vol. 3 1419, ed. W. Buchmüller and G. Ingelman, DESY Hamburg 1991.

[Sch95] G. A. Schuler, T. Sjöstrand, Z. Phys. **C68** (1995) 607, Phys. Lett. **B376** (1996) 193.

[Sjö85] T. Sjöstrand, Phys. Lett. **B157** (1985) 321.

[Spi97] Jürgen Spiekermann, Dissertation, Universität Dortmund (1997).

[Wen99] Thorsten Wengler, Dissertation, Universität Heidelberg (1999).

[Wob95] Markus Wobisch, Diplomarbeit, RWTH Aachen (1995); PITHA 95/38.

[ZEU98] ZEUS Collaboration, J. Breitweg et al., DESY–98–050, hep–ex/9805016, Eur. Phys. J. **C6** (1999) 239.

Nach dem Spiel ist vor dem Spiel.

Sepp Herberger

Danksagung

Ich danke meinem Doktorvater, Herrn Prof. Dr. F. Eisele, für die hilfreiche und kritische Betreuung dieser Arbeit und für seine stete Diskussionsbereitschaft.

Die anregende und freundschaftliche Zusammenarbeit mit allen Physikerinnen und Physikern der H1–Gruppe des Physikalischen Instituts wird mir als eine schöne Zeit in Erinnerung bleiben. Vor allem meine zeitweiligen Zimmergenossen Peter Schleper und Martin Erdmann haben durch vielfältige Anregungen und Hilfestellungen wesentlich zum Gelingen der Arbeit beigetragen.

Ich danke den Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern des H1–Experiments am DESY für ihr überwältigendes Engagement beim Betrieb des komplizierten Messgeräts, dessen Daten ich nutzen durfte. Von dem offenen wissenschaftlichen Austausch mit den Mitgliedern der Kollaboration habe ich viel profitiert. Die ausgezeichnete Arbeit des HERA–Teams jedoch hat diese Messungen erst ermöglicht.

Viele andere haben mich während der langen Zeit der Doktorarbeit unterstützt und motiviert, ermuntert und erheitert. So mancher Tiefpunkt des Forscherdaseins wurde dadurch erträglicher. Besonders danken möchte ich Thorsten „Bob“ Wengler für seine Gastfreundschaft und für unvergessliche Momente beim Meistern der Hardware, sowie Oliver Kaufmann für seine Demonstration der ersten gelungenen Fusion von *Fun* und *Physics*.

Allzu oft auf mich verzichten mussten Alexandra und Jannis—ich werde ihnen immer dankbar sein für ihre große und kleine Geduld.

Diese Arbeit wurde von der Deutschen Forschungsgemeinschaft im Rahmen des Graduiertenkollegs Nr. 36 „Experimentelle Methoden der Kern– und Elementarteilchenphysik“ gefördert.