Fakultät für Physik und Astronomie

Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg

Diplomarbeit

im Studiengang Physik

vorgelegt von

Christian Gerlich

aus Allmersbach im Tal

Februar 2000

Suche nach Substrukturen des Quarks bei HERA

Die Diplomarbeit wurde von Christian Gerlich ausgeführt am
Physikalischen Institut
unter der Betreuung von
Herrn Privatdozent Dr. Peter Schleper

Übersicht

Mit dem H1 Detektor bei HERA werden Reaktionen des neutralen Stroms $e^-p \rightarrow e^-X$ betrachtet. Die untersuchten Daten liegen in einem Bereich des Impulsübertrags Q^2 zwischen 500 GeV^2 und 35000 GeV^2 und entsprechen einer integrierten Luminosität von 14.6 pb^{-1}. Aufgrund der extrem hohen räumlichen Auflösung bei Ereignissen mit sehr hohem Impulsübertrag kann die Suche nach einer Substruktur des Quarks bis hinunter zu einer Skala von $\mathcal{O}(10^{-18}$ m) durchgeführt werden. Die eindimensionalen Verteilungen in Q^2 und die zweidimensionalen Verteilungen in den Bjørken-Variablen x,y werden mit der Standardmodellvorhersage verglichen. Eine Maximum–Likelihood Anpassung wird benutzt, um eine obere Grenze für den Radius der leichten Quarks zu bestimmen.

Abstract

The neutral current reaction $e^-p \rightarrow e^-X$ is studied with the H1 detector at HERA. The data examined cover momentum transfers Q^2 between 500 GeV^2 and 35000 GeV^2 and correspond to an integrated luminosity of 14.6 pb^{-1}. Due to the extremly high spatial resolution in events with very high momentum transfer, the search for quark substructure can be conducted on a scale of down to $\mathcal{O}(10^{-18}$ m). The one dimensional Q^2 and the two dimensional x,y distributions are compared to the Standard Model expectation. A maximum–likelihood–fit is used to set an upper limit on the light quark radius.

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung

Streuexperimente mit Elektronen und Protonen - oder allgemeiner mit Leptonen und Hadronen - haben in den vergangenen 40 Jahren wesentlich zum Verständnis der inneren Struktur der Materie beigetragen. Als im Jahr 1992 der Speicherring HERA am DESY in Hamburg in Betrieb genommen wurde, erwartete man, die langjährige Tradition der Lepton-Hadron-Streuexperimente erfolgreich weiterzuführen und Erkenntnisse in zuvor nicht zugänglichen kinematischen Bereichen zu gewinnen. Als weltweit erster Speicherring für Elektronen bzw. Positronen und Protonen bietet HERA durch seine Konzeption einen vielversprechenden Ansatz: Neben den Elektronen werden auch die Protonen auf hohe Energien beschleunigt, bevor sie bei einer Schwerpunktsenergie von 318 GeV miteinander zur Kollision gebracht werden. Man erreicht dadurch eine Auflösung der inneren Struktur der Materie bis ca. 10^{-18} m. HERA darf sich somit in der langjährigen Tradition der Streuexperimente zur Entschlüsselung des Aufbaus der Materie sehen, die von Rutherford über Hofstadter bis hin zur Entdeckung der Quarks am SLAC reicht.

Die Frage nach den fundamentalen Bausteinen der Materie wird zur Zeit durch das Standardmodell beantwortet, das die elementaren Teilchen, Leptonen und Quarks, und ihre Wechselwirkungen - mit Ausnahme der Gravitation - beschreibt. Im Rahmen des Standardmodells wird angenommenen, daß die kleinsten Bausteine keine Ausdehnung aufweisen, also punktförmige, strukturlose Objekte darstellen. Die Resultate aus bisherigen Experimenten stehen mit dieser Annahme in Einklang.

In dieser Arbeit soll untersucht werden, inwiefern die bei HERA erzielten Meßergebnisse eine Antwort auf die Frage nach Substruktur der Quarks liefern können. Da die Auflösung kleinster Strukturen in der tiefinelastischen Streuung von Elektronen an Protonen mit den höchsten Impulsüberträgen vom Elektron auf seinen Streupartner verknüpft ist, werden in dieser Analyse nur Streuprozesse mit sehr großen Werten für den Impulsübertrag betrachtet.

Die Arbeit ist wie folgt gegliedert:

- In Kapitel 2 wird der zur Messung verwendete H1–Detektor zusammen mit einer Übersicht der Ringanlage HERA erläutert. Dabei wird schwerpunktmäßig auf die für die Analyse relevanten Detektorkomponenten eingegangen.

- Kapitel 3 gibt eine Einführung in die theoretischen Grundlagen der tiefunelastischen Streuung einschließlich der Beschreibung der verschiedenen bei H1 benutzten Rekonstruktionsmethoden.

- In Kapitel 4 wird die Suche nach Substrukturen des Quarks anhand eines Formfaktoransatzes diskutiert, der ausführlich interpretiert wird.
- Das Kapitel 5 beschreibt die durchgeführte Datenselektion und geht kurz auf die möglichen Untergrundereignisse ein.
- Die Selektion wird in Kapitel 6 anhand von Kontrollverteilungen überprüft.
- Die Elektron–Methode und ihre Auflösung werden in Kapitel 7 gründlich untersucht. Die Wahl der Bin–Einteilungen für die Analyse wird daraus abgeleitet.
- Das zentrale Kapitel 8 behandelt die Theorie der Parameterschätzung in der Statistik und beschreibt detailliert die Methode der Maximum–Likelihood, die in der vorliegenden Arbeit benutzt wird. Sie wurde in dieser Form bei HERA bisher noch nicht verwendet und bietet eine verbesserte Sensitivität bei der Suche nach Substrukturen.
- Im darauffolgenden Kapitel 9 werden die Ergebnisse der Maximum–Likelihood Anpassungen präsentiert und diskutiert, insbesondere wird eine obere Grenze für den Quarkradius angegeben.
- Abschließend wird in Kapitel 10 eine Zusammenfassung der Arbeit gegeben.

Kapitel 2

Das H1–Experiment am Speicherring HERA

Die in der vorliegenden Arbeit analysierten Daten wurden in den Jahren 1998 und 1999 mit dem H1–Experiment am *ep*–Speicherring HERA der Großforschungseinrichtung DESY (Deutsches Elektronen–Synchroton) in Hamburg aufgenommen. In diesem Kapitel sollen nach einer kurzen Beschreibung des Beschleunigersystems die wichtigsten Komponenten des H1–Detektors beschrieben werden.

2.1 Der Elektron–Proton–Speicherring HERA

Im Jahr 1992 wurde am DESY in Hamburg der HERA–Speichering (Hadron–Elektron–Ring–Anlage) in Betrieb genommen. Bevor die Proton–und Elektronstrahlen an den Wechselwirkungspunkten der Detektoren H1 (Halle Nord) und ZEUS (Halle Süd) zur Kollision kommen, müssen sie eine Reihe von Vorbeschleunigungsstufen passieren. Einen Überblick über den Speicherring und das Vorbeschleunigersystem gibt Abbildung 2.1.

Die Protonen werden aus einer Wasserstoffquelle erzeugt und liegen zunächst als negativ geladene H^-–Ionen vor. Diese werden im Linearbeschleuniger H^-–Linac auf die Energie 50 MeV gebracht und an einer Abstreiffolie ihrer Elektronen entledigt. Die so gewonnenen Protonen werden nach stufenweiser Akkumulation und Beschleunigung in den Speicherringen DESY III und PETRA II mit einer Energie von 40 GeV in den Speicherring HERA eingespeist. Die Elektronen werden durch Glühemission aus einem Wolframdraht freigesetzt, anschließend in den Beschleunigern LINAC II, DESY II und PETRA II stufenweise akkumuliert und auf eine Energie von 12 GeV gebracht, bevor sie in die Ringanlage HERA eingeschossen werden. In allen Strahlrohren liegt Ultrahochvakuum vor, um einen möglichst geringen Verlust von Teilchen durch Stöße mit Luftmolekülen zu haben.

Die HERA–Anlage befindet sich in einem Tunnel in einer Tiefe von 10 bis 15 Metern unter der Erde und besteht aus zwei übereinanderliegenden Strahlrohren, in denen Elektronen und Protonen in entgegengesetzter Richtung umlaufen. Der Umfang der Ringe beträgt 6336 m.

In den vier geraden Abschnitten befinden sich in regelmäßigen Abständen Beschleu-

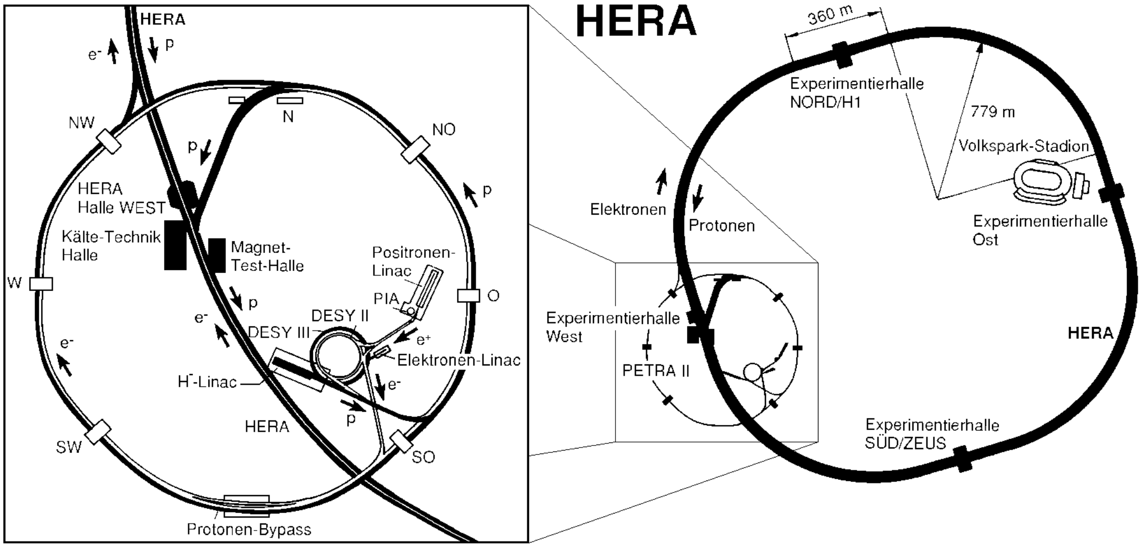


Abbildung 2.1: Der HERA–Speicherring (rechts) und die Vorbeschleuniger in der Ausschnittsvergrößerung (links).

nigungsstrecken und fokussierende Quadrupolmagnete, um das auseinanderlaufen des Strahls durch die elektrische Abstoßung der Teilchen zu verhindern, während in den dazwischenliegenden Bögen ablenkende Dipolmagnete die Teilchen auf eine Kreisbahn zwingen. Die Protonenergie wird durch die zur gekrümmten Strahlführung notwendige Feldstärke der Dipolmagnete begrenzt. Es werden supraleitende Dipolmagnete mit einer maximalen Feldstärke von 4,7 T verwendet. Im Gegensatz dazu erfordern die Elektronen nur konventionelle Magnete mit relativ kleinen Feldstärken. Ihre Energie ist technisch durch den aus der Ringkrümmung resultierenden Energieverlust in Form von Synchrotonstrahlung eingeschränkt.

Die Beschleunigung entlang der geraden Teilstücke wird durch Hochfreqenzmodule bewerkstelligt, was zur Folge hat, daß Elektronen und Protonen keinen kontinuierlichen Strahl bilden, sondern in Paketen, den sogenannten 'Bunches' konzentriert sind. Jeder 'Strahl' besteht aus bis zu 210 Teilchenpaketen mit jeweils 10^{10} bis 10^{11} Teilchen. Die Pakete haben einen zeitlichen Abstand von 96 ns. Dies entspricht einem räumlichen Abstand von 28.8 m. Ihre Ausdehnung in Strahlrichtung beträgt für die Protonen ungefähr 20 cm und für die Elektronen etwa 1 cm.

Die Elektronen–und Protonenstrahlen werden so gesteuert, daß gleichzeitig je ein Paket den Wechselwirkungspunkt aus entgegengesetzter Richtung erreicht. Die Kollision zweier Teilchenpakete wird als *Bunch Crossing* bezeichnet. Es kann auch vorkommen, daß eines der beiden Pakete um eine Wellenlänge der Beschleunigungshochspannung versetzt ist. Diese sogenannten *Satellite–Bunches* besitzen dann einen Kollisionspunkt, der um etwa 60 cm gegenüber dem nominalen Wechselwirkungspunkt verschoben ist.

Elektronen und Protonen werden kollinear aufeinandergelenkt, um die Wechselwirkung zwischen den Strahlen zu maximieren. Dadurch wird allerdings der Kollisionspunkt um den Mittelwert verschmiert, da sich die Pakete auf einer längeren Strecke durchdringen.

Zusätzlich werden sowohl im Elektron– als auch im Protonstrahl weitere Pakete gefüllt, die keinen Kollisionspartner besitzen. Sie werden *Pilot–Bunches* genannt und dienen der Abschätzung von Untergrundereignissen, die von der Wechselwirkung der Strahlteilchen mit dem Strahlrohr oder Restgasteilchen herrühren.

Während der Datennahmeperiode 1994–97 lief HERA mit Positronen und Protonen, die auf eine Maximalenergie von $E_0 = 27.6\,\mathrm{GeV}$ bzw. $E_p = 820\,\mathrm{GeV}$ beschleunigt wurden. 1998 wurde HERA auf Elektronen umgestellt und die Protonenenergie auf $E_p = 920\,\mathrm{GeV}$ erhöht, wodurch eine Erhöhung der Schwerpunktsenergie $\sqrt{s} \approx \sqrt{4E_0E_p}$ von etwa 300 GeV auf fast 320 GeV erzielt wurde. Seit Mitte 1999 werden wieder Positronen verwendet.

Neben den Vielzweck–Experimenten H1 (Halle Nord) und ZEUS (Halle Süd), die verschiedenste Aspekte der *ep*–Streuung betrachten, gibt es zwei weitere Experimente am HERA–Speicherring, HERMES (Halle Ost) und HERA–B (Halle West), die jeweils nur einen Teilchenstrahl nutzen. HERMES untersucht die Streuung polarisierter Elektronen an polarisierten Atomkernen, während HERA–B, das sich noch im Aufbau befindet, die CP–Verletzung im System der neutralen B–Mesonen untersuchen soll.

Ausgewählte, typische Betriebsdaten des HERA–Speicherrings füer den Zeitraum 1998/99 sind in Tabelle 2.1 zusammengefaßt:

	Elektronen	Protonen
Strahlenergie [GeV]	27.6	920
Schwerpunktsenergie [GeV]	320	
Kollisionsfrequenz [MHz]	10.42	
Strahlstrom [mA]	10–30	40–100
magnetisches Ablenkfeld [T]	0.274	4.65

Tabelle 2.1: Betriebsdaten des HERA–Speicherrings während der Datennahme 1998/99.

Da die Ereignisrate dN/dt für einen bestimmten Prozeß bei einem ruhenden Ziel (fixed target) bedeutend größer ist als bei einem Speicherring, ist es notwendig, eine hohe Strahlintensität zu erreichen. Entscheidend dafür ist die Luminosität $\mathcal{L}$, eine wichtige von der Beschleunigeranlage abhängige Größe, die definiert ist als der Proportionalitätsfaktor zwischen der Reaktionsrate dN/dt und dem Wirkungsquerschnitt σ:

$$\frac{dN}{dt} = \mathcal{L}\,\sigma \tag{2.1}$$

Die Gesamtzahl der Ereignisse einer Streureaktion N ist also mit der über die Zeit integrierten Luminosität $L = \int \mathcal{L}\,dt$ verknüpft. Die Kenntnis der integrierten Luminosität ermöglicht umgekehrt die Bestimmung des Wirkungsquerschnitts, der ein Maß für die Wahrscheinlichkeit einer Reaktion zwischen den Stoßpartnern darstellt. Er ist von der individuellen Gestalt des Experimentes unabhängig, besitzt die Dimension einer Fläche und wird normalerweise in der Einheit Barn angegeben [1 b = 10^{-28} m^2]. Entsprechend wird die integrierte Luminosität in inversen Barn gemessen.

Für einen Speicherring gilt bei frontal kollidierenden Strahlen:

$$\mathcal{L} = \frac{N_1\, N_2\, f}{A} \tag{2.2}$$

Dabei ist N_1 und N_2 die Anzahl der Teilchen in den jeweiligen Paketen, f die Kollisionsfrequenz und A die Querschnittsfläche der sich durchdringenden Teilchenstrahlen.

Der Detektor H1 besitzt eine eigene Komponente zur Messung der Luminosität, die in Abschnitt 2.2.3 genauer beschrieben wird. Die seit Inbetriebnahme von HERA gelieferte, sowie die von H1 genutzte integrierte Luminosität sind in Abbildung 2.2

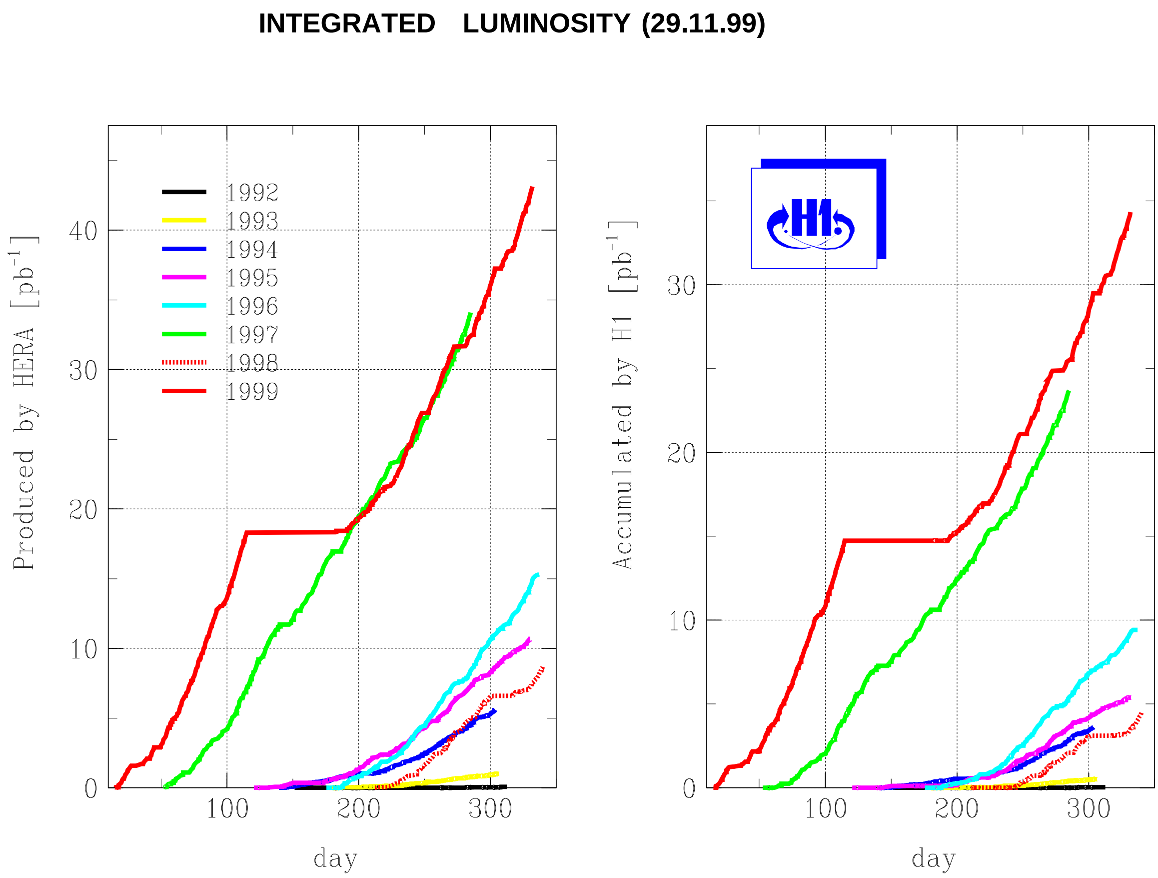


Abbildung 2.2: Die jährlich integrierte Luminosität als Funktion der Zeit.

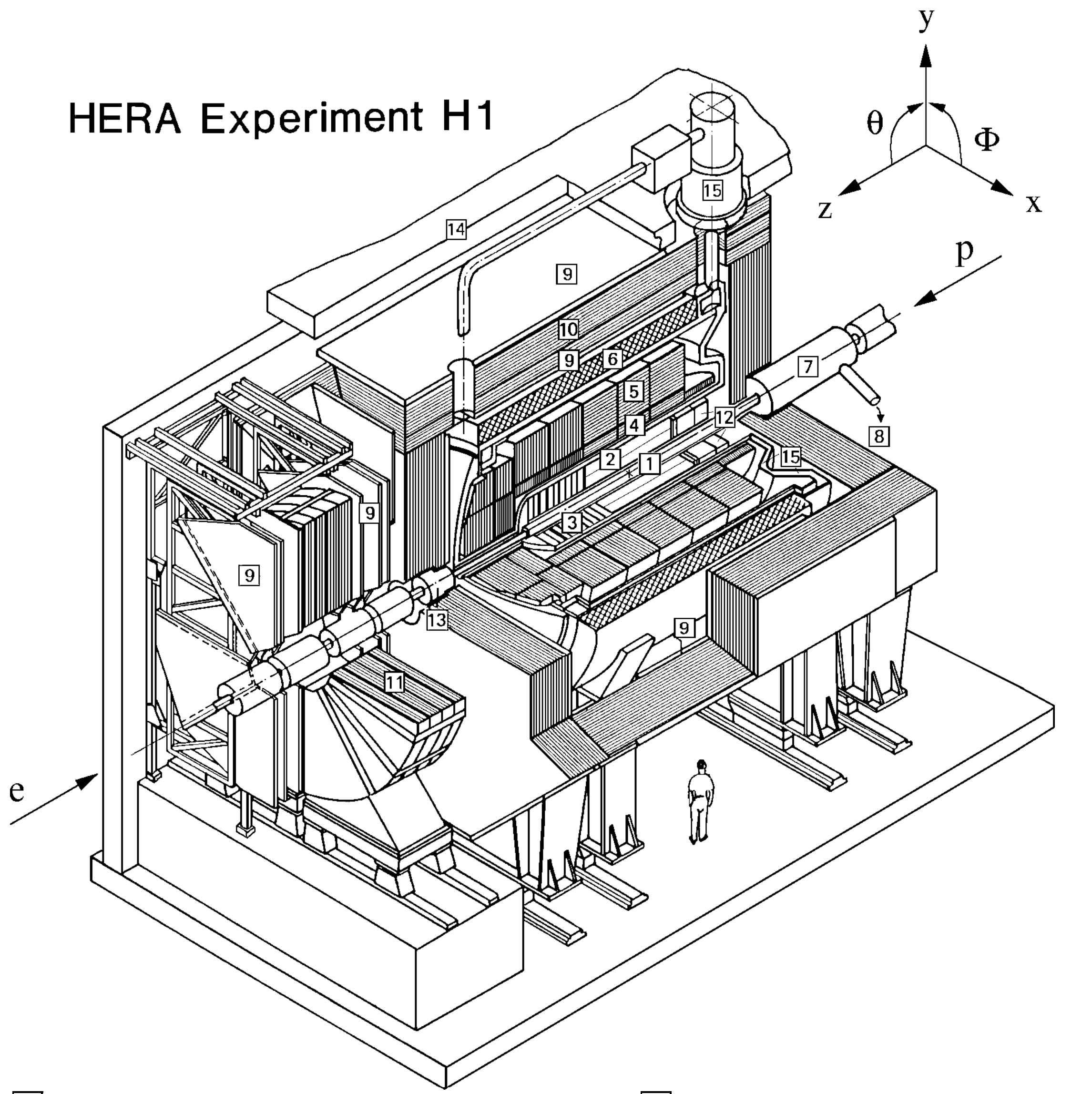
dargestellt.

Insgesamt wurde von Anfang 1998 bis Mai 1999 von HERA eine integrierte Luminosität von 24.8 pb^{-1} bereitgestellt, von der das H1–Experiment 18.9 pb^{-1} verwerten konnte.

2.2 Der Detektor H1

In der Experimentierhalle Nord von HERA befindet sich der H1–Detektor, der eine genaue und vollständige Beschreibung der Elektron–Proton–Streuungen ermöglichen soll, wobei der Teilchenidentifikation besondere Beachtung zukommt. Dazu muß er eine gute Impuls–und Energieauflösung gewährleisten und die Wechselwirkungszone möglichst hermetisch abschließen. Eine ausführliche Beschreibung ist in [H1C97a] zu finden.

In der Darstellung des Detektors von Abbildung 2.3 werden die Elektronen von



1	Strahlrohr	9	Myon–Kammern
2	Zentrale Spurkammern	10	Instrumentiertes Eisen
3	Vorwärtsspurkammersystem	11	Myon–Toroid–Magnet
4	Elektromagnetisches LAr–Kalorimeter (Blei)	12	warmes Kalorimeter (SPACAL)
5	Hadronisches LAr–Kalorimeter (Edelstahl)	13	Vorwärts–Kalorimeter
6	Supraleitende Spule	14	Betonabschirmung
7	Kompensationsmagnet	15	Flüssig–Argon–Kryostat
8	Helium–Kälteanlage		

Abbildung 2.3: Der H1–Detektor.

links, die Protonen von rechts eingeschossen. Das H1–Koordinatensystem wird durch den HERA–Ring definiert: die z–Achse zeigt in Richtung des einlaufenden Protonstrahls, die y–Achse nach oben und die x–Achse auf den Mittelpunkt des Beschleunigerrings, so daß sich ein rechtshändiges Koordinatensystem ergibt. Der Ursprung liegt im nominalen Wechselwirkungspunkt. Die sehr häufig verwendeten Richtungsangaben vorwärts ($z > 0$) und rückwärts ($z < 0$) beziehen sich entsprechend auf die Flugrichtung der Protonen. Vorteilhaft ist die Verwendung von Zylinderkoordinaten. Der Polarwinkel θ wird relativ zur positiven z–Achse, der azimutale Winkel ϕ in Bezug auf die positive x–Achse angegeben. Aus Sicht des Elektrons folgt daraus, das es umso stärker am Proton gestreut wird, je kleiner der Betrag des Winkels θ ist. In diesem Koordinatensystem ist der Streuwinkel des Elektrons durch $\theta_e^{streu} = \pi - \theta_e$ gegeben. Häufig wird statt θ auch die Pseudorapidität $\eta = -\ln\tan\frac{\theta}{2}$ benutzt.

Aufgrund der unterschiedlichen Energie der Elektronen und Protonen bewegt sich das ep–Schwerpunktsystem gegenüber dem Laborsystem in Protonrichtung (Lorenzfaktor $\gamma = 2.86$). Deshalb ist der Detektor stark asymmetrisch gebaut, z.B. hat das Kalorimeter in Vorwärtsrichtung eine feinere Granularität.

Das Strahlrohr im Detektor besteht aus kohlefaserverstärktem Aluminium. In der Wechselwirkungszone umschließt ein Siliziumstreifendetektor das Strahlrohr, der wiederum von zylindrischen Spurkammern umgeben ist. Sie dienen dem Nachweis von Teilchenspuren und werden in Richtung des Protonstrahls durch die Vorwärtsspurkammern ergänzt, so daß auch geladene Teilchen, die den Kollisionspunkt unter kleinen Polarwinkeln θ verlassen, erfaßt werden.

Zur Messung der Energie und der Position geladener und neutraler Teilchen ist das gesamte Spurkammersystem von einem hufeisenförmigen Flüssig–Argon–Kalorimeter (LAr) umgeben, das aus einer inneren elektromagnetischen und einer äußeren hadronischen Komponente besteht. Beide befinden sich in einem gemeinsamen Kryostat, der das flüssige Argon auf einer Temperatur von ca. 88 K hält. Der rückwärtige Bereich wird durch das Spaghetti–Kalorimeter (SPACAL) geschlossen, während der Vorwärtsbereich im wesentlichen durch das Flüssig–Argon–Kalorimeter abgedeckt wird und lediglich in der Nähe des Strahlrohrs zur Ergänzung ein kleines hadronisches Kalorimeter (Plug) steht.

Um die Energiebestimmung nicht durch zusätzliches inaktives Material vor dem Kalorimetersystem zu verschlechtern, wurde die supraleitende Spule außerhalb des Kalorimeter gebaut. Sie erzeugt im Kalorimeter– und Spurkammerbereich ein homogenes Magnetfeld parallel zur z–Achse von 1.15 T, welches geladene Teilchen auf gekrümmte Bahnen zwingt (Lorenzkraft) und dadurch mit Hilfe der Spurkammern die Messung ihres Transversalimpulses ermöglicht.

Die Myonenkammern zum Nachweis von Myonen und das mit Streamerkammern instrumentierte Eisenjoch, das neben der Rückführung des magnetischen Flusses als zusätzliches hadronisches Kalorimeter dient, fassen den Detektor ein. Der Einfluß des Magnetfeldes auf die Strahlführung wird durch den Kompensationsmagneten ausgeglichen. Ferner befinden sich außerhalb des eigentlichen Detektors in Vorwärtsrichtung ein Myonspektrometer mit Myonkammern und –toroidmagnet, in Rückwärtsrichtung das Luminositätssystem.

Mit Ausnahme konstruktionsbedingter Bereiche (Cracks), wie z.B. Spalten zwischen einzelnen Modulen, Rahmen für Aufhängungen, Versorgungsleitungen, Auslesekabel und nicht zu vergessen das Strahlrohr, wird durch den Detektor der gesamte Raumwinkelbereich abgedeckt.

Die für diese Arbeit relevanten Komponenten des Detektors werden in den folgenden Abschnitten kurz genauer vorgestellt, eine detailierte Beschreibung findet man in [H1C97b].

2.2.1 Das Spurkammersystem

Mit Hilfe der Spurkammern können die Spuren geladener Teilchen und deren Transversalimpulse gemessen werden. Das Spurkammersystem ist in den Abbildungen 2.4 und

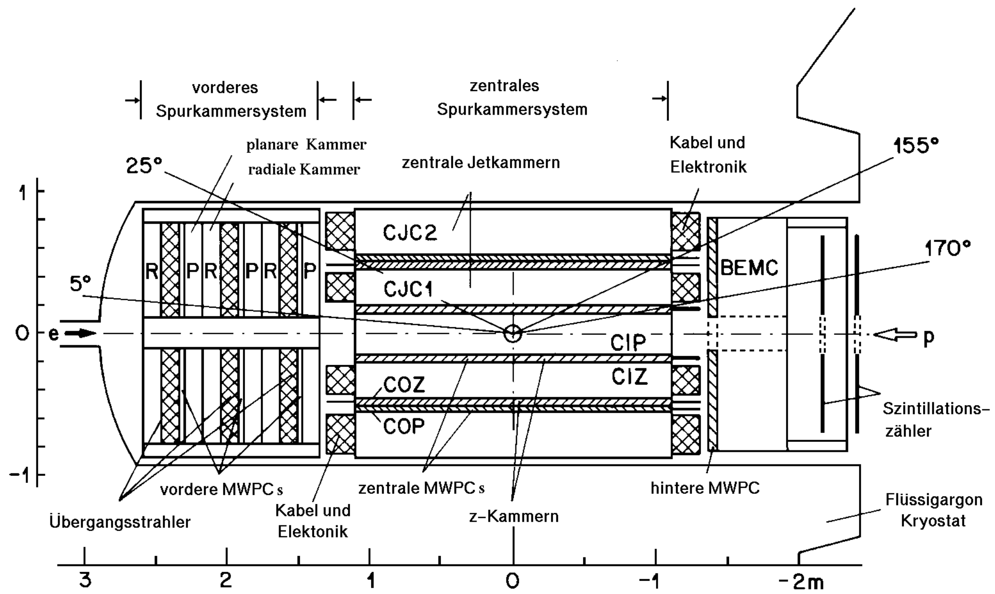


Abbildung 2.4: Längsschnitt durch das Spurkammersystem (1995 wurde das elektromagnetische Rückwärtskalorimeter (BEMC) durch das SPACAL ersetzt).

2.5 im Längs–bzw. Radialschnitt dargestellt. Es werden zwei Bereiche unterschieden, das Forward–Tracking–Device (FTD) mit einer Winkelabdeckung von $7° < \theta < 25°$ und das Central–Tracking–Device (CTD) in einem Winkelbereich von $25° < \theta < 155°$. Im Rückwärtsbereich komplettiert die Backward Drift Chamber (BDC, $153° < \theta < 177°$) die Spurmessungen.

Das FTD ist aus drei sog. Supermodulen aufgebaut, die jeweils aus einer planaren Driftkammer (PDC), einer Vieldrahtproportionalkammer (MWPC), einem Übergangsstrahlungsmodul (TR) und einer radialen Driftkammer (RDC) bestehen. In der x–y–Ebene erreichen die ebenen Driftkammern eine Ortsauflösung zwischen 150 und 170 μm. Die Proportionalkammern werden vom Auslösesystem (Trigger) verwendet, welches die Datennahme startet und dienen zur Bestimmung des Wechselwirkungszeitpunktes.

Das CTD weist zwei Driftkammern auf, die beiden zentralen Jet–Kammern CJC1 und CJC2. Beide Kammern sind zylindrisch um das Strahlrohr angeordnet und bestehen aus 30 bzw. 60 Zellen. In ihnen verlaufen parallel zum Strahlrohr Signal– und

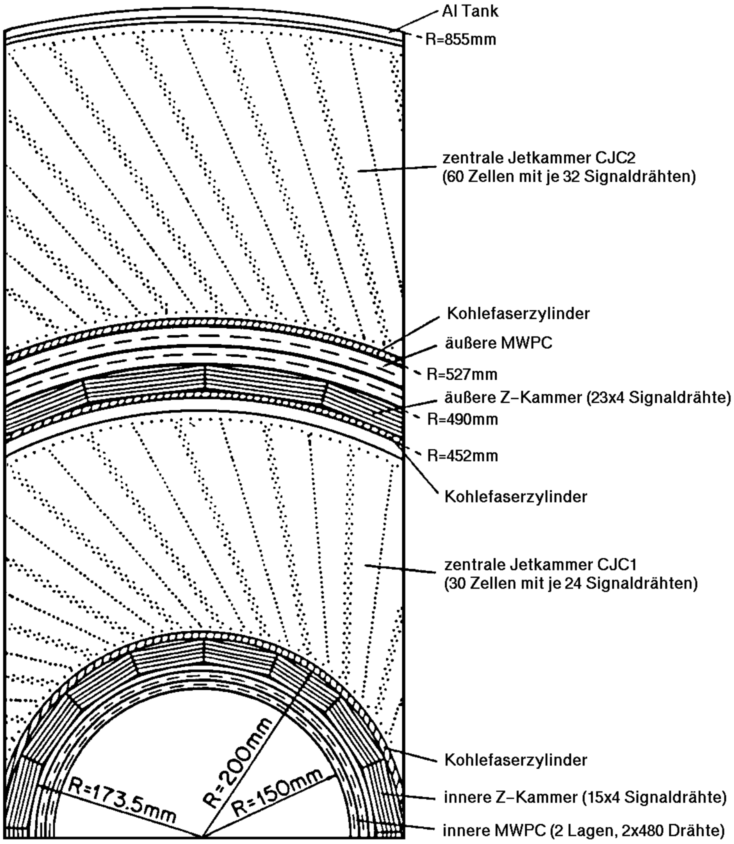


Abbildung 2.5: Querschnitt durch das Spurkammersystem.

Potentialdrähte. Die Zellen sind jeweils um 30° gegenüber dem Radiusvektor gekippt, um die Spurauflösung in der r–ϕ–Ebene zu optimieren. Über eine Ladungsvergleichsmessung an beiden Drahtenden ist eine Messung der z–Koordinate mit begrenzter Auflösung möglich.

In Tabelle 2.2 ist das Auflösungsvermögen der Komponenten des Spurkammersy-

	$\sigma_{r\phi}$ [mm]	σ_z [mm]
CJC1/CJC2	0.170	22
CIZ	28	0.260
COZ	58	0.200

Tabelle 2.2: Räumliches Auflösungsvermögen der zentralen Spurkammern in der r–ϕ–Ebene und in z–Richtung.

stems zusammengefaßt.

Neben den Jetkammern befinden sich im CTD des weiteren eine innere und eine äußere z–Kammer (CIZ und COZ), deren Signaldrähte ringförmig in einer Ebene senkrecht zum Strahlrohr verlaufen, weshalb sie eine präzisere Messung der z–Koordinate und des Polarwinkels gestatten. Schlielich sind noch zwei Vieldrahtproportionalkammern vorhanden, die zentrale innere (CIP) und äußere (COP) Proportionalkammer, die als schnelle Auslöser zur Unterscheidung aufeinanderfolgender Bunch Crossings verwendet werden.

In der vorliegenden Analyse wird das Spurkammersystem zur Bestimmung des Wechselwirkungspunktes und zur Elektron–Identifikation benötigt.

2.2.2 Das Flüssig–Argon–Kalorimeter

Das Flüssig–Argon–Kalorimeter (LAr) deckt einen Winkelbereich von $4° \leq \theta \leq 154°$ ab und befindet sich in einem Kryostaten innerhalb der Spule. Eigenschaften der Flüssig–Argon–Kalorimetrie, wie gute Stabilität und vergleichsweise einfache elektronische Kalibration, sowie feine Segmentierbarkeit und Homogenität erlauben eine sehr gute Auflösung sowohl bei der Energie– als auch bei der Ortsmessung. Das LAr–Kalorimeter ist die wichtigste Komponente für die vorliegende Analyse.

Abbildung 2.6 zeigt eine Seitenansicht des LAr. Es ist aus acht ringförmigen Komponenten aufgebaut, den Rädern, die jeweils das Strahlrohr als Achse besitzen

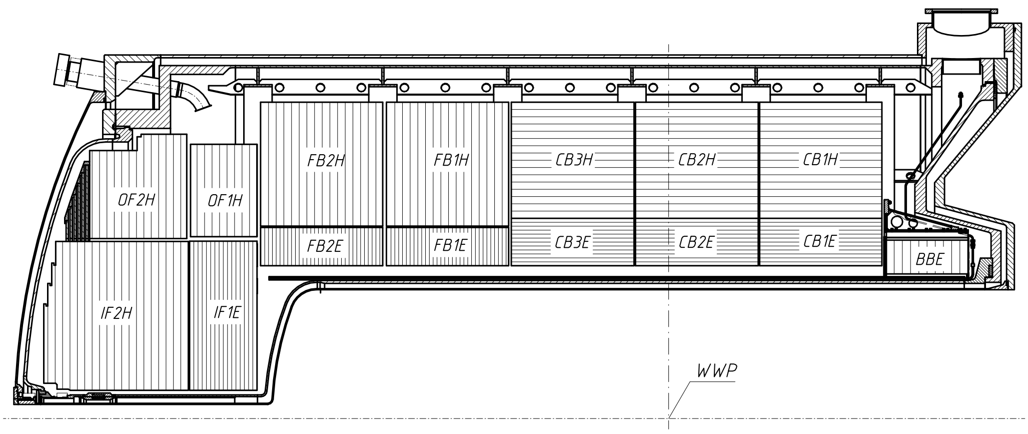


Abbildung 2.6: Längsschnitt durch das Flüssig–Argon–Kalorimeter.

(von hinten nach vorne: BBE, CB1, CB2, CB3, FB1, FB2, OF, IF). Jedes Rad wiederum ist azimutal in acht Oktanten unterteilt, die in Abbildung 2.7 dargestellt sind. Außer dem BBE und dem OF/IF2 weisen alle Baugruppen neben einem inneren elektromagnetischen auch ein äußeres hadronisches Kalorimeter auf. Dies wird in der Nomenklatur durch die Endung 'E' bzw. 'H' berücksichtigt (vgl. Abb. 2.6).

Alle Komponenten sind abwechselnd aus Absorberplatten und LAr–Zwischenräumen aufgebaut. Beim Durchgang eines Teilchens wird das LAr ionisiert. Die dabei freigesetzte Ladung wird mit Hilfe von in den LAr–Zwischenräumen befindlichen Ausleseelektroden gesammelt. Die Ausleseelektroden sind in einer Ebene transversal segmentiert und hintereinanderliegende Bereiche werden zusammengefaßt. Die Signale in den auf diese Weise gebildeten Auslesezellen werden von ladungsempfindlichen Verstärkern verstärkt und anschließend digitalisiert. Auf diese Weise entsteht eine feine Segmentierung des LAr–Kalorimeters. Im elektromagnetischen Teil des LAr wird Blei, im hadronischen Stahl als Absorbermaterial verwendet. Während das elektromagnetische Kalorimeter eine Tiefe von $20 - 30$ Strahlungslängen (X_0) für elektromagnetische Strahlung besitzt, weist das ganze LAr–Kalorimeter eine Tiefe von $4 - 8$ Wechselwirkungslängen λ für hadronisch wechselwirkende Teilchen auf. Die Absorberplatten sind horizontal oder vertikal ausgerichtet, aber immer genau so, daß ein vom Wechselwirkungspunkt kommendes Teilchen mindestens noch unter einem Winkel von $45°$ auf das Absorbermaterial trifft. Dies soll eine weitgehend richtungsunabhängige Energieauflösung gewährleisten.

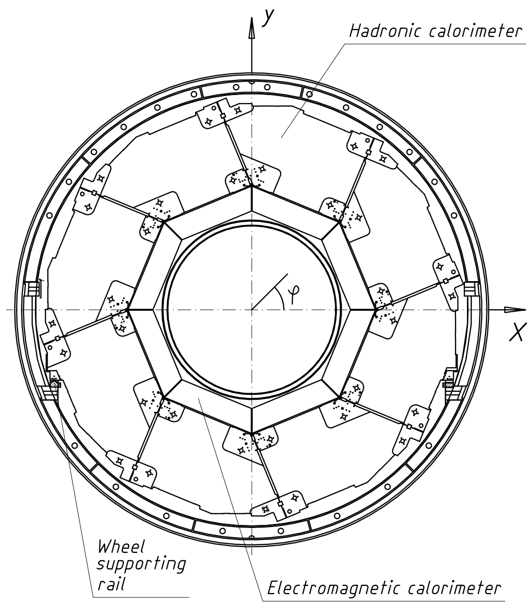


Abbildung 2.7: Querschnitt durch ein Rad aus dem zentralen Bereich (CB) des LAr–Kalorimeters.

Das Kalorimeter besteht aus ca. 45000 unabhängigen Zellen. Zellen für den hadronischen Teil des LAr sind größer als für den elektromagnetischen. Hochenergetische Teilchen deponieren in mehreren Zellen des Kalorimeters Energie. Deshalb werden die Energien räumlich benachbarter Kalorimeterzellen zu Gruppen, sogenannten *Clustern* zusammengefaßt.

Das LAr ist nicht kompensierend, d.h. die Antwort des Kalorimeters auf Elektronen und Hadronen (z.B. Pionen) gleicher Energie ist unterschiedlich. Die hohe Granularität des LAr erlaubt jedoch die Identifizierung der unterschiedlichen Komponenten eines hadronischen Schauers – die elektromagnetische Komponente eines Schauers weist eine deutlich höhere Energiedichte als die hadronische Komponente auf –, so daß bei der Rekonstruktion der Energie die Kompensation durch ein Gewichtungsverfahren erreicht wird.

Die Kalibration des Kalorimeters wurde mit Hilfe von Teststrahlmessungen durchgeführt und seither durch die Analyse tiefinelastischer Ereignisse im laufenden Betrieb überprüft und korrigiert [H1Cal93], [H1Cal94]. Die Energieauflösung für elektromagnetisch wechselwirkende Teilchen des LAr–Kalorimeters ergibt sich aus den Testmessungen zu

$$\Delta E/E = 10 \text{ bis } 13\ \% \ / \ \sqrt{E/\mathrm{GeV}} + 1\ \%$$

und für hadronisch wechselwirkende

$$\Delta E/E = 50\ \%\ /\ \sqrt{E/\mathrm{GeV}} + 2\ \%$$

2.2.3 Das Luminositätssystem

Wie aus der Definition der Luminosität $\mathcal{L}$ nach Gleichung 2.1 ($\frac{dN}{dt} = \mathcal{L}\,\sigma$) ersichtlich ist, spielt sie eine entscheidende Rolle bei der Bestimmung des Wirkungsquerschnitts einer Reaktion. Die von HERA gelieferte Luminosität wird von H1 über den Bethe–Heitler–Prozeß ep $\rightarrow$ e$'$pγ (Bremsstrahlung) gemessen. Der Wirkungsquerschnitt für diese Reaktion ist theoretisch sehr gut beschrieben und divergiert für ein kollinear zum Elektron abgestrahltes Photon. Mit einem direkt in Verlängerung des Elektronstrahls aufgestellten Photondetektor kann die Reaktionsrate sehr genau gemessen und über Gleichung 2.1 die Luminosität bestimmt werden.

In Abbildung 2.8 ist das Luminositätssystem von H1 dargestellt. Es besteht aus

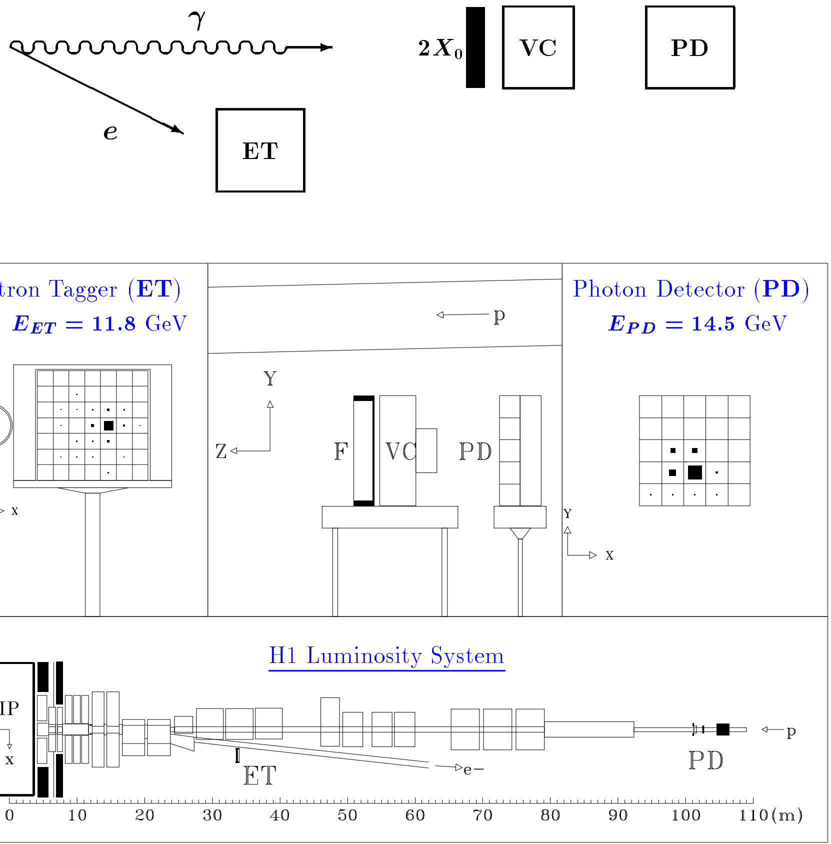


Abbildung 2.8: Das H1–Luminositätssystem. Oberhalb des Rahmens ist der Meßprozeß schematisch wiedergegeben.

zwei segmentierten Kristall–Cherenkovzählern, dem Elektron–Detektor ET bei $z_{ET} = -33.4$ m und dem Photondetektor PD bei $z_{PD} = -102.9$ m. Das Photon verläßt bei $z_{ET} = -93$ m das nach oben gebogene Protonstrahlrohr durch ein Fenster und wird im PD nachgewiesen. Vor dem PD befinden sich zur Abschirmung von Synchrotronstrahlung ein Bleifilter (F) und ein Wasser–Cherenkovzähler (VC) befinden, während das mit der Energie $E^{'} = E_0 - E_\gamma$ weiterfliegende Elektron auf den direkt neben dem Elektronstrahlrohr befindlichen ET trifft.

Während ET und PD zur Luminositätsmessung in Koinzidenz betrieben werden, können durch den Nachweis eines Elektrons im ET in Antikoinzidenz zum PD quasireelle Photoproduktionsereignisse ($Q^2 < 0.01$ GeV^2) selektiert werden. Der PD dient außerdem der Identifizierung tiefinelastischer Streuereignisse mit zusätzlicher Bremsstrahlung des einlaufenden Elektrons (ISR).

Die Luminosität kann mit dieser Anordnung 'online' gemessen werden, sie muß aber 'offline' noch auf Totzeit des Detektors und eventuell ausgefallene Detektorkomponenten korrigiert werden.

2.2.4 Die Datennahme

Ein einzelnes *ep*–Streuereignis nennt man Ereignis oder Event. Jedes Event wird einem sogenannten *Run* zugeordnet, d.h. einer Datennahmeperiode, in der der Status aller Detektorkomponenten konstant ist. Eine Elektron– und/oder Proton–Einfüllung (Fill) enthält also eine größere Menge von Runs.

Das Triggersystem

Die Teilchenpakete von Elektron–und Protonstrahl treffen im Wechselwirkungspunkt in zeitlichen Abständen von 96 ns aufeinander. Neben den zu untersuchenden *ep*–Streuereignissen erzeugen auch unerwünschte Untergrundprozeße, wie z.B. kosmische Myonen, Restgas–oder Strahlrohr–Wechselwirkungen, Signale im Detektor. Die Rate der Untergrundereignisse liegt in der Größenordnung von 100 kHz, die der *ep*–Kollisionen hingegen nur bei 10 Hz. Da zum vollständigen Auslesen der über 270000 elektronischen Kanäle des Detektors 1 ms benötigt wird, und aufgrund der begrenzten Schreibgeschwindigkeit der Daten, ist es technisch nicht möglich den Detektor mit der Rate des Untergrundes auszulesen und die Daten aufzuzeichnen. Deshalb ist es Aufgabe des mehrstufigen Triggersystems, anhand schnell vorliegender Informationen der einzelnen Detektorkomponenten zu entscheiden, welche der Ereignisse aufgezeichnet werden sollen.

Rekonstruktion

Die vom Triggersystem akzeptierten Daten werden auf Magnetbänder gespeichert und anschließend vollständig rekonstruiert und nach möglichen physikalischen Prozessen klassifiziert. Bei der Rekonstruktion werden die meist in digitaler Form vorliegenden Rohdaten der einzelnen Detektorkompomenten in physikalisch sinnvolle Einheiten umgewandelt und zu größeren logisch zusammenhängenden Informationseinheiten zusammengefaßt, wie z.B mehrere Zellen im Kalorimeter zu einem Cluster oder Hits der Driftkammern zu einer Spur.

Kapitel 3

Tiefunelastische *ep*–Streuung

In diesem Kapitel wird die Phänomenologie der tiefunelastischen Elektron–Proton–Streuung (DIS) bei HERA vorgestellt. Zuerst wird der grundlegende Streuprozeß mit den relevanten kinematischen Größen sowie deren Rekonstruktionsmöglichkeiten behandelt. Anschließend wird die eigentliche Meßgröße, der Wirkungsquerschnitt, diskutiert. Am Schluß wird auf die Simulation der tiefunelastischen *ep*–Streuung mit Hilfe von Monte–Carlo–Methoden eingegangen. Für eine ausführliche theoretische Darstellung sei auf [Nac86] verwiesen, einen eher experimentellen Zugang erlaubt [Pov94].

3.1 Theoretische Grundlagen

Grundlage einer konsistenten theoretischen Beschreibung der starken Wechselwirkung ist eine nicht–abelsche Eichtheorie. Eine charakteristische Eigenschaft, die jeder nicht–abelschen Eichfeldtheorie zu eigen ist, besteht im Abnehmen der effektiven Kopplungskonstanten bei hohen Impulsen oder kurzen Distanzen. Das bezeichnet man als asymptotische Freiheit.

Die Quantenchromodynamik (QCD) ist eine solche Theorie. Sie beruht auf der unitären Symmetrie $\mathrm{SU}(3)_\mathrm{C}$ der Quarks, den Trägern einer Farbladung. Die lokale Symmetrie der $\mathrm{SU}(3)_\mathrm{C}$–Gruppe erfordert die Einführung von acht Eichfeldern, den farbigen Gluonen, die die starke Wechselwirkung vermitteln.

Experimentelle Bestätigung erfährt die QCD z.B. durch tiefunelastische Elektron–Streuexperimente, wie sie am Stanford Linear Accelerator Center (SLAC) von Hofstadter durchgeführt wurden [Bod79]. Die Messungen dort haben gezeigt, das die untersuchten Hadronen eine innere Struktur besitzen. Aufgrund dieser Beobachtung etablierte sich das Parton–Modell (PM), in dem die Konstituenten der Hadronen als Partonen bezeichnet werden. Im Rahmen der QCD werden die Partonen mit den farbigen Quarks und Gluonen identifiziert.

Das zur Gruppe der Hadronen gehörende Proton besteht quantenchromodynamisch aus drei Valenzquarks (u, u und d), die die elektrische Netto–Ladung des Protons ausmachen, sowie aus See–Quarks und –Antiquarks, die durch Feldfluktuationen auftreten können, und aus Gluonen, die an die Quarks und Antiquarks koppeln.

Bei hohen Impulsüberträgen, die bei HERA auftreten können, verhalten sich die Quarks bei der Streuung aufgrund der asymptotischen Freiheit wie freie Teilchen. Der

Prozeß wird in diesem Fall als tiefunelastische Streuung (DIS) von Elektronen an Protonen bezeichnet und im PM als elastischer Stoß des Elektrons mit einem Quark im Proton interpretiert. Anschaulich ausgedrückt:

$$\text{DIS: ep} \to \text{eX} \qquad \cong \qquad \text{PM: eq} \to \text{eq} \quad + \text{Zuschauer}$$

3.2 Neutrale Ströme

Der Streuprozeß zwischen einem Elektron und einem Proton wird durch den Austausch eines Eichbosons der elektroschwachen Wechselwirkung beschrieben. Handelt es sich dabei um ein geladenes Boson, ein massives $\mathrm{W}^{\pm}$, so spricht man von einem geladenen Strom oder charged current (CC). Durch den Austausch wird das Elektron in ein Neutrino umgewandelt, das aufgrund seiner rein schwachen Wechsekwirkung nicht direkt im Detektor gemessen werden kann. Über den fehlenden transversalen Impuls kann das Neutrino aber indirekt nachgewiesen werden. Der geladene Strom wird in dieser Arbeit nicht weiter untersucht.

Wird bei der Wechselwirkung keine Ladung ausgetauscht, spricht man von einem neutralen Strom oder neutral current (NC). Das einlaufende Elektron behält seine Identität bei und tauscht mit dem Quark entweder ein virtuelles Photon (γ) oder ein massives Z^0 aus, siehe Abbildung 3.1a. Dort läuft das Elektron von links ein, das Proton von rechts. Das gestreute Quark hadronisiert und bildet einen Jet, ebenso wie die beiden unbeteiligten Zuschauer–Quarks. Sowohl das gestreute Elektron als

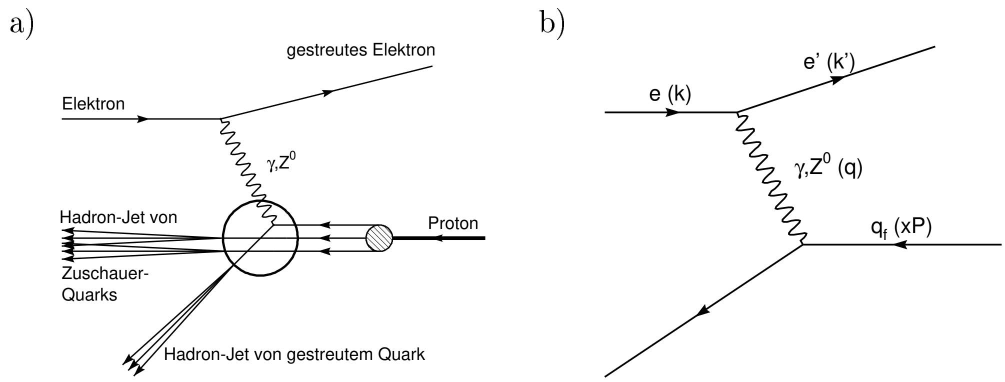


Abbildung 3.1: a) ep–Streuprozeß mit einem neutralen Strom in niedrigster Ordnung. b) Feynmandiagramm des Elektron–Quark–Streuprozesses mit den Vierervektoren in Klammern.

auch die aus der Reaktion hervorgehenden hadronischen Teilchen sind im Detektor nachzuweisen. Die Summe der transversalen Impulse aller Teilchen im Detektor ist bei einem solchen Austausch gleich Null.

In Abbildung 3.1b ist die Elektron–Streuung an einem Quark in Form eines Feynmandiagrammes in führender Ordnung dargestellt. Vor der Streuung besitzt das Elektron den Viererimpuls k, danach k'. Der Viererimpulsübertrag vom Elektron auf seinen

Stoßpartner beträgt somit $q = k - k'$. Das Proton läuft mit dem Viererimpuls P ein, von dem das Quark den Bruchteil x trägt.

Zur Beschreibung tiefunelastischer Prozesse werden üblicherweise die kinematischen Variablen x, y und Q^2 verwendet. Sie sind invariant unter Lorenztransformation und gestatten eine anschauliche Interpretation im Parton–Modell. Ebenfalls wichtig ist die Schwerpunktsenergie zum Quadrat s. Diese Größen sind über die Viererimpulse k und P von Elektron und Proton sowie den Viererimpulsübertrag q wie folgt definiert:

$$s = (P + k)^2 = 4E_0E_p \tag{3.1}$$

$$Q^2 = -q^2 = -(k - k')^2 \geq 0 \tag{3.2}$$

$$x = \frac{Q^2}{2\,(P \cdot q)} \tag{3.3}$$

$$y = \frac{P \cdot q}{P \cdot k} \tag{3.4}$$

Q^2 ist das negative Viererimpulsquadrat, x und y die dimensionslosen Bjørkenschen Skalenvariablen, die auf den Wertebereich $0 \leq x, y \leq 1$ eingeschränkt sind. x gibt im *infinite momentum frame*, in dem die Transversalimpulse der Protonkonstituenten gegenüber dem Longitudinalimpuls des Protons vernachlässigbar sind, in erster Ordnung den Impulsbruchteil des gestreuten Partons am Gesamtimpuls des Protons an. Dies ist in guter Näherung im Laborsystem von HERA erfüllt. y ist der relative Energieverlust des Elektrons im Ruhesystem des Protons, ein Maß für die Inelastizität. Bei Vernachlässigung der Teilchenmassen gilt unter den lorenzinvarianten Größen die Beziehung:

$$Q^2 = x\,y\,s \tag{3.5}$$

Wenn die Schwerpunktsenergie $\sqrt{s}$ konstant ist, sind also nur zwei dieser Variablen unabhängig.

3.2.1 Das räumliche Auflösungsvermögen.

Ein Ziel der ep–Streuexperimente bei HERA und Aufgabe bzw. Versuch dieser Arbeit ist es, die innere Struktur des Protons zu untersuchen. Dies geschieht durch Analyse der Kinematik der gestreuten Teilchen. Das erreichbare Auflösungsvermögen wird aufgrund der Heisenbergschen Unschärferelation[1,2] $\Delta p_x \Delta x \approx 1$ über die Beziehung

$$\Delta x \approx \frac{1}{\sqrt{Q^2}} \tag{3.6}$$

bestimmt. Man kann zeigen, daß dieser Zusammenhang sowohl für das longitudinale als auch das transversale Auflösungsvermögen gilt [Ber92, Ber71]. Somit erfährt auch Q^2 eine anschauliche Bedeutung: Es ist ein Maß für die räumliche Auflösung, mit der Strukturen untersucht werden können.

[1] Wie in der Hochenergiephysik üblich wird auch in dieser Arbeit $\hbar = c = 1$ gesetzt.

[2] x ist hier die Ortskoordinate und *nicht* die Bjørkensche Skalenvariable

Aus Gleichung 3.6 kann die maximal bei HERA mögliche Auflösung abgeschätzt werden. Da das maximale Q^2 nach Gleichung 3.5 gerade dem Quadrat der Schwerpunktsenergie entspricht

$$Q^2_{max} = s = 4E_0E_p = 4 \cdot 27.55\,\mathrm{GeV} \cdot 920\,\mathrm{GeV} \approx 101000\,\mathrm{GeV}^2 \tag{3.7}$$

folgt

$$\Delta x_{min} = \Delta y_{min} = \Delta z_{min} \approx \frac{1}{\sqrt{Q^2_{max}}} = \frac{1}{\sqrt{s}} \approx \frac{0,19733\mathrm{GeV} \cdot \mathrm{fm}}{\sqrt{101000}\mathrm{GeV}} \approx 6.2 \cdot 10^{-19}\mathrm{m} \tag{3.8}$$

Auflösungsvermögen und Schwerpunktsenergie sind also über den Impulsübertrag Q^2 direkt miteinander verknüpft. Damit lassen sich mit den kinematischen Verhältnissen bei HERA prinzipiell Strukturen in einer Größenordnung von $\mathcal{O}(10^{-18}\mathrm{m})$ auflösen.

Abschließend sei darauf hingewiesen, daß die Auflösung *nicht* durch die Wellenlänge der verwendeten Materiewellen gegeben ist, für die nach de Broglie $\lambda = h/|\vec{p}|$ gilt, da hierbei die relativistische Längenkontraktion des untersuchten Objekts unberücksichtigt bleibt [Ber92, Ber71].

3.2.2 Die kinematische Ebene

Die Abbildung 3.2 zeigt die kinematische Ebene in x und y, der das Hauptaugenmerk dieser Arbeit gilt. Konstante Linien in Q^2 stellen in dieser Ebene Hyperbeln dar, die sich mit größerem Q^2 immer mehr zu höheren x und y Werten verschieben, der Region, die für diese Analyse relevant ist. Der Punkt $x = y = 1$, das rechte obere Eck, entspricht gerade dem maximal möglichen Q^2. Zusätzlich sind die Isolinien für bestimmte Werte der Elektronenergie E_e, des Elektronstreuwinkels θ_e und des Transversalimpulses p_t eingezeichnet. Die Linie für $\theta_e = 4°$ stellt die Winkelakzeptanz des Flüssig–Argon–Kalorimeters in Vorwärtsrichtung dar und zeigt die gute, fast lückenlose Abdeckung des erlaubten Phasenraumes. Ein großer Teil der Ereignisse liegt bei einem Wert der Elektronenergie um $E_e = 27.5$ GeV. Dieser Bereich, der kinematischer Peak genannt wird, ist in der Darstellung in x und Q^2 besser einsichtig. In der vorliegenden Arbeit werden nur Ereignisse mit $Q^2 > 500$ GeV^2 untersucht, für die der Elektronstreuwinkel auf $\theta_e \lesssim 135°$ eingeschränkt ist. Dadurch wird der verwendete Bereich des LAr–Kalorimeters nach hinten bis zum CB1 beschränkt, das BBE wird nicht mehr berücksichtigt, vgl. Abschnitt 2.2.2.

3.3 Kinematische Rekonstruktion

Zur präzisen Strukturuntersuchung des Protons ist eine möglichst genaue Rekonstruktion der kinematischen Variablen notwendig. Die im Laborsystem gemessenen Größen, d.h. die Winkel und die Energien des gestreuten Elektrons und des hadronischen Endzustandes, auf die nun näher eingegangen wird, und die bereits vorgestellten lorenzinvarianten Variablen x, y und Q^2 stehen dabei in eindeutiger Beziehung zueinander. Der Polarwinkel θ wird dabei, wie schon in Kapitel 2.2 erwähnt, relativ zur Einlaufrichtung der Protonen definiert.

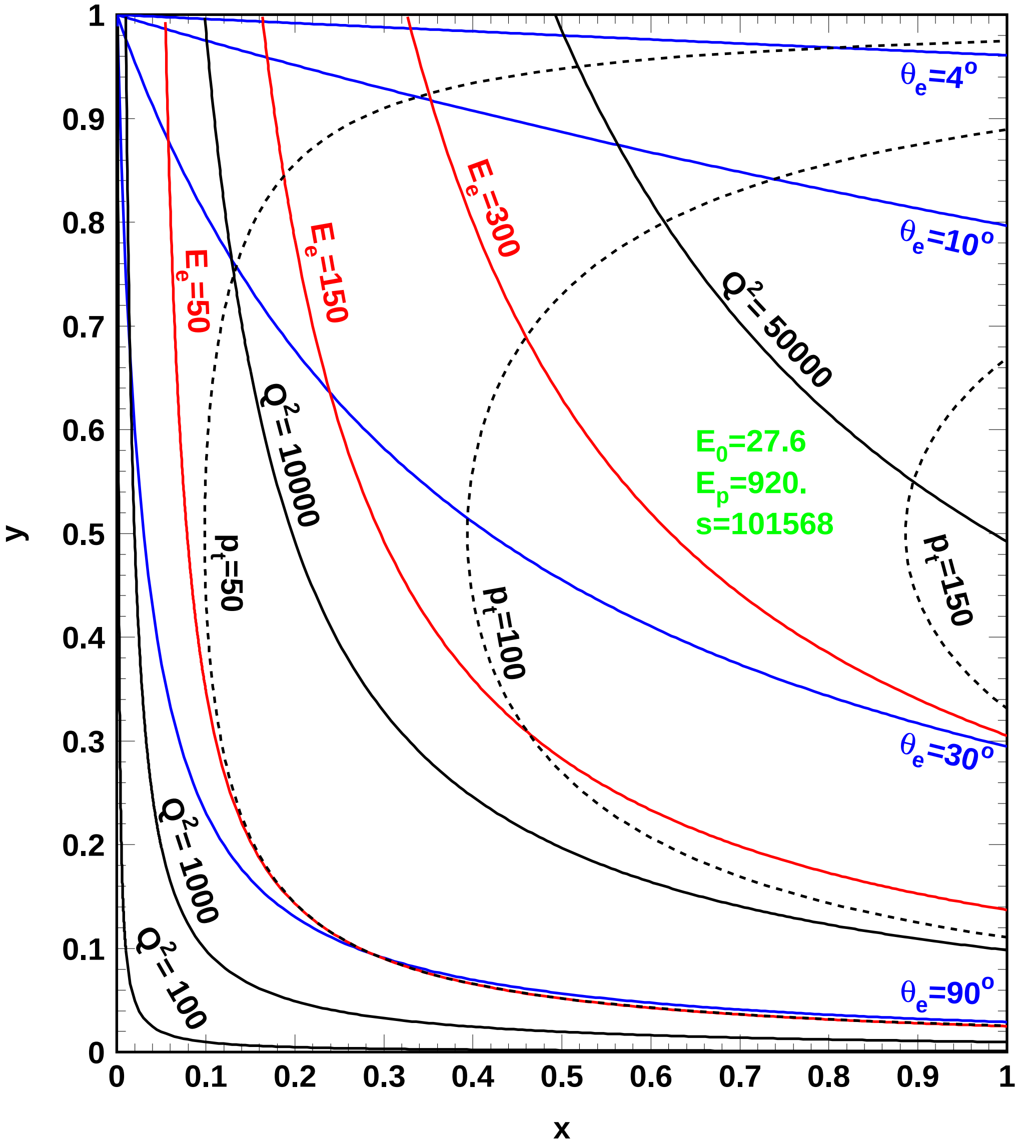


Abbildung 3.2: Die kinematische Ebene in x und y. Eingezeichnet sind Linien mit konstanten Werten von Q^2 in schwarz, des Transversalimpulses p_t gestrichelt, des Elektronstreuwinkels θ_e in blau sowie der Energie E_e des gestreuten Elektrons in rot. Zur Berechnung wurde für die Energie des einlaufenden Elektrons $E_0 = 27.5$ GeV und des Protons $E_p = 920$ GeV eingesetzt.

Im naiven Parton–Modell streut das Elektron elastisch an einem Quark des Protons und der Zwei–Körper–Endzustand wird durch zwei Variable vollständig bestimmt, wenn die Einfallsenergien des Elektrons E_0 und des Protons E_P bekannt sind (vgl. Gleichung 3.5). Beim neutralen Strom können aber sowohl vom Elektron als auch vom hadronischen System zwei unabhängige Größen gemessen werden, so daß redundante Information vorliegt. Man kann neben der Energie E_e und dem Polarwinkel θ_e des gestreuten Elektrons zum Beispiel die Energie E_q und den Polarwinkel γ_q des gestreuten Quarks benutzen. Da durch jede beliebige Kombination von zwei dieser vier unababhängigen Größen ein eindeutiger Punkt in der kinematischen Ebene festgelegt wird, erhält man schon allein auf diese Art sechs verschiedene Rekonstruktionsmethoden, die alle auf verschiedene Weise von den kinematischen Variablen, von Detektoreffekten und der Auflösung der Meßgrößen abhängen. Die Qualität des Detektors sowie seine Bauweise bestimmen die Meßgenauigkeit der vier unabhängigen Größen, die wiederum die Genauigkeit für x, y und Q^2 festlegt. Für gewöhnlich benutzt man diejenige Rekonstruktionsmethode, die im zu untersuchenden kinematischen Bereich die beste Auflösung bietet und kleine Korrekturen durch Beiträge höherer Ordnung erfährt.

Da eine der drei Variablen x, y und Q^2 von den anderen beiden abhängig ist, werden nur y und Q^2 rekonstruiert und Gleichung 3.5 dazu benutzt, aus ihnen x zu berechnen.

Für ein gestreutes Quark sind E_q und γ_q wohldefiniert, jedoch beobachtet man nach der Streuung viele Teilchen, die im Detektor Energie deponieren. Wenn man das Elektron als identifiziert annimmt, kann man zwei unabhängige Größen einführen:

$$\Sigma := (E - p_z)_{had} = \sum_h (E_h - p_{z,h}) \tag{3.9}$$

$$p_{T,had} = \sqrt{\left(\sum_h p_{x,h}\right)^2 + \left(\sum_h p_{y,h}\right)^2} \tag{3.10}$$

Σ ist die Summe der skalaren Größen $E_h - p_{z,h}$ über alle als masselos angenommenen Teilchen des hadronischen Endzustandes und $p_{T,had}$ sein totaler transversaler Impuls, wobei mit $E_h, p_{x,h}, p_{y,h}, p_{z,h}$ die Komponenten des Vierervektors für jedes hadronische Teilchen bezeichnet werden.

Aufgrund von Energie– und Impulserhaltung ist der gesamte Transversalimpuls (hadronischer Endzustand und Elektron) im Idealfall Null und das gesamte $E - p_z$ entspricht der doppelten Energie des einfallenden Elektrons:

$$(E - p_z)_{gesamt} = (E - p_z)_{had} + (E - p_z)_e = 2 \cdot E_0 = 55.2\,\mathrm{GeV} \tag{3.11}$$

Es läßt sich ein inklusiver Winkel γ und eine inklusive Energie F des hadronischen Endzustands definieren, die den Größen des gestreuten Quarks im Parton–Modell entsprechen. Es gilt der Zusammenhang:

$$\tan\frac{\gamma}{2} = \frac{(E - p_z)_{had}}{p_{T,had}} = \frac{\Sigma}{p_{T,had}} \tag{3.12}$$

$$F = \frac{\Sigma^2 + p_{T,had}^2}{2\,\Sigma} \tag{3.13}$$

Σ ist per Definition unempfindlich gegenüber Verlusten im Strahlrohr, in das der Jet der beiden Zuschauerquarks, der sog. *Proton–Remnant*, und *initial state* Photonen normalerweise verschwinden. Der Transversalimpuls $p_{T,had}$ hingegen, über den die anderen räumlichen Dimensionen ins Spiel kommen, ist sensitiver auf Energieverluste und Fehlmessungen und sollte deshalb nicht direkt als Meßgröße benutzt werden. Stattdessen bietet sich γ an, das diesselbe Information wie $p_{T,had}$ enthält aber besser gemessen ist, da in dem Verhältnis $\Sigma/p_{T,had}$ die Unsicherheit in der Energiemessung sehr viel geringer ist.

Für das gestreute Elektron lassen sich entsprechende Variablen definieren:

$$\Sigma_e := (E - p_z)_e = E_e \cdot (1 - \cos\theta_e) \tag{3.14}$$

$$p_{T,e} = E_e \cdot \sin\theta_e \tag{3.15}$$

$$\tan\frac{\theta_e}{2} = \frac{(E - p_z)_e}{p_{T,e}} = \frac{\Sigma_e}{p_{T,e}} \tag{3.16}$$

Zusammenfassend kann man sagen, daß die vier besten an den H1–Detektor angepaßten Variablen zur Beschreibung der tiefunelastischen Streuung bei HERA die Energie E_e und der Polarwinkel θ_e des gestreuten Elektrons sowie Σ und der inklusive Hadronwinkel γ sind.

Neben den beiden reinen Methoden, die nur das Elektron oder nur den hadronischen Endzustand benutzen, gibt es auch verschiedene gemischte. Bei hohen Q^2 spielt jedoch nur die Elektron–Methode eine Rolle, weil die Energieauflösung für die Messung der Elektronenergie mit zunehmender Energie immer besser wird. In der folgenden Analyse wird überwiegend die Elektron–Methode verwendet. Informationen über den hadronischen Endzustand werden nur zur Datenselektion verwendet (siehe Kapitel 5.5).

Die Elektron–Methode wird im folgenden zusammen mit einigen anderen wichtigen Methoden vorgestellt und kurz diskutiert, wobei vor allem auf den Einfluß von Meßungenauigkeiten auf den Fehler der Rekonstruktion in verschiedenen kinematischen Bereichen Wert gelegt wird.

Für einen vollständigen und detailierten Überblick über alle Methoden sei auf [Bas97a] und [Bas97b] verwiesen.

3.3.1 Die Elektron–Methode

Die e–Methode verwendet nur die Elektrongrößen E_e und θ_e zur Rekonstruktion. Während ihre Auflösung in x bei großen y und in Q^2 über den gesamten kinematischen Bereich ausgezeichnet ist, wird sie in x und y für kleines y aufgrund der kleiner werdenden Elektronenergien zunehmend ungenauer [Ben92]. Da sie aber bei großen Q^2 unübertroffen ist, und die Analyse auf einem Datesample mit $Q_e^2 \geq 500$ GeV beruht, wird sie im Rahmen dieser Arbeit zur Rekonstruktion der Kinematik eingesetzt. In Kapitel 7 , das ganz der Elektron–Methode gewidmet ist, wird ihr Auflösungvermögen eingehend untersucht. Es gilt:

$$y_e = 1 - \frac{(E - p_z)_e}{2\,E_0} = 1 - \frac{\Sigma_e}{2\,E_0} = 1 - \frac{E_e}{2\,E_0}(1 - cos\,\theta_e) \tag{3.17}$$

$$Q_e^2 = \frac{p_{T,e}^2}{1 - y_e} = \frac{2\,E_0\,p_{T,e}^2}{\Sigma_e} = 2\,E_0\,E_e\,(1 + cos\,\theta_e) \tag{3.18}$$

$$x_e = \frac{Q_e^2}{s\,y_e} \tag{3.19}$$

3.3.2 Die Hadron–Methode

Bei der Rekonstruktion nach der Hadron–Methode werden nur die Größen des hadronischen Endzustandes $(E - p_z)_{had}$ und γ benutzt. Die Hadron–Methode liefert nur im

Bereich kleiner y aufgrund großer beteiligter Hadronenergien eine bessere Auflösung in y als die Elektron–Methode. Aufgrund von Hadronverlusten im Strahlrohr wird Q^2 sehr ungenau bestimmt. Für den hier nicht betrachteten Fall des geladenen Stroms stellt sie aber die einzig mögliche Methode dar, weil das Neutrino nicht im Detektor nachgewiesen wird. Man erhält:

$$y_{had} = \frac{(E-p_z)_{had}}{2\,E_0} = \frac{\Sigma}{2\,E_0} \tag{3.20}$$

$$Q^2_{had} = \frac{p^2_{T,had}}{1-y_{had}} = \frac{2\,E_0\,p^2_{T,had}}{2\,E_0-\Sigma} \tag{3.21}$$

$$x_{had} = \frac{Q^2_{had}}{s\,y_{had}} \tag{3.22}$$

3.3.3 Die eΣ–Methode

Die Rekonstruktion von y nach der eΣ–Methode verwendet zusätzlich zu den beiden Elektrongrößen E_e und θ_e das $(E-p_z)_{had}$ des hadronischen Endzustandes, da es unempfindlicher gegenüber Strahlungsverlusten ist als die Meßgrößen des Elektrons. Dadurch wird der Mangel der Elektron–Methode in der y– und x–Rekonstruktion bei kleinen y kompensiert. Q^2 wird dagegen weiterhin nach der Elektron–Methode berechnet.

Die Rekonstruktionsformeln für die eΣ–Methode lauten:

$$y_{e,\Sigma} = \frac{2\,E_0\,(E-p_z)_{had}}{(E-p_z)^2_{gesamt}} = \frac{2\,E_0\,\Sigma}{(\Sigma+\Sigma_{\mathrm{e}})^2} \tag{3.23}$$

$$Q^2_{e,\Sigma} = \frac{p^2_{T,\mathrm{e}}}{1-y_{\mathrm{e}}} = \frac{2\,E_0\,p^2_{T,\mathrm{e}}}{\Sigma_{\mathrm{e}}} \tag{3.24}$$

$$x_{e,\Sigma} = \frac{Q^2_{\mathrm{e}\Sigma}}{s\,y_{\mathrm{e}\Sigma}} \tag{3.25}$$

3.3.4 Die Doppel–Winkel–Methode

Die Doppel–Winkel–Methode (DA) hängt nur vom polaren Winkel des gestreuten Elektrons θ_e und dem inklusiven Hadronwinkel γ ab. Sie ist unabhängig von der Energiekalibration, wenn eine homogene Energiemessung über den vollen Raumwinkel angenommen wird. Daher wird sie überwiegend zur Kalibration benutzt werden kann. Die Methode ist für große Q^2 präzise, hat aber bei kleinem x und kleinem Q^2 eine sehr schlechte Auflösung.

Es gelten folgende Beziehungen:

$$y_{DA} = \frac{\tan\gamma/2}{\tan\gamma/2+\tan\theta_e/2} \tag{3.26}$$

$$Q^2_{DA} = \frac{4\,E_0^2\,\cot\theta_e/2}{\tan\gamma/2+\tan\theta_e/2} \tag{3.27}$$

$$x_{DA} = \frac{Q^2_{DA}}{s\,y_{DA}} \tag{3.28}$$

Mit Hilfe der idealen p_T– und $E - p_z$–Balance lassen sich die Energien von Elektron und Quark aus den Winkeln γ und θ_e zu

$$\begin{aligned} E_e &= \frac{2 \cdot E_0}{\sin\theta_e \cdot \left(\tan\frac{\theta_e}{2} + \tan\frac{\gamma}{2}\right)} \\ E_q &= \frac{2 \cdot E_0}{\sin\gamma \cdot \left(\tan\frac{\theta_e}{2} + \tan\frac{\gamma}{2}\right)} \end{aligned}$$

vorhersagen.

3.4 Der Wirkungsquerschnitt

Der Wirkungsquerschnitt für die tiefinelastische Streung von Elektronen an Protonen hängt von zwei unabhängeigen Variablen der Reaktion ab. Meist wird x und Q^2 gewählt[3]. Er setzt sich zusammen aus einem Beitrag niedrigster Ordnung, den man den Bornschen Wirkungsquerschnitt nennt und der dem Feynmann–Diagramm aus Abbildung 3.1b entspricht , sowie einem Beitrag radiativer Korrekturen:

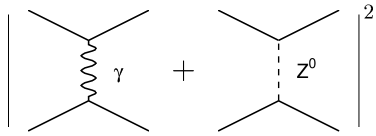
$$\frac{d^2\sigma}{dxdQ^2} = \left(\frac{d^2\sigma}{dxdQ^2}\right)_{\text{Born}} + \left(\frac{d^2\sigma}{dxdQ^2}\right)_{\text{rad}} \tag{3.29}$$

Für eine ausführlichere Diskussion sei auf [Hol92] verwiesen.

3.4.1 Der Born–Wirkungsquerschnitt

Beim neutralen Strom wird zwischen dem Proton und dem Lepton ein Photon γ oder ein Z^0–Boson ausgetauscht. Bei der Berechnung des Wirkungsquerschnittes müssen die Beiträge der beiden Reaktionen zunächst addiert und dann quadriert werden, so daß auch Interferenzterme vorkommen:

$$\left(\frac{d^2\sigma}{dxdQ^2}\right)_{\text{Born}} =$$



(3.30)

Für den nach x und Q^2 differenzierten Bornschen Wirkungsquerschnitt des neutralen Stromes gilt im Rahmen der elektroschwachen Theorie:

$$\frac{d^2\sigma(\mathrm{e}^{\mp}\mathrm{p})}{dxdQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{xQ^4}\left[y^2 xF_1(x,Q^2) + (1-y)F_2(x,Q^2) \pm \left(y - \frac{y^2}{2}\right) xF_3(x,Q^2)\right] \tag{3.31}$$

mit den Protonstrukturfunktionen F_1, F_2 und F_3.

Im Parton–Modell hängen F_1 und F_2 über die Callan–Gross–Beziehung $2xF_1 = F_2$ zusammen. Sie gilt für Teilchen mit halbzahligem Spin unter Vernachlässigung der Quarkmassen und Transversalimpulse. Aufgrund von QCD–Effekten treten Abweichungen von der Callan–Gross–Relation auf, die in der longitudinalen Strukturfunktion

[3] Im Folgenden wird neben der $e^- p$– auch die $e^+ p$–Streuung betrachtet

$F_L = F_2 - 2xF_1$ berücksichtigt werden und bei großen y ungefähr 5–8% ausmachen. Für die folgende Darstellung wird das naive Quark–Parton–Modell zugrundegelegt und F_L vernachlässigt.

Unter Verwendung der Abkürzungen:

$$Y_+ := (1 + (1-y)^2) \tag{3.32}$$
$$Y_- := (1 - (1-y)^2) \tag{3.33}$$

lautet der Wirkungsquerschnitt also:

$$\frac{d^2\sigma}{dxdQ^2}(\mathrm{e}^{\mp}\mathrm{p}) = \frac{2\pi\alpha^2}{xQ^4}\left[Y_+ \cdot F_2(x,Q^2) \pm Y_- \cdot F_3(x,Q^2)\right] \tag{3.34}$$

Im folgenden werden die einzelnen Terme kurz näher erläutert:

- Der **Vorfaktor** $\left(\frac{2\pi\alpha^2}{xQ^4}\right)$ beschreibt die Streuung punktförmiger Teilchen mit dem charakteristischen Q^{-4} Verlauf (Rutherfordstreuung). α ist die elektromagnetische Kopplungskonstante.

- Die **Strukturfunktionen** F_2 und F_3 werden im Parton–Modell als Ausdrücke in den Partondichten dargestellt [Ing87]:

$$F_2(x,Q^2) = \sum_f [xq_f(x,Q^2) + x\bar{q}_f(x,Q^2)]A_f(Q^2) \tag{3.35}$$
$$xF_3(x,Q^2) = \sum_f [xq_f(x,Q^2) - x\bar{q}_f(x,Q^2)]B_f(Q^2) \tag{3.36}$$

  wobei $q_f\,(x,Q^2)$ die Impulsdichten der Partonen im Proton darstellen und die Summation über alle Quarksorten erfolgt. Die elektroschwachen Kopplungen sind in A_f und B_f enthalten. Zerlegt man die Strukturfunktionen hingegen in die Anteile bzgl. rein elektromagnetischer, rein schwacher und Interferenz–Wechselwirkung so erhält man:

$$F_2\left(x,Q^2\right) = F_2^{\gamma} + \frac{Q^2}{Q^2+M_Z^2}F_2^{\gamma Z^0} + \left(\frac{Q^2}{Q^2+M_Z^2}\right)^2 F_2^{Z^0} \tag{3.37}$$
$$xF_3\left(x,Q^2\right) = \frac{Q^2}{Q^2+M_Z^2}xF_3^{\gamma Z^0} + \left(\frac{Q^2}{Q^2+M_Z^2}\right)^2 xF_3^{Z^0} \tag{3.38}$$

  Da in der vorliegenden Arbeit nur Ereignisse mit $Q^2 > 500$ GeV^2 untersucht werden, sind die mit dem Propagatorterm $\frac{Q^2}{Q^2+M_Z^2}$ versehenen Beiträge nicht zu vernachlässigen ($M_Z \approx 91.2$ GeV). Die Strukturfunktionen müssen experimentell bestimmt werden, da sie aus der Theorie nicht vorhersagbar sind.

- Die **kinematischen Faktoren** $Y_\pm = 1 \pm (1-y)^2$ berücksichtigen die Abhängigkeit der Wechselwirkung von der Helizität.

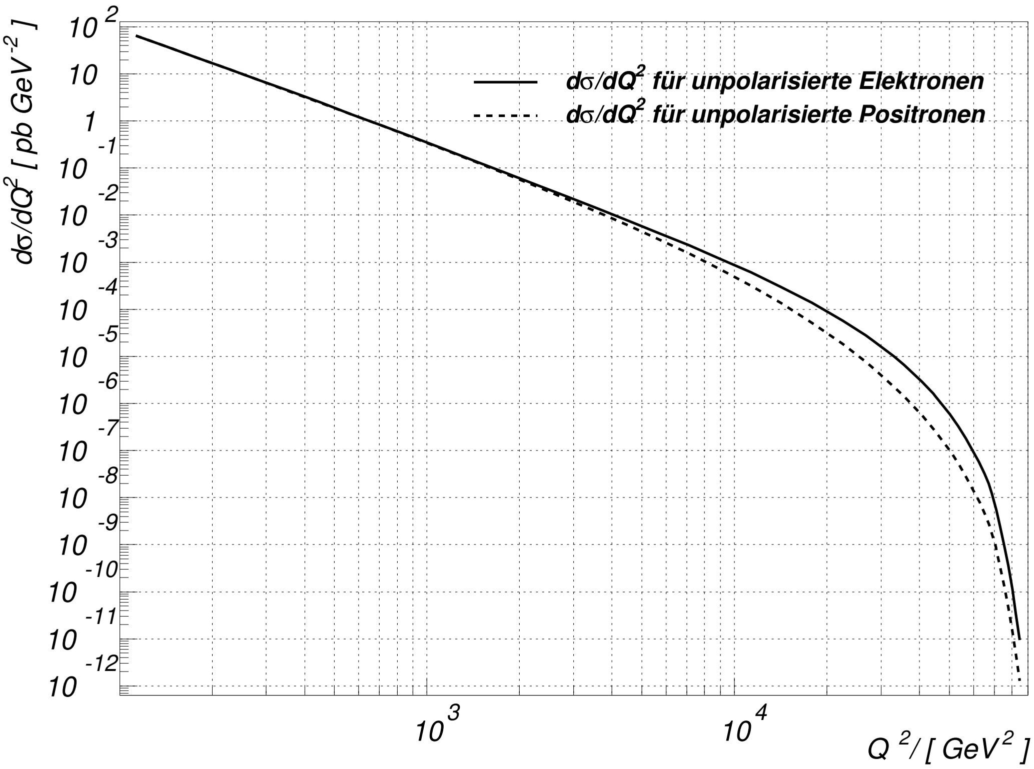


Abbildung 3.3: Einfach differentieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dQ^2$ für Elektronen bzw. Positronen für 100 GeV^2 $\leq$ Q^2 $\leq$ 90.200 GeV^2 [Bei96] . Die Quarkdichtefunktionen wurden dabei in der Parametrisierung MRS H von Martin, Roberts und Stirling gewählt [PDF94].

Für die vorliegende Analyse ist vor allem die Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts von Q^2 entscheidend, da die Auflösung kleiner Strukturen durch Q^2 festgelegt ist (siehe Kapitel 3.2.1) Aus dem doppelt–differentiellen Wirkungsquerschnitt $d^2\sigma/dx\,dQ^2$ erhält man durch Integration über x den einfach–differentiellen $d\sigma/dQ^2$, der in Abbildung 3.3 dargestellt ist. Für den starken Abfall bei hohen Q^2 ist der oben diskutierte Vorfaktor sowie der Abfall der Partondichten q_f bei großen x verantwortlich. Im dargestellten kinematischen Bereich oberhalb $Q^2 = 100$ GeV^2 fällt der Wirkungsquerschnitt um 14 Größenordnungen.

3.4.2 Radiative Korrekturen

Der Wirkungsquerschnitt für die Lepton–Proton–Streuuung enthält neben dem Ausdruck niedrigster Ordnung auch noch Anteile höherer Ordnung, in denen elektroschwache Strahlungsbeiträge berücksichtigt werden. Die wichtigsten Prozesse sind:

- **Initial state radiation (ISR):** Hier findet die Streuung am Quark bei einer niedrigeren Schwerpunktsenergie statt, da das Elektron vor dem Stoß auf Kosten seiner Energie ein Photon abstrahlt. Man bestimmt dadurch x und Q^2 systematisch zu groß (vgl. Abschnitt 3.3).

- **Elektron–Vertex–Korrektur:** Das Elektron strahlt vor der Reaktion mit dem Quark ein Photon ab und absorbiert es danach wieder. Dieser Fall kann experimentell nicht erkannt werden.

- **Final state radiation (FSR):** Wenn das Elektron nach der Streuung ein Photon emittiert, ändert sich die Kinematik nicht so sehr, da der Stoß zwischen Elektron und Quark dadurch nicht beeinflußt wird. Außerdem wird das Photon mit großer Wahrscheinlichkeit unter einem sehr kleinen Winkel relativ zum Elektron abgestrahlt, so daß beide im Detektor oftmals nicht als zwei Teilchen aufgelößt werden.

Die aufgelisteten Abstrahlungsprozesse können ebenso auf der Seite des gestreuten Quarks auftreten, leisten aber aufgrund der drittelzahligen Quarkladung und der im Verhältnis zum Elektron großen Quarkmasse einen viel kleineren Beitrag zum radiativen Wirkungsquerschnitt.

3.5 Monte–Carlo–Simulation

Für das Verständnis der physikalischen Prozesse bei HERA sind Monte–Carlo (MC) Generatoren unerläßlich. Sie sind in der Lage, aus den Annahmen der QCD und einfachen phänomenologischen Modellen den detailierten Endzustand eines Ereignisses zu simulieren. Aufgrund der genauen Kenntnis der Modelleigenschaften kann man durch den Vergleich mit den gemessenen Daten auf die in der Natur stattfindenden Prozesse rückschließen. So wird die Überprüfung vieler Vorhersagen z.B. der QCD ermöglicht.

Die genaue Kenntnis eines simulierten Endzustandes spielt auch eine große Rolle bei Studien zum Verständnis des Detektorverhaltens. So lassen sich mit Hilfe von MC Vorhersagen die Daten auf Detektoreffekte korrigieren (Verluste aufgrund einer eingeschränkten Akkzeptanz). Die Messungen werden damit unabhängig vom Experiment und sind universell vergleichbar. Je besser die Simulation die Daten beschreibt, desto kleiner werden die Unsicherheiten und die Qualität der Meßpunkte wird verbessert.

3.5.1 Ereignisgeneration

Die Ereigniserzeugung der tiefinelastischen *ep*–Streuereignisse bei HERA läßt sich in folgende Schritte unterteilen: Zuerst wird der Wirkungsquerschnitt der Reaktion berechnet und der elementare Streuprozeß generiert. Die durch Anpassungen an viele experimentelle Daten bestimmten Partondichteverteilungen des Protons werden hier berücksichtigt. Dannach werden durch einen im Modell beschriebenen Mechanismus weitere Partonen erzeugt. Alle Endzustandspartonen treten danach in die Phase der Hadronisierung ein. Sie gewährleistet den Übergang von Gluonen und Quarks in die im Detektor meßbaren Teilchen des hadronischen Endzustandes. Die Ereigniserzeugung findet also in zwei Stufen statt: die Erzeugung aller Partonen und anschließend deren Hadronisierung.

Zur Simulation werden verschiedene Programmpakete benutzt: Der für diese Analyse verwendete MC Generator DJANGO [Spi96], der genaugenommen nur ein Interface zwischen den Programmen HERACLES [Kwi93] und LEPTO ist, simuliert tiefunelastische *ep* Streuung unter Berücksichtigung von sowohl QED als auch QCD Strahlungskorrekturen. HERACLES erzeugt ein *ep* Ereignis auf der Basis von elektroschwachen Strahlungskorrekturen erster Ordnung. Der hadronische Endzustand wird von LEPTO generiert. LEPTO schließt QCD Effekte höherer Ordnung ein und verwendet ARIADNE zur Beschreibung der Partonschauer (color–dipol–model, CDM), die der Berechnung des partonischen Endzustand dienen. Die Fragmentation dieses partonischen Endzustandes in Hadronen wird durch eine Implementierung des Lund–String–Modells im Programm JETSET realisiert.

Für eine ausführliche Beschreibung und detailierte Untersuchungen verschiedener Generatoren ist in [HWS99] zu finden.

	Monte Carlo Sätze		
	1	2	3
Q^2_{gen}–Bereich [GeV^2]	$100 < Q^2_{gen}$	$1.000 < Q^2_{gen}$	$10.000 < Q^2_{gen}$
x_{gen}–Bereich	$10^{-5} < x_{gen} < 0.95$	$10^{-5} < x_{gen} < 0.95$	$10^{-5} < x_{gen} < 0.95$
y_{gen}–Bereich	$0 < y_{gen} < 1$	$0 < y_{gen} < 1$	$0 < y_{gen} < 1$
Anzahl generierter Ereignisse	100.000	40.000	40.000
Gewicht	1	$\frac{Q^4_{max}}{Q^4_{gen}}$	$\frac{(1-x_{gen})^3\, Q^4_{max}}{(1-x_{max})^3\, Q^4_{gen}}$
Integrierte Luminosität L [pb^{-1}]	13.15	$1.083 \cdot 10^5$	$4.668 \cdot 10^8$

Tabelle 3.1: Charakteristische Eigenschaften der benutzten Monte Carlo Simulationen, mit $x_{max} = 0.95$ und $Q^2_{max} = s\, x_{max} = 96500\,\mathrm{GeV}^2$.

3.5.2 Detektorsimulation

Nach der Generierung des *ep*–Ereignisses wird die Detektorantwort für jedes erzeugte Teilchen mit dem auf GEANT [CER93] basierenden H1–Simulationsprogramm berechnet und das Ergebnis dem gleichen Rekonstruktionsprozeß unterworfen, mit dem auch die gemessenen Ereignisse behandelt werden.

Die in der vorliegenden Arbeit benutzten Monte Carlo Simulationen wurden mit der Parton–Dichteverteilung MRSH [Mar93] erzeugt. Parton–Dichteverteilungen wurden von H1 in einer eigenen Anpassung unter Berücksichtigung der bis Ende 1997 gemessenen Positron-Daten bestimmt [H1C99a]. Die MC Simulationen verwenden durch Umgewichtung im folgenden diese Parton-Dichteverteilungen[4]. Einen detailierten Vergleich der Monte Carlo Simulation mit den experimentell gemessenen Elektron–Daten der Jahre 1998 und 1999 findet man in Kapitel 6.

[4] Im weiteren Text werden die von H1 bestimmten Parton–Dichteverteilungen mit H1–Fit bezeichnet

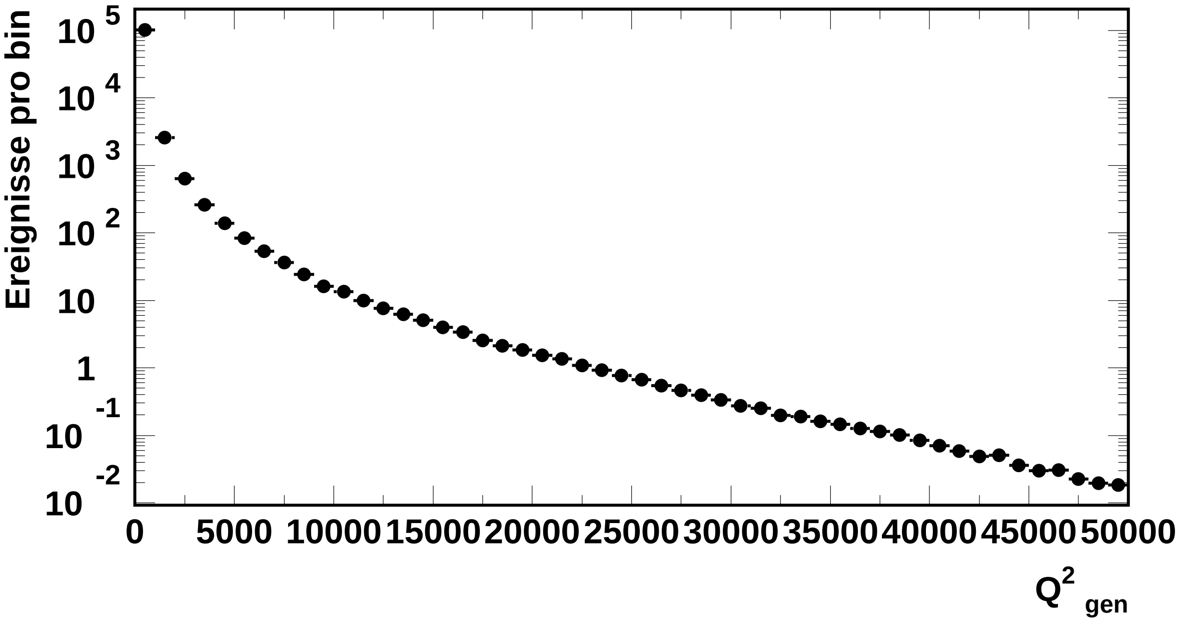


Abbildung 3.4: Die generierte Viererimpulsübertrag–Verteilung Q^2_{gen} der drei kombinierten Monte Carlo Sätze ohne Schnitte

Für diese Analyse wurden drei Datensätze erzeugt, deren Eigenschaften in Tabelle 3.1 zusammengefaßt sind. 100000 Ereignissen wurden mit $Q^2 > 100$ GeV^2 generiert, 40000 mit $Q^2 > 1000$ GeV^2 und nochmals 40000 mit $Q^2 > 10000$ GeV^2. Wie in Abschnitt 3.4.1 diskutiert und in Abbildung 3.3 dargestellt, fällt der Wirkungsquerschnitt sehr stark mit steigendem Q^2 ab. Um die notwendige Zahl der Ereignisse (siehe Kapitel 7) bei hohen Q^2 und gleichzeitig nicht zu viele Ereignisse bei kleinem Q^2 zu erhalten, mußten die Ereignisse bei kleinen Q^2 durch eine Gewichtsfunktion stark unterdrückt werden. Die Gewichtungsfunkionen für die einzelnen Monte Carlo Sätze sind in Tabelle 3.1 angegeben. Um sie für Satz 3 nicht unbeschränkt steigen zu lassen, wurde bei allen Datensätzen der x–Bereich auf $x_{gen} < x_{max} = 0.95$ eingeschränkt.

Zum Vergleich mit den experimentellen Daten wurden die drei Monte Carlo Datensätze kombiniert und so gewichtet, daß sie der integrierte Datenluminosität entsprechen.

In Abbildung 3.4 ist die generierte Viererimpulsübertrag–Verteilung Q^2_{gen} der drei kombinierten Monte Carlo Sätze ohne Schnitte zu sehen. Man erkennt den glatten Verlauf und den auch bei großen Werten von Q^2_{gen} kleinen statistischen Fehler.

Kapitel 4

Substruktur und Kontaktwechselwirkung

Wie aus den vorangegangenen Abschnitten deutlich geworden ist, motiviert der bei HERA zugängliche kinematische Bereich die Suche nach einer inneren Struktur der im Standardmodell als punktförmig angenommenen Quarks und Leptonen[1]. Da Impulsüberträge Q^2 von bis zu 101568 GeV^2 möglich sind, können nach Gleichung 3.8 prinzipiell Strukturen der Ordnung $\mathcal{O}(10^{-18}\mathrm{m})$ aufgelöst werden. Im Folgenden werden verschiedene Ansätze vorgestellt, diese möglichen Strukturen zu untersuchen und aufzudecken.

4.1 Die Fermi–Wechselwirkung als Beispiel

Bevor man das Konzept der $W^{\pm}$- und Z^0– Bosonen einführte, bestand die ursprüngliche Formulierung der schwachen Wechselwirkung in der Fermi–Theorie:

Beim historischen Prototyp der schwachen Wechselwirkung, dem Kern–β–Zerfall (im Parton Modell: $d \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e$), treten nur niedrige Impulsüberträge auf. Da an die Stelle des Photon Propagators $1/Q^2$ hier der Propagator des W^-–Bosons $1/(Q^2 + M_\mathrm{W}^2)$ tritt, der für nicht zu große Impulsüberträge $Q^2 \ll M_\mathrm{W}^2$ nahezu konstant ist, ist die Wechselwirkung praktisch punktförmig und wird durch eine effektive Vierfermionkopplung $G = g^2/M_\mathrm{W}^2$, die Fermikonstante, beschrieben (g ist die schwache Ladung, die über den Weinberg–Winkel mit e verbunden ist). Die schwache Wechselwirkung erscheint bei kleinen Werten von Q^2 also nur deshalb so schwach, weil das ausgetauschte Boson eine sehr große Masse und folglich nur eine geringe Reichweite R besitzt [Pov94]. Mittlerweile gibt es jedoch Beschleuniger, die in der Lage sind, genügend hohe Impulsüberträge bereitzustellen, um diese Punktförmigkeit aufzulösen.

Analog zur damaligen Situation in den dreißiger Jahren könnte es sein, daß wir aufgrund eines zu niedrigen Auflösungsvermögens *noch* nicht in der Lage sind, Unterstrukturen oder neue Wechselwirkungen jenseits des Standard–Modells zu erkennen.

[1]Streng genommen sind die Begriffe *Strukturlosigkeit* und *Punktförmigkeit* nicht gleichbedeutend. Strukturlosigkeit hängt mit der Skaleninvarianz des Wirkungsquerschnitts der betrachteten Streureaktion zusammen, während Punktförmigkeit darüber hinaus eine Lokalitätsannahme über den Streuprozess enthält [Fal94]. Diese subtile begriffliche Unterscheidung wird aber in dieser Analyse nicht weiter verfolgt, die Begriffe im weiteren synonym verwendet.

4.2 Formfaktoransatz

Bei unserer bisherigen Behandlung des ep–Streuprozesses, siehe Feynmanngraph in Abbildung 3.1, wurde implizit vorrausgesetzt, daß die beteiligten Fermionen punktförmige Teilchen sind. Diese Annahme kann überprüft werden, indem man den elektroschwachen Ladungen des Elektrons und/oder der Quarks einen endlichen Radius R zuweist. während die Eichbosonen weiterhin als strukturlos behandelt werden [Köp95]. Eine einfache Parametrisierung besteht darin, daß man an den Vertizes zwischen Eichbosonen und Fermionen Formfaktoren $f(Q^2)$ einführt, die vom Viereimpulsübertrag Q^2 abhängen. Ein 'klassischer' Ansatz für diesen Formfaktor lautet [H1C95],

$$f(Q^2) = 1 - \frac{1}{6}R^2Q^2 \tag{4.1}$$

wobei der Einfachheit halber angenommen wird, daß der Radius R sowohl für die elektromagnetische als auch die schwache Vektor– und Axialvektorkopplung universell ist. Wie man sieht, strebt der Formfaktor für den punktförmigen Grenzfall gegen eins, den Wert des Standard–Modells, während eine endliche Ausdehnung des Elektrons oder eines Quarks den Wirkungsquerschnitt[2] gemäß

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\sigma}{dQ^2}\right) &= \left(\frac{d\sigma}{dQ^2}\right)_{SM} \cdot f_e^2(Q^2) \cdot f_q^2(Q^2) \\ &= \left(\frac{d\sigma}{dQ^2}\right)_{SM} \cdot F^2(Q^2) \end{aligned} \tag{4.2}$$

reduzieren sollte. Dabei bezeichnet $f_e(Q^2)$ den Lepton–Formfaktor und $f_q(Q^2)$ den Quark–Formfaktor. Der Faktor $F^2(Q^2)$ faßt die beiden Beiträge zusammen.

Wenn man keinen Ansatz vorgibt, kann Gleichung (4.2) auch als Definitionsgleichung für $F^2(Q^2)$ betrachtet werden. Aus

$$F^2(Q^2) = \frac{\left(\frac{d\sigma}{dQ^2}\right)_{exp}}{\left(\frac{d\sigma}{dQ^2}\right)_{SM}} \tag{4.3}$$

läßt sich dann $F(Q^2)$ mit Hilfe des experimentellen Wirkungsquerschnitts bestimmen. Ergibt sich dabei eine signifikante Abweichung vom Wert $F(Q^2) = 1$, kann man dies als Substruktur der Fermionen interpretieren.

Im folgenden wird $f_e^2(Q^2) \equiv 1$ angenommen, d.h. daß das an der Streureaktion beteiligte Lepton strukturlos ist. Daraus ergibt sich:

$$F_R^2(Q^2) := F^2(Q^2) = f_q^2(Q^2) = (1 - \frac{1}{6}R^2Q^2)^2 \tag{4.4}$$

Da die punktförmige Natur des Elektrons in e^+e^- und $(g-2)_e$ Experimenten [Kin90] schon bis zu extrem kleinen Abständen hin untersucht wurde, ist diese Annahme gerechtfertigt. R wird in diesem Fall als der Radius eines leichten Quarks (u, d) interpretiert. Für den Fall, daß doch beide an der Streuung beteiligten Teilchen eine von

[2] Mit den Indizes SM wird der Bornsche Wirkungsquerschnitt des Standard Modells nach Abschnitt 3.4.1 bezeichnet

Null verschiedene Ausdehnung besitzen, würde man auf diese Weise einen 'effektiven' Fermion–Radius erhalten.

Wie aus Gleichung 4.4 ersichtlich ist, erhöht sich die Empfindlichkeit des Formfaktors auf Abweichungen vom Standard–Modell mit steigendem Q^2. Darum ist der *ep*–Speicherring HERA mit seinem großen zugänglichen Q^2–Bereich für eine Untersuchung auf diesem Gebiet geradezu prädestiniert. Jedoch ist nicht nur die Empfindlichkeit, sondern wegen des stark abfallenden Wirkungsquerschnitts auch der statistische Fehler der Messung bei hohem Q^2 am größten.

4.2.1 Interpretation von R

In der nichtrelativistischen Quantenmechanik und der Kernphysik kann der Formfaktor als Fouriertransformierte der Ladungsdichteverteilung des zu untersuchenden Objekts interpretiert werden [Pov94]. Es gilt:

$$\bar{F}(q^2) = \int \rho(\vec{r}) e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} d^3\vec{r} \tag{4.5}$$

Dabei ist $\vec{q}$ der dreidimensionale Impulsübertrag des Projektils auf das zu untersuchende Objekt. Für kugelsymmetrische Ladungsdichteverteilungen kann $\bar{F}(q^2)$ in eine Reihe um $q^2 = 0$ entwickelt werden, für die gilt:

$$\begin{aligned} \bar{F}(q^2) &= 1 - \frac{q^2 < r^2 >}{3!} + \frac{q^4 < r^4 >}{5!} - \frac{q^6 < r^6 >}{7!} ... \\ &= 1 - \frac{q^2 < r^2 >}{6} ... \end{aligned} \tag{4.6}$$

Dabei ist $< r^{2n} >$ über die *radiale Ladungsdichtefunktion* $\rho_{rad}(r)$ definiert:

$$< r^{2n} >= 4\pi \int_0^\infty r^{2n} \cdot \rho_{rad}(r) r^2 dr \tag{4.7}$$

Insbesondere kann $< r^2 >$ als *mittlerer quadratischer Ladungsradius* verstanden werden, der aus Gleichung (4.5) über

$$< r^2 >= -6 \left. \frac{d\bar{F}(q^2)}{dq^2} \right|_{q^2=0} \tag{4.8}$$

aus dem Verhalten des Formfaktors für $q^2 \to 0$ bestimmt werden kann [Pov94]. Dem *Radius* $< r^2 >$ einer gegebenen Ladungsdichteverteilung kommt dadurch eine anschauliche und sehr konkrete Interpretation zu.

Bei relativistischen Streuprozessen wie der tiefunelastischen *ep*–Streuung ist das aber nicht mehr möglich. Bei einer direkten Übertragung des Fourier–Integrals in eine relativistische Beschreibung müßte über die vierdimensionale Raumzeit integriert werden. Nur wenn der Energieübertrag vom Elektron auf seinen Streupartner vernachlässigbar oder Null wird, kann die 'klassische' Interpretation des Formfaktors angestellt werden [Per82].

Ein theoretischer Ansatz für Formfaktoren muß im Rahmen einer relativistischen Quantenfeldtheorie erfolgen. Die Formfaktoren der Streuteilchen treten dabei im Vertexoperator auf, der die Wechselwirkung der beiden Teilchen beschreibt [Lan71].

Der in Gleichung (4.1) gewählte Ansatz für den Formfaktor soll lorentzinvariant sein. Da er nur von Q^2 und R^2 abhängt und Q^2 das Quadrat eines Vierervektors ist, muß R^2 ein Lorentzskalar sein. *Somit kann R^2 über den Formfaktoransatz als Maß für die Ausdehnung des Quarks angesehen werden und im Ruhesystem des Quarks – bei gleichem numerischen Wert – mit der räumlichen Struktur des Quarks in Verbindung gebracht werden*, ohne dabei aber den Zusammenhang über die Fouriertransformierte der Ladungsdichteverteilung zu verwenden. Statt $\mathbf{R} := \sqrt{\mathbf{R^2}}$ als Ladungsradius zu sehen, sollte R daher eher als Größe interpretiert werden, die eine Längenskala für die Ausdehnung der Quarks definiert.

Unabhängig von der physikalischen Interpretation von R sind die hier behandelten Formfaktoren im Sinne ausgedehnter Strukturen zu verstehen, wie man sich etwa eine ausgedehnte Ladungswolke vorstellt. Der Abfall eines solchen Formfaktors gegenüber dem Wert 1 bei steigendem Q^2 ist anschaulich verständlich, wenn man sich vorstellt, daß ein Projektil aufgrund seiner kleineren reduzierten Wellenlänge nicht mehr die gesamte Struktur der Wolke 'sieht', sondern nur noch einen Teil davon.

4.3 Diskussion des Formfaktors

In Abbildung 4.1 ist das Q^2–Verhalten von $F_R^2(Q^2)$ für verschiedene Werte von R dargestellt. Wie gerade diskutiert und aus Gleichung (4.4) ersichtlich, gilt $F_R(Q^2) < 1$, so daß der durch den Formfaktor modifizierte Wirkungsquerschnitt kleiner als der des Standard–Modells ist. Dieses Verhalten von $F_R(Q^2)$ ist für kleine R bis $R = 2.0 \cdot 10^{-18}$ m gut erkennbar. Im Graph für $R = 2.5 \cdot 10^{-18}$ m fällt auf, daß die Funktion $F_R^2(Q^2)$ bei $Q^2 \approx 35.000$ GeV^2 ein Minimum aufweist und zu höheren hin Q^2 rapide ansteigt. Ab $R = 3.0 \cdot 10^{-18}$ m kann F_R^2 sogar größer als 1 werden. Dieses unphysikalische Verhalten resultiert aus der quadratischen Abhängigkeit des Formfaktors und dem daraus entstehenden Vorzeichenwechsel von F_R. Der Ansatz in Gleichung (4.4) stellt dann in diesem Bereich keine gute Näherung mehr für einen tatsächlichen Formfaktor dar.

Die mit Hilfe der bis 1995 genommenen Positron– und Elektrondaten bestimmte obere Grenze für R bei einem Vertrauensniveau (Confidence Level, CL) von 95% beträgt $2.6 \cdot 10^{-18}$ m [H1C95]. Daraus würde folgen, daß der starke Anstieg von F_R^2 und damit das unphysikalische Verhalten ($F_R < 0$) noch innerhalb des bei HERA kinematisch prinzipiell zugänglichen Bereichs läge, was sich negativ auf das Meßergebnis auswirken könnte. Den neuesten Ergebnissen zufolge, die demnächst veröffentlicht werden und auf den gesamten Positron–Daten von 1995–1997 beruhen, liegt der 95% CL Wert jedoch bei $1.7 \cdot 10^{-18}$ m und damit im unkritischen Bereich [H1C99b].

In der vorliegenden Analyse wird der Ansatz 4.4 deshalb im folgenden verwendet, um mit Hilfe einer Maximum–Likelihood–Anpassung (siehe Kapitel 8.4) den Parameter R und damit die Ausdehnung des Quarks abzuschätzen.

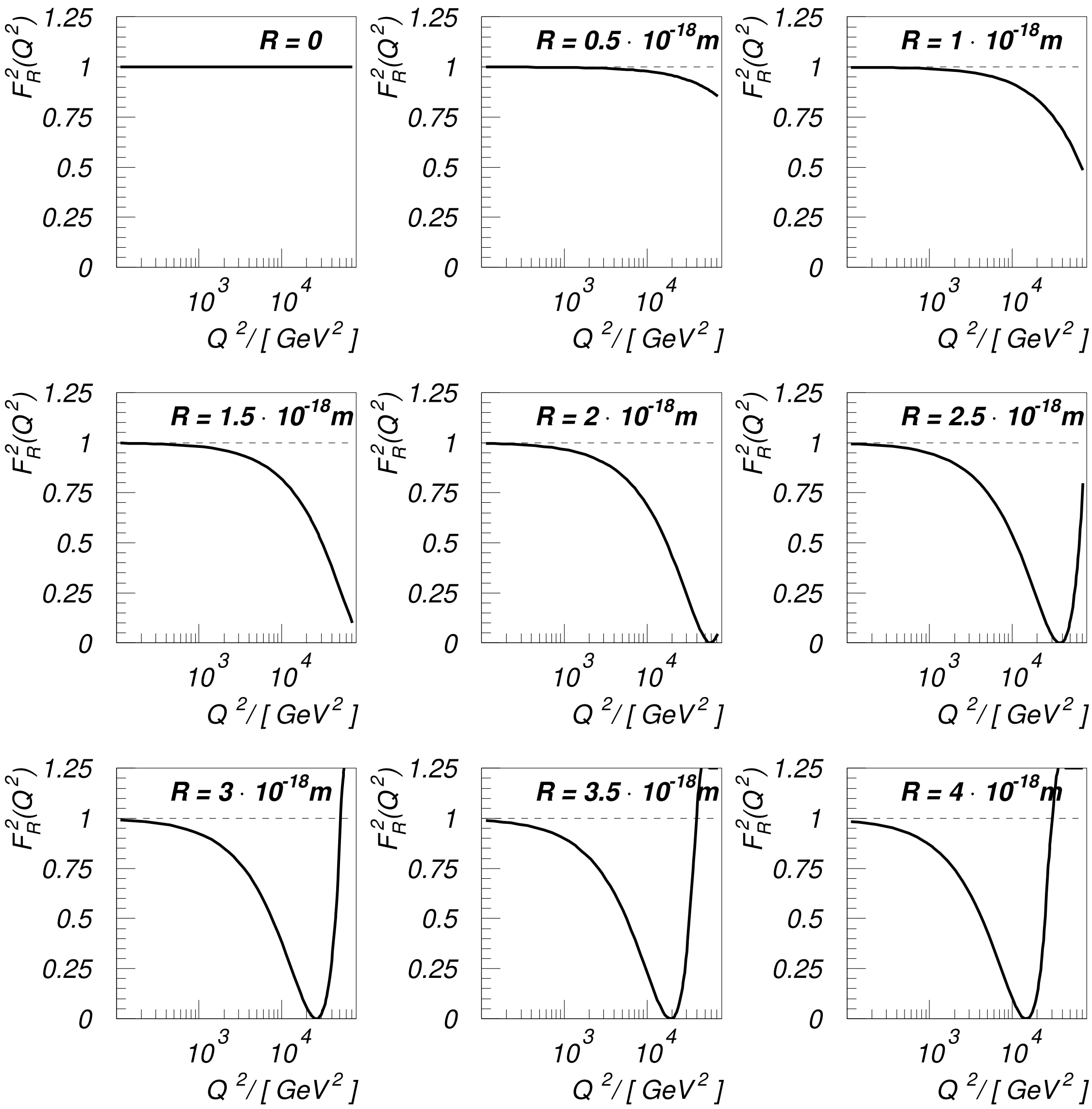


Abbildung 4.1: Der Formfaktor $F_R^2(Q^2)$ als Funktion von Q^2 für verschiedene Werte der Längenskala R [Bei96].

4.4 Kontakt–Wechselwirkungs–Szenarien

Ein weiter Bereich hypothetischer Nicht–Standard–Modell–Prozesse in Massenregionen im TeV–Bereich, jenseits der Schwerpunktsenergie bei HERA von $\sqrt{s} \approx 320\,\mathrm{GeV}$, kann im Grenzfall kleiner Energien durch eine effektive Vier–Fermion ($eeqq$) Kontakt–Wechselwirkung (Contact Interaction, CI) angenähert werden. Dies geschieht in Analogie zur effektiven Vier–Fermion–Wechselwirkung der schwachen Wechselwirkung bei kleinen Energien. Ein entsprechendes Feynmann–Diagramm ist in Abbildung 4.2 zu sehen.

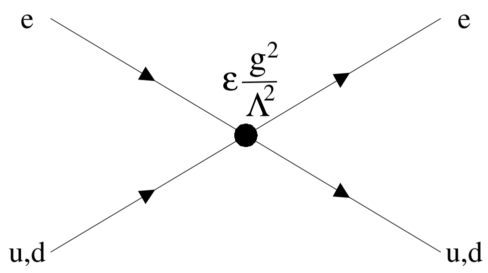


Abbildung 4.2: Feynmann–Diagramm einer *eeqq* Kontakt–Wechselwirkung. g bezeichnet die Kopplungsstärke, Λ die effektive Massen– oder Compositeness–skala und $\epsilon = \pm 1$ die positive oder negative Interferenz mit den Strömen des Standard–Modells [ZEC99].

Beispiele für solche Szenarien sind der Austausch von schweren Objekten mit einer Masse $M > \sqrt{s}$ wie Vektorbosonen oder Leptoquarks [Hab91] und der Austausch von gemeinsamen Konstituenten zwischen Elektron und Quark nach sogenannten *Compositeness*–Modellen, aufgrund derer beide nicht elementar, sondern zusammengesetzt sind [Eic83]. Man muß jedoch beachten, daß der Kontakt–Wechselwirkungs–Zugang eine effektive Theorie darstellt, die nicht renormierbar ist und nur im Grenzfall kleiner Energien Gültigkeit hat.

Kapitel 5

Datenselektion

Dieser Arbeit liegen die zwischen September 1998 und Mai 1999 genommenen Elektron–Proton–Daten des H1–Experiments zugrunde. In diesem Kapitel soll die Datenselektion für die folgenden Untersuchungen dargestellt werden. Da die Analyse auf einer rein inklusiven Messung des Elektrons im Endzustand der tiefunelastischen ep–Streuung über neutrale Ströme ($e^- p \to eX$) beruht, wobei nur Ereignisse interessieren, die bei hohen Impulsüberträgen Q^2 stattfinden, basiert die Datenauswahl auf der Identifikation eines gestreuten Elektrons und einem vorhandenen primären Vertex, an dem die Streuung stattgefunden hat. Ferner werden kinematische Schnitte und sogenannte 'fiducial–cuts' gemacht, um ein möglichst reines, d.h. untergrundfreies Datensample zu bekommen. Alle Selektionsschritte[1] werden auf Daten und Monte Carlo gleichermaßen angewandt. Die Vorgehensweise ist dabei analog zu vorangegangenen Analysen [Ell99, Sta00].

5.1 Vorauswahl

Als erste Vorauswahl werden nur Ereignisse selektiert, die bei der Rekonstruktion den L5–Ereignisklassen 4 oder 19 zugeordnet wurden. Dies entspricht einem Energie-Cluster im Flüssig–Argon–Kalorimeter mit:

$$E_{Cluster} > 3,0 \text{ GeV und } \theta_{Cluster} > 15^\circ \qquad \text{oder}$$
$$E_{T,Cluster} > 5,0 \text{ GeV}$$

Zur Kontrolle wurden Datensätze analysiert, die keiner der beiden Klassen angehören. Kein Ereignis überstand die endgültige Selektion [Ell99].

5.1.1 Runselektion

Um die Qualität und Stabilität der Daten sicherzustellen, wird eine sogenannte 'Runselektion' durchgeführt. Es werden nur Datennahmeperioden (Runs) berücksichtigt, die gewisse Mindestanforderungen erfüllen:

- Die Runs müssen über einer bestimmten integrierten Luminosität liegen ($0,5\,\text{nb}^{-1}$)

[1] Bis auf Detektorstatus und Run–Selektion, die beim Monte Carlo nicht sinnvoll sind.

- Die Korrekturen auf die Luminosität, die wegen ausgefallener Detektorkomponenten vergenommen werden, dürfen höchstens 50 % betragen.
- Die Fills müssen ebenfalls über einer bestimmten integrierten Luminosität liegen ($2,0\,\mathrm{nb}^{-1}$).

5.1.2 Detektorstatus

Ferner wird gefordert, daß alle wesentlichen Komponenten des Detektors voll betriebsbereit sind (d.h. daß die Hochspannung eingeschaltet ist):

- Das Flüssig-Argon-Kalorimeter, LAr
- Mindestens eine der beiden zentralen Spurkammern[2], CJC1 oder CJC2
- Das Luminositätssystem
- Das System zur Flugzeitmessung[3], ToF (Time of Flight)

5.1.3 Trigger

Es werden zwei Subtrigger gefordert, s67 oder s75, die für Elektronenergien oberhalb der Schwellenenergie von $E_e > 11$ GeV praktisch zu 100% effizient sind [Hei99]. Lokale Regionen, in denen die Triggereffizienz aufgrund defekter Zellen abfällt, werden für die Analyse durch an der Detektorgeometrie orientierte Schnitte – sogenannte 'fiducial cuts' – eliminiert. Aus diesem Grund ist es nicht notwendig, auf die Triggereffizienz zu korrigieren.

5.2 Identifizierung des Elektrons

Es wird ausschließlich im LAr–Kalorimeter nach mindestens einem Elektron gesucht. Die Trennung von Hadronen wird durch einen sogenannten Elektronfinder realisiert. In dieser Arbeit wird der im Analyse-Paket H1PHAN implementierte Elektronfinder QESCAT eingesetzt. Elektronkandidaten müssen folgende Bedingungen erfüllen:

1. $E_e > 8,0$ GeV:

   Die Gesamtenergie des Elektronclusters muß einen Mindestwert von $8,0$ GeV aufweisen.

2. $p_{T,e} > 4,0$ GeV:

   Der gesamte Transversalimpuls muß mindestens $4,0$ GeV betragen.

3. $\frac{E_{e,em}}{E_e} > 0,94 + 0,05 \cdot \cos(2\theta_e)$:

[2] Um die Statistik um $\sim 15\%$ zu erhöhen, wurde gefordert, daß nur eine zentrale Spurkammer betriebsbereit sein muß, da aufgrund eines hohen Strahluntergrundes vor allem 1998 eine der beiden zeitweise ausgefallen ist.

[3] Dient der Unterdrückung von nicht-ep-Untergrund-Ereignissen.

Der Energieanteil des Clusters in der elektromagnetischen Komponente des Kalorimeters muß mindestens 89% ausmachen.

4. $\frac{E_e}{E_{R=0,25}} > 0,98$ oder

   $\frac{E_e}{E_{R=0,25}} > 0,95$ und $E_{had} < 0,3\ \text{GeV}^2$:

   Isolationsschnitt. Innerhalb eines Kegels mit dem Öffnungswinkel[4] $R = 0,25$ um den Kandidaten darf nur wenig Energie enthalten sein, die nicht von ihm selbst stammt.

5. $\frac{E_{e,Kern}}{E_e} > f(\theta_e)$:

   Die Energie muß konzentriert sein. $f(\theta_e)$ stellt eine von θ_e abhängige Funktion dar.

6. $R_{e,\perp} < f(\theta_e)$:

   Die in Bezug zur Flugrichtung transversale Schauerausdehnung des Kandidaten muß abhängig von θ_e begrenzt sein.

7. $n_{Zellen} > 3$:

   Es müssen mindestens vier Kalorimeterzellen an dem Elektronenkandidaten beteiligt sein, um nicht auf Rauschen sensitiv zu sein.

Werden in einem Ereignis mehrere Elektronkandidaten gefunden, so wird derjenige mit dem höchsten Transversalimpuls p_T ausgewählt.

5.2.1 Effizienz der Elektronidentifikation

Mit Hilfe der Monte Carlo Simulation kann durch Vergleich mit dem generierten Elektron die Effizienz der Elektronidentifikation bestimmt werden. Man benutzt dazu nicht alle Monte Carlo Ereignisse, sondern wählt diejenigen aus, bei denen das Elektron mindestens mit einer Energie von $E_{e,gen} = 10$ GeV erzeugt wurde und für die $y_{\text{gen}} < 0.95$ ist. Der Eintrittspunkt auf der Kalorimeteroberfläche wird so eingeschränkt, daß die Elektronen nicht das SPACAL durchlaufen ($z(Kalorimeteroberfl\ddot{a}che) > -180$ cm).

Zusätzlich wird gefordert, daß ein im BBE gefundenes Elektron zuvor nicht durch das SPACAL-Kalorimeter gelaufen ist, was man durch den Schnitt $z(Kalorimeteroberfl\ddot{a}che) > -180$ cm realisiert.

In Abbildung 5.1 (a) ist die Effizienz gegen den Winkel ϕ aufgetragen. Deutlich sind acht Lücken, die sogenannten ϕ–Cracks, zu erkennen (sieben sind zu sehen, die achte liegt bei $\pm 180°$). Die Effizienz ist in diesen Bereichen reduziert, weil das Elektron durch eine solche Lücke fliegt. Der größte Teil der Energie wird dadurch im hadronischen Teil deponiert und das Elektron nicht als solches erkannt. Auserhalb dieser Lücken beträgt die die Effizienz im gesamten ϕ–Bereich ≈ 97 %.

[4] $R = \sqrt{(\Delta\eta)^2 + (\Delta\phi)^2}$, mit der Pseudorapidität $\eta = -\ln\tan\frac{\theta}{2}$.

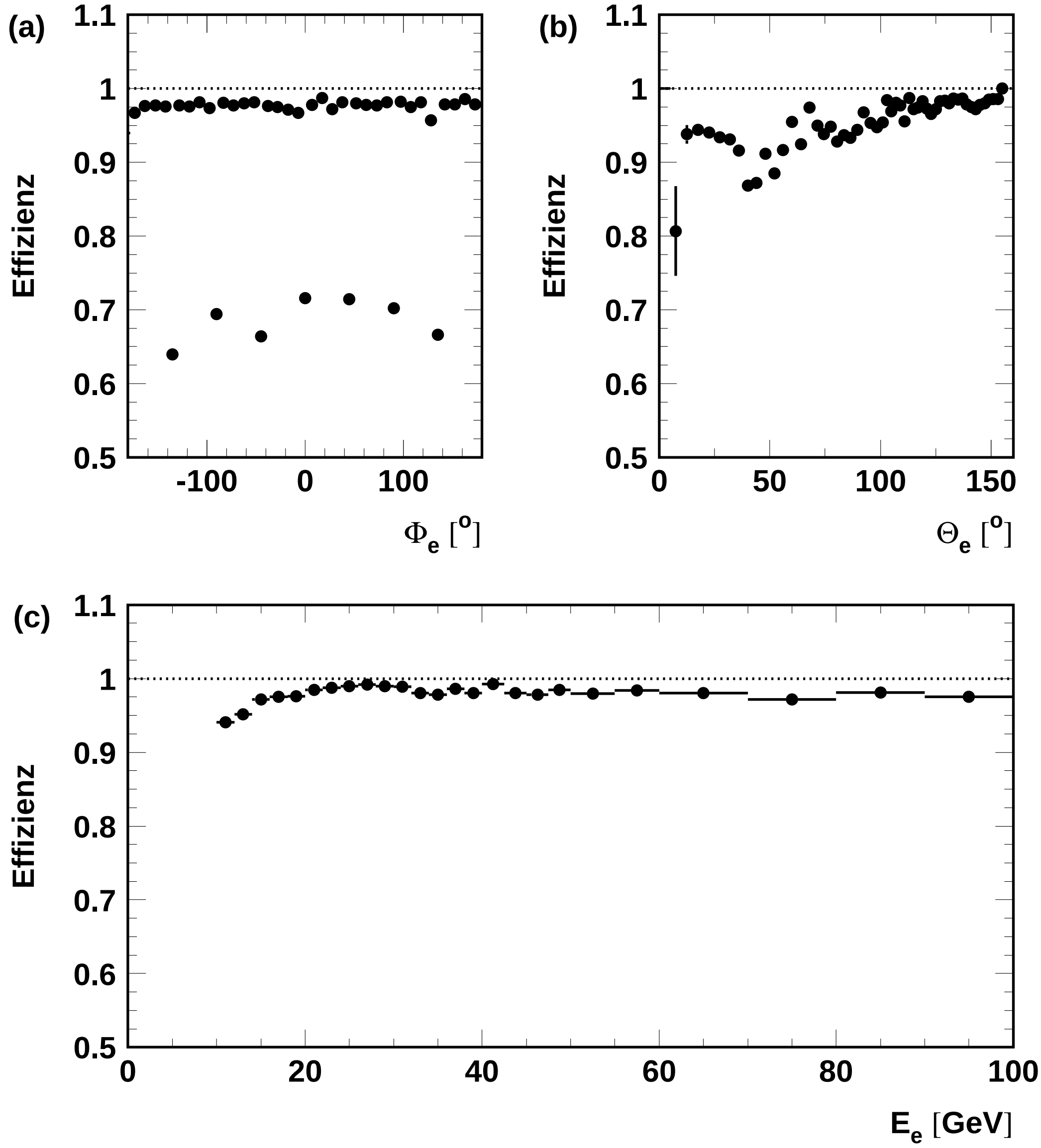


Abbildung 5.1: Die Effizienz der Elektronsuche der Monte Carlo Simulation im Flüssig-Argon-Kalorimeter als Funktion der Winkel ϕ_e (a) und θ_e (b) sowie der Energie E_e (c).

Im Teil (b) der Abbildung ist die Effizienz gegen θ zu sehen (ohne ϕ–Crack-Bereiche ($\pm 2°$)

Bei $\theta \approx 50°, 80°$ und $120°$ nimmt die Effizienz aufgrund von Lücken zwischen den Kalorimeterrädern ab. Da die meisten Ereignisse bei großen Winkeln θ liegen, ist Bild (b) mit Bild (a) vereinbar.

In (c) schließlich sind auch noch die z-Cracks eliminiert und die Effizienz ist in Abhängigkeit der Elektronenergie E_e dargestellt. Beginnend bei $E_e = 10$ GeV steigt die Effizienz von $\approx 93\%$ auf ein Plateau von über 98% bei Energien zwischen 20 und 30 GeV. Für höhere Energien geht die Effizien leicht zurück, unterschreitet aber nie $\approx 97\%$.

In der folgenden Analyse werden Ereignisse in den ϕ– und z–cracks verworfen. Sie gehören zu den 'fiducial cuts'.

5.3 Spurkriterium

Zur eindeutigen Identifikation eines Elektrons reichen die in Abschnitt 5.2 diskutierten Kriterien nicht aus, da sie Elektronen nicht von isolierten Photonen oder neutralen Pionen unterscheiden können. Es soll daher ein Spurkriterium entwickelt werden, das diese Aufgabe übernimmt. Zum einen verlangt man, daß die im zentralen Jet-Kammerbereich liegende Spur vom rekonstruierten Ereigniswechselwirkungspunkt kommt, zum anderen darf sie höchstens einen Abstand von 12.0 cm vom Cluster des Elektronkandidaten besitzen. Als Spur-Cluster-Abstand wird die kleinste Distanz zwischen der extrapolierten Spur und dem Cluster-Schwerpunkt definiert. Die minimale Spurlänge beträgt 5 cm.

Aufgrund einer Materialdicke von 1-2 X_0 zwischen der CJC und den Vorwärtsspurkammern kommt es sehr häufig zu e^+/e^- Paarbildung, so daß die Forderung nach einem Spurkriterium nicht für $\theta \lesssim 35°$ verwendet wird.

5.3.1 Spur-Cluster-Effizienz

In Abbildung 5.2 ist die Effizienz, mit der zu einem Elektroncluster eine zugehörige Spur mit Abstand kleiner $12,0$ cm gefunden wird, als Funktion der Winkel ϕ_e und θ_e für Daten und Monte Carlo Simulation dargestellt.

$p_{T,miss} < 5$ GeV
50 GeV $< (E - p_z)_{gesamt} <$ 60.5 GeV
$N_{Vertex-Spuren} > 3$
$35° \lesssim \theta$

Tabelle 5.1: Verschärfung der Ereignisselektion zur Bestimmung der Spur-Cluster-Effizienz [Ell99].

Damit man sicher sein kann, daß der Cluster einem Elektron (und nicht etwa einem Photon oder Hadron) entstammt, wird mit Hilfe zusätzlicher Schnitte, die in Tabelle 5.1 angegeben sind, ein sehr reiner Datensatz erzeugt. Der zur P_T–Balance fehlende Transversalimpuls $p_{T,miss}$ muss kleiner als 5 GeV sein, der gemessene Wechselwirkungspunkt muß mit Hilfe von mindestens vier Spuren rekonstruiert worden sein, das gesamte $(E - p_z)_{gesamt}$ soll zwischen 50.0 GeV und 60.5 GeV liegen und für θ_e wird ein Winkel von mindestens 35° gefordert, der dafür sorgt, daß das Elektron die gesamte Spurkammer CJC radial durchqueren muß.

Die Effizienz in den Daten in Abhängigkeit von ϕ_e schwankt hauptsächlich um 96%, mit einigen Ausreißern sowohl bei 90 als auch bei 100%, während sie im Monte Carlo im Mittel 2% höher bei 98% liegt. Die Lücke in ϕ_e im Bereich zwischen 22.5^o und 45.0^o und das Datenbin an deren Rand mit 70% Effizienz entspricht einem komplett ausgefallenen

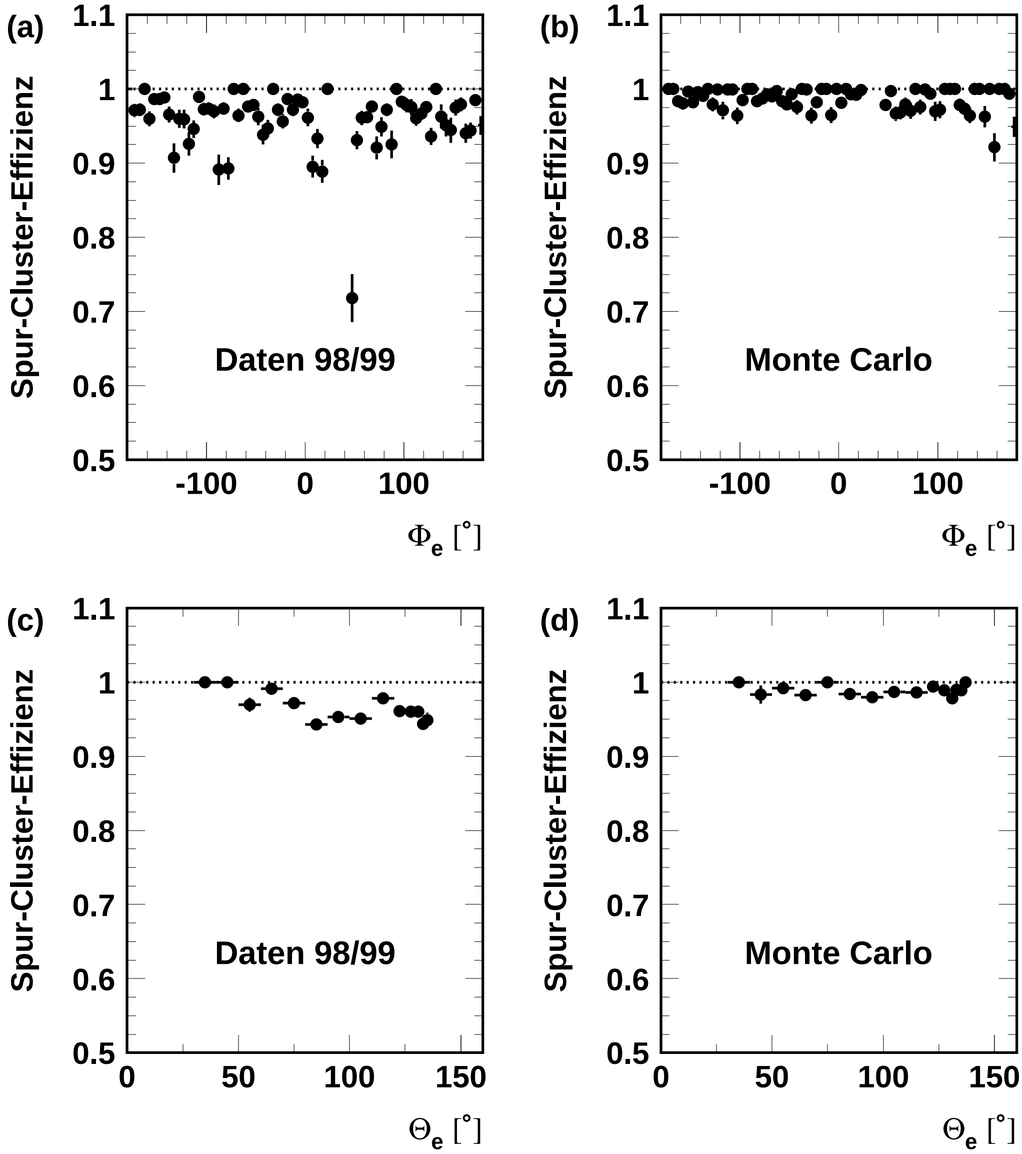


Abbildung 5.2: Die Spureffizienz für einen rekonstruierten Elektroncluster als Funktion von ϕ_e (a und b) und θ_e (c und d), jeweils für Daten und Monte Carlo.

Sektor der zentralen äußeren Spurkammer (CJC2), der infolgedessen herausgeschnitten wurde.

Aufgrund der Selektion $Q^2 > 500\,\mathrm{GeV}^2$ kommen in den Verteilungen mit θ_e nur Werte kleiner als $\approx 135^o$ vor. Da θ_e direkt die Rekonstruktion der Kinematik beeinflußt, ist die Übereinstimmung in den Effizienzen als Funktion von θ_e zwischen Daten und Monte Carlo nicht ausreichend. Aus diesem Grund wird eine Anpassung des Monte Carlos an die Daten bezüglich dieser Größe vorgenommen. Die Korrektur beträgt im Mittel $2,5\,\%$.

5.4 Untergrundereignisse

Die Identifikation des tiefinelastisch gestreuten Elektrons wird durch verschiedene Prozesse gestört, die im folgenden kurz qualitativ beschrieben werden sollen.

5.4.1 Nicht *ep*–Untergrund

- **Wechselwirkung mit Restgasteilchen (beam–gas events)**
  Da die Strahlröhre nicht vollständig evakuiert werden kann, enthält sie immer einige Restgasteilchen, die mit den Strahlteichen kollidieren können. Wird ein Elektron an einem Restgasteilchen gestreut, kann es aus kinematischen Gründen höchstens einen Transversalimpuls von $p_{t,e} \approx 3,5$ GeV besitzen. Eine Fehlidentifikation als Elektron aus einer tiefinelastischen Streureaktion kann durch Forderung eines Mindestwertes für den Transversalimpuls vermieden werden. Trifft ein Proton auf ein Restgasteilchen, wird eine Vielzahl von Teilchen erzeugt, die im Detektor für Elektronen gehalten werden können. Da der Wirkungsquerschnitt für die Proton-Restgas-Wechselwirkung größer ist als für die Elektron-Restgas-Wechselwirkung, besitzt dieser Effekt einen größeren Einfluß.

- **Wechselwirkung mit der Strahlrohrwand (beam–wall events)**
  Durch Streuung der Strahlprotonen am letzten fokussierenden Quadrupolmagnet wird ein großer Anteil der Strahlprotonen auf Synchrotonstrahlungsmasken einer Dicke von 1λ gelenkt. Die erzeugten hadronischen Schauer lösen das H1–Triggersystem aus.

- **Halo-Myonen**
  Durch unvermeidliche Verluste an Strahlteilchen, z.B. durch die oben erwähnte Wechselwirkung mit der Strahlrohrwand, werden im gesamten Speicherring hadronische Schauer erzeugt. Dabei werden Myonen als Zerfallsprodukte erzeugt, die zum Teil den Detektor erreichen, dort Myon–Bremsstrahlung erzeugen und so in den Kalorimetern Signale auslösen

- **Kosmische Myonen**
  Kosmische Myonen, die den H1-Detektor durchqueren, können unter gewissen Umständen irrtümlich als Elektronenkandidaten identifiziert werden. Kommen sie dem Strahlrohrbereich hinreichend nahe, können sie in den Spurkammern Signale erzeugen. Ein kleiner Teil dieser Myonen erzeugt Myon–Bremsstrahlung im elektromagnetischen Teil des Kalorimeters. Diese Signale sind nicht einfach von den durch Elektronen hervorgerufenen zu unterscheiden.

Um die Halo– und die kosmischen Myonen–Ereignisse zu unterdrücken wird ein Satz von Suchprogrammen [Cha98] benutzt, mit dem diese identifiziert und anschließend verworfen werden. Der restliche Untergrund, der nicht durch *ep*-Wechselwirkung hervorgerufen wird, kann mit Hilfe von Abbildung 5.3 abgeschätzt werden. In Teil (a) der Abbildung ist die t_0–Verteilung wie sie in der CJC gemessen wird zu sehen. *ep*–Ereignisse liegen beim Nominalwert 460 oder um Vielfache von 480 Einheiten verschoben dazu. Der Nicht–*ep*–Untergrund ist nicht mit dem t_0 korreliert. Zwischen den

Scheitelpunkten befinden sich weniger als 1% der Ereignisse, so daß der verbleibende Untergrund vernachlässigt werden kann. In Teil (b) des Bildes ist das t_0 des Flüssig–Argon–Kalorimeters dargestellt, das eine zweite unabhängige Abschätzung liefert.

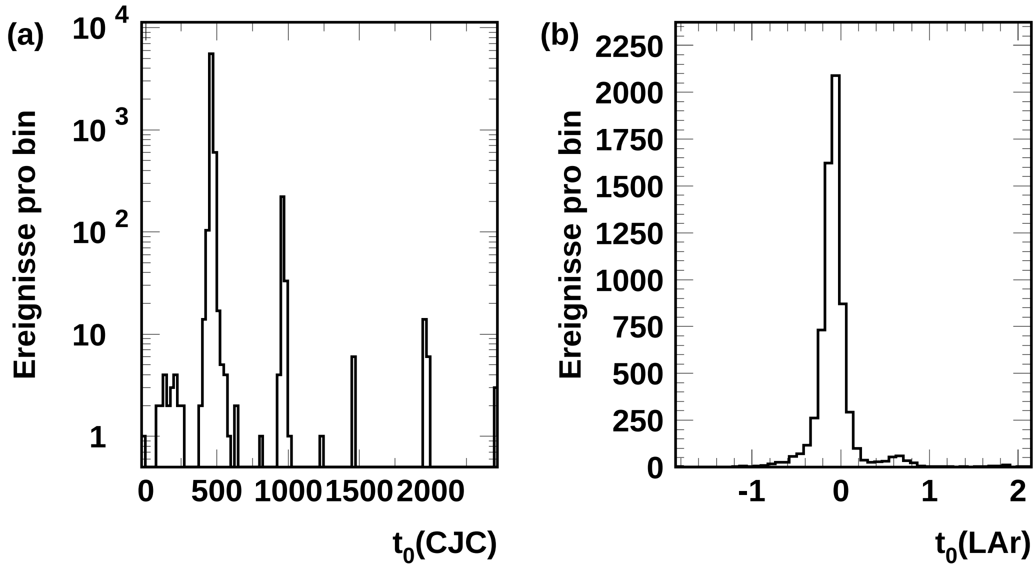


Abbildung 5.3: Die t_0-Verteilung der selektierten Ereignisse. (a) Messung in der CJC, 480 Einheiten entsprechen dem Abstand zweier Bunche. (b) Messung im LAr in Einheiten des Bunchabstandes.

5.4.2 *ep*–induzierter Untergrund

- **Photoproduktionsereignisse**
  Bei Photoproduktionsereignissen wechselwirkt ein quasireelles Photon ($Q^2 \approx 0$) mit dem Proton. In der Reaktion kann eine Vielzahl von Hadronen erzeugt werden, die in den Detektor gestreut und dort zum Teil fälschlicherweise als Elektronen identifiziert werden können. Das Elektron selbst wird nur unter einem sehr kleinen Winkel gestreut und verläßt den Detektor durch das Strahlrohr.

Der einzige signifikante *ep*–induzierte Untergrund in der Analyse des neutralen Stroms nach allen Schnitten ist die Photoproduktion. Für die e^+p–Daten von 1994-1997 wurde er zu kleiner 1% für das gesamte Sample und zu höchstens 5% in den höchsten y–Bins bei $Q^2 < 1000\,\mathrm{GeV}^2$ bestimmt [H1C99a].

Betrachtet man außerdem Abbildung 5.4, die selektierten Daten in der $p_{T,e} - \theta_e$–Ebene, so erkennt man leichte Ausdünnungen bei $\theta \approx 25°, 45°$ und $75°$, die ihre Ursache in den herausgeschnittenen z–Cracks haben. Photoproduktion liegt in dieser Ebene bei kleinen Winkeln und kleinen Transversalimpulsen. Im dem Bereich kann keine übermäßige Bevölkerung festgestellt werden. Der Bereich mit großen $p_{T,e}$ und großen θ_e (rechts oben) ist kinematisch nicht erlaubt; daß dort keine Ereignisse liegen, zeigt die gute Qualität der Daten.

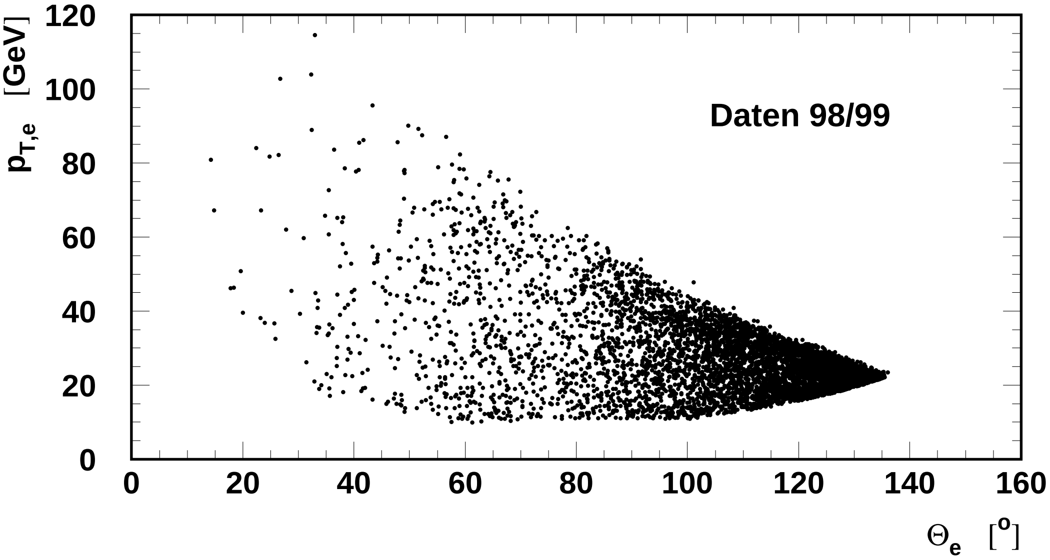


Abbildung 5.4: Die Ereignisverteilung der Daten in der x-y-Ebene für die Elektron-Methode.

5.5 Kinematische Schnitte

Die folgenden kinematischen Schnitte werden zur weiteren Datenreduktion benutzt, um ein möglichst untergrundfreies Sample zu erhalten und schwer zu erforschende kinematische Regionen auszuklammern. Sie sind in Tabelle 5.2 aufgelistet und werden an dieser Stelle kurz erläutert.

Es muß ein primärer Vertex vom Spurkammersystem rekonstruiert sein, der nicht um mehr als ± 35 cm vom nominellen Wechselwirkungspunkt abweichen darf. Der mittlere nominelle Wechselwirkungspunkt in z liegt im Beobachtungszeitraum bei $-0,9\,cm$. Hierdurch wird ein Großteil des Untergrundes verworfen, der nicht aus ep–Kollisionen stammt, wie z.B. Restgas– oder Strahlrohrwechselwirkungen, denn diese treten räumlich gleichverteilt auf und nicht nur in der Umgebung der Wechselwirkungszone.

Aufgrund der Impulserhaltung sollte der gesamte transversale Impuls nach der Streuung Null sein, das Ereignis also balanciert. Daraus folgt, daß die Forderung $p_{T,miss} < 20$ GeV Ereignisse wie den geladenen Strom, Photoproduktion oder radiative Events unterdrückt. Hierbei muß noch erwähnt werden, daß im Rahmen dieser Analyse nach einem Elektron nur im Flüssig–Argon–Kalorimeter gesucht wird, zur Berechnung des hadronischen Endzustandes jedoch auch das SPACAL–Kalorimeter und das instrumentierte Eisen miteinbezogen werden. Durch die Mitnahme des SPACALs wird das Aktzeptanzloch des Detektors im rückwärtigen Bereich stark verkleinert, während das Eisen die Energiemessung von hadronischen Teilchen ermöglicht, die nicht im Flüssig–Argon–Kalorimeter gestoppt werden.

Analog ergibt sich aus der Energieerhaltung der Schnitt $(E - p_z)_{gesamt} > 35\,\mathrm{GeV}$; wenn alle Endzustandsteilchen außer dem Proton-Rest (proton remnant) im Detektor

[5] z(Kaloriemeteroberfläche)=-180

[6] Der Schnitt $0.05 < y_e$ wird nur für die Fit-Methode an die zweidimensionale x_e-y_e–Verteilung angewendet, siehe Kapitel 8.

$\lvert z\text{-Vertex} + 0,9\text{cm}\rvert < 35$ cm
$E_e > 11$ GeV
$\frac{E_{T,had,R=1}}{p_{T,e}} < 5\%$
$\theta_e \lesssim 154°^5$, Spurbedingung für $\theta_e \gtrsim 35°$
$p_{T,miss} < 20$ GeV
$(E - p_z)_{gesamt} > 35$ GeV
$0.05 < y_e < 0.9^6$
$x_e < 0.95$
$Q_e^2 > 500$ GeV $\cong\ \theta \lesssim 135^o$
'fiducial cuts'

Tabelle 5.2: Überblick der Ereignisselektion.

landen, müßte der Wert bei $2 \cdot E_0 = 55,2\,\text{GeV}$ liegen. Dadurch werden ebenfalls Photoproduktionsereignisse verworfen, bei denen das Elektron praktisch unabgelenkt im Strahlrohr verschwindet, ein abgestrahltes Photon mit dem Proton wechselwirkt und ein Teil des hadronischen Endzustandes als Elektron misidentifiziert wird.

Die beiden Schnitte in $p_{T,miss}$ und in $(E - p_z)_{gesamt}$ sind die einzigen, bei denen der gemessene hadronische Endzustand eine Rolle spielt. Der hadronische Endzustand hat also außer diesem geringen Einfluß auf die Selektion keinerlei Auswirkungen auf das spätere Ergebnis.

Die Selektion $y_e < 0.9$ reduziert ebenfalls den Anteil der Photoproduktionsereignisse. Er wird aber vor allem eingeführt, um den Bereich großer radiativer Korrekturen auszuschließen.

Um gut gemessene Größen zu erhalten, wird $E_e > 11$ GeV gefordert. Zudem ist aus Abbildung 5.1 (c) ersichtlich, daß die Effizienz der Elektron-Identifikation zu kleineren Energien hin abfällt. Damit das gestreute Elektron ohne das SPACAL zu passieren ins LAr–Kalorimeter eintritt, wird z(Kalorimeteroberfläche)$= -180\,\text{cm}$ gefordert. Dies entspricht einem Winkelschnitt von $\theta_e \lesssim 154°$. Im zentralen Bereich wird zusätzlich eine Spurbedingung (Track-Link) gefordert: für $\theta_e \gtrsim 35°$ wird der Elektronkandidat verworfen, wenn es keine Verbindung zwischen dem Cluster und einer Spur mit höchstens 12 cm Abstand gibt.

Da für die vorliegende Analyse nur Ereignisse mit hohem Impulsübertrag interessant sind wurden nur Ereignise mit $Q^2 > 500\,\text{GeV}^2$ selektiert. Dies entspricht einer Selektion auf den Streuwinkel des Elektron von $\theta_e \lesssim 135^o$ entspricht.

Der Isolationsschnitt des Elektronfinders kann noch durch die Forderung verschärft werden, daß die transversale Energiesumme aller hadronischen nicht zum Elektron gehörenden Energiecluster $E_{T,had,R=1}$, die sich in einem Kegel mit Radius $R = 1$ um das Elektron befinden, höchstens 5% des Elektron–Transversalimpulses ausmachen darf.

Da das Monte Carlo mit der Einschränkung $x_{gen} < 0.95$, generiert worden ist (siehe

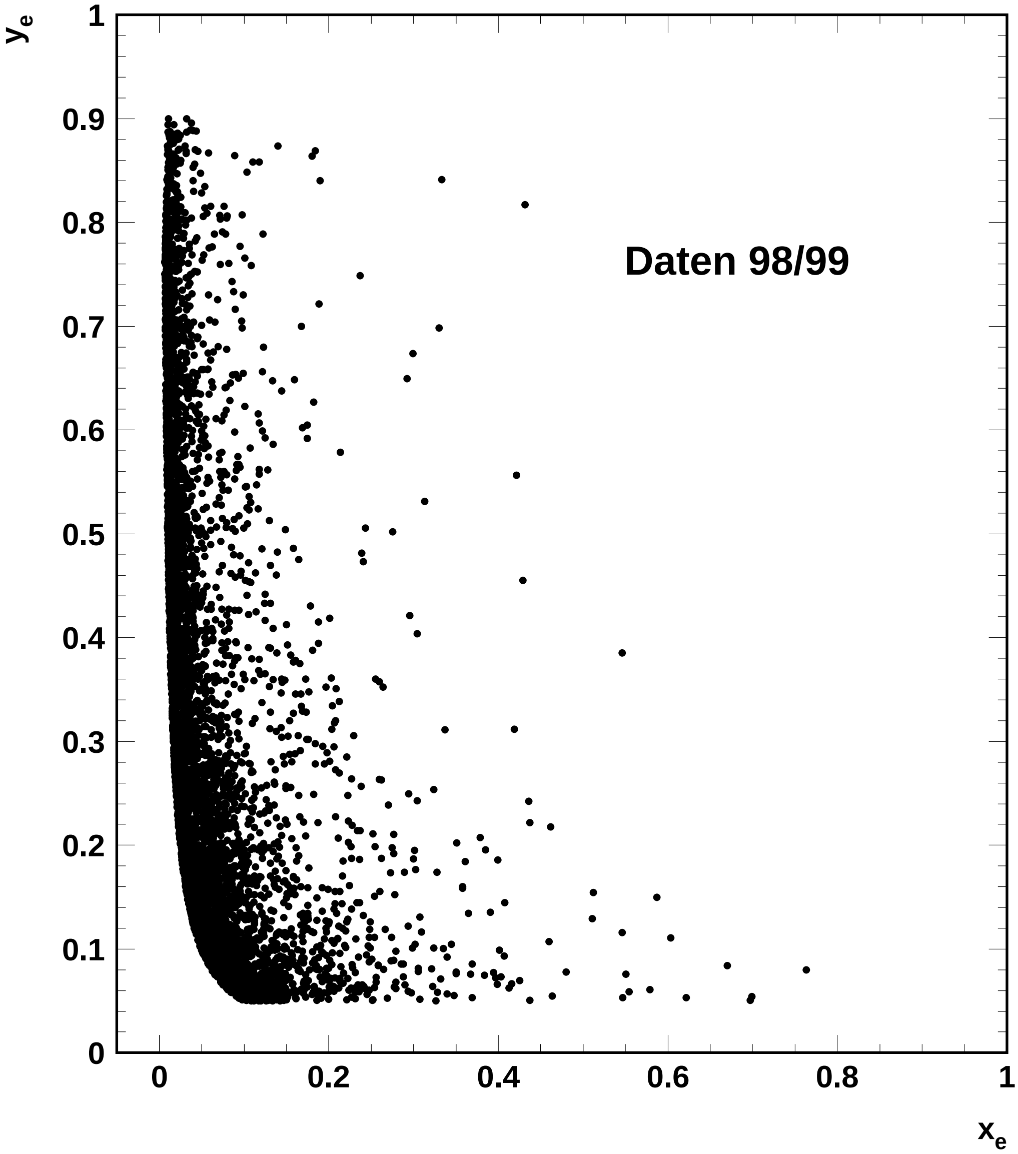


Abbildung 5.5: Die Ereignisverteilung der Daten in der x-y-Ebene für die Elektron-Methode.

Abschnitt 3.5.2), wird schließlich $x_e < 0.95$ gefordert.

Im Rahmen dieser Analyse wird ein gebinnter Maximum–Likelihood–Fit eindimensional an die Q_e^2– und zweidimensional an die $x_e - y_e$–Verteilung durchgeführt. Da für kleine y der Fehler in den mit der Elektron–Methode bestimmten kinematischen Variablen stark zunimmt, wird in diesem zweidimensionalen Fit noch der Schnitt $y_e > 0.05$ angewandt. Dadurch wird der Fehler begrenzt (siehe Abschnitt 7.1).

In Abbildung 5.5 ist die Verteilung der selektierten Ereignisse in der x_e-y_e-Ebene dargestellt. Man sieht deutlich die Schnitte in y_e bei 0,05 und 0,9, sowie den hyperbelförmigen 'Cut' $Q^2 > 500\,\mathrm{GeV}$. Die meiste Ereignisse sind bei kleinen Werten von x_e angesiedelt. Dies gilt besonders bei größeren y und zeigt den starken Abfall des Wirkungsquerschnitts in Q^2.

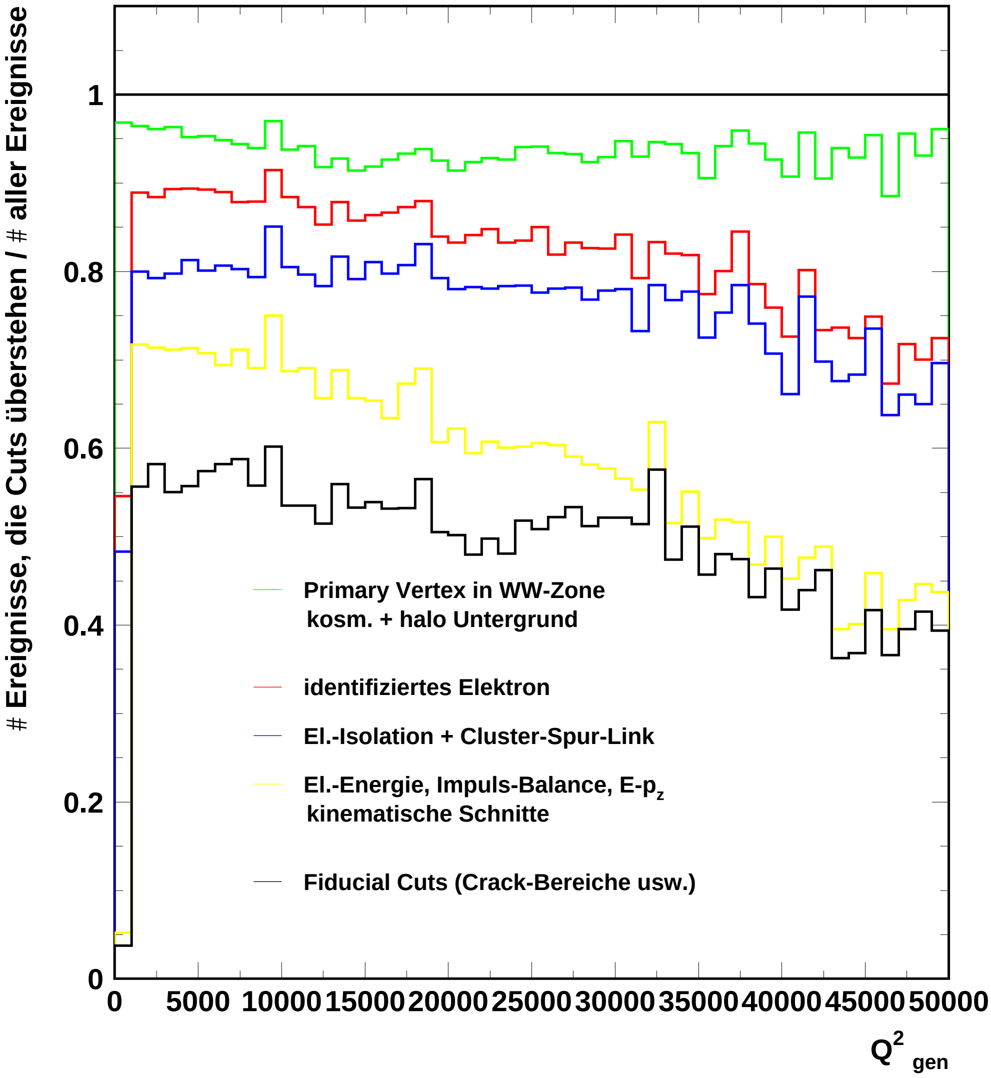


Abbildung 5.6: Anzahl der generierten Ereignisse, die die jeweiligen Schnitte überstehen, geteilt durch alle generierten Ereignisse,aufgetragen gegen das generierte Q^2.

Um genauer zu untersuchen, wie sich die durchgeführten Schnitte auswirken, werden sie zu fünf größeren Schnitten zusammengefaßt, die dann schrittweise auf das gesamte Monte Carlo Sample angewandt werden. Nach jedem Schritt wird – in Bins von Q^2_{gen} – das Verhältnis zwischen den Ereignissen, die den Schnitt passiert haben und allen Ereignissen gebildet. Das Ergebnis ist in Abbildung 5.6 dargestellt. Mit kinematischen Schnitten sind nur die Schnitte in x_e, y_e und Q^2_e gemeint.

Während der erste Schnitt (primärer Vertex in der Wechselwirkungszone, kein Halo- oder kosmischer Untergrund, grün) relativ gleichmäßig in Q^2_{gen} 3-9% wegschneidet, senkt die Forderung nach einem gefundenen Elektron (rot) den Anteil im ersten Bin ($Q^2_{gen} < 1000\,\mathrm{GeV}^2$), was grob dem Bereich $90° < \theta_{gen} < 180°$ entspricht, von 97% auf 55%. Dies liegt daran, daß in dieser Analyse nur im Flüssig–Argon–Kalorimeter nach einem Elektron gesucht wird und die ganzen Elektronen, die bei kleinem Q^2_{gen}

für $\theta_{gen} > 151°$ ins Spacal fliegen, folglich nicht gefunden werden. Da in dieser Arbeit aber auch nur Ereignisse mit $Q_e^2 > 500\,\mathrm{GeV}$ untersucht werden, spielt das keine Rolle. Bei höchsten Q_{gen}^2 sinkt die rote Linie etwas ab, weil das Elektron bei höchsten Q_{gen}^2 zunehmend aus dem Akzeptanzbereich des LAr-Kalorimeters verschwindet.

Als nächstes fällt der starke Abfall der gelben Linie (Schnitte auf $E_e, p_{T,miss}, (E-p_z), x_e, y_e, Q_e^2$) bei großen Q_{gen}^2 auf, der auf der $y_e < 0.9$ Selektion beruht. Die 'fiducial cuts' (schwarz) hingegen schneiden nur für $Q_{gen}^2 < 30000\,\mathrm{GeV}$ einen merklichen Anteil weg, da im extremen Vorwärtsbereich keine bedeutenden Cracks oder dergleichen vorhanden sind.

Insgesamt werden pro Bin grob 50% der Ereignisse durch die Selektion verworfen, wobei der Anteil zu höchsten Q_{gen}^2 hin zunimmt.

5.6 Luminosität und Stabilität der Daten

Die integrierte Luminosität eines Beschleunigers ist eine wichtige Meßgröße, (vgl. die Abschnitte 2.1 und 2.2.3) die deshalb in einer eigenen noch vorläufigen Analyse untersucht wird. ist. In Abbildung 5.7 ist als Kontrolle für die Stabilität der Daten die Anzahl der Ereignisse gegen die gemessene, integrierte Luminosität dargestellt. Die durch die Steigung repräsentierte Ereignisrate sieht bis auf den kleinen Bereich um $\mathcal{L} \approx 13000\mathrm{nb}^{-1}$ sehr stabil aus, nirgends sind signifikante Schwankungen zu erkennen. Der Analyse liegen damit 6637 Ereignisse[7] bei einer integrierten Luminosität von $\mathcal{L} = 14.63\ \mathrm{pb}^{-1} \pm 2.5\%$ zugrunde, wobei der Fehler auf die integrierte Luminosität von [Ell99] übernommen wurde.

5.7 Kalibration der Elektronenergie

Für die Analyse der Positron-Proton-Streuung von 1994 bis 1997 bei hohen Impulsüberträgen wurde eine Elektron- und Hadron-Energiekalibration durchgeführt [H1C99a]. Auf Grundlage dieser Kalibration wurde die Elektronenergie bei der Bestimmung des Wirkungsquerschnitts der Elektron-Proton-Streuung der Jahre 1998 und 1999 erneut kalibriert [Ell99], um sie an veränderte Bedingungen des Flüssig-Argon-Kalorimeters anzupassen. In der vorliegenden Analyse wird diese Kalibration übernommen. Die Energie des hadronischen Endzustands wird nicht zusätzlich kalibriert.

In diesem Abschnitt wird die Kalibration der Elektronenergie überprüft [Sta00]. Dazu wird der gemessene, transversale Impuls $p_{T,\mathrm{e}}$ des gestreuten Elektrons mit dem Transversalimpuls $p_{T,\mathrm{DA}}$ verglichen, der aus der in Abschnitt 3.3 beschriebenen Doppelwinkel-Methode bestimmt wird. Da diese Methode weitgehend unabhängig von der Energiemessung ist, wird sie für die Energiekalibration verwendet. Die Doppelwinkel-Methode ist anfällig gegen Strahlung des Elektrons (ISR) und hat in bestimmten kinematischen Bereichen nur eine geringe Auflösung [Ell99]. Um ein gut gemessenes $p_{T,\mathrm{DA}}$ sicherzustellen, wird zusätzlich zu den obigen Schnitten $(E-p_z)_{gesamt} > 45$ GeV, $\gamma > 11.5°$ sowie $y_\Sigma < 0.5$ gefordert. Dabei ist γ der n Abschnitt 3.3 eingeführte in-

[7] Wird noch der Schnitt $0.05 < y_e$ für den zweidimensionalen Fit angewendet, bleiben 5937 Ereignisse übrig.

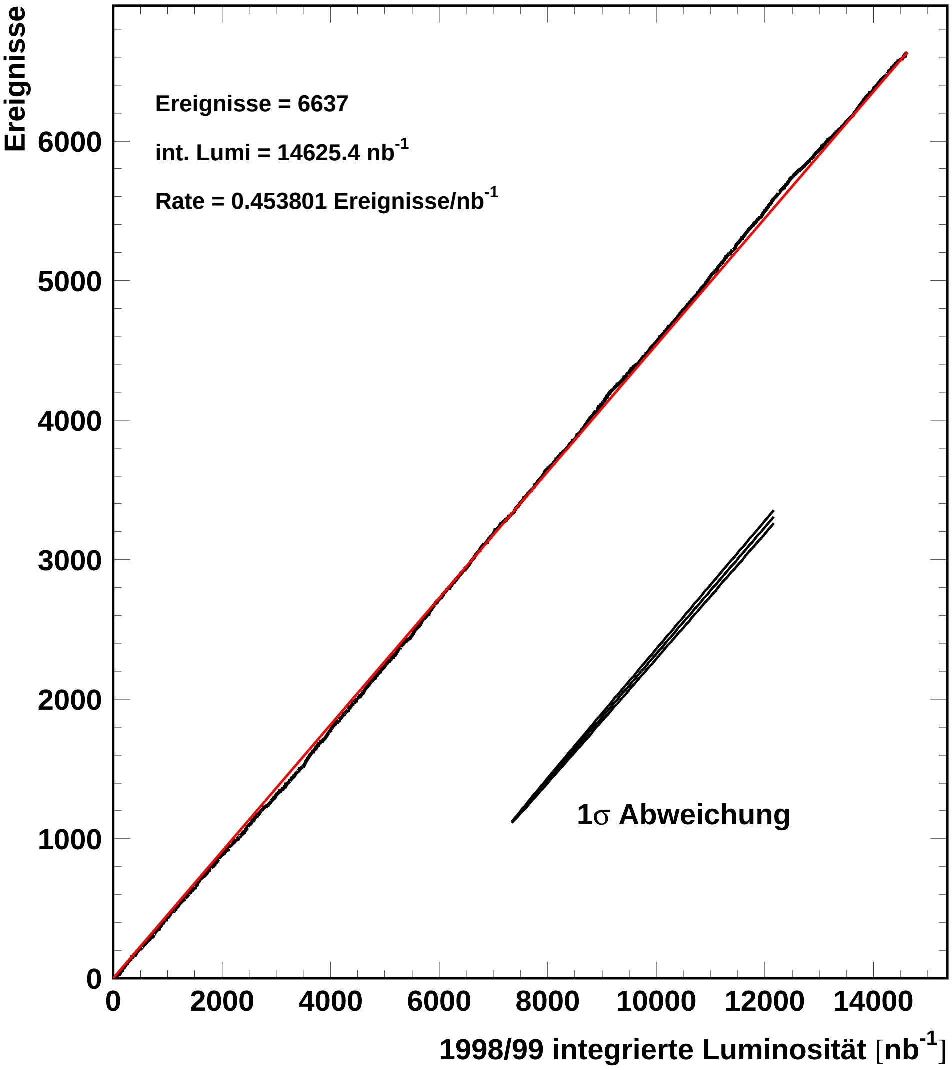


Abbildung 5.7: Stabilität der Datennahme. Gezeigt ist die Anzahl der Ereignisse als Funktion der gemessenen, integrierten Luminosität.

klusive Hadronwinkel und $y_\Sigma = (E - p_z)_{\text{had}}/(E - p_z)_{gesamt}$ das mit Hilfe der in dieser Arbeit nicht näher dargestellten Σ-Methode rekonstruierte y.

In Abbildung 5.8 ist das Verhältnis der Transversalimpulse $p_{T,\text{e}}/p_{T,\text{DA}}$ in den Bereichen CB1 und CB2 – jeweils einzeln für jeden der acht Oktanten – dargestellt. Die Kalibration von [Ell99] wurde nur in diesen Regionen des Flüssig-Argon-Kalorimeters durchgeführt[8]. Eingetragen wurde der Mittelwert der Verteilung von $p_{T,\text{e}}/p_{T,\text{DA}}$, der durch Anpassung einer Gauß-Funktion gewonnen wurde. Der Fehler beinhaltet den systematischen Fehler durch die Anpassung. Daten und Simulation weichen in keinem der gezeigten Bereiche um mehr als 1,2% voneinander ab. Es fällt auf, daß vor allem im Monte Carlo das Verhältnis im CB1 generell größer als eins und im CB2 meist kleiner als eins ist.

Infolge der geringen Datenmenge im Vorwärtsbereich ist dort eine oktantweise Ka-

[8] Das BBE wird nicht betrachtet, da es durch den Schnitt $Q^2 > 500\,\text{GeV}$ herausgeschnitten wird.

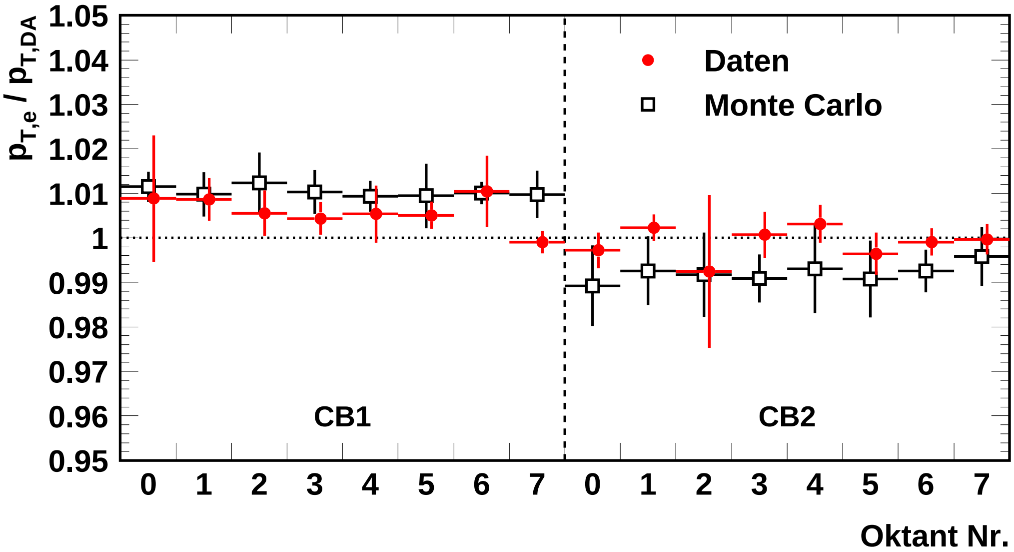


Abbildung 5.8: Oktantweise Kalibration der Elektronenergie.

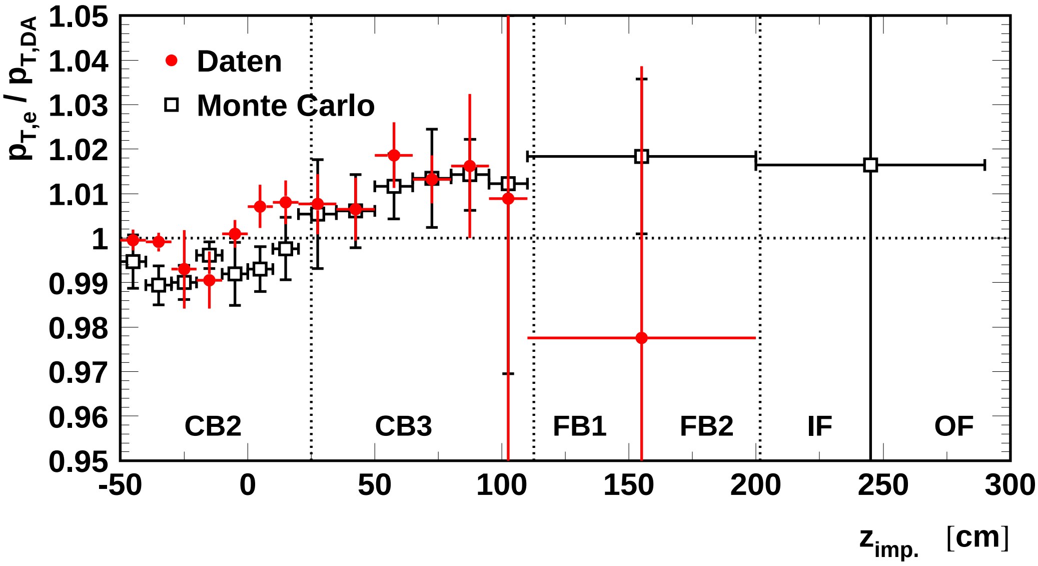


Abbildung 5.9: z-weiseweise Kalibration der Elektronenergie.

libration nicht mehr möglich. Ebenso wie in [Ell99] wurde deshalb im Vorwärtsbereich die z–weise Kalibration von [H1C99a] überprüft, was in Abbildung 5.9 zu sehen ist.

Im Rahmen der Fehler sind die Verhältnisse sowohl in Daten und Monte Carlo jeweils mit eins verträglich als auch Daten und Monte Carlo untereinander. Die zum Teil großen Fehler rühren von der geringen Statistik her. Außerdem sollte man bei einer Statistik von wenigen Ereignissen pro Bin keinen Gaußfit mehr machen, weshalb die Werte ab $z = 80\,\mathrm{cm}$ mit Vorsicht zu genießen sind. In Bereichen geringer Statistik ist eine ereignisweise Energiekalibration auf der Grundlage der ω–Methode [Bas97a] besser geeignet, wie sie auch für die Positron-Proton-Streudaten von 1994 bis 1997 durchgeführt worden ist. Innerhalb dieser Arbeit muß auf eine solche Kalibration aus

Zeitgründen verzichtet werden.

Kapitel 6

Kontrollverteilungen

In diesem Abschnitt wird die Qualität der Ereignisse nach Anwendung der im vorherigen Kapitel beschriebenen Schnitte diskutiert. Die selektierten Ereignisse werden dazu mit eigens generierten Monte Carlo Simulationen, vgl. Abschnitt 3.5.2, verglichen, auf die derselbe Rekonstruktionsprozeß und die gleichen Schnitte wie auf die Daten angewandt wurden. Das Monte Carlo wird zum optischen Vergleich auf die integrierte Luminostät der Daten normiert. Im folgenden sind die Daten als Punkte dargestellt, die Monte Carlo Ereignisse als Histogramm. Der angegebene Fehler auf die Daten stellt nur den statistischen Fehler dar.

Da in dieser Analyse die Elektron–Methode zur Rekonstruktion der kinematischen benutzt wird, sind vor allem die Größen des gestreuten Elektrons von Bedeutung. Hadronische Größen werden nur in der Selektion für die Schnitte in $p_{T,miss}$ und in $(E-p_z)_{gesamt}$ benötigt. Die in Bezug auf das Analyseergebnis wichtigsten Größen x_e, y_e und Q_e^2 werden zusammen mit der Elektron–Methode im nächsten Kapitel untersucht.

6.1 z–Vertex–Verteilung

Neben den schon erläuterten Korrekturen, der Kalibration der Elektronenergie für Daten und Monte Carlo (Abschnitt 5.7) und der Anpassung des Monte Carlos an die Daten in der Spureffizienz (Kapitel 5.3.1), ist noch eine Korrektur in der z–Vertex-Verteilung nötig, die vor allen anderen Korrekturen gemacht werden muß. Der z–Vertex ist eine wichtige Größe, da er sich über die 'fiducial cuts' auf Cracks im Kalorimeter und defekte Triggerzellen direkt in der Ereignisrate niederschlägt. Im Monte Carlo kann die Breite und der Mittelwert des Vertex–Spektrums bei der Eventsimulation vorgegeben werden. Da die z–Vertex–Verteilung des Monte Carlos die Daten aber nicht hinreichend gut beschreibt, wird sie für die Daten und die Simulation jeweils durch ein Polynom parametrisiert und die Verteilung der Simulation mit dem Verhältnis dieser Polynome gewichtet [Ell99].

In Abbildung 6.1 ist das Ergebnis dargestellt. Die Ausläufer und Flanken werden gut beschrieben, während das Maximum nicht optimal übereinstimmt. Dies liegt zum einen an der für die Umgewichtung benutzten Parametrisierung durch ein Polynom zehntes Grades, welche im Maximum nicht effektiv genug ist, zum anderen stellt der Mittelwert der z–Vertex–Verteilung in den Daten eine sich von Run zu Run ändernde Größe dar, so daß die Verteilung die Summe vieler gegeneinander verschobener

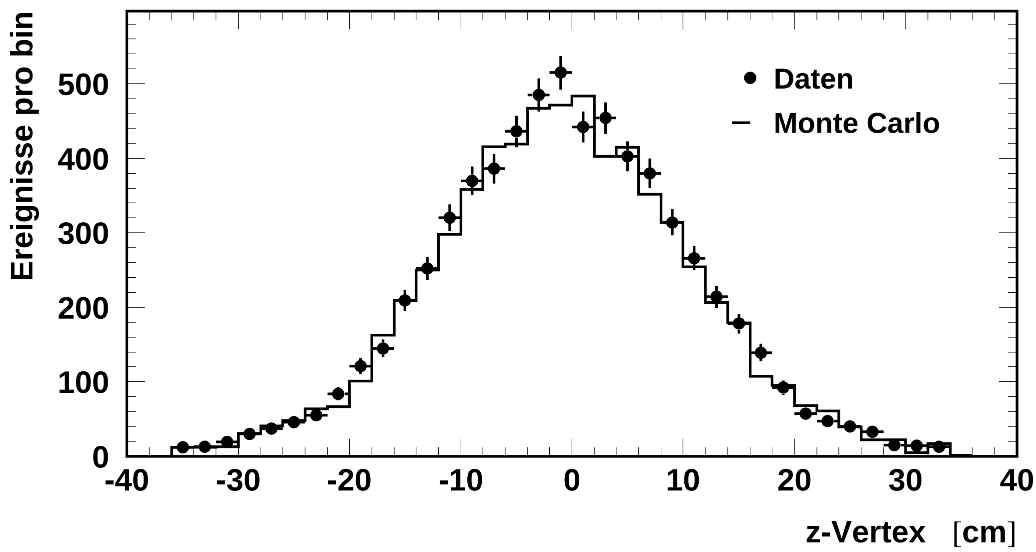


Abbildung 6.1: Die Verteilung des z-Vertex nach der Umgewichtung der Simulation.

Verteilungen ist, und eine 'runweise' Umgewichtung eine bessere Lösung wäre [Ell99]. Innerhalb der Fehler liegt eine gute Übereinstimmung vor.

6.2 Elektron-Größen

Die Kinematik im Laborsystem wird durch die Verteilung der Ereignisse in Abhängig-

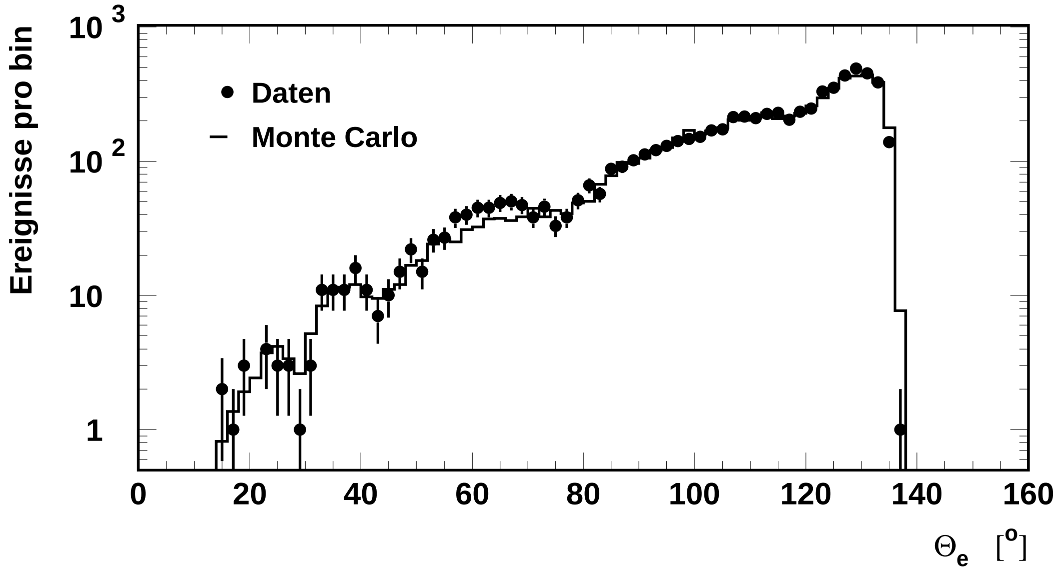


Abbildung 6.2: Die Winkelverteilung des gestreuten Elektrons.

keit des Elektron–Polarwinkels θ_e in Abbildung 6.2 veranschaulicht. Man erkennt auch in der logarithmischen Darstellung den deutlichen Abfall zu kleinen Streuwinkeln hin, der im wesentlichen den Rutherfordschen Abfall des Wirkungsquerschnitts widerspiegelt. Monte Carlo Simulation und Daten stimmen im Rahmen der Fehler bis auf den Überschuss der Daten bei $\theta \approx 65°$ und den Überschuss der Simulation an der infolge des Q^2–Schnittes von 500 GeV^2 bei $\approx 135°$ liegenden abfallenden Flanke gut überein. Die Crack-Bereiche sind als Einbrüche bei $\theta \approx 30°, 45°, 75°, 115°$ und $140°$ sichtbar und werden alle durch das Monte Carlo beschrieben.

In Abbildung 6.3 ist die Energieverteilung des gestreuten Elektrons für $E_e < 50\,\text{GeV}$ dargestellt. Deutlich sichtbar ist der sog. kinematische Peak, der ebenfalls aufgrund des Q^2–Schnittes von 500 GeV^2 nicht bei der Einfallsenergie von $E_0 = 27,5\,\text{GeV}$ sondern bei $\approx 32\,\text{GeV}$ liegt und vom Monte Carlo gut wiedergegeben wird.

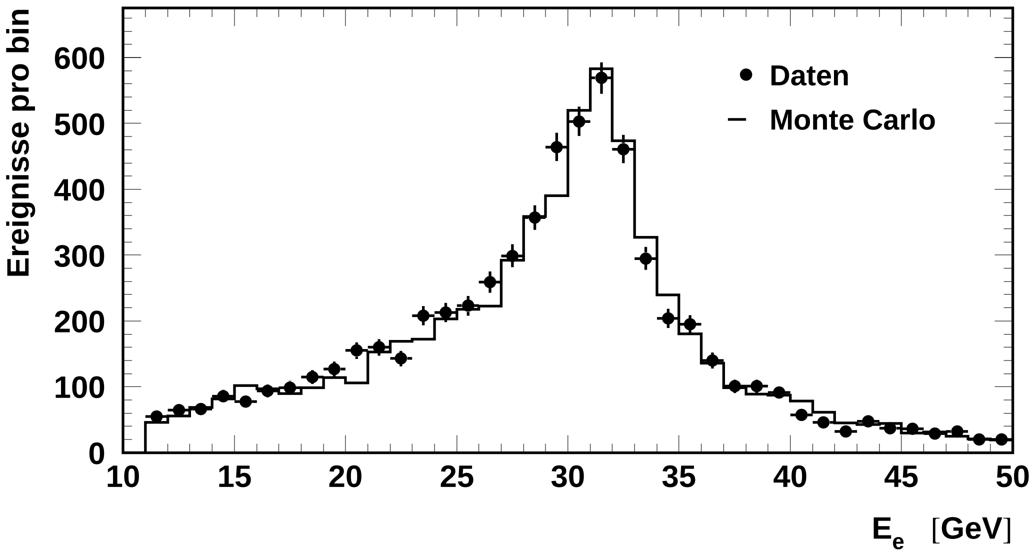


Abbildung 6.3: Die Energieverteilung des gestreuten Elektrons.

Insgesamt beschreibt die Simulation die Daten ordentlich, vor allem in der Gegend des Schnittes von $E_e = 11\,\text{GeV}$ und zu hohen Energien hin. Abweichungen in einzelnen Bins treten nicht gehäuft in eine Richtung sondern abwechselnd nach oben und nach unten auf.

In den Abbildungen 6.4 und 6.5 sind die aus dem Polarwinkel θ_e und der Energie E_e abgeleiteten Größen des Transversalimpulses $p_{T,e}$ und des elektronischen $(E - p_z)_e$ gezeigt. Während der transversale Impuls bis auf kleine, nicht signifikante Abweichungen die gute Wiedergabe der Daten durch das Monte Carlo aufzeigt gilt das für die $(E - p_z)_e$–Verteilung nur bis auf die abfallende Flanke bei 55 GeV. Dort überschießt die Simulation die Daten signifikant und deutet damit noch auf geringe Kalibrationsprobleme für das Elektron im rückwärtigen Bereich hin.

6.3 Hadron-Größen

Die Verteilung des inklusiven Hadronwinkels γ ist in Abbildung 6.6 dargestellt. Die Daten werden gut durch die Simulation beschrieben. Daß die Simulation am steilen

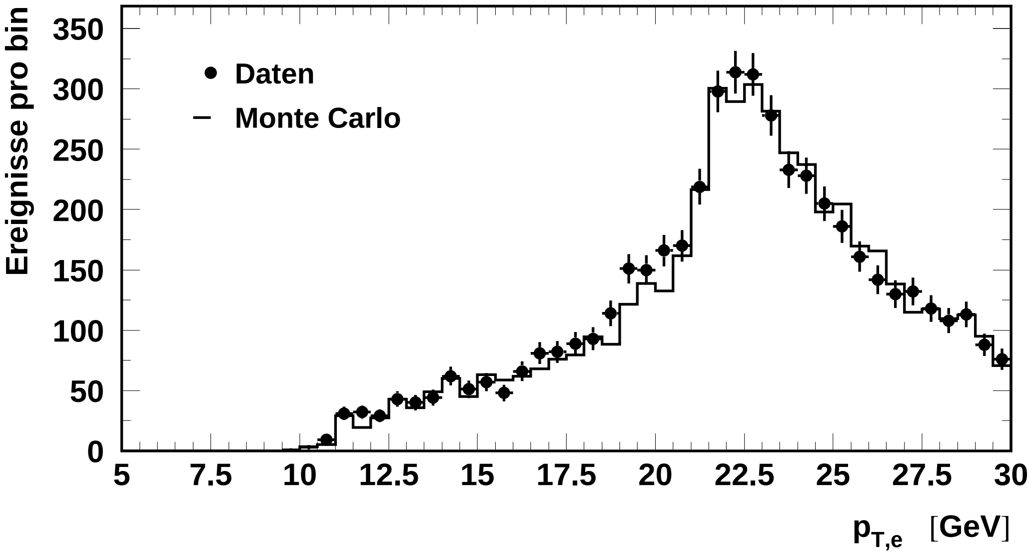


Abbildung 6.4: Der transversale Impuls des gestreuten Elektrons.

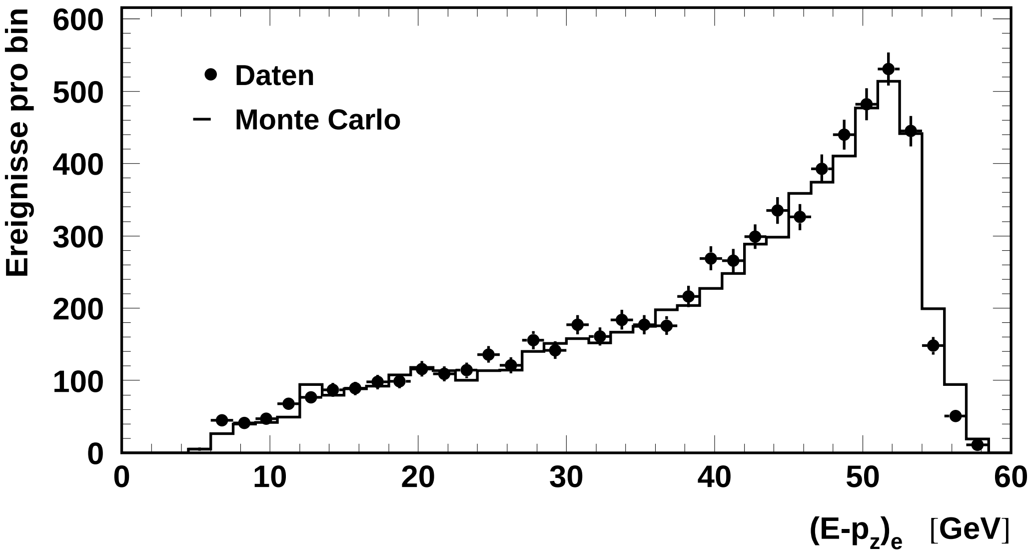


Abbildung 6.5: Die $(E - p_z)$-Verteilung des gestreuten Elektrons.

Anstieg bei kleinen Winkeln über den Daten liegt, verdeutlicht die Schwierigkeit der Beschreibung der Detektorakzeptanz in der Nähe des Strahlrohrs.

Abbildung 6.7 zeigt die $(E - p_z)$-Verteilung des hadronischen Endzustandes. Auch hier ist die Übereinstimmung bis auf die ersten drei Werte, unterhalb 6 GeV, in denen die Daten signifikant zu tief liegen, befriedigend. Dort treten aufgrund des Akzeptanzlochs um das Strahlrohr wieder Schwierigkeiten in der Messung auf.

In Bild 6.8 ist der Transversalimpuls des hadronischen Endzustandes aufgetragen. Man erkennt deutlich eine systematische Verschiebung im Maximum der Verteilung um ein Bin, was einem GeV entspricht. Da das Maximum bei $\approx 22,5\,\text{GeV}$ liegt, entspricht dies einer relativen Verschiebung von grob 4%. Da zur Rekonstruktion die

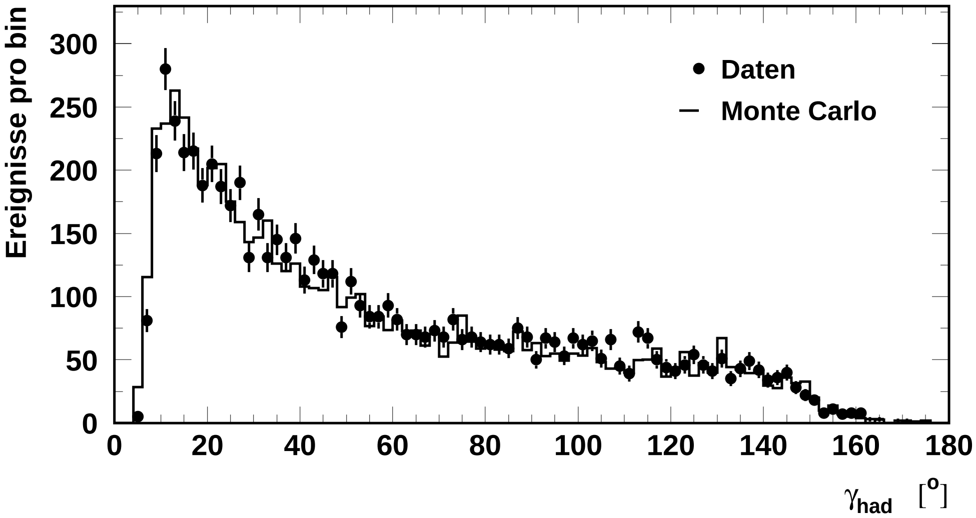


Abbildung 6.6: Die Verteilung des inklusiven Hadronwinkels γ.

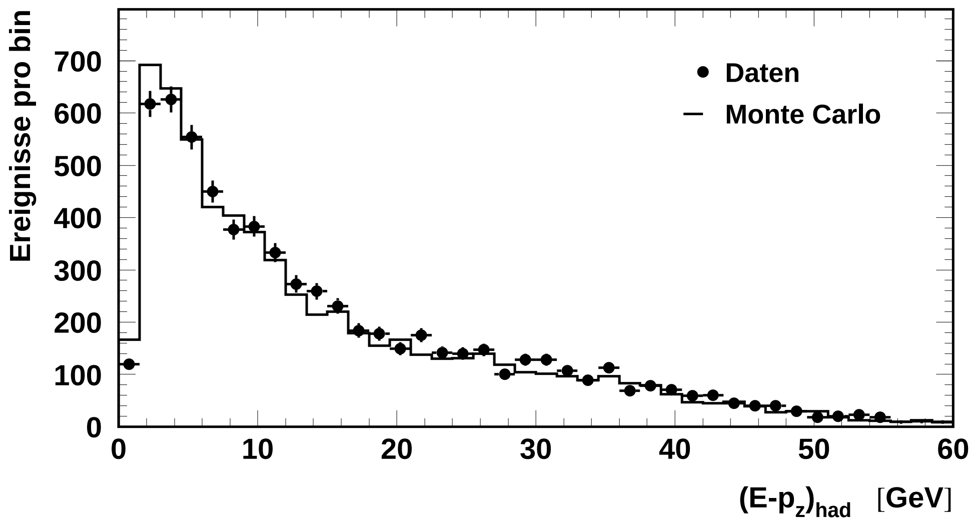


Abbildung 6.7: Die Verteilung von $E - p_z$ des hadronischen Endzustands.

Elektron–Methode benutzt wird und die Energie des hadronischen Endzustandes nur geringen Einfluß auf die Datenselektion hat, spielt dieses Problem für die vorliegende Arbeit keine Rolle und es wurde darauf verzichtet, eine eigene Energiekalibration des hadronischen Endzustands vorzunehmen. Es wird die in den Arbeiten von [Ell99, Sta00] beschriebene Hadronkalibration der 1994-1997 gemessenen Positron–Proton–Streudaten angewendet.

In Abbildung 6.9 ist schließlich eine gemeinsame Größe, das gesamte $E - p_z$ des Elektrons und des hadronischen Endzustands dargestellt. Die Verteilung zeigt das erwartete Maximum bei 55 GeV, dem Nominalwert $2E_0$. Der rechte Ausläufer, welcher die Auflösung der $(E - p_z)$-Messung wiedergibt, und der linke Ausläufer , der von Ereignissen mit 'initial state radiation' herrührt und bis zum geforderten Mindestwert von 35 GeV reicht, stimmen in Daten und Monte Carlo gut überein. Das Maximum

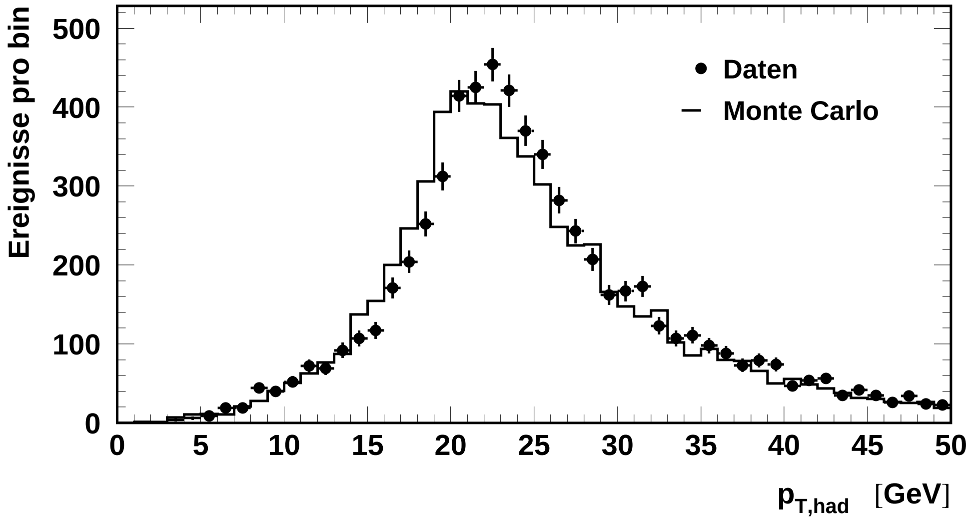


Abbildung 6.8: Das Verteilung des Transversalimpulse $p_{T,had}$ des hadronischen Endzustands.

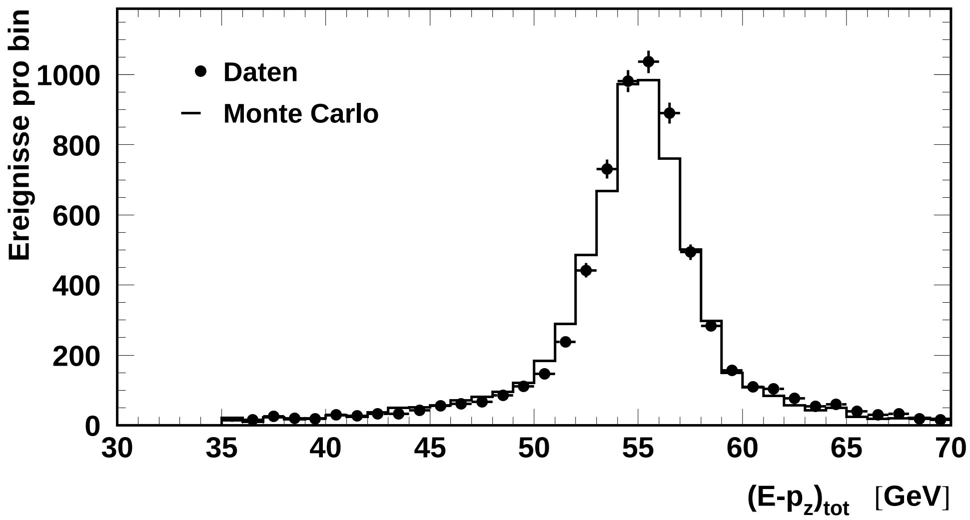


Abbildung 6.9: Die Verteilung des gesamten $E - p_z$ des Elektrons und des hadronischen Endzustands.

hingegen scheint in den Daten zu einem geringfügig größeren Wert gegnüber dem Monte Carlo verschoben zu sein, da im linken Anstieg die Simulation die Daten überschießt, während im rechten Anstieg eher die Daten über dem Monte Carlo liegen. Dies zeigt nochmals, daß die Qualität der Kalibration noch nicht vollständig zufriedenstellend ist.

Nachdem die befriedigende Übereinstimmung zwischen Daten und Simulation im Rahmen der Fehler somit verifiziert ist, sollten Unterschiede zwischen den Verteilungen im folgenden nicht mehr auf Detektoreffekten beruhen, sondern auf physikalische Effekte zurückzuführen sein.

Kapitel 7

Die Elektron–Methode und ihre Auflösung

In dieser Arbeit wird der neutrale Strom der tiefunelastischen *ep*–Streuung bei sehr hohen Impulsüberträgen Q^2 betrachtet und mit seiner Hilfe die im Standardmodell angenommene Punktförmigkeit der Quarks bis in den Bereich der bei HERA möglichen Auflösung untersucht. Dabei wird zur Rekonstruktion der kinematischen Variablen x, y und Q^2 die Elektron–Methode verwendet: Allein die Messung des Polarwinkels θ_e und der Energie E_e des gestreuten Elektrons wird benutzt, Informationen über den hadronischen Endzustand werden nur zur Datenselektion herangezogen, siehe Abschnitt 5.5. Im folgenden wird zuerst die Fehlerfortpflanzung der kinematischen Variablen gemäß der Elektron–Methode betrachtet und anschließend anhand der Monte Carlo Simulation die Auflösung überprüft. Die Ergebnisse werden zur Wahl des Binnings der folgenden Analyse herangezogen. Im letzten Abschnitt sind die Kontrollverteilungen der kinematischen Größen zu sehen.

7.1 Fehlerfortpflanzung für die kinematischen Variablen

Um die Genauigkeit zu prüfen, mit der die Rekonstruktion erfolgt, werden Monte Carlo Simulationen untersucht. Zunächst wird aber die Fehlerfortpflanzung in den beobachteten Meßgrößen auf die kinematischen Variablen betrachtet, mit deren Hilfe sich die erreichbare Genauigkeit der jeweiligen Methode in Abhängigkeit der beobachteten Region im Phasenraum und der Präzision der Energiekalibration begutachten läßt. Zur Erinnerung seien die Gleichungen für die Elektron–Methode aus Kapitel 3.3 nochmals dargestellt:

$$y_e = 1 - \frac{E_e}{2\,E_0}(1-\cos\theta_e) \tag{7.1}$$

$$Q^2_e = 2\,E_0\,E_e\,(1+\cos\theta_e) \tag{7.2}$$

$$x_e = \frac{Q^2_e}{s\,y_e} = \frac{2\,E_0\,E_e\,(1+\cos\theta_e)}{E_P(2\,E_0 - E_e(1-\cos\theta_e))} \tag{7.3}$$

Umgekehrt lassen sich bei Kenntnis der kinematischen Variablen die beiden Meßgrößen berechnen:

$$E_e = \frac{Q^2}{4\,E_0} + E_0\,(1-y) \tag{7.4}$$

$$\cos\theta_e = \frac{Q^2}{2\,E_0\,E_e} - 1 \tag{7.5}$$

Unter der Annahme, daß die Meßfehler für die Energie E_e und den Winkel θ_e unkorreliert sind, ergeben sich die Fehler für die kinematischen Variablen nach der gaußschen Fehlerfortpflanzung zu:

$$\frac{\delta y_e}{y_e} = -\frac{1-y_e}{y_e}\left(\frac{\delta\,E_e}{E_e} \oplus \cot\frac{\theta_e}{2}\,\delta\,\theta_e\right) \tag{7.6}$$

$$\frac{\delta Q_e^2}{Q_e^2} = \frac{\delta\,E_e}{E_e} \ominus \tan\frac{\theta_e}{2}\,\delta\,\theta_e \tag{7.7}$$

$$\frac{\delta x_e}{x_e} = \frac{\delta\,Q_e^2}{Q_e^2} \ominus \frac{\delta\,y_e}{y_e} \tag{7.8}$$

$$= \frac{1}{y_e}\frac{\delta\,E_e}{E_e} \oplus \left(\frac{1-y_e}{y_e}\cot\frac{\theta_e}{2} - \tan\frac{\theta_e}{2}\right)\delta\,\theta_e \tag{7.9}$$

Die Symbole bedeuten, daß die Fehler quadratisch addiert werden sollen, und zeigen an, ob die abgeleitete Größe in Abhängigkeit des Meßfehlers zu– oder abnimmt. Der Fehler aufgrund von θ_e wird wegen des *tan* bzw. *cot* nur in den Extrembereichen von θ_e bei 0° und 180° signifikant. Da hier nur Ereignisse mit $Q^2 > 500\,\mathrm{GeV}$ betrachtet werden, was ungefähr $\theta < 135°$ entspricht, spielt er also nur in der Nähe von 0°, d.h. bei sehr großem Q^2 bzw. y eine Rolle.

Mit Hilfe dieser Formeln wird für vorgegebene Meßfehler δE_e und $\delta\theta_e$ für jeden Punkt des kinematischen Phasenraumes eine Fehlerellipse berechnet. In Abbildung 7.1 werden solche Ellipsen (rot) für einige Punkte (schwarz) in der x_e-y_e–Ebene gezeigt. Dabei wurden für die Fehler die Werte

$$\delta\theta_e = 3\,\mathrm{mrad} \quad ,\mathrm{und} \tag{7.10}$$

$$\frac{\delta E_e}{E_e} = \frac{12\%}{\sqrt{E[\mathrm{GeV}]}} + 1\% \tag{7.11}$$

verwendet, die aus [Ell99] und [H1C99a] entnommen wurden.

Man erkennt, daß die Größe der Ellipse sowohl mit steigendem y_e als auch mit kleiner werdendem x_e abnimmt, d.h. daß die Auflösung der Elektron-Methode bei großem y_e und kleinem x_e am besten ist. Allgemeiner kann man sagen, daß sie schon für $y_e > 0.2$ sehr präzise ist, aber mit abnehmendem y_e sehr schnell an Qualität verliert, was an dem $1/y_e$ Term der Fehlerfortpflanzung für y_e liegt, Gleichung 7.6. Vergleicht man die Figur mit Abbildung 3.2, so sieht man, daß die Hauptachsen der Fehlerellipsen in allen Punkten mit der Steigung der dortigen Hyperbeln mit konstantem Q_e^2 übereinstimmen. Dies zeigt qualitativ die exzellente Meßgenauigkeit für Q_e^2 im gesamten kinematischen–Bereich.

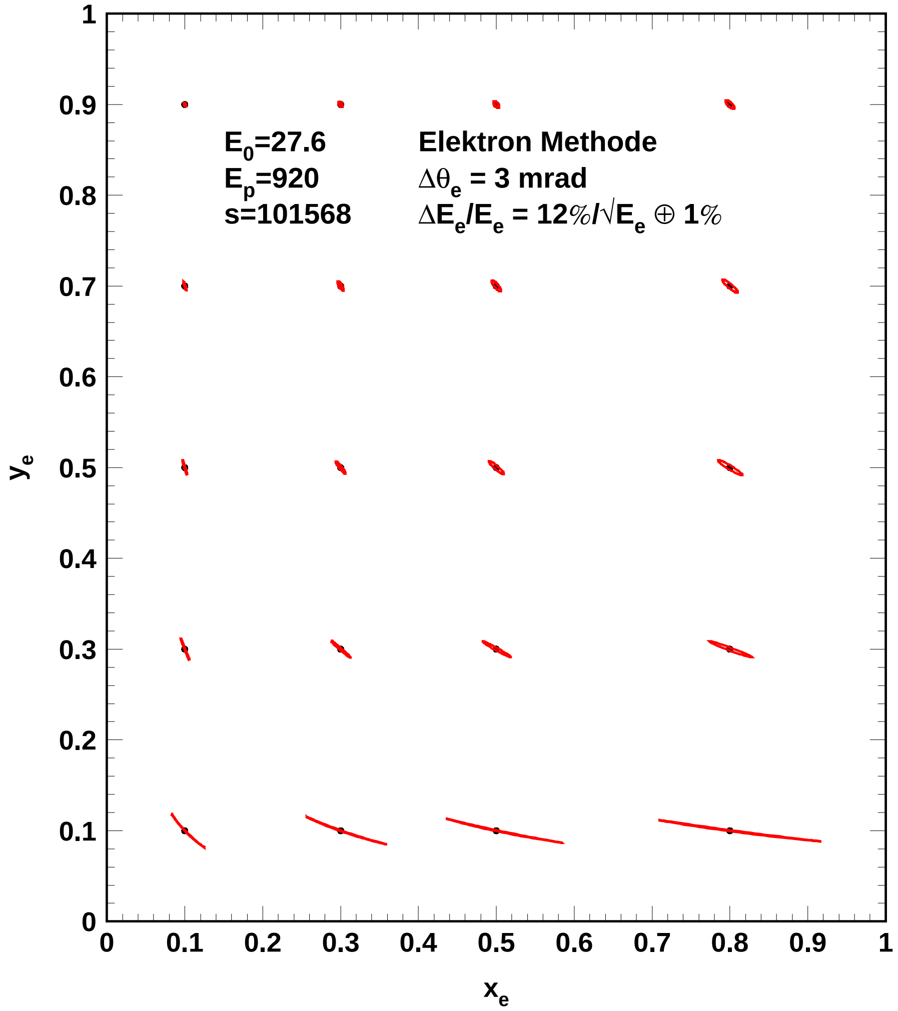


Abbildung 7.1: Fehlerellipsen in der x_e-y_e-Ebene

Wie aus dem Formfaktoransatz für die Untersuchung der Quarksubstruktur in Gleichung 4.4 ersichtlich und in Abbildung 4.1 dargestellt ist, wäre der Effekt eines ausgedehnten Quarks bei großem Q^2 am stärksten. Dies entspricht in der Figur 7.1 dem Bereich von großem x_e und großem y_e, in dem die Auflösung ausgezeichnet ist. Aus diesem Grund wäre dort ein feines Binning sowohl angebracht als auch möglich, wenn genügend Ereignisse vorhanden sind. Auf diesen Aspekt wird im nächsten Abschnitt noch genauer eingegangen.

Da die Analyse der Strukturfunktionen im allgemeinen in Bins von x und Q^2 vorgenommen wird, werden an dieser Stelle die relativen Fehler $\delta x_e/x_e$ und $\delta Q_e^2/Q_e^2$ betrachtet.

In Abbildung 7.2(a) ist der relative Fehler $\delta x_e/x_e$ für die Werte $y_e = 0.05, 0.1$ und 0.5 gegen Q_e^2 aufgetragen. Der Fehler ist bis auf den Bereich kleiner Q_e^2 praktisch unabhängig von Q_e^2 und hängt stark von y_e ab, wobei auch hier der Term $1/y_e$ die Ursache ist. An der durch den Schnitt bedingten Untergrenze $y_e = 0.05$ liegt der relative Fehler für $Q^2 = 5000\,\mathrm{GeV}$ bei 35% und steigt für kleinste Werte von Q_e^2 auf 50% an. Die Linie endet bei $Q^2 \approx 5000\,\mathrm{GeV}$, da dort wegen $x \leq 1$ der kinematisch

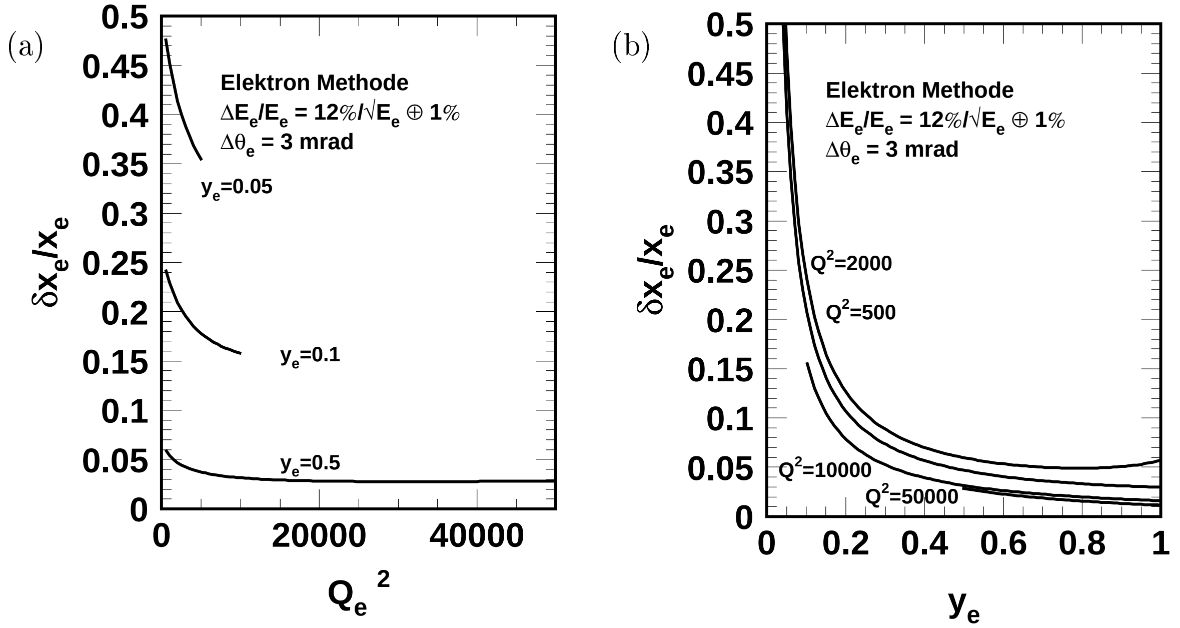


Abbildung 7.2: Der relative Fehler $\delta x_e/x_e$ (a) gegen Q_e^2 und (b) gegen y_e

erlaubte Bereich aufhört. Schon für $y_e = 0.1$ ist der Fehler im gesamten erlaubten Q_e^2–Bereich auf die Hälfte gegenüber $y_e = 0.05$ gesunken.

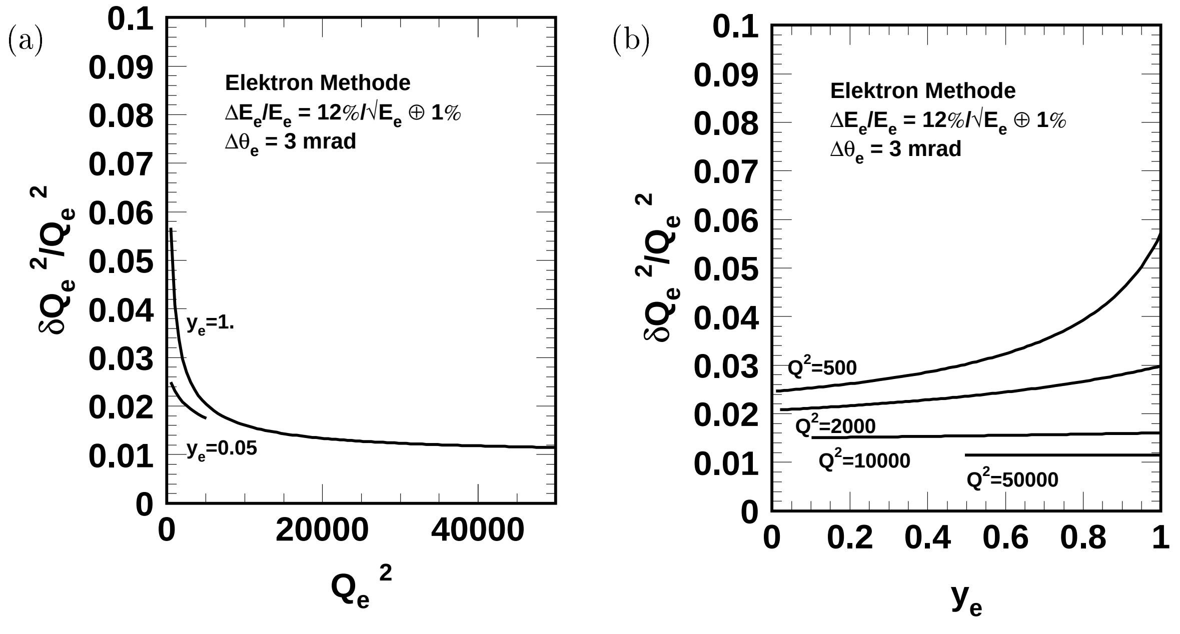


Abbildung 7.3: Der relative Fehler $\delta Q_e^2/Q_e^2$ (a) gegen Q_e^2 und (b) gegen y_e

Im Gegensatz zu Teil (a) ist in Bild 7.2(b) der relative Fehler in x_e nun für die festen Werte $Q_e^2 = 500, 2000, 10000$ und 50000 gegen y_e gezeigt. Es bestätigt die Aussage, daß der Fehler nur unerheblich von Q_e^2 aber stark von y_e abhängt. Die beiden Linien $Q_e^2 = 10000$ bzw. 50000 enden bei $y_e \approx 0.1$ bzw. 0.5, da sie für kleinere Werte von y_e

kinematisch verboten sind. Aus beiden Bildern folgt, daß Ereignisse bei extrem hohem Q_e^2 einen kleinen relativen Fehler in x_e haben.

Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, daß sich der relative Fehler in y_e, aufgetragen gegen Q_e^2 und y_e, ähnlich verhält wie der in x_e, was auch aus den Gleichungen 7.6 und 7.8 ersichtlich ist, denn der relative Fehler in Q_e^2 ist verhältnismäßig klein. Aus diesem Grund ist der relativeFehler in y_e nicht extra abgebildet.

Die Abbildungen 7.3(a) und (b) stellen den relativen Fehler in Q_e^2 einmal für die festen Werte $y_e = 0.05$ und 1.0 gegen Q_e^2 und einmal umgekehrt gegen y_e mit konstantem $Q_e^2 = 500, 2000, 10000$ und 50000 dar. Man beachte, daß die Skala nun nicht mehr bis 0.5 sondern nur bis 0.1 reicht. Aus beiden Bildern geht hervor, das der Fehler von Q^2 zum einen sehr gering ist, er steigt nie über 6% an, was die rein qualitative Folgerung aus Abbildung 7.1 quantitativ belegt, zum anderen ist er relativ unabhängig, nur für kleine Q^2 steigt er leicht mit y_e an.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß die Auflösung für Q_e^2 in der ganzen kinematischen Ebene exzellent ist, während das für x_e und y_e nur bei hohem Q_e^2 gilt, was hohem x_e und/oder hohem y_e entspricht. Aufgrund des $1/y_e$ Terms nimmt die Auflösung für x_e und y_e mit sinkendem y_e stark ab.

7.2 Das Auflösungsvermögen

Wie schon mehrfach erwähnt, sinkt der Wirkungsquerschnitt für die tiefunelastische ep–Streuung mit Q^{-4} ab. Deswegen sind bei gegebener Luminosität die Ereigniszahlen bei sehr hohen Impulsüberträgen wesentlich kleiner als bei geringem Q^2, wie man auch in Abbildung 5.5 sehen kann. Üblicherweise werden aus diesem Grund bei der Bestimmung des Wirkungsquerschnitts die Bins hinreichend breit gewählt, um den Einfluß des statistischen Fehlers auf die Ereigniszahlen bei hohem Q^2 zu verringern.

Dieser Arbeit liegt jedoch eine andere Zielsetzung zugrunde. Zum einen würde der Effekt einer Quarksubstruktur nach Abschnitt 4.2 mit steigendem Q^2 zunehmen, was ein möglichst feines Binning in diesem Bereich erstrebenswert macht. Zum anderen ist die Auflösung bei hohem Q^2, wie im vorigen Abschnitt gezeigt wurde, für alle drei kinematischen Variablen sehr gut, so daß potentiel ein feines Binning möglich ist. Normalerweise ist dazu wie gesagt eine genügende Anzahl gemessener Ereignisse Voraussetzung, da sonst der Fehler aufgrund der geringen Statistik zu groß wird; und weil es wegen des kleinen Wirkungsquerschnitts nur wenig Ereignisse bei höchsten Q^2 gibt, war ein feines Binning dort bisher nicht realisierbar.

In der vorliegenden Analyse wird aber kein χ^2–Test sondern ein gebinnter Maximum–Likelihood–Fit zur Parameter–Abschätzung benutzt, der auch kleine Ereigniszahlen korrekt berücksichtigt. Aus diesem Grund ist auch bei geringer Zahl an Daten ein feines Binning bei hohem Viererimpulsübertrag möglich.

Die bisherigen Aussagen waren alle rein qualitativer bzw., was die Fehlerfortpflanzung im letzten Abschnitt betrifft, eher theoretischer Art, da die Fehlerformeln die Effekte der Detektorantwort nicht vollständig beschreiben können. Für eine Festlegung des Binnings wird deshalb im folgenden die Monte Carlo Simulation untersucht, die mit einer großen Statistik erzeugt wurde, vgl. Abschnitt 3.5.2. Es wurde dasselbe Rekonstruktionsverfahren und die gleichen Schnitte wie auf die Daten angewandt.

In Anlehnung an [Bas94] werden in Abbildung 7.4 zuerst die Verteilungen x_e/x_{gen},

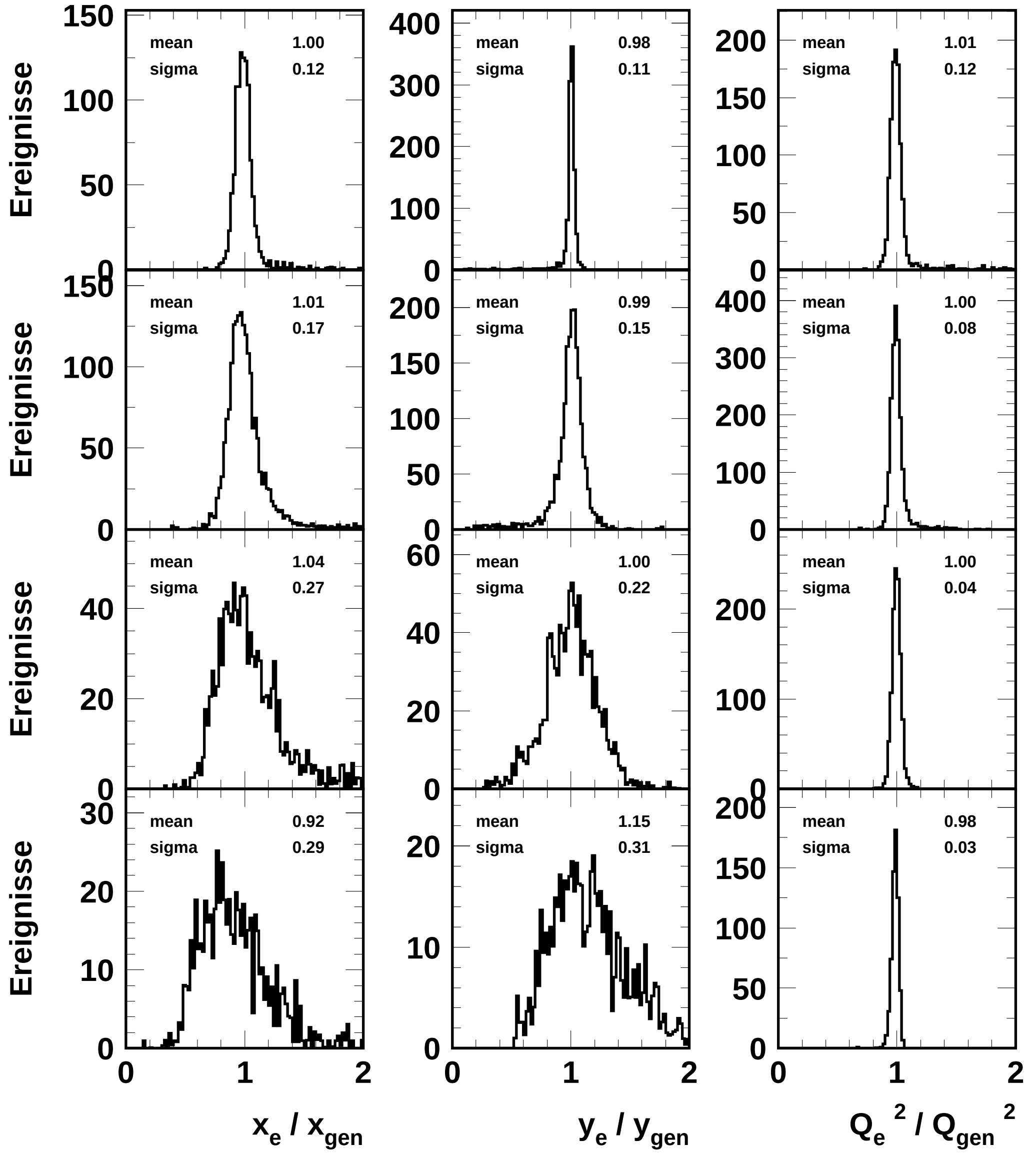


Abbildung 7.4: Die Verteilungen $x_e/x_{gen}, y_e/y_{gen}$ und Q^2_e/Q^2_{gen} für verschiedene Bereiche von y_{gen}. Von oben nach unten stellt jede Reihe ein Bin in y_{gen} dar: (0.5-0.9), (0.2-0.5), (0.1-0.2), (0.05-0.1).

y_e/y_{gen} und Q^2_e/Q^2_{gen} für vier verschiedene Bereiche von y_{gen} betrachtet. Von oben nach unten sind dies: sehr großes (0.5-0.9), großes (0.2-0.5), mittleres (0.1-0.2) und kleines (0.05-0.1) y_{gen}. Im besten Fall haben alle Verteilungen ihr Maximum bei eins, d.h. es tritt keine Verschiebung (Bias) auf. Die Breite einer Verteilung ist ein Maß für das Auflösungsvermögen der jeweilgen Größe in dem bestimmten y_{gen}–Bin und sollte deshalb möglichst klein sein. Durch beide zusammen, den Bias und die Breite, ist die Genauigkeit der kinematischen Rekonstruktion bestimmt.

Für jede Verteilung sind in Abbildung 7.4 der Mittelwert E und die Standardabweichung angegeben, die gemäß

$$\begin{aligned} mean &= E(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i \, x_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i} \\ sigma &= \sqrt{E\left((x - E(x))^2\right)} \end{aligned}$$

berechnet werden, wobei x_i und w_i den Wert bzw. das Gewicht für ein Event i bezeichnen.

Bis auf die Bins für kleines y_{gen} sind praktisch keine Verschiebungen der Mittelwerte zu beobachten. Deutlich erkennt man die mit abnehmendem y_{gen} schlechter werdende Auflösung für x_e und y_e, während sie für Q_e^2 wie erwartet etwas besser wird. Dabei fällt jedoch vor allem bei dem Bin mit größtem y_{gen} auf, das die Form der Verteilung schmäler ist als die angegebene Standardabweichung. Dies liegt an wenigen sehr schlecht rekonstruierten Ereignissen mit Werten nahe 0 bzw. 2, welche die Standardabweichung größer weren lassen. Würde man stattdessen die Halbwertsbreite der Verteilungen berechnen, bekäme man bessere Ergebnisse.

7.2.1 Stabilität und Reinheit

Eine andere Beschreibung der Genauigkeit der kinematischen Rekonstruktion kann mit Hilfe der Stabilität und Reinheit der Bins erfolgen. Bei der gebinnten Darstellung spiegeln sich nicht korrekte Messungen und/oder Detektoreffekte in Migrationen zwischen den Bins wider. Als Maß für diese Wanderungen, d.h. für die Korrelation zwischen generierten, wahren Größen und rekonstruierten werden Stabilität und Reinheit eingeführt. Sie können mit der Monte Carlo Simulation bestimmt werden. Als Stabilität S eines Bins wird derjenige Anteil der Ereignisse bezeichnet, die im selben Bin rekonstruiert werden, in dem sie auch generiert wurden, während die Reinheit P den Anteil beschreibt, der in dem Bin, in dem er rekonstruiert wird, auch generiert wurde:

$$\begin{aligned} S &= \frac{N_{i,rek\&gen}}{N_{i,gen}} \\ P &= \frac{N_{i,rek\&gen}}{N_{i,rek}} \end{aligned}$$

Die Indizes *rek* und *gen* stehen für rekonstruiert bzw. generiert, i für das Bin.

Damit ist die Stabilität (genauer $1 - S$) ein Maß dafür, wieviele Ereignisse bei der Rekonstruktion aus dem Bin hinaus migrieren, während die Reinheit (genauer $1 - P$) Auskunft gibt, wieviele Ereignisse aus einem anderen Bin in das betrachtete hinein migrieren. Als Kriterium für eine genaue Messung kann man nun z.B. fordern, daß sowohl Stabilität als auch Reinheit für jedes Bin mindestens 30% betragen müssen.

7.2.2 Die Wahl des Binnings

Im Rahmen dieser Arbeit wird ein Maximum–Likelihood–Fit sowohl an die eindimensionale Q_e^2– als auch an die zweidimensionale x_e-y_e–Verteilung vorgenommen. Um dafür das optimale Binning zu bestimmen, wäre eine detailierte Studie basierend auf der Untersuchung der Stabilität und Reinheit der Bins erforderlich, auf die hier verzichtet wird. Vielmehr wird andersherum vorgegangen. Es werden mehrere plausible Bin–Einteilungen angesetzt und die Fitprozedur für jede Intervalleinteilung durchgerechnet. Damit sollen Effekte, die nur aufgrund des unterschiedlichen Binnings auftreten, erkannt und untersucht werden.

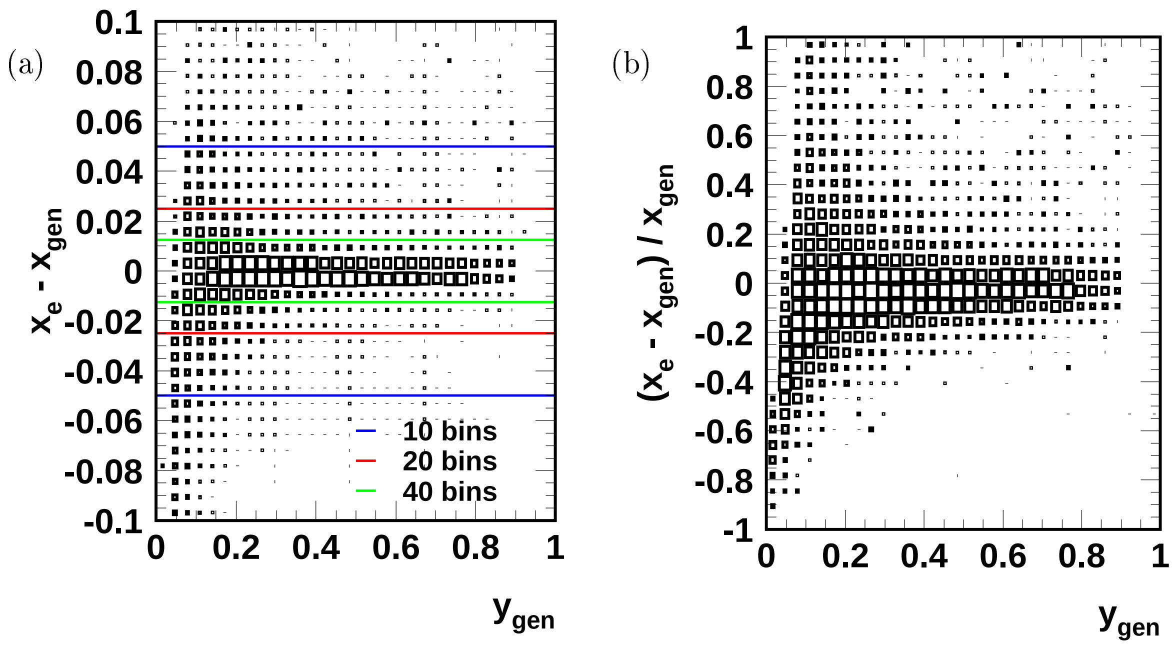


Abbildung 7.5: Verteilung des (a) absoluten und des (b) normierten absoluten Fehlers in x_e gegen y_{gen}. In Bild (a) sind zusätzlich die Ungenauigkeiten bestimmter Bin-Einteilungen eingetragen.

Um einen gerechtfertigten Ansatz für das zweidimensionale Binning in x_e und y_e machen zu können, wird in Abbildung 7.5(a) der absolute Fehler in x_e, d.h. $(x_e - x_{gen})$, gegen y_{gen} als Boxplot dargestellt. Im Idealfall sollte die Verteilung eine horizonzale Linie bei Null darstellen. Je mehr die Ereignisse nach oben oder unten abweichen, desto größer ist die Diskrepanz zwischen dem wahren, generierten Wert und dem in der Analyse rekonstruierten.

Wählt man nun ein linear äquidistantes Binnig mit 20 Intervallen in x_e, so beträgt die Binbreite 0.05 und damit die Unsicherheit in x_e für einen Bineintrag ± 0.025, dargestellt durch die beiden in Abbildung 7.6(a) eingezeichneten roten Linien. Wenn alle Punkte innerhalb der von beiden eingeschlossenen Fläche liegen würden, entspräche das Binning gerade der Meßungenauigkeit. Obwohl das hier nicht der Fall ist, es liegen einige schlecht rekonstruierte Ereignisse außerhalb, wurde dieses Binning als Hauptszenario gewählt. Konservativer ist Binning–Ansatz Nummer zwei mit 10 Bins in x_e, welcher der blauen Linien ± 0.05 entspricht. Hier liegen fast alle Ereignisse innerhalb dieser Linien (man beachte, daß die Boxen um die horizontale Nullinie relativ groß sind im Verhältnis zu allen anderen, d.h. die Boxen am oberen und unteren Bildrand enthalten nur sehr wenige Ereignisse). Als dritte Einteilung wird mit 40 Bins ein sehr feines Binning verwendet (grün).

Der Vollständigkeit halber ist in Abbildung 7.5(b) der normierte absolute Fehler in

x_e als Boxplot gegen y_{gen} dargestellt.

Das Binning in y_e wird jeweils entsprechend demjenigen in x_e gewählt. Abbildung 7.6 zeigt die entsprechenden Boxplots mit den Linien für die Binunsicherheiten.

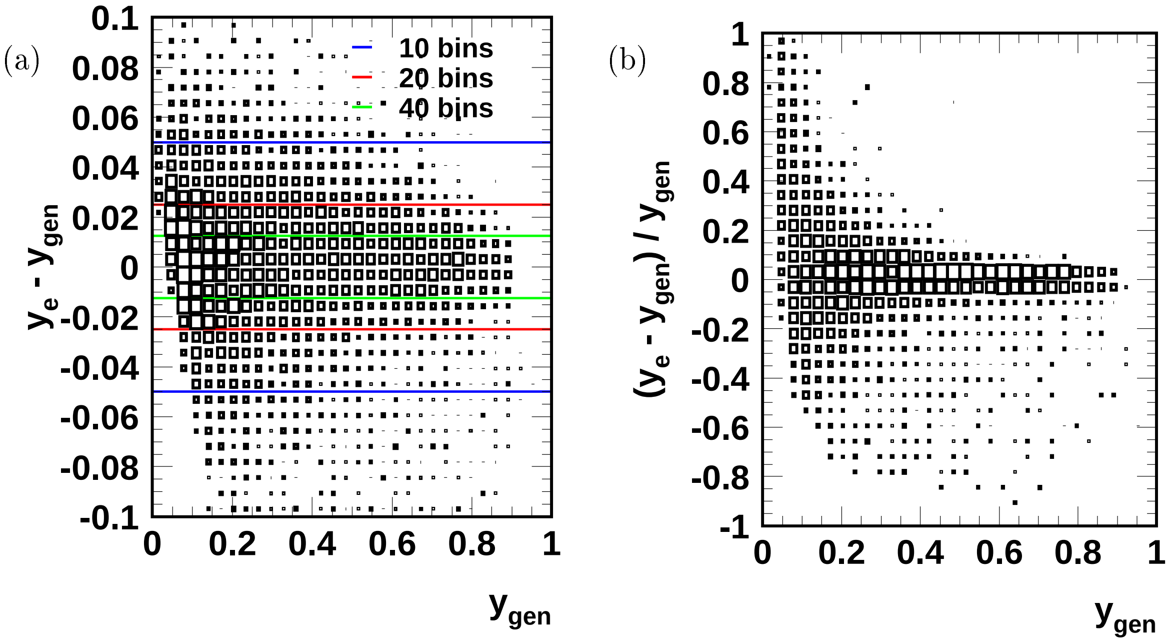


Abbildung 7.6: Verteilung des (a) absoluten und des (b) normierten absoluten Fehlers in y_e gegen y_{gen}. In Bild (a) sind zusätzlich die Ungenauigkeiten bestimmter Bin–Einteilungen eingetragen.

Im Vergleich zu x_e ist der absolute Fehler (Teilbild a) von y_e im Schnitt größer, während der relative Fehler kleiner ist (Teilbild b).

Alle drei Bineinteilungen sind in Tabelle 7.1 zusammengefaßt.

	Bin–Einteilungen		
	1	2	3
Anzahl der Bins in x_e	20	10	40
Anzahl der Bins in y_e	20	10	40
Kürzel für spätere Darstellung	H6	H7	H8

Tabelle 7.1: Zweidimensionale Bin–Einteilungen in x_e, y_e. Die Bins sind jeweils linear äquidistant von 0. bis 1.

Nun sollen verschiedene Bin–Einteilungen für die eindimensionale Darstellung in Q_e^2 entworfen werden. Dazu wird in Abbildung 7.7(a) wieder der absolute Fehler, diesmal von Q_e^2, gegen y_{gen} als Boxplot gezeichnet. Wie erwartet ist die horizontale Nullinie hier noch ausgeprägter als in x_e und y_e, da der Viererimpulsübertrag wie schon gezeigt sehr genau gemessen wird. Es werden fünf verschiedene Binnings gewählt, von denen drei aus linear äquidistanten Intervallen bestehen, und zwar aus 100, 50 bzw. 25 Bins zwischen einem Viererimpulsübertrag von 0 und 50000 GeV^2. Die entsprechenden

Binbreiten sind wieder als Linien dargestellt und man erkennt, daß auch die feinste Intervalleinteilung gerechtfertigt ist.

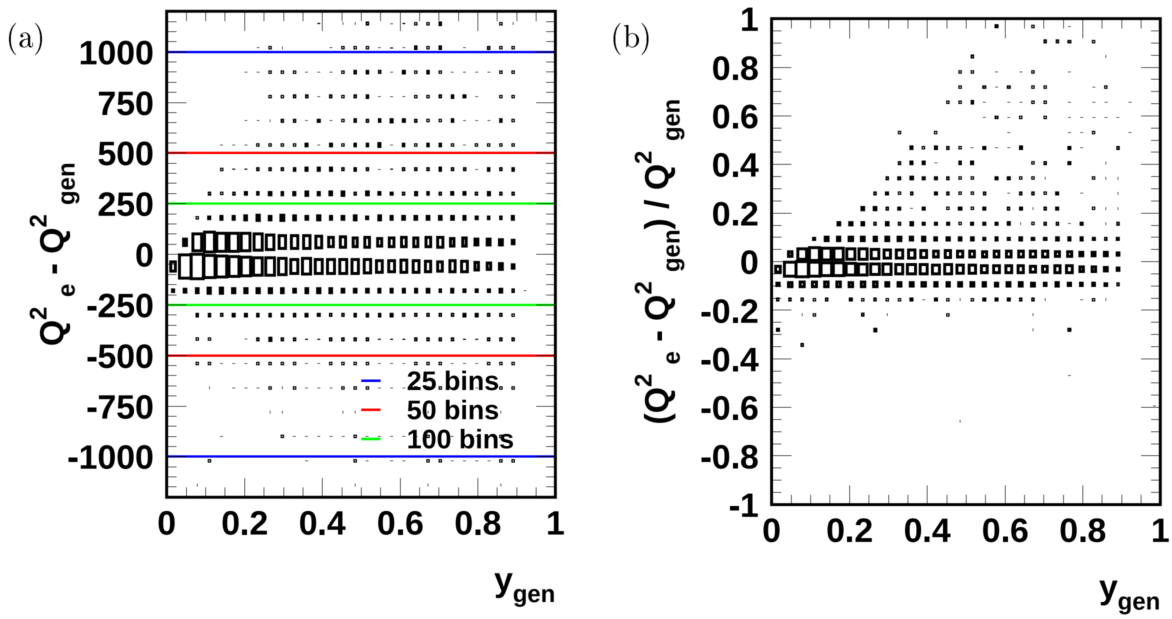


Abbildung 7.7: Verteilung des (a) absoluten und des (b) normierten absoluten Fehlers in Q_e^2 gegen y_{gen}. In Bild (a) sind zusätzlich die Ungenauigkeiten bestimmter Bin–Einteilungen eingetragen.

Ferner werden zwei weitere Binnings untersucht, ein logarithmisch äquidistantes mit 25 Bins zwischen 316 und 100000 GeV^2 und ein zum Teil logarithmisch äquidistantes, welches den Intervallen ab 500 GeV aus [H1C99a] entspricht. Alle eindimensionalen Szenarien sind in Tabelle 7.2 zusammengefaßt.

	Bin–Einteilungen				
	1	2	3	4	5
Anzahl der Bins in Q_e^2	100	50	25	25	13
Binning linear äquidistant	$\times$	$\times$	$\times$		
Binning logarithmisch äquidistant				$\times$	
Binning zum Teil log. äquidistant					$\times$
Untere Grenze in Q_e^2	0.	0.	0.	316.23	446.68
Obere Grenze in Q_e^2	50000.	50000.	50000.	100000.	46334.02
Kürzel für spätere Darstellung	H1	H2	H3	H4	H5

Tabelle 7.2: Eindimensionale Bin–Einteilungen in Q_e^2.

7.3 Kontrollverteilungen der kinematischen Variablen

In diesem Abschnitt werden die Kontrollverteilungen der kinematischen Variablen diskutiert, auf denen die nachfolgende Analyse basiert.

Abbildung 7.8 zeigt logarithmisch aufgetragen die Verteilung der Bjørken-Variablen x_e in Daten und Monte Carlo, im darauffolgenden Bild 7.9 ist das Verhältnis von Da-

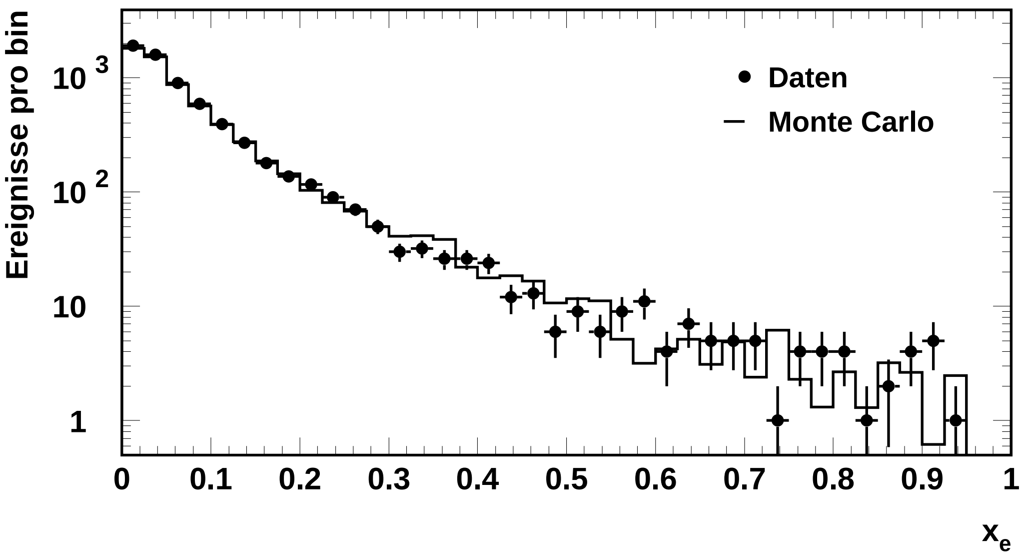


Abbildung 7.8: Die Verteilung der Bjørken-Variablen x nach der Elektron-Methode

ten zu Simulation in dieser Größe dargestellt. Es wurde hierbei das feine Binning mit 40 Intervallen gewählt. Bei $x_e = 0.95$ ist der Schnitt, der aufgrund der Monte Carlo Gewichtung nötig war, sichtbar. Anhand der Verteilung kann man keine signifikanten Abweichungen oder Trends erkennen. Außer dem einem Bin bei 0.74, in dem nur ein Ereignis gefunden wurde, liegen die Daten, sofern sie von der Simulation abweichen, meist abwechselnd bis zu eineinhalb Sigma darüber oder darunter. Im Verhältnis hingegen scheint bei kleinen x_e ein leichter Trend vorzuliegen. Bis 0.1 liegt das Monte Carlo unter den Daten, zwischen 0.1 und 0.2 dagegen zeigt es einen Überschuß. Dieser Trend ist jedoch nur sehr schwach und oberhalb von 0.2 nicht mehr sichtbar, d.h. im großen und ganzen gesehen beschreibt die Simulation die Daten ordentlich.

Die nächsten beiden Abbildungen, 7.10 und 7.11, zeigen, ebenfalls in logarithmischer Darstellung, zuerst die Verteilung und dann das Verhältnis Daten zu Monte Carlo, diesmal für das Bjørken y_e. Das Verhältnis fluktuiert zwar ziemlich stark, jedoch beträgt der Unterschied aufgrund der relativ großen Fehler nie mehr als gut eine Standardabweichung und erfolgt auch nicht bevorzugt in eine Richtung. Lediglich im Bereich unterhalb des kinematischen Schnittes in y_e bei 0.9 liegen in mehreren Bins hintereinander die Daten über der Theorie.

Im ersten y_e–Bin scheint sich der Q_e^2–Schnitt unterschiedlich auf Daten und Monte Carlo auszuwirken, es werden mehr Daten weggeschnitten, der Unterschied ist aber

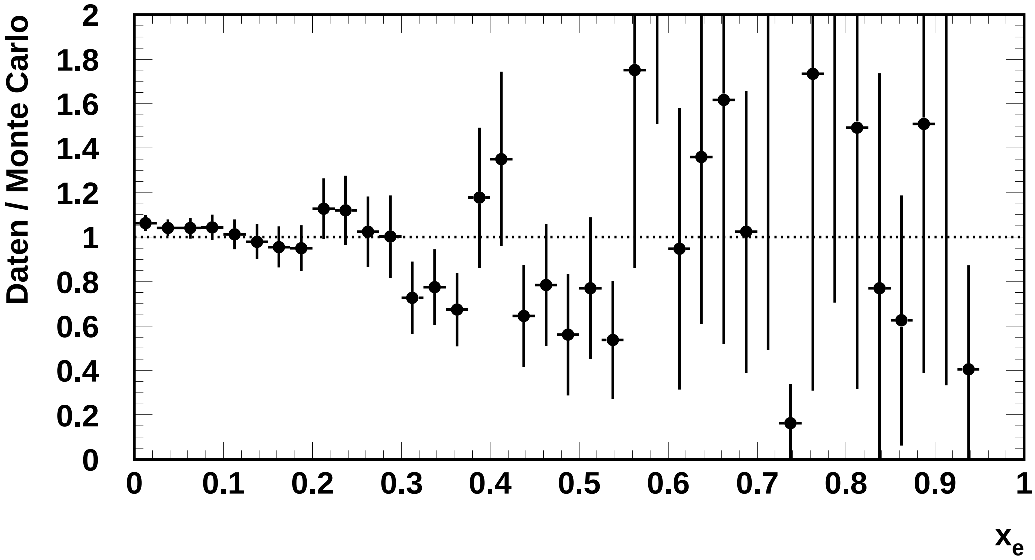


Abbildung 7.9: Das Verhältnis von Daten zu Simulation in der Bjørken-Variablen x nach der Elektron-Methode

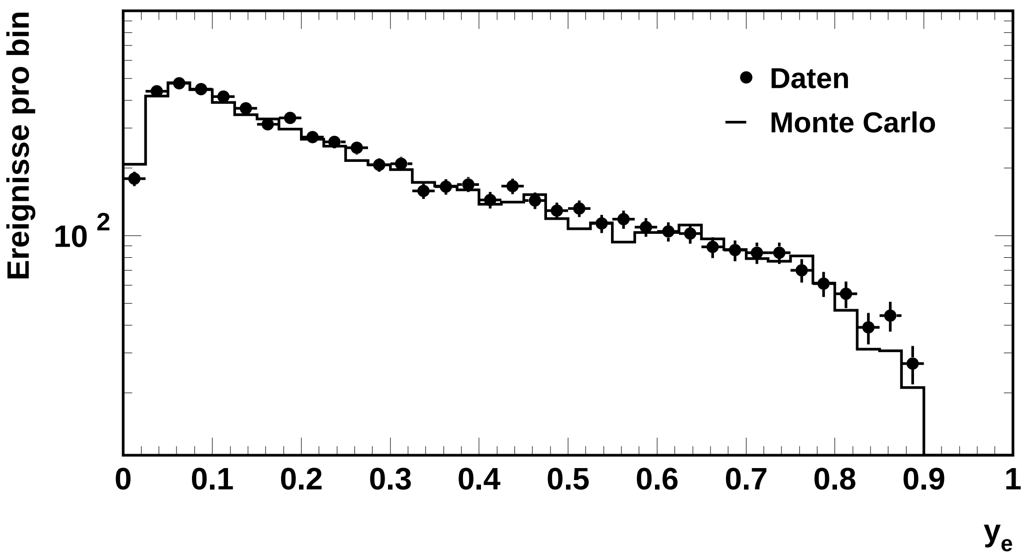


Abbildung 7.10: Die Verteilung der Bjørken-Variablen y nach der Elektron-Methode

nicht signifikant, so daß auch die Bjørken y_e Verteilung insgesamt gut beschrieben wird.

Schließlich ist in den Abbildungen 7.12 und 7.13 die für diese Arbeit in erster Linie interessante Q_e^2–Verteilung der Ereignisse und wieder das Verhältnis zwischen gemessenen Events und der Erwartung durch die Theorie gezeigt. Es wurde das Binning zwei mit 50 linearen Intervallen zur Darstellung benutzt. Deutlich ist der mit 60% sowohl sehr hohe als auch mit dreieinhalb Sigma sehr signifikante Überschuss der Daten bei $Q_e^2 = 6000\,\text{GeV}$ zu sehen. Es sind keine anderen Kontrollverteilungen bekannt, mit deren Hilfe sich diese Abweichung der Daten von der Vorhersage erklären läßt, sie ist

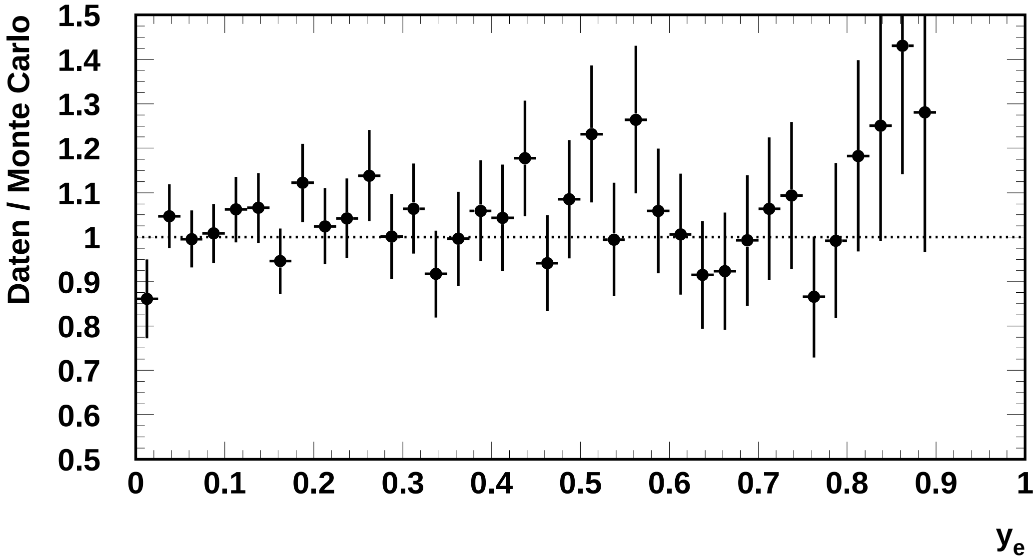


Abbildung 7.11: Das Verhältnis von Daten zu Simulation in der Bjørken-Variablen y nach der Elektron-Methode

bisher noch nicht verstanden.

Bei niedrigeren Impulsüberträgen dagegen, dort wo die höchste Statistik gegeben ist, stellt die Simulation die Daten zufriedenstellend dar. Dies deutet darauf hin, daß die Normierung in Ordnung ist. Zu höchsten Q_e^2 hin wird die Ungenauigkeit aufgrund der geringen Anzahl an Datenevents immer größer, im Rahmen der Fehler ist die Übereinstimmung jedoch noch in Ordnung.

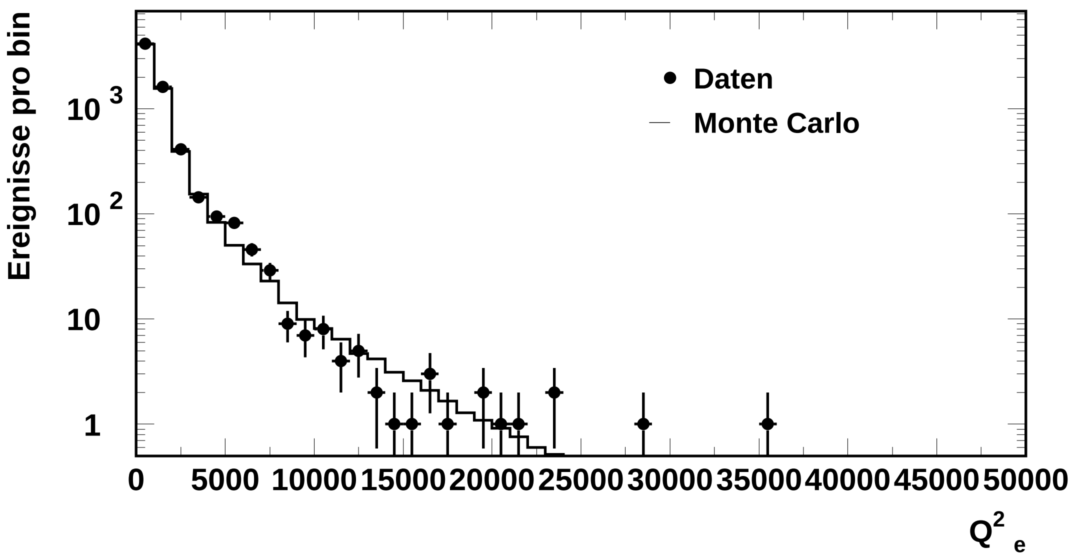


Abbildung 7.12: Die Verteilung des Viererimpulses Q^2 nach der Elektron-Methode

Oberhalb von $Q_e^2 = 20000\,\mathrm{GeV}^2$ werden sechs Ereignisse beobachtet, die alle Schnitte überstehen, wobei der höchste übertragene Viererimpuls $35772\,\mathrm{GeV}^2$ beträgt.

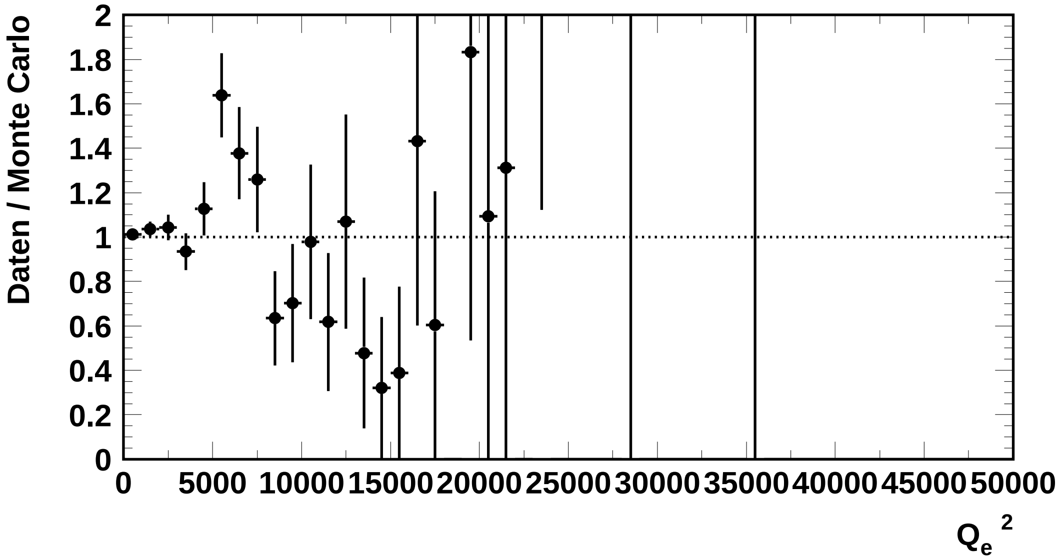


Abbildung 7.13: Das Verhältnis von Daten zu Simulation im Viererimpulsübertrag Q^2 nach der Elektron-Methode

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß die Daten bis auf den Überschuß in Q_e^2 bei 6000 GeV^2 befriedigend durch die Simulation beschrieben werden, und das Monte Carlo im folgenden als Vorhersage für die Daten benutzt werden kann.

Kapitel 8

Schätzung von Parametern

Die vorliegende Arbeit hat die Bestimmung einer oberen Grenze für den Quarkradius mit Hilfe einer Maximum–Likelihood Anpassung zum Ziel. In diesem Kapitel werden zuerst die mathematischen Grundlagen behandelt und verschiedene Möglichkeiten der Parameterabschätzung, insbesondere den Quarkradius betreffend, diskutiert. Die benutzte Methode der Maximum–Likelihood sowie die genaue Vorgehensweise bei der Bestimmung sowohl des Schätzwertes als auch seines Fehlers bzw. seiner oberen Grenze werden ausführlich erläutert. Das zur Berechnung verwendete Programmpaket MINUIT wird kurz angesprochen. Detailierte Ausführungen zur Theorie der Parameterschätzung können in [Ead71, Stu91] gefunden werden.

8.1 Grundlagen

Mit Hilfe einer Wahrscheinlichkeitsdichte $f(x;\alpha)$, deren Parameter α[1] bekannt sind, kann die Häufigkeit, mit der die Zufallsvariablen x bestimmte Werte annehmen bzw. in einem bestimmten Bereich liegen, angegeben werden. Bei der Schätzung eines Parameters hat man das umgekehrte Problem: Aus einem Satz von gemachten Beobachtungen x_i sollen die unbekannten Parameter α bestimmt, d.h. möglichst 'gut' abgeschätzt werden. Man unterscheidet zwischen der Bestimmung eines einzelnen Wertes (*point estimation*) und der eines Wertebereichs (*intervall estimation*), den man auch als *Confidence* Intervall bezeichnet.

Als erstes muß dazu eine Funktion der Observablen ausgewählt werden, d.h. eine Methode mit der man von den beobachteten Meßwerten zur Schätzung gelangt, die *Estimator* genannt wird. Der numerische Wert, den man mit Hilfe des Estimators für einen bestimmten Satz von Beobachtungen erhält, ist dann der Schätzwert. Da man jede beliebige Funktion der Daten als Estimator benutzen kann, wird man versuchen, diejenige mit den besten Eigenschaften zu wählen.

8.1.1 Wichtige Kriterien für einen Estimator

Die wichtigsten Eigenschaften eines Estimators sind:

[1] Hier und im folgenden sollen α und x für einen Vektor von Parametern bzw. Zufallsvariablen stehen

1. Konsistenz
2. Erwartungstreue oder Verfälschungsfreiheit
3. Effektivität oder Effizienz
4. Robustheit

1. Ein Estimator wird konsistent genannt, wenn sein Schätzwert $\hat{\alpha}$ bei zunehmendem Datenumfang gegen den wahren Wert des Parameters α_0 konvergiert:
$\lim_{n\to\infty} \hat{\alpha} = \alpha_0$, wobei n die Anzahl der Messungen bzw. Daten bezeichnet. Dieses Kriterium ist so wichtig, daß es von allen üblichen Estimatoren erfüllt wird. Da die Konsistenz eine asymptotische Eigenschaft ist, impliziert sie nicht automatisch, daß die Präzision monoton mit n zunimmt.

2. Der *Bias* ist definiert als die Differenz zwischen dem wahren Wert α_0 und dem Erwartungswert von $\hat{\alpha}$, $E[\hat{\alpha}]$, der über einen hypothetischen Satz gleicher Experimente berechnet wird. Wenn der Bias Null ist, d.h. der Schätzwert ist nicht systematisch zu groß oder zu klein, nennt man die Schätzung erwartungstreu oder verfälschungsfrei (biasfrei). Bias kann verursacht werden durch statistische Eigenschaften des Estimators oder systematische Fehler der Messung. Für gewöhnlich hängt der Bias von α oder anderen Unbekannten ab und man versucht einen Estimator zu wählen, der seine durchschnittliche Größe minimiert.

3. Ein Schätzwert heißt effizient, wenn er asymptotisch Gauß–verteilt ist und die kleinstmögliche Varianz besitzt. Unter allgemeinen Voraussetzungen liefert die *Cramer-Rao-Ungleichung* dafür eine untere Schranke, siehe [Zec98]. Der effiziente Schätzwert ist der bestmögliche.

4. Robustheit bezeichnet die Insensitivität der Schätzung gegenüber falschen Voraussetzungen oder Daten, die z.B. durch Rauschen verursacht werden.

Für einige Estimatoren sind die obigen Eigenschaften exakt bekannt, es ist aber immer möglich sie durch Monte Carlo Simulationen zu bestimmen. Sie hängen häufig von den unbekannten Parametern α ab und können meist nicht alle gleichzeitig erfüllt werden. Insbesondere die beiden letzten Kriterien sind oft miteinander im Widerspruch [Blo98]. Zum Beispiel liefert die hier benutzte Maximum Likelihood Methode eine sehr effiziente Schätzung, kann aber sehr abweichende Resultate ergeben, wenn die angenommen Form der Wahrscheinlichkeitsdichte nicht richtig ist. Es muß deshalb im konkreten Fall ein angemessener Kompromiß gewählt werden.

8.2 Maximum Likelihood

„Vom theoretischen Standpunkt aus ist die wichtigste allgemeine Methode der Parameterschätzung, die bisher bekannt ist, die Methode der Maximum Likelihood“ [Cra58]

8.2.1 Definition und anschauliche Bedeutung der Likelihood

Man geht von n unabhängigen Meßwerten x_i aus, die alle der als bekannt angenommenen Wahrscheinlichkeitsdichte $f(x;\alpha)$ folgen, wobei α die zu bestimmenden unbekannten Parameter sind. Die kombinierte Wahrscheinlichkeitsdichte $\tilde{f}$ ist gleich dem Produkt der n Einzeldichten und man kann gleichberechtigt von einem Vektor $\vec{x}$ mit der Dichte $\tilde{f}$ oder n Ereignissen der Dichte f reden:

$$\tilde{f}(x_1, x_2, \ldots, x_n; \alpha) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i; \alpha) \tag{8.1}$$

Streng genommen muß zwischen den Variablen x_i und ihren konkreten Werten X_i in der Probe unterschieden werden, hier soll aber für beides der Kleinbuchstabe benutzt werden. Als *Likelihood* L einer Stichprobe wird der Funktionswert von $\tilde{f}$ für die gemessenen Werte definiert:

$$L(\alpha) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i; \alpha) \tag{8.2}$$

Sie ist fur eine gegebene Stichprobe x_i also nur noch eine Funktion der Parameter und stellt die Wahrscheinlichkeit dar, bei einer vorgegebenen Wahl der Parameter gerade diese Meßwerte zu erhalten [Blo98]. Sie ist aber *nicht* eine Wahrscheinlichkeitsdichte in den Parametern α. Wie aus der Definition hervorgeht, ist die Likelihood mehrerer Messungen oder Experimente das Produkt der Einzellikelihoods.

8.2.2 Die Maximum–Likelihood–Methode zur Parameterbestimmung

Nach dem *Maximum–Likelihood–Prinzip* ist die beste Schätzung von α derjenige Wert $\hat{\alpha}$, welcher $L(\alpha)$ zu einem Maximum macht, d.h. die Wahrscheinlichkeit maximiert, gerade diesen Satz von Meßwerten x_i zu erhalten [Blo98]. Da es normalerweise einfacher ist mit dem Logarithmus $\ln L$ statt mit L zu arbeiten und beide aufgrund der Monotonie der Logarithmusfunktion ihr Maximum an derselben Stelle haben, lautet die Bedingung für den Likelihood–Schätzwert $\hat{\alpha}$ also:

$$F(\hat{\alpha}) = -\ln L(\hat{\alpha}) = -\sum_{i=1}^{n} \ln f(x_i; \hat{\alpha}) = \text{Minimum} \tag{8.3}$$

Dabei wird aus Konsistenzgründen mit der χ^2–Methode die sog. negative Log–Likelihood–Funktion $F(\alpha) = -\ln L(\alpha)$ benutzt und folglich ein Minimum gefordert. Ein notwendiges Kriterium dafür ist, daß die erste Ableitung verschwindet:

$$\frac{\partial F(\alpha)}{\partial \alpha_k} = -\frac{\partial \ln L(\alpha)}{\partial \alpha_k} = -\frac{\partial \sum_{i=1}^{n} \ln f(x_i; \alpha)}{\partial \alpha_k} = 0 \ \text{, für alle } k \tag{8.4}$$

Diese Gleichung wird auch als Likelihood–Gleichung bezeichnet. Da für die Berechnung des Schätzwertes nur die Ableitung der Likelihoodfunktion eine Rolle spielt, können Faktoren in der Likelihood oder Summanden in der Log–Likelihood die nicht von den Parametern α abhängen weggelassen werden, was auch Terme beinhaltet, die von den Daten aber nicht von α abhängen.

Es ist jedoch wichtig darauf zu achten, daß $f(x; \alpha)$ für alle Werte von α auf eins bzw. eine beliebige Konstante normiert ist,

$$\int f(x; \alpha)\, \mathrm{d}x = 1 \text{ bzw. konstant , für alle } \alpha \tag{8.5}$$

d.h. daß das Integral über den Ereignisraum von den Parametern α unabhängig ist. Diese Normierung, die einen Großteil des numerischen Rechenaufwandes diese Methode ausmacht, muß unbedingt während aller Schritte aufrecht erhalten werden, bei denen α variiert wird, um das Minimum zu finden. Erstaunlicherweise spielt der Wert der Normierungskonstanten keine Rolle, weder was die Bestimmung des Parameters noch die seines Fehlers angeht, da ja wie gesagt durch eine additive Konstante die Log–Likelihood–Kurve nur als Ganzes verschoben wird und der gefittete Parameter oder dessen Abweichung nicht beeinflußt werden.

In der Tat ist der Wert der negativen Log–Likelihood–Funktion an ihrem Minimum - im Gegensatz zur χ^2–Methode - ziemlich bedeutungslos, und hängt sogar von den Einheiten des Ereignisraumes ab. Die wichtige Größe ist die Differenz in der Log–Likelihood zwischen zwei Punkten im Parameter–Raum, und die ist dimensionslos.

Üblicherweise – so auch in dieser Arbeit – werden zur Lösung der Likelihood–Gleichung 8.4 allgemeine numerische Minimierungsprogramme wie z.B. das CERN Programm MINUIT verwendet, die einen entsprechenden Code beeinhalten, welcher den vielfältigen Problemen, die auftreten können, und den Spezialfällen Rechnung trägt.

8.2.3 Die Eigenschaften der Maximum–Likelihood–Methode

Es muß zwischen asymptotischen Eigenschaften, die bei genügend großer Ereignisanzahl n gelten, und den Eigenschaften für ein endliches Sample unterschieden werden. Im endlichen Fall ist die Maximum–Likelihood–Methode in aller Regel konsistent aber nicht notwendigerweise erwartungstreu, während im asymptotischen Grenzfall die Konsistenz bewiesen werden kann [Blo98], was die asymptotische Erwartungstreue impliziert. Im Limes $n \to \infty$ ist sie auch effizient und $\hat{\alpha}$ ist normalverteilt.

Die Wichtigkeit des Likelihood-Prinzips wird durch folgenden, in [Stu91] bewiesenen Satz unterstrichen:

Wenn ein effizienter Schätzwert $\hat{\alpha}$ von α existiert, so hat die Likelihood–Gleichung eine eindeutige Lösung, und zwar gerade $\hat{\alpha}$.

Eine sehr nützliche Eigenschaft der Maximum–Likelihood–Methode ist ihre Invarianz gegenüber Parametertransformationen: Gilt zwischen den Parametersätzen α und β ein eineindeutiger Zusammenhang $\beta = \beta(\alpha)$, so transformiert der Likelihood–Schätzwert $\hat{\alpha}$ zu $\hat{\beta} = \beta(\hat{\alpha})$. Es ändern sich jedoch bei der Transformation i.a. viele Eigenschaften von α, insbesondere der Bias [PDF94]. D.h. wenn der Parameter α biasfrei ist, so ist es der Parameter β im allgemeinen nicht.

Ein Problem der Maximum–Likelihood–Methode besteht darin, daß sie die a priori Kenntnis der Form der Wahrscheinlichkeitsdicht $f(x; \alpha)$ erfordert. Oft hat man als Vorhersage keine berechenbare Dichte, sondern „nur“ Monte Carlo Events. Dann kann das eigentlich besser geeignete eventbasierte Likelihood–Verfahren, welches bis jetzt ausschließlich beschrieben wurde, nicht mehr angewandt werden, und man muß zu Intervallen, sog. Bins, übergehen was im nächsten Abschnitt erklärt wird.

8.2.4 Maximum–Likelihood für Histogramme

Bei großen Proben ist es häufig geschickter, die Analyse anhand von Histogrammen durchzuführen anstatt die Likelihood für viele Einzelereignisse zu berechnen. Im oben beschriebenen Fall, in dem man als Theorievorhersage eine Simulation benutzt, muß dies geschehen. Man vergleicht die Anzahl der Ereignisse in den B Intervallen (Bins) mit der parameterabhängigen Voraussage, wobei die Zahl der Monte Carlo Events möglichst groß sein sollte, damit die Simulation nicht zum statistischen Fehler beiträgt. Aus diesem Grund wurde eigens für diese Analyse ein Monte Carlo mit großer Statistik generiert und wie man aus Abbildung 3.4 entnehmen kann, sind die Fehler verschwindend gering.

Die Zahl der Dateneinträge n_i pro Intervall i, mit $\sum_{i=1}^{B} n_i = n$ folgt einer Multinomialverteilung, wobei sich für jedes Bin die Wahrscheinlichkeit $p_i(\alpha)$ aus der Vorhersage berechnet. Sie ist die vom Parameter abhängige und auf alle Ereignisse der Simulation normierte Anzahl der Monte Carlo Events im Bin i:

$$p_i(\alpha) = \frac{\nu_i(\alpha)}{N(\alpha)} \tag{8.6}$$

$\nu_i(\alpha)$ ist die parameterabhängige Zahl der Monte Carlo Events im Bin i und $N(\alpha) = \sum_{i=1}^{B} \nu_i(\alpha)$ diejenige aller simulierten Ereignisse.

In der Regel ist die Zahl der Einträge n_i in den Einzelbins klein im Vergleich zur Gesamtzahl der Daten n. Man kann dann die bequemere Poissonstatistik verwenden. Der Erwartungswert μ_i im Bin i ergibt sich aus:

$$\mu_i(\alpha) = n\, p_i(\alpha) \tag{8.7}$$

Die Likelihood bei $\mu_i(\alpha)$ erwarteten Einträgen n_i zu finden ist nach der Poissonstatistik:

$$L_i(n_i; \mu_i(\alpha)) = \frac{\mu_i(\alpha)^{n_i}\ e^{-\mu_i(\alpha)}}{n_i!} \tag{8.8}$$

Da Faktoren, die nicht von α abhängen keine Rolle spielen, kann man den Fakultät–Term weglassen. Die negative Log–Likelihood für das ganze Histogramm ist dann:

$$F(\alpha) = -\sum_{i=1}^{B} \ln L_i(n_i; \mu_i(\alpha)) = \sum_{i=1}^{B} (\mu_i(\alpha) - n_i \ln \mu_i(\alpha)) \tag{8.9}$$

Die Gleichung gilt auch,wenn die Zahlen n_i in den einzelnen Bins klein oder sogar Null sind; sie ist also universell anwendbar.

Bei der numerischen Berechnung des Minimums muß die Summe bei der Variation immer wieder neu berechnet werden. Da sich die Summe nur über die Bins und nicht wie beim normalen Likelihood–Verfahren über alle Einzeleinträge erstreckt, ist die Berechnung wesentlich schneller.

Für Erwartungswerte $\mu_i \gg 1$ (in der Praxis $\mu_i > 10$) kann die Poissonverteilung durch eine Gaußverteilung angenähert werden und man erhält einen Zusammenhang mit der Methode der kleinste Quadrate. Darauf wird in 8.3 näher eingegangen.

8.2.5 Extended–Maximum–Likelihood

Bei der üblichen Anwendung der Maximum–Likelihood–Methode werden unter Benutzung der korrekt normierten Wahrscheinlichkeitsdichte Parameter α dieser Dichte aus der Messung von n Ereignissen bestimmt. Man ist also nur auf die Form der Wahrscheinlichkeitsdichte sensitiv. Bei der Verwendung von Monte Carlo Simulationen als Vorhersage soll aber meist auch die Normierung miteinbezogen werden, d.h. die mittlere Anzahl der erwarteten Ereignisse $N(\alpha)$, die ja parameterabhängig ist, soll in die Anpassung mit eingehen. In der normalen Maximum–Likelihood–Methode fällt sie infolge der Normierung der Wahrscheinlichkeitsdichte heraus, siehe Gleichung 8.6.

Aus diesem Grund wird in der erweiterten oder extended Maximum–Likelihood–Methode ein weiterer Poissonfaktor $P = N(\alpha)^n \, e^{-N(\alpha)}/n!$ zur Likelihood–Funktion dazumultipliziert, der die Wahrscheinlichkeit angibt, bei einem Erwartungswert von $N(\alpha)$ Ereignissen tatsächlich n Ereignisse zu beobachten. Dieser im Rahmen des Likelihood–Prinzips liegende Ansatz ergibt die negative Log–Likelihood–Funktion:

$$\begin{aligned} F(\alpha) &= -\sum_{i=1}^{B} \ln L_i(n_i; \mu_i(\alpha)) - n \, \ln N(\alpha) + N(\alpha) + \ln n! \\ &= \sum_{i=1}^{B} \left(\mu_i(\alpha) - n_i \ln \mu_i(\alpha)\right) - n \, \ln N(\alpha) + N(\alpha) \end{aligned} \tag{8.10}$$

Man kann diesen Ausdruck noch weiter vereinfachen, wenn man die beiden letzten Terme in die Summe hineinzieht. Mit Hilfe der Beziehung

$$\frac{N(\alpha)}{n} \, \mu_i(\alpha) = N(\alpha) \, p_i(\alpha) \equiv \nu_i(\alpha) \tag{8.11}$$

und unter Ausnutzung der Tatsache, daß Summanden, die nicht von den Parametern abhängen, weggelassen werden können, erhält man dann:

$$F(\alpha) = \sum_{i=1}^{B} \left(\nu_i(\alpha) - n_i \ln \nu_i(\alpha)\right) \tag{8.12}$$

Man kann den Unterschied zwischen der normalen und der erweiterten Maximum–Likelihood–Methode also auch so beschreiben, daß als Erwartungswert anstatt $\mu_i(\alpha) = n \, p_i(\alpha)$ die Anzahl der simulierten Ereignisse im Bin i, $\nu_i(\alpha) = N \, p_i(\alpha)$, benutzt werden, d.h. man ersetzt im Erwartungswert für das Bin die gemessene durch die erwartete Gesamtzahl an Ereignissen.

Für verschiedene Herleitungen und eine genaue Diskussion der Fehlerberechnung für die erweiterte Methode sei auf den ausführlichen Artikel von [Bar90] verwiesen.

8.3 Verschiedene Vorgehensweisen für Kontakt–WW Analysen bei HERA

Bis jetzt wurde nur die Methode der Maximum–Likelihood ausführlich vorgestellt, die im folgenden verwendet wird. An dieser Stelle sollen auch andere Vorgehensweisen und Ansätze als die in dieser Arbeit benutzten diskutiert werden. In Tabelle 8.1 werden sie einander gegenübergestellt.

Neben der Maximum–Likelihood–Methode findet die Methode der kleinsten Quadrate (χ^2–Methode) am häufigsten Anwendung. Sie kann als Spezialfall der Maximum–Likelihood–Methode für gaußverteilte Meßgrößen abgeleitet werden, es ist jedoch auch

Estimator:	Log–Likelihood	χ^2–Funktion
Benutzte Verteilung:	Kinematische Variablen	Wirkungsquerschnitt
Verteilung ist:	zweidimensional	eindimensional
Fit sensitiv auf:	Form der Verteilung, Normierung, Fehler der Normierung	
Fehlerberechnung des Parameters	Klassisch	Bayesischer Ansatz
	Likelihood-Methode	Monte Carlo Experimente

Tabelle 8.1: Gegenüberstellung verschiedener Ansätze sowohl der allgemeinen Parameterschätzung als auch im besonderen der Bestimmung des Quarkradius.

möglich, sie aus einem allgemeinen Prinzip herzuleiten, ohne diese spezielle Annahme [Blo98].

Die zu minimierende χ^2–Funktion sieht folgendermaßen aus:

$$\chi^2(\alpha) = \sum_{i=1}^{n} \frac{(y_i(z_i) - y_{theo}(z_i;\alpha))}{\sigma_i^2} = -2\,\ln L(\alpha) + \text{konstant} \tag{8.13}$$

An den n Stützstellen z_i werden die Werte $y_i(z_i)$ gemessen, die als gaußverteilt mit dem Mittelwert $y_{theo}(z_i;\alpha)$ und der Varianz σ_i^2 angenommen werden. Die σ_i^2 sind also die aus der theoretischen Verteilung folgenden Varianzen [Blo98]. In der Praxis werden jedoch stattdessen meist die Fehler (Standardabweichung) der Messung benutzt [Zec98, JAM98], was streng genommen nicht korrekt ist.

Aus dem Zusammenhang $\chi^2(\alpha) = (-2\,\ln L(\alpha) + \text{konstant})$ erkennt man, daß dieselben Parameter, welche L maximieren, zu einem Minimum von χ^2 führen.

Ein wichtiger Unterschied zur Maximum–Likelihood–Methode für Histogramme mit Annahme poissonverteilter Größen besteht darin, daß dort, wie aus Gleichung 8.9 ersichtlich ist, die systematischen Fehler der Messung oder der Theorie nicht direkt eingehen.

Bis heute wurde zur Untersuchung der Quarksubstruktur bei HERA meist der einfach differentielle Wirkungsquerschnitt der gemessenen tiefunelastischen ep–Streuung in Q^2 verwendet [H1C95, H1C99b]. In der vorliegenden Analyse sollen stattdessen die zweidimensionale x_e-y_e–Verteilung und die Q_e^2–Verteilung für die Anpassung benutzt werden, ähnlich wie in [ZEC99]. Es wird vermutet, daß die zweidimensionale Anpassung aufgrund der größeren Information, die eine zweidimensionale gegenüber einer eindimensionalen Darstellung beinhaltet, empfindlicher ist und genauere bzw. bessere Grenzen ergibt. Zudem stellen die kinematischen Variablen ursprünglichere Größen dar als der Wirkungsquerschnitt.

Neben der Unterscheidung in normale und extended Maximum–Likelihood–Methode, wobei die erste nur auf die Form (shape) der Wahrscheinlichkeitsdichte sensitiv ist und bei der zweiten zusätzlich die Gesamtzahl der erwarteten Ereignisse in die Anpassung eingeht, soll noch der Fehler auf die Normierung in die Fitprozedur miteinbezogen werden. Dies wird bei der Vorstellung der benutzten Methode näher ausgeführt.

Der benutzten Fehlerbestimmung für die Parameterschätzung nach der Likelihood–Methode mit Hilfe des Programmpakets MINUIT ist ein eigener Abschnitt gewidmet, 8.5, hier sollen die anderen Arten der Fehlerbestimmung angesprochen werden:

Es gibt zwei grundsätzlich verschiedene Betrachtungsweisen in der Statistik, wenn es um die Definition von Fehler- oder Vertrauens- (Confidence) Intervallen geht: die Klassische und die Bayesische. Obwohl beide oft dasselbe Ergebnis liefern, können sie für kleine Datensample oder Messungen nahe einer physikalischen Grenze (hier: Quarkradius negativ) zu sehr unterschiedlichen Confidence Limits führen. Die Mehrzahl der Physiker zählt sich zu den Klassikern oder *frequentists*, benutzt aber die Bayesische Definition, da klassische Konfidenzintervalle zu umständlich sind und manchmal zu unsinnigen Ergebnissen führen [Zec98]. Eine rein Bayesische Betrachtungsweise hat aber ebenfalls Nachteile, da bei einer willkürlichen Wahl von Priorwahrscheinlichkeiten (siehe unten) für Parameter der Vergleich und die Kombination der Ergebnisse verschiedener Experimente stark erschwert wird. Ein vernünftiger Kompromiß, der auch in dieser Arbeit Anwendung findet, ist die Parametrisierung der Meßergebnisse durch die Likelihoodfunktion, siehe Abschnitt 8.5. An dieser Stelle soll jedoch erwähnt werden, daß eine Standardisierung dringend vonnöten wäre, z.B. existieren zur Zeit mindestens sechs verschiedene Methoden, um eine obere Grenze für poissonverteilte Ereignisse zu bestimmen. Hierbei sei auf den erst kürzlich erschienenen Artikel [Zec00] verwiesen, der vor allem die Leistungen und Ergebnisse der Methoden betont und nicht ihre mathematische und statistische Begründung.

8.3.1 Klassische Konfidenzintervalle

Für einen Parameter α, dessen wahrer Wert fest aber unbekannt ist, sollen Grenzen angegeben werden. Die Funktion $f(x;\alpha)$ ist die Wahrscheinlichkeitsdichte der beobachteten Größen, wenn der wahre Wert des Parameters gerade α ist. Diese Funktion muß bekannt sein, sonst kann das Ergebnis eines Experiments nicht interpretiert werden. Für große komplexe Experimente wie den H1–Detektor wird diese normalerweise mit Hilfe der Monte Carlo Simulation bestimmt.

Für jeden Wert von α können zwei Größen $x_1(\alpha;\epsilon)$ und $x_2(\alpha;\epsilon)$ gefunden werden, so daß wiederholte Experimente mit dem Bruchteil $(1-\epsilon)$ Ergebnisse x zwischen x_1 und x_2 liefern:

$$P(x_1 < x < x_2) = 1 - \epsilon = \int_{x_1}^{x_2} f(x;\alpha)\, dx \tag{8.14}$$

Dies ist in Abbildung 8.1 dargestellt, wobei mit $D(\epsilon)$ der Bereich zwischen den Kurven[2] $x_1(\alpha)$ und $x_2(\alpha)$ bezeichnet wird. Er wird auch *confidence belt* genannt. Wenn man fordert, daß diese Kurven monoton sind, können die Umkehrfunktionen $\alpha_1(x)$ und $\alpha_2(x)$ gebildet werden. Nun wählt man einen beliebigen Wert α_0 aus. Anhand der Abbildung erkennt man, daß für alle Werte x zwischen $x_1(\alpha_0)$ und $x_2(\alpha_0)$ α_0 zwischen $\alpha_1(x)$ und $\alpha_2(x)$ liegt, d.h. es gilt:

$$P(x_1(\alpha_0) < x < x_2(\alpha_0)) = 1 - \epsilon = P(\alpha_2(x) < \alpha_0 < \alpha_1(x)) \tag{8.15}$$

Da der Wert α_0 beliebig war, gilt dies für alle α und man erhält die gewünschte Beziehung für die Wahrscheinlichkeit, daß die Confidence Grenzen den wahren Wert von α enthalten:

$$P(\alpha_2(x) < \alpha < \alpha_1(x)) = 1 - \epsilon \tag{8.16}$$

[2]Der Übersicht halber wird die Abhängigkeit von ϵ im folgenden weggelassen.

Hierbei sind α_1 und α_2 die Zufallsvariablen und α ein unbekannter Parameter. In einem realen Experiment werden die numerischen Werte von α_1 und α_2 durch Anwendung des Algorithmus auf die Daten bestimmt, und die obige Wahrscheinlichkeitsaussage scheint eine Behauptung über den wahren Wert α aufzustellen, da er die einzige Unbekannte darstellt. Es wird jedoch nur eine Aussage über die Wahrscheinlichkeit gemacht, in einem Ensemble identischer Experimente Werte von α_1 und α_2 zu erhalten, die den wahren Wert von α einschließen.

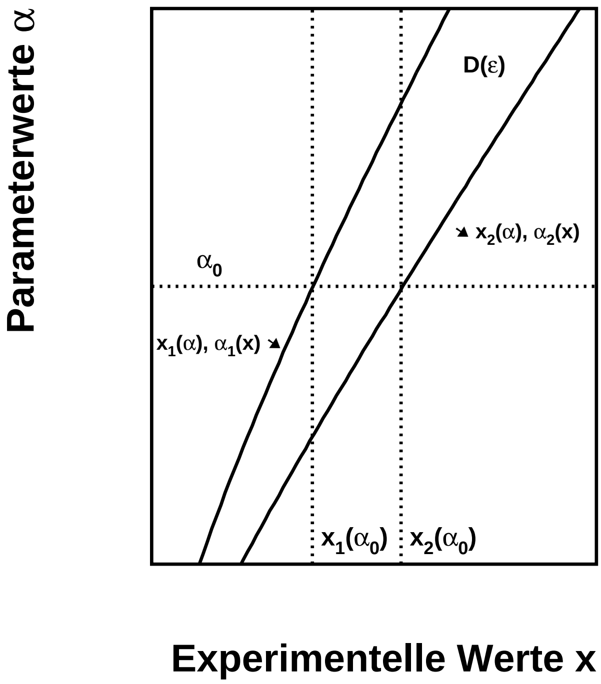


Abbildung 8.1: Klassische Konfidenzintervalle für einen einzelnen unbekannten Parameter α. Man kann sich die Wahrscheinlichkeitsdichte $f(x;\alpha)$ für jede horizontale Linie mit konstatem α als senkrecht aus der Blattebene herausgezeichnete Funktion von x vorstellen. Der als *Confidence Belt* bezeichnete Bereich D(ϵ) enthält den Bruchteil $(1-\epsilon)$ des Gebietes unter jeder dieser Funktionen.

Durch Gleichung 8.14 werden x_1 und x_2 nicht eindeutig festgelegt, da jeder Bereich, der den geforderten Wert für das Integral liefert, eine Lösung ist. Zur eindeutigen Bestimmung sind zusätzliche Bedingungen notwendig. Das am meisten benutzte Kriterium ist, zentrale Intervalle zu benutzen, d.h. daß der Bereich, der abgeschnitten wird auf jeder Seite $\epsilon/2$ entspricht.

8.3.2 Die Bayesische Betrachtungsweise

Nach der klassischen Statistik können, wie gerade besprochen, lediglich Aussagen über obere und untere Grenze mit einer bestimmten Irrtumswahrscheinlichkeit getroffen werden. In der Bayesischen Statistik macht man Aussagen über den wahren Wert eines Parameters selbst, wozu aber eine zusätzliche Annahme nötig ist, nämlich daß der wahre Wert mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit irgendwo in der Nähe des gemessenen liegt. Dazu betrachtet man das Theorem von Bayes:

$$f(\alpha;x) = \frac{f(x;\alpha)f(\alpha)}{g(a)} \tag{8.17}$$

$f(\alpha;x)$ ist die bedingte Wahrscheinlichkeit von α, vorausgesetzt, die Daten x sind gegeben, und $f(x;\alpha)$ umgekehrt diejenige der Daten x für eine bestimmte Wahl des Parameters. Diese letztere Funktion kann mit Hilfe der Statistik, etwa als Likelihood–Funktion bestimmt werden, was man aber will ist $f(\alpha;x)$. Dafür wird noch $g(x)$, die Wahrscheinlichkeitsdichte der gemessenen Daten, die festliegt und weggelassen werden kann, und $f(\alpha)$ benötigt. $f(\alpha)$, die Wahrscheinlichkeitsdichte von α, ist strenggenommen eine unsinnige Größe, da der Parameter α einen genau bestimmten, wenn auch unbekannten Wert hat [Blo98]. Sie muß als *Glaube* interpretiert werden, daß α einen bestimmten Wert hat. $f(\alpha)$ wird *Prior*, $f(\alpha;x)$ *Posterior* genannt.

Eine Anwendung der Bayesischen Statistik ist die Interpretation der Likelihood–Funktion als Wahrscheinlichkeitsdichte, indem man sie mit einem Prior multipiziert und dann normiert:

$$f(\alpha;x) = \frac{f(\alpha)L(\alpha;x)}{\int_{-\infty}^{\infty} f(\alpha)L(\alpha;x)} \tag{8.18}$$

In den meisten Fällen ist die Annahme eines konstanten Priors gut gerechtfertigt. Wenn dann noch die Likelihoodfunktion gaußisch ist, entsprechen der Likelihood–Schätzwert und die Likelihoodfehler genau Erwartungswert und Varianz.

8.4 Die benutzte Methode

In der vorliegenden Arbeit beruht die Abschätzung des Quarkradius bzw. seiner oberen Grenze auf einem gebinnten Maximum–Likelihood–Fit zum einen an die eindimensionale Verteilung des Viererimpulsübertrags zum anderen an die zweidimensionale x_e-y_e–Verteilung.

Methode:	Maximum–Likelihood
Gefittete Verteilungen:	Q_e^2 eindim., x_e-y_e zweidim.
Bin–Szenarien:	siehe Abschnitt 7.2.2
Fit sensitiv auf:	Form+Normierung+Fehler der Normierung
Fitparameter:	1) Quadratischer Quarkradius R^2
	2) Normierungsfaktor f_n
Formfaktor:	$F_R^2(Q^2;R^2) = (1 - \frac{1}{6}R^2Q^2)^2$
Fehlerabschätzung	Log–Likelihood-Definition, siehe Abschnitt 8.5
Benutztes Programm	MINUIT

Tabelle 8.2: Die in dieser Analyse gewählten Ansätze und Vorgehensweisen im Überblick.

Dabei werden verschiedene Binning–Szenarien verwendet, welche in Abschnitt 7.2.2 ausgewählt wurden. Als Ansatz zur Einbeziehung des endlichen Quarkradius wurde der Formfaktor $F_R^2(Q^2) = (1 - \frac{1}{6}R^2Q^2)^2$ genommen und R^2 als Anpassungsparameter herangezogen.

Da sowohl an die Form der Wahrscheinlichkeitsdichte als auch an die absolute Normierung gefittet werden soll, wird die Formel der extended Likelihood benutzt, die in Abschnitt 8.2.5 hergeleitet wurde. Zusätzlich muß noch beachtet werden, daß die absolute Normierung nicht genau bekannt ist, und zwar nicht nur, weil die endliche Datenmenge einen statistischen Fehler aufweist, darauf wird in der erweiterten Likelihood–Methode schon korrigiert, sondern auch, da sie auf der mit einem systematischen Fehler behafteten Luminositätsmessung beruht. Zur Erinnerung: Die Luminosität des zugrundeliegenden Samples liegt bei $\mathcal{L} = 14.63\ \mathrm{pb}^{-1} \pm 2.5\%$.

Dies wird dadurch berücksichtigt, daß man zum einen einen weiteren Fitparameter f_n einführt, der die Anzahl der erwarteten Ereignisse im Bin i modifiziert. Man erwartet im Bin i nicht $\nu_i(R^2)$ sondern $\nu_i(R^2)/f_n =: \nu_i(R^2, f_n)$ Ereignisse. f_n repräsentiert wie gesagt die Ungenauigkeit der Gesamtzahl an erwarteten Ereignissen und wird als gaußverteilt mit Mittelwert 1 und Standardabweichung $\sigma_{f_n} = f_n\,2.5\%$ angenommen. Darum wird zum anderen ein weiterer Faktor,

$$G(f_n; 1, \sigma_{f_n}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{f_n}} \exp\left[-\frac{(f_n - 1)^2}{2\sigma_{f_n}^2}\right] \tag{8.19}$$

zur Likelihood–Funktion multipliziert. Für die negative Log–Likelihood entspricht das einem zusätzlichen Summanden, $(f_n - 1)^2/(2\sigma_{f_n}^2)$, wobei der Term $\ln \sigma_{f_n} = \ln(f_n\,2.5\%)$ vernachlässigt wird, da er viel weniger sensitiv auf Veränderungen des Parameters f_n ist.

Somit ergibt sich als endgültige negative Log–Likelihood–Funktion F dieser Analyse die Formel:

$$\begin{aligned} F(R^2, f_n) &= \sum_{i=1}^{B} \Big(\nu_i(R^2, f_n) - n_i \ln \nu_i(R^2, f_n)\Big) + \frac{(f_n - 1)^2}{2\sigma_{f_n}^2} \\ &= \sum_{i=1}^{B} \left(\frac{\nu_{i,0} \cdot (1 - \frac{1}{6}R^2Q_i^2)^2}{f_n} - n_i \ln\left(\frac{\nu_{i,0} \cdot (1 - \frac{1}{6}R^2Q_i^2)^2}{f_n}\right)\right) + \frac{(f_n - 1)^2}{2\sigma_{f_n}^2} \end{aligned} \tag{8.20}$$

mit folgenden Größen:

- R^2: Fitparameter für das Quadrat des Quarkradius
- f_n: Fitparameter für die absolute Normierung
- $\sigma_{f_n} = f_n\,2.5\%$: Fehler der absoluten Normierung aufgrund der Luminositätsmessung
- i: Binnummer
- B: Anzahl der Bins
- Q_i^2: Quadrat des Viererimpulsübertrags im Binschwerpunkt
- n_i: Anzahl der Daten im Bin i

- $\nu_{i,0}$: Anzahl der auf die Datenluminosität normierten und parameterunabhängigen Monte Carlo Ereignisse im Bin i

In der Formel für den Formfaktor wird für den Wert des Viererimpulsübertrages im jeweiligen Bin, Q_i^2, nicht der Wert des Binzentrums, sondern der Wert des Binschwerpunktes verwendet. Er wird mit Hilfe der Monte Carlo Simulation bestimmt zu:

$$Q_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} Q_{j,gen}^2}{\nu_i} \tag{8.21}$$

Zur Berechnung sowohl der Parameterfitwerte als auch deren oberen Grenzen wurde das Program MINUIT benutzt. In Tabelle 8.2 sind die wichtigsten Merkmale der vorliegenden Analyse zusammengefaßt. Im folgenden Abschnitt nun die Fehlerbestimmung für den Parameterschätzwert.

8.5 Die Bestimmung der oberen Grenze nach der Likelihood–Fehlerdefinition

8.5.1 Ein Parameter

In der Likelihood–Theorie werden im eindimensionalen Fall die Fehlergrenzen entsprechend $s\,\sigma$ analog zur Gauß–Verteilung durch die Forderung definiert, daß der Wert der negativen Log–Likelihood–Funktion um $1/2\ s^2$ zugenommen hat, verglichen mit dem Minimum $F_{min} = F(\hat{\alpha})$, d.h.

$$F(\hat{\alpha} \pm s \cdot \sigma) = F(\hat{\alpha}) + \frac{1}{2}\,s^2\ ,\quad \text{mit } s = 1, 2, 3, \ldots \tag{8.22}$$

Dieses intuitive Verfahren hat seine Rechtfertigung darin, daß die Log–Likelihood–Funktion häufig näherungsweise gaußverteilt ist. Die Fehlergrenzen können allerdings asymmetrisch um $\hat{\alpha}$ liegen, und dann ist die Schätzung nicht erwartungstreu.

Im asymptotischen Grenzfall $n \to \infty$ nähert sie sich auf jeden Fall einer Gauß–Funktion an und die Varianz $V[\hat{\alpha}]$ strebt gegen Null. Um das Minimum herum kann die negative Log–Likelihood–Funktion in diesem Fall in eine Gauß–funktion entwickelt werden und aus einem Vergleich folgt der Zusammenhang:

$$\sigma(\hat{\alpha}) = \left(\left. \frac{\mathrm{d}^2 F}{\mathrm{d}\alpha^2} \right|_{\hat{\alpha}} \right)^{-1/2} \tag{8.23}$$

Die Log–Likelihood–Funktion hat die Form einer Parabel und ihre zweite Ableitung ist eine Konstante. Im mehrdimensionalen Fall führt dies zu der üblichen Näherung, die Fehlermatrix der Parameter über die Inversion der Matrix der zweiten Ableitungen der negativen Log–Likelihood–Funktion, genommen an der Minimumstelle, zu bestimmen.

Die Gesamtwahrscheinlichkeit, die in den Konfidenzinterevallen $\hat{\alpha} \pm s \cdot \sigma$ enthalten ist, kann aus der Gaußverteilung berechnet werden.

Zeigt die tatsächliche Log–Likelihood–Funktion also ein parabolisches Verhalten, so kann die Standardabweichung aus Gleichung 8.23 bestimmt werden. Weicht sie jedoch davon ab, so muß eine nichtlineare Transformation der Variablen α in eine Variable $\beta = \beta(\alpha)$ gesucht werden, so daß $F(\beta)$ ein parabolisches Verhalten zeigt, und dann kann wieder wie oben verfahren werden.

Aufgrund der schon erwähnten Invarianzeigenschaft der Maximum–Likelihood–Methode ist die beste Schätzung $\hat{\beta} = \beta(\hat{\alpha})$ und es gelten die Identitäten,

$$F(\hat{\beta} + s \cdot \sigma_\beta) = F(\hat{\beta}) + \frac{1}{2}\,s^2 = F(\hat{\alpha}) + \frac{1}{2}\,s^2 = F(\hat{\alpha} + \sigma_{o,\alpha}(s)) \neq F(\hat{\alpha} + s \cdot \sigma_{o,\alpha}) \quad (8.24)$$

$$F(\hat{\beta} - s \cdot \sigma_\beta) = F(\hat{\beta}) + \frac{1}{2}\,s^2 = F(\hat{\alpha}) + \frac{1}{2}\,s^2 = F(\hat{\alpha} - \sigma_{u,\alpha}(s)) \neq F(\hat{\alpha} - s \cdot \sigma_{u,\alpha}) \quad (8.25)$$

mit denen man die rechts– und linksseitigen Fehler $\sigma_{o,\alpha}(s)$ und $\sigma_{u,\alpha}(s)$ des Parameters α bestimmen kann. Dabei sei nochmal darauf hingewiesen, daß im parabolischen Fall die Fehler sowohl proportional zur Anzahl der Standardabweichungen sind, d.h. ein Fehler von zwei Standardabweichungen ist doppelt so groß wie einer mit einem Sigma, als auch symmetrisch um die Minimumstelle verteilt sind, während beides im nicht-parabolischen Fall nicht gegeben ist. Einer Abweichung der Log–Likelihood–Funktion von ihrer asymptotischen Gestalt wird durch asymetrische Fehler Rechnung getragen.

Anhand der beiden Gleichungen 8.25 und 8.25 kann man also Aussagen über den Parameter α und seine Fehler machen, ohne die Transformation durchführen zu müssen, indem man an die Stelle geht, an welcher der Wert der negativen Log–Likelihood–Funktion um $1/2 \cdot s^2$ gegenüber dem Wert $F(\hat{\alpha})$ des Minimums zugenommen hat.

In der vorliegenden Arbeit soll eine obere Grenze für den Quarkradius mit 95% Confidence Level (CL, Vertrauensniveau) bestimmt werden. Dies entspricht einer Änderung des Funktionswertes um 1.92 .

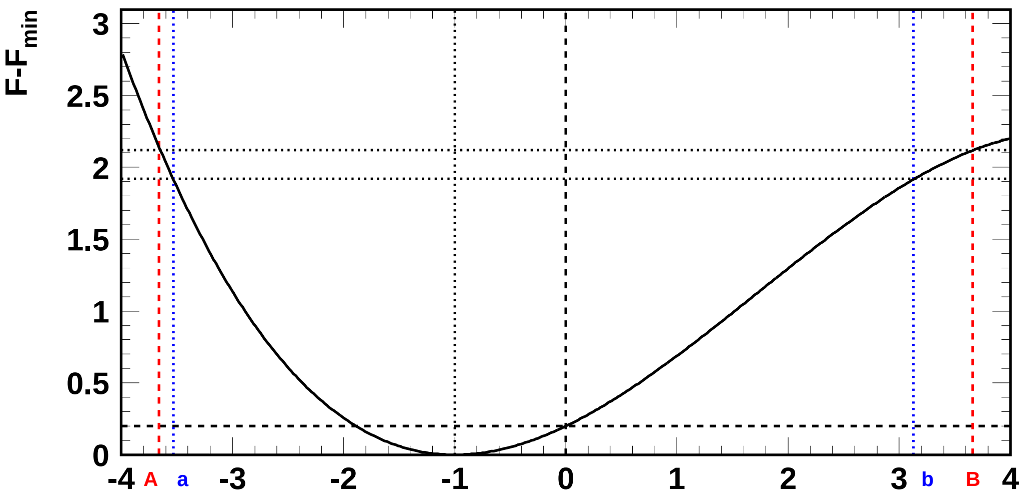


Abbildung 8.2: Die Fehlerbestimmung nach der Likelihood–Definition. Aufgetragen ist die Differenz zwischen der Log–Likelihood–Funktion und ihrem Minimum gegen eine Parameterskala, deren Einheiten ohne Bedeutung sind, da die Abbildung nur der Veranschaulichung der Methode dienen soll.

Zusätzlich wird in der Analyse noch der Tatsache Rechnung getragen, daß nach dem Standardmodell der Quarkradius Null ist. Man geht nicht von dem Minimumswert der negativen Log–Likelihood–Funktion aus, sondern vom Wert, den sie an der

Stelle $R^2 = 0$ annimmt, und bestimmt die obere Grenze als denjenigen Parameterwert R^2, bei dem sie um 1.92 gegenüber dem Wert für $R^2 = 0$ zugenommen hat. Da der Wert für $R^2 = 0$ in jedem Fall nicht kleiner als der Minimumswert ist, wird die Abschätzung der oberen Grenze dadurch konservativer. Das eben gesagte wird anhand von Abbildung 8.2 veranschaulicht: Es ist die Differenz zwischen der negativen Log–Likelihood–Funktion und ihrem Minimumwert gegen eine willkürlich gewählte Parameterskala aufgetragen. Auf dieser Skala liegt die Minimumstelle bei -1, und eine Bestimmung der Grenzen mit 95% Confidence Level nach der Likelihoodfehlerdefinition würde zu den Parameterwerten a und b führen. Geht man jedoch von der 'Standardmodell'-Stelle Null aus, so erhält man die konservativeren Werte A und B. Die Abweichung der 'Standardmodell'-Stelle von der Minimumstelle ist in diesem Beispiel – wie auch in der nachfolgenden Analyse – nicht signifikant, sie liegt innerhalb einer Standardabweichung, die einem Anstieg der negativen Log–Likelihood–Funktion von 1/2 entspricht.

Der Vollständigkeit halber und weil in [PDG98] empfohlen, wird neben der gefitteten Minimumstelle R^2_{min} und der mit 95%–Confidence–Level bestimmten oberen Grenze R^2_o auch der Parameterwert für die unphysikalische - da negative - untere Grenze bei 95% CL, R^2_u, angegeben.

Wenn Likelihoodschätzwert und –grenzen von R^2 auf R transformiert werden, so wird nicht die übliche gaußsche Fehlerfortplanzung benutzt, sondern konsequenterweise der funktionale Zusammenhang verwendet [Zec98],

$$R = R(R^2) = \sqrt{R^2} \tag{8.26}$$

$$R_{min} = \sqrt{R^2_{min}} \tag{8.27}$$

$$R_o = \sqrt{R^2_o} \tag{8.28}$$

wobei das für die negative untere Schranke des Quarkradius physikalisch unsinnig ist, und deshalb unterbleibt.

Der Einfachheit wegen wurde bisher von nur einem Parameter, dem Quadrat des Quarkradius ausgegangen. Nun soll die Normierungskonstante miteinbezogen werden.

8.5.2 Zwei oder mehr Parameter

Im Fall von zwei Parametern zeichnet man Konturlinien der negativen Log–Likelihood als Linien gleicher Funktionswerte $F(\alpha) = F(\hat{\alpha}) + 1/2 \cdot s^2$. Asymptotisch nähert sich die Likelihood wieder einer Gaußverteilung an, wobei die Konturlinien dann exakten Ellipsen entsprechen würden. Abweichungen vom asymptotischen Verhalten lassen sich durch asymmetrische Fehler beschreiben, analog zum Fall mit einer Variablen.

Formal ist eine Funktion $F_{min}(\alpha_i)$ des i-ten Parameters von α definiert durch: $F_{min}(\alpha_i) := \min F(\alpha)$, welche das Minimum von $F(\alpha)$ bezüglich aller anderen Parameter α_j darstellt. Dann werden durch

$$F_{min}(\hat{\alpha}_i + \sigma_o(s)) = F(\hat{\alpha}) + \frac{1}{2}s^2 \tag{8.29}$$

$$F_{min}(\hat{\alpha}_i - \sigma_u(s)) = F(\hat{\alpha}) + \frac{1}{2}s^2 \tag{8.30}$$

die Fehler wie im eindimensionalen Fall definiert. Diese Methode ist im Programm MINUIT [JAM98] unter dem Namen MINOS implemetiert. In Abbildung 8.3 ist die Fehlerbestimmung veranschaulicht:

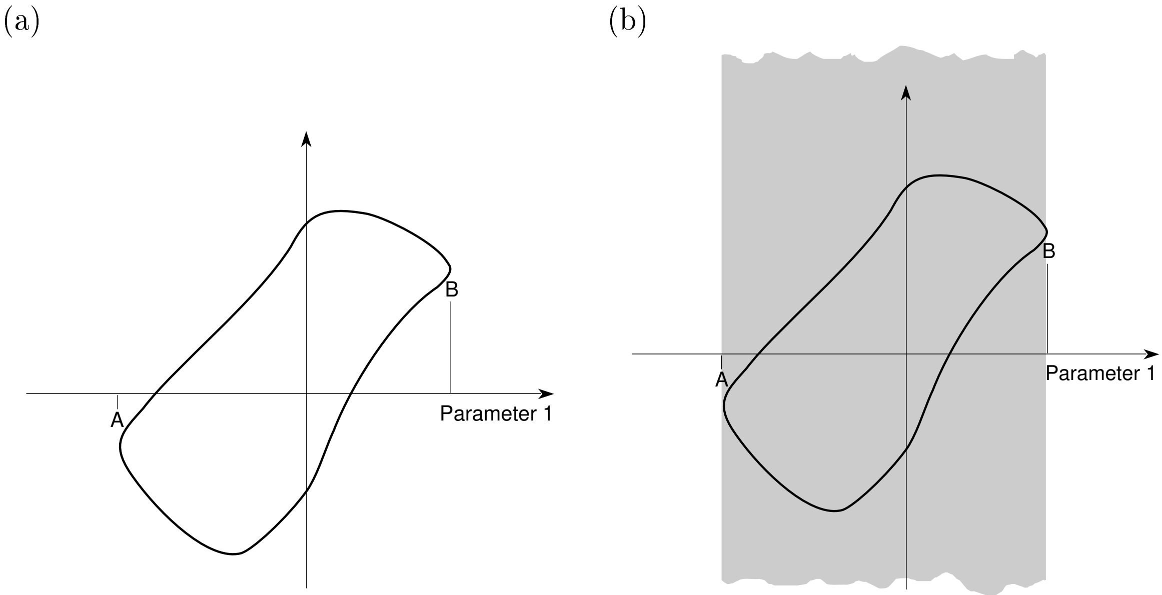


Abbildung 8.3: Fehlerbestimmung nach der Likelihood–Definition: (a) Die Fehler von MINOS für Parameter 1 (b) Der Confidence–Bereich von MINOS für Parameter1 [JAM98]

Im Raum der Parameter eins und zwei ist in Teil (a) der Abbildung eine Konturlinie der Log–Likelihood–Funktion eingezeichnet. Um den Fehler für Parameter eins zu berechnen, bestimmt MINOS zuerst die Extrempunkte A und B der Linie, aus deren x–Koordinaten und der x–Koordinate des Minimums sich dann der positive und der negative Fehler ergibt. Auf diese Weise wird die Korrelation zwischen den beiden Parametern berücksichtigt. Wenn man für Parameter zwei einen festen Wert vorgibt, werden die Fehler für Parameter eins in jedem Falle kleiner.

Jedoch muß beachtet werden, daß die so berechneten Fehler trotzdem 'nur' Ein-Parameter Fehler sind, d.h. daß der Fehler für Parameter eins nur eine Aussage über dessen Wert macht. Dies wird geometrisch in Teil (b) der Abbildung durch das graue Band verdeutlicht, welches in der Figur nach oben und unten bis ins unendliche ausgedehnt sein soll, d.h. uber den Wert von Parameter zwei wird keine Aussage gemacht.

Will man gleichzeitig Aussagen über zwei oder mehr (wenn vorhanden) Parameter machen, wird die Situation komplizierter und die Wahrscheinlichkeiten nehmen schnell ab, aber darauf soll in dieser Arbeit nicht näher eingegangen werden.

Wie schon im Fall eines Parameters erläutert wird in dieser Analyse zur Bestimmung der oberen Grenze nicht vom Minimumwert der Log–Likelihood–Funktion ausgegangen, sondern vom kleinsten Wert mit der Nebenbedingung $R^2 = 0$. D.h. es wird zuerst das Minimum der Funktion für den festen Wert des Radiusquadrates $R^2 = 0$ bestimmt und dann die Fehlerellipse mit einem um 1.92 größeren Funktionswert berechnet, was zu konservativeren Confidence–Level–Werten führt.

Kapitel 9

Ergebnisse und Interpretation

Im folgenden soll, bevor das zentrale Ergebnis präsentiert wird, die systematische Abhängigkeit des Resultats vom Q^2 Bereich, vom Binning, von der Wahl zwischen 1-dim und 2-dim Verteilungen sowie von der Normierung untersucht werden. Dies geschieht hier durch Vergleich zwischen Erwartung und den H1–Daten. Es ist dabei jedoch zu beachten, daß die Ergebnisse dieser systematischen Studien durchaus von statistischen Fluktuationen in den Daten, oder auch einem tatsächlich vorhandenen neuen physikalischen Effekt beeinflußt sein können.

9.1 Die Abhängigkeit von Q^2

Als erstes soll die Abhängigkeit des Schätzwertes und der oberen Grenze des Radiusquadrats R^2 vom betrachteten Bereich des Viererimpulsübertrags Q_e^2 untersucht werden. Dazu wird jeweils repräsentativ ein Binning für den ein– und den zweidimensionalen Fall ausgewählt, und zwar H2 mit 50 linearen Bins in Q_e^2 und H6 mit 20 auf 20 linearen Bins in x_e-y_e. Eine Definition aller verschiedenen Bin–Einteilungen findet man in den Tabellen 7.1 und 7.2.

Der Q_e^2–Bereich, in dem die Maximum-Likelihood Anpassung durchgeführt wird, wird schrittweise durch Senken der oberen Grenze $Q^2_{e,max}$ verkleinert, um herauszufinden, auf welchen Bereich die Anpassungsprozedur am meisten sensitiv ist. Die untere Grenze $Q^2_{e,min} = 500\,\mathrm{GeV}^2$ bleibt dabei unverändert. Für das eindimensionale Binning H2 werden die Werte $Q^2_{e,max} = 3000, 5000, 7000, 10000, 15000, 20000,$ und $101568\,\mathrm{GeV}^2$ benutzt, wobei der letzte Wert keine Einschränkung darstellt, er entspricht dem größten Viererimpulsübertrag, der bei HERA möglich ist.

Der Normierungsparameter f_n wird bei dieser Untersuchung nicht weiter betrachtet. Da sein Wert innerhalb der Fehler in den hier betrachteten Fällen immer nahe bei eins liegt, ist das gerechtfertigt. Die Ergebnisse für R^2 werden trotzdem von f_n beeinflußt, es sei denn die beiden Parameter seien unabhängig. Der Parameter f_n wird in Kapitel 9.4 detailliert untersucht.

Die Ergebnisse der Maximum–Likelihood Anpassung für R^2 zeigt Abbildung 9.1. Es sind die Parameterwerte für das Quadrat des Quarkradius R^2_{min}, an denen die negative Log–Likelihood–Funktion ihr Minimum annimmt, sowie die Fehlerbalken bis zu den oberen und unteren Grenzen mit 95% Confidence Level, R_o^2 bzw. R_u^2 gegen das jeweilige $Q^2_{e,max}$ aufgetragen. Der äußere rechte Punkt hinter der gestrichelten Linie

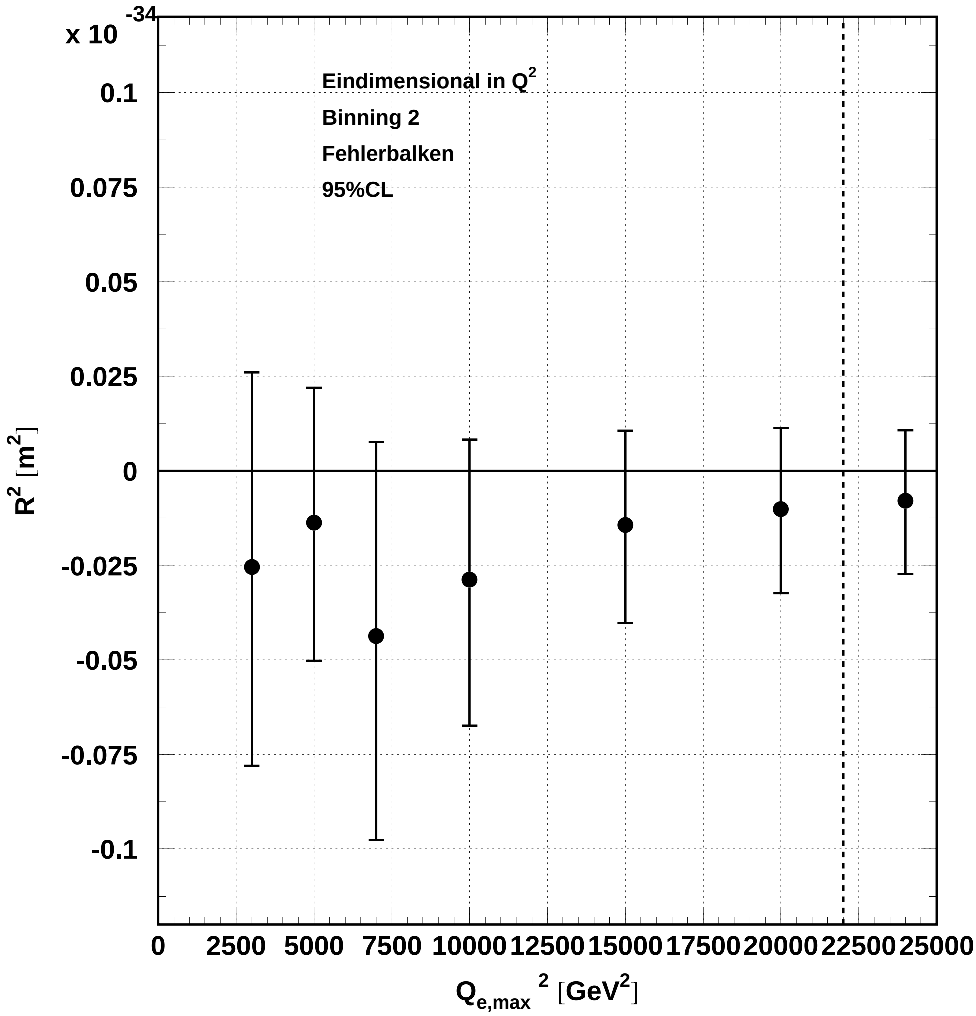


Abbildung 9.1: Die Abhängigkeit des angepaßten Parameterwertes und seiner Fehler vom untersuchten Q^2–Bereich im eindimensionalen Fall. Die Punkte stellen die Parameterwerte R^2_{min} dar, an denen die negative Log–Likelihood–Funktion ihr Minimum annimmt, während die Endpunkte der Fehlerbalken der oberen und unteren Grenze mit 95% Confidence Level, R^2_o bzw. R^2_u entsprechen. Der äußere rechte Punkt hinter der gestrichelten Linie entspricht dem uneingeschränkten Q^2_e–Bereich und ist nicht maßstabsgerecht auf der $Q^2_{e,max}$–Achse eingezeichnet.

entspricht dem uneingeschränkten Q^2_e–Bereich und ist nicht maßstabsgerecht auf der $Q^2_{e,max}$–Achse eingezeichnet. Alle Ergebnisse R^2_{min} der Maximum–Likelihood Anpassung liegen bei Werten kleiner Null, sind aber für einen Q^2–Bereich bis 15000 GeV^2 und größer innerhalb einer Standardabweichung mit Null verträglich.

Die eingezeichneten oberen Grenzwerte R^2_o hängen praktisch nicht vom betrachteten Q^2_e–Bereich ab. Sie liegen alle bei ungefähr 10^{-36} m^2, bis auf die beiden Punkte bei 3000 und 5000 GeV^2. Diese sind aber nicht allzu aussagekräftig, da sie auf einer Anpassung über lediglich drei bzw fünf Bins beruhen.

Hingegen verändert sich die Lage des Minimumwertes R^2_{min} und damit die Breite der

Fehlerbalken stark mit $Q^2_{e,max}$. Je größer der untersuchte Q^2_e–Bereich wird, desto kleiner werden die Fehlerbalken. Sogar die wenigen Ereignisse mit einem Impulsübertrag über 20000 GeV^2 bringen noch eine Verbesserung, wie man anhand eines Vergleichs mit der Eintragung für den uneingeschränkten Bereich erkennen kann. Das bedeutet, daß die Bestimmung des Minimumswertes und seines Fehlerintervalls sensitiv auf den hohen Q^2–Bereich ist.

Vergleicht man die Ergebnisse mit der Q^2_e–Verteilung aus Abbildung 7.12, so erkennt man, daß sich der signifikante Überschuß in den Daten bei $Q^2_e = 6000\,\mathrm{GeV}^2$ bemerkbar macht. Bei $Q^2_{e,max} = 7000\,\mathrm{GeV}^2$ ergibt sich der am weitesten vom Standardmodellwert Null abweichende Wert für R^2_{min}.

Abbildung 9.2 zeigt die Ergebnisse für die zweidimensionale Bin–Einteilung H6. Als Werte für $Q^2_{e,max}$ wurden hier 5000, 10000, 15000, 20000 und 101568 GeV^2 gewählt, wobei der Punkt bei nicht eingeschränktem Bereich wieder nicht maßstabsgetreu auf der $Q^2_{e,max}$–Achse aufgetragen wurde.

Die Aussagen für das eindimensionale Binning lassen sich direkt übertragen: Die Sensitivität auf den hohen Q^2–Bereich zeigt sich in den kleiner werdenden Fehlerbalken, während die Werte des oberen Confidence Levels bis auf den Eintrag bei 5000 GeV^2 relativ ähnlich sind. Allerdings liegen sie bei ungefähr $1.5 \cdot 10^{-36}\mathrm{m}^2$, und damit höher als im eindimensionalen Fall.

Zum Vergleich sind in der Abbildung 9.3 die x_e-y_e–Verteilungen von (a) Daten und (b) Simulation für die Bin–Einteilung H6 dargestellt. Um die einzelnen Einträge in den Bins gut vergleichen zu können, wurde in jedes Bin die Anzahl der Ereignisse als Zahl eingetragen. Es muß allerdings beachtet werden, das die Einträge im Monte Carlo nicht aus natürlichen, sondern infolge der Gewichte aus reellen Zahlen bestehen und die Zahl in der Abbildung nur den Vorkommastellen der reellen Zahl entspricht.

Die größten Unterschiede in den Ereigniszahlen sind bei großen y_e und kleinen x_e erkennbar.

Zusammenfassend kann man sagen, daß wie erwartet die Sensitivität auf eine mögliche Substruktur bei hohem Viererimpulsübertrag am größten ist. Die dort ermittelten Ergebnisse stimmen allerdings innerhalb ihrer Fehler gut mit dem Standardmodell überein.

9.2 Die Abhängigkeit vom Binning

Als nächstes wird der Einfluß der Wahl des Binnigs auf den 95% Confidence Level Wert von R^2_o untersucht. Der Normierungsparameter f_n liegt wieder nahe eins und wird nicht extra betrachtet. Im folgenden werden die in den Tabellen 7.1 und 7.2 angegebenen Kürzel für die Bin–Einteilungen verwendet.

9.2.1 Zweidimensionale Bin–Einteilungen in x-y

In Abbildung 9.4 ist der angepaßte Wert von R^2_{min} als Punkt und der obere und untere Grenzwert mit 95% Confidence Level als Ende des Fehlerbalkens für die verschiedenen zweidimensionalen Binnings aufgetragen. Dabei entspricht die Intervalleinteilung mit dem Namen M6 der von H6. Bei der Anpassungsprozedur wurde jedoch für das Monte

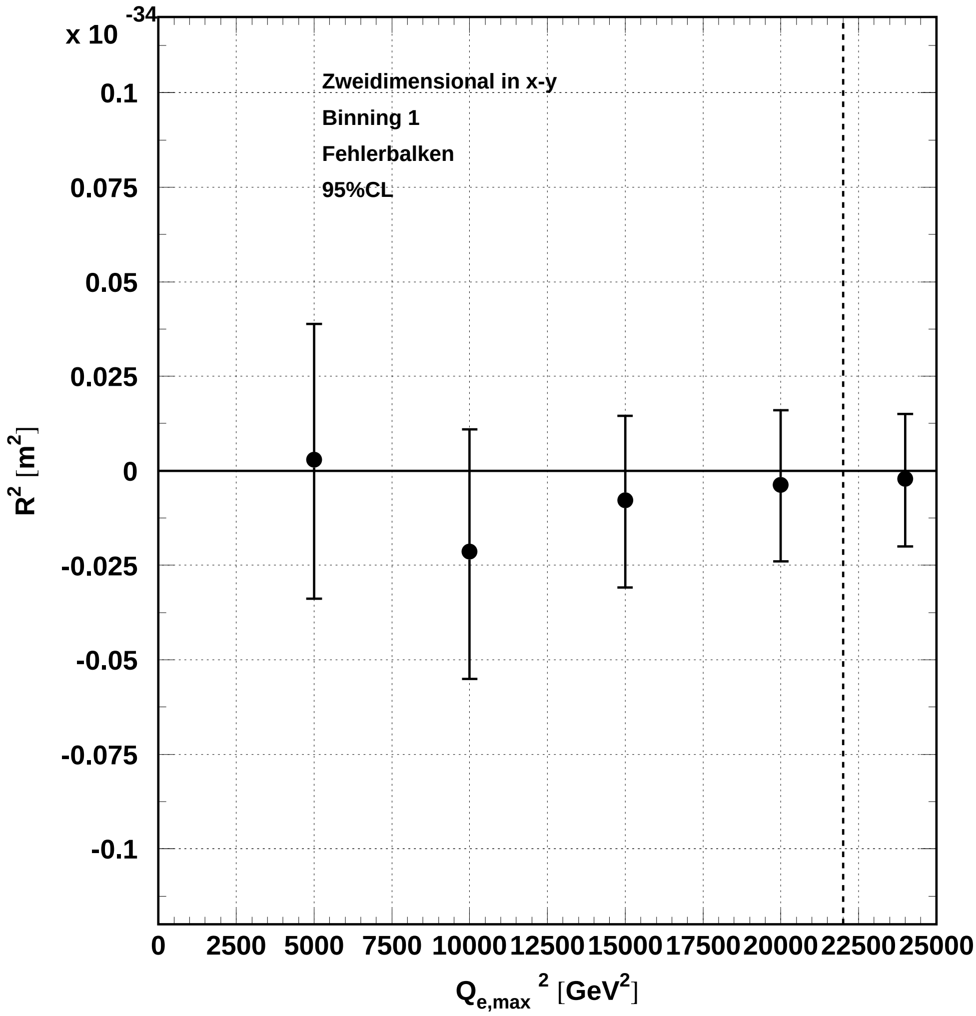


Abbildung 9.2: Die Abhängigkeit des angepaßten Parameterwertes und seiner Fehler vom untersuchten Q^2–Bereich im zweidimensionalen Fall. Der äußere rechte Punkt hinter der gestrichelten Linie entspricht dem uneingeschränkten Q_e^2–Bereich und ist nicht maßstabsgerecht auf der $Q_{e,max}^2$–Achse eingezeichnet.

Carlo die Umgewichtung der Partondichten des Protons auf den H1–Fit[1] weggelassen, d.h. es wurden die MRSH Dichten verwendet.

Wie man erkennt, sind durch die Anpassung der Simulation an die gemessenen H1–Daten die Werte von R^2_{min} für alle drei Bin–Einteilungen näher an den Standardmodellwert Null gerückt. Dabei hat sich zusätzlich das Vorzeichen geändert. Die Länge der Fehlerbalken ist allerdings gleich geblieben. Wie erwartet wird durch die Umgewichtung der 95% Confidence Level Wert des Radiusquadrates 'verbessert'. Alle angepaßten Werte von R^2_{min} sind innerhalb einer Standardabweichung mit Null vereinbar.

Die drei Einteilungen H6, H7 und H8 unterscheiden sich nicht sonderlich voneinan-

[1] Zur Erinnerung: Mit H1–Fit werden die von H1 in einer eigenen Anpassung unter Berücksichtigung der bis Ende 1997 gemessenen Positron-Daten bestimmten Parton–Dichteverteilungen bezeichnet

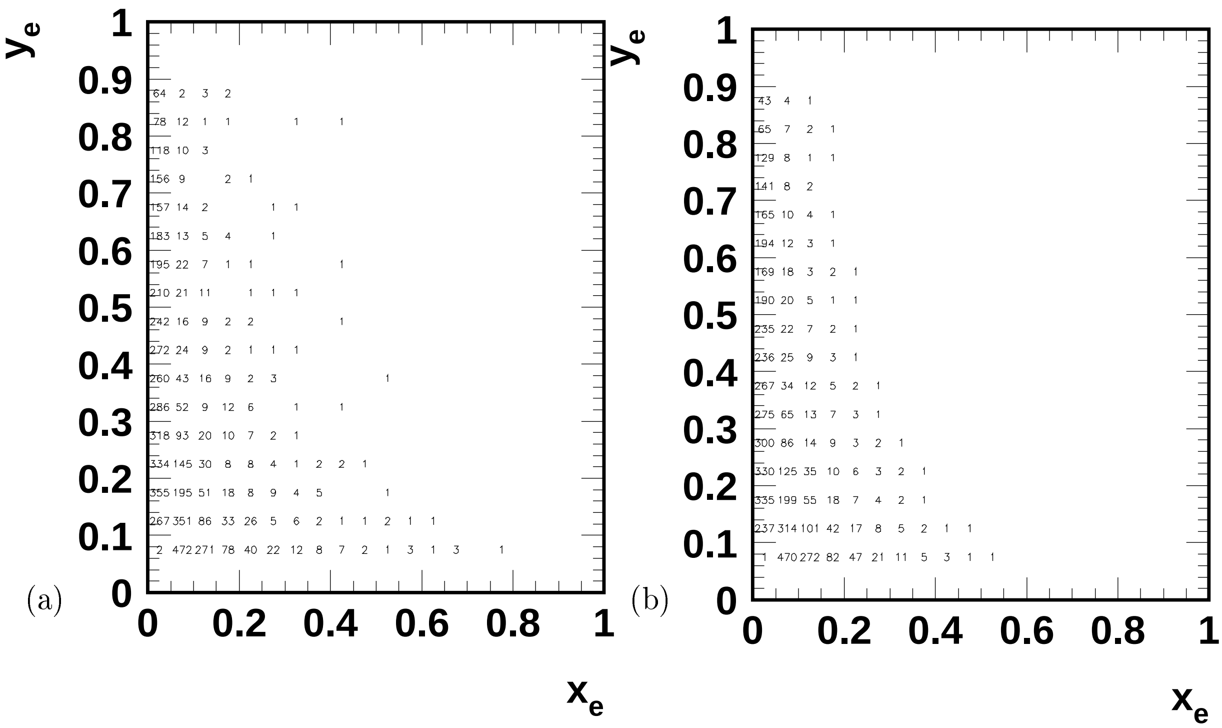


Abbildung 9.3: Die Verteilungen von x_e-y_e in (a) Daten und (b) Simulation. Die Anzahl der Ereignisse pro Bin wurde dabei als natürliche Zahlen in das Bin eingetragen.

der, mit steigender Feinheit der Bins wird der Wert von R_o^2 etwas kleiner. Allerdings hat das feinste Binning H8 den größten Fehlerbalken in negative Richtung, d.h. eine feinere Bineinteilung zieht nicht automatisch eine bessere Genauigkeit nach sich.

Wie in Abschnitt 8.5 erläutert, wird der funktionale Zusammenhang $R_o = \sqrt{R_o^2}$ benutzt, um vom 95% Confidence Level Wert des Radiusquadrates auf denjenigen des Radius zu gelangen. Das Ergebnis ist in Abbildung 9.5 gezeigt. Die Werte der drei umgewichteten Bineinteilungen sind um $1,25 \cdot 10^{-18}$ m verteilt, mit den MRSH Partondichten erhält man ungefähr $1,55 \cdot 10^{-18}$ m.

9.2.2 Eindimensionale Bin–Einteilungen in Q^2

In Abbildung 9.6 sind die Ergebnisse der fünf verschiedenen Intervalleinteilungen H1 bis H5 der eindimensionalen Q_e^2–Verteilung zu sehen. Zusätzlich ist mit M2 das H2 entsprechende Binning unter Benutzung der MRSH– statt der auf den H1–Fit umgewichteten Partondichten dargestellt.

Die drei linear äquidistanten Intervalleinteilungen H1 (100 Bins), H2 (50 Bins) und H3 (25 Bins) unterscheiden sich praktisch nur in ihrer unteren Grenze R_u^2; in der Minimumstelle und vor allem der oberen Grenze stimmen sie gut überein. Auch die beiden logarithmischen Binnings liefern fast diesselbe obere Grenze. Dies zeigt die Konsistenz der Anpassungsprozedur.

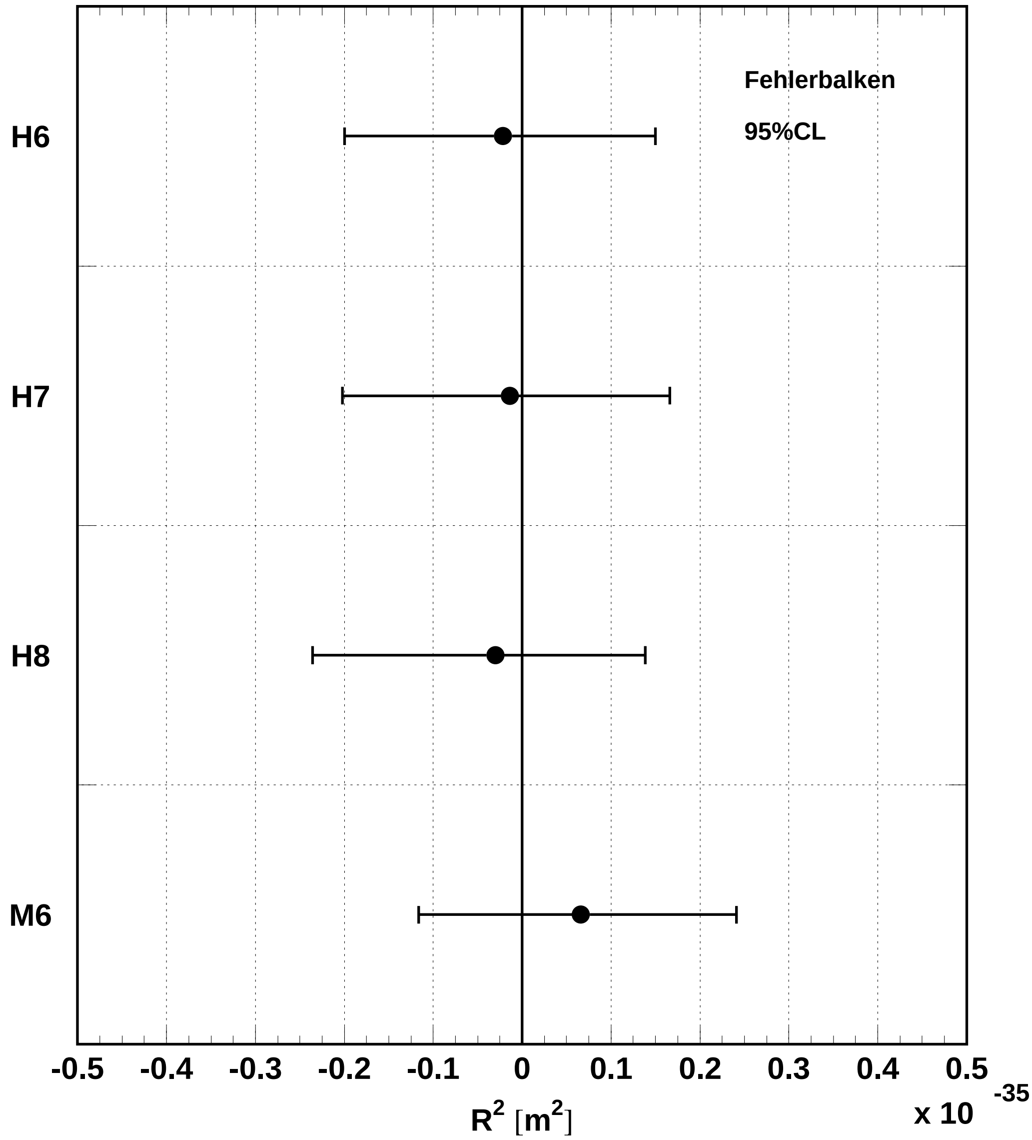


Abbildung 9.4: Die Abhängigkeit des angepaßten Parameterwertes R^2_{min} und seiner Fehler vom Binning im zweidimensionalen Fall.

Der Wert, der mit der MRSH Dichte gewonnen wird, ist wieder zu postiven Radiusquadraten verschoben, allerdings liegt er im hier im eindimensionalen Fall viel näher an Null als die Schätzungen mit umgewichteter Monte Carlo Simulation. Im zweidimensionalen Fall dagegen war er weiter entfernt gewesen. Vergleicht man die Abbildungen 9.4 und 9.6, so sieht man, das allgemein die Fehlerbereiche in eindimensionalen Bin–Einteilungen gegenüber den zweidimensionalen zu negativen Werten verschoben sind.

In Abbildung 9.7 sind die auf den Radius umgerechneten Grenzwerte mit 95% Confidence Level R_o für die eindimensionalen Bin–Einteilungen gezeigt. Alle mit Umgewichtung berechneten Ergebnisse liegen bei ungefähr $R_o = 1,1 \cdot 10^{-18}$ m, MRSH bei $1,3 \cdot 10^{-18}$ m.

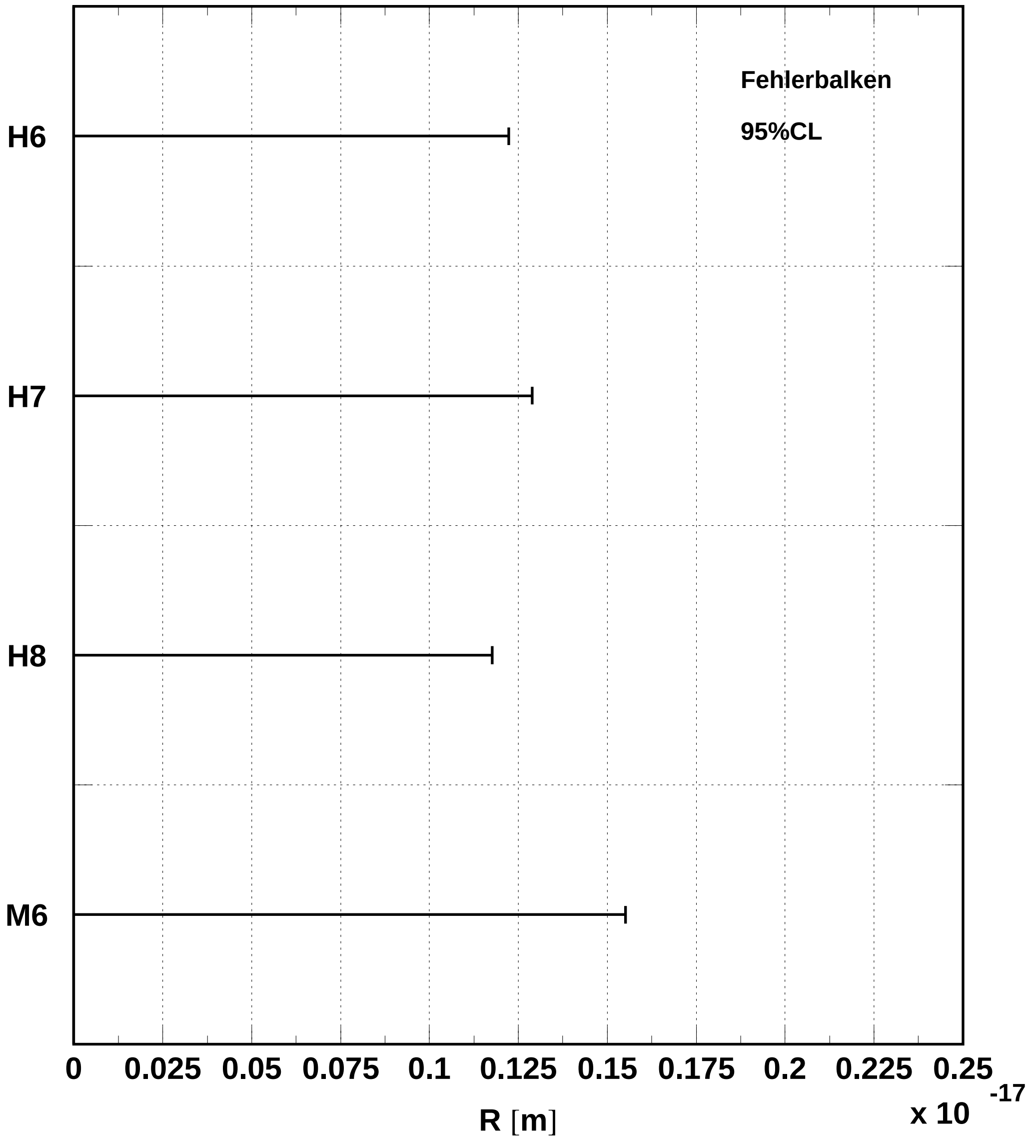


Abbildung 9.5: Die Abhängigkeit des 95% Confidence Level Wertes für den Quarkradius R_o vom Binning im zweidimensionalen Fall.

Überaschenderweise sind die Grenzwerte für die eindimensionalen Anpassungen kleiner als diejenigen des zweidimensionalen. Man hätte eher erwartet, das es aufgrund der im zweidimensionalen Histogramm steckenden Mehrinformation umgekehrt wäre. Dies liegt an der oben schon angesprochenen generellen Verschiebung der Fehlerbereiche. Im eindimensionalen Fall liegen sie weiter zu negativen Radiusquadraten hin versetzt. Zur Bestimmung des Confidence Level Wertes wird zwar, wie in Abschnitt 8.5 erläutert, von $R^2 = 0$ ausgegangen, wenn das Minimum aber weiter im negativen liegt, so besitzt die als parabelförmig angenommene negative Log–Likelihood–Funktion bei Null eine größere Steigung und der Confidence Level Wert wird früher erreicht.

Insgesamt kann man sagen, das sich die Ergebnisse der eindimensionalen und der zweidimensionalen Maximum–Likelihood Anpassung unterscheiden. Die Bin-Einteilung innerhalb einer Methode spielt jedoch fast keine Rolle, vor allem wenn es um den oberen

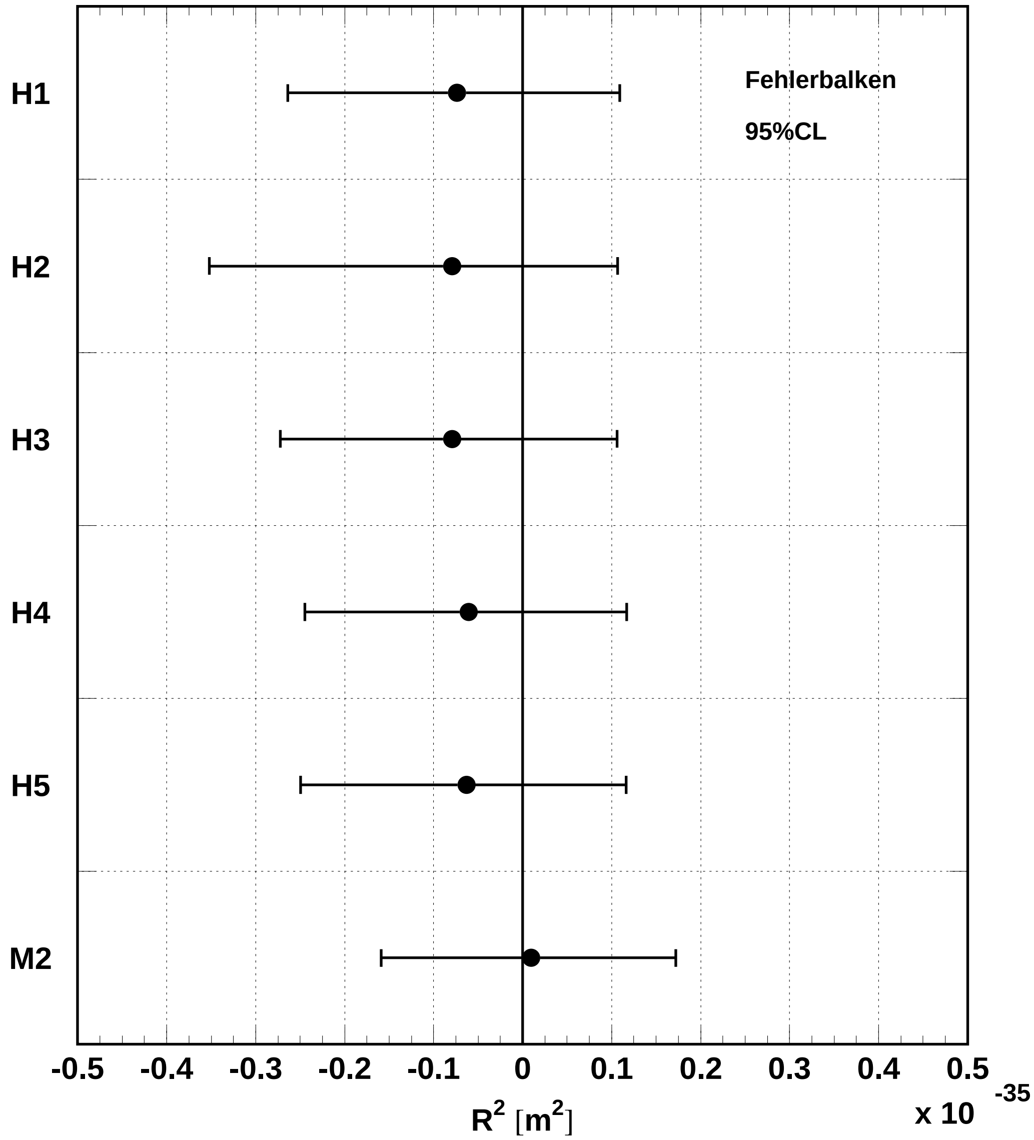


Abbildung 9.6: Die Abhängigkeit des angepaßten Parameterwertes R^2_{min} und seiner Fehler vom Binning im eindimensionalen Fall.

Grenzwert R^2_o geht.

9.3 Zentrales Ergebnis

Bis jetzt wurde lediglich das Ergebnis der Maximum–Likelihood Anpassung für den Parameter R^2 betrachtet und der Normierungsparameter f_n nicht extra angegeben. Dies war gerechtfertigt, da er immer nahe bei eins war. Infolge der Korrelation mit R^2 hat er aber trotzdem die bisherigen Ergebnisse beeinflußt.

Nun werden komplette Fehlerellipsen im zweidimensionalen Parameterraum diskutiert. Da die Wahl des Binnings im Rahmen der gewählten Einteilungen wie eben gesehen praktisch unerheblich ist, genügt es repräsentativ ein eindimensionales Binning

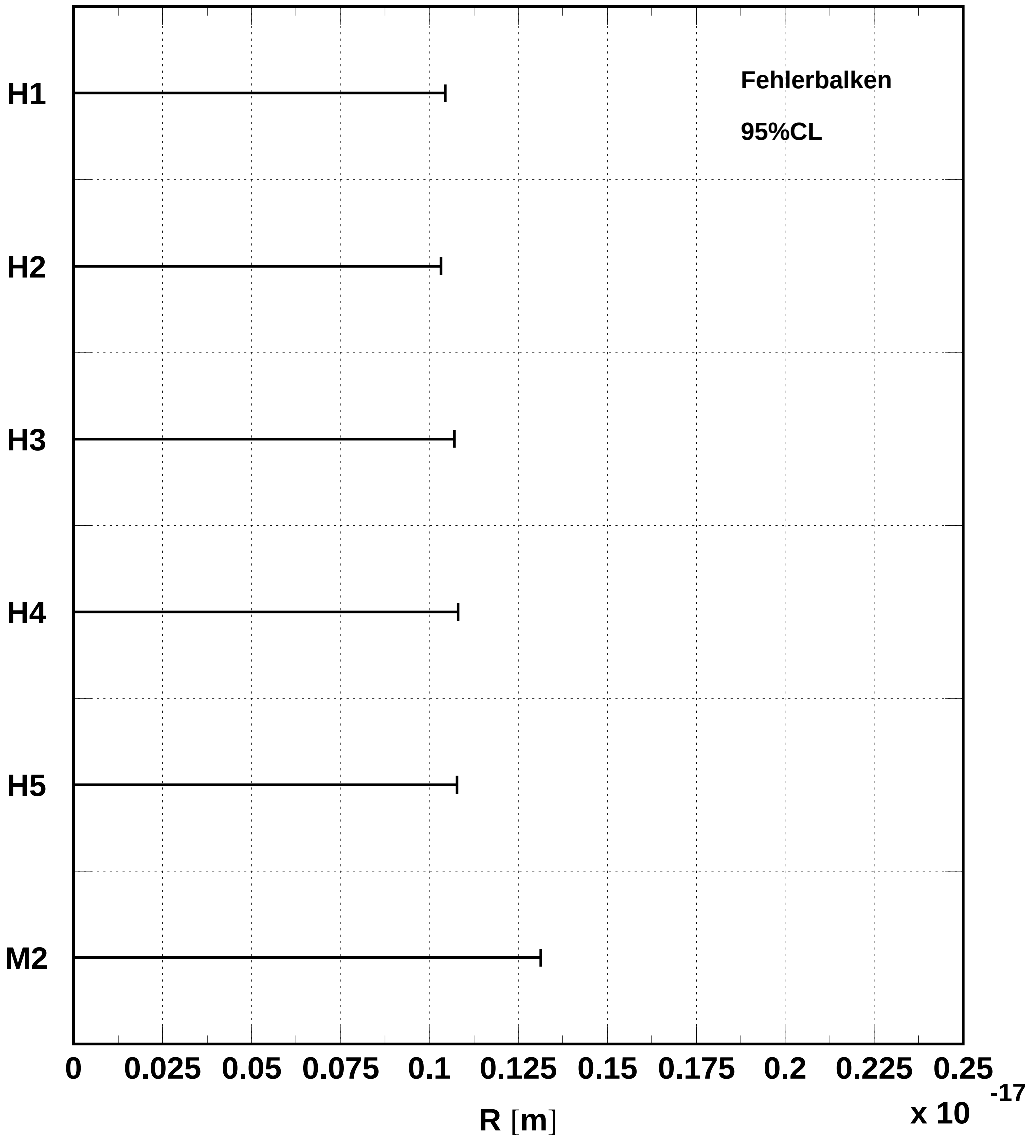


Abbildung 9.7: Die Abhängigkeit des 95% Confidence Level Wertes für den Quarkradius R_o vom Binning im eindimensionalren Fall.

in Q_e^2, H2, und eines in der x_e-y_e–Ebene, H6, zu untersuchen.

Für H6 sind in Abbildung 9.8 die ein σ– und diejenige Fehlerellipse, die einem Confidence Level Wert von 95% entspricht, dargestellt. Ein Achsenkreuz kennzeichnet die Parameterstellen, an denen die negative Log–Likelihood–Funktion ihr Minimum annimmt. Für diese Werte und ihre oberen Grenzen ergibt sich:

$$R^2 = (-0.21^{+1.71}_{-1.78}) \cdot 10^{-36}\,\mathrm{m}^2 \Rightarrow R_o^2 = 1.49 \cdot 10^{-36}\,\mathrm{m}^2 \tag{9.1}$$

$$f_n = 0.971^{+0.027}_{-0.026} \Rightarrow f_{n,o} = 0.999 \tag{9.2}$$

Die Korrelation zwischen den beiden Parametern beträgt 0.57. Daraus ersieht man, daß die richtige Normierung bei der Bestimmung der oberen Schranke für den Radius des Quarks durchaus eine Rolle spielt. In diesem Fall liegt die 95% Confidence Grenze für den Normierungsparameter bei 0.999, also knapp unter eins.

Für den Quarkradius ergibt sich die entsprechende obere Grenze aus dem funktionalen Zusammenhang zu

$$R_o = 1.22 \cdot 10^{-18}\,\mathrm{m}. \tag{9.3}$$

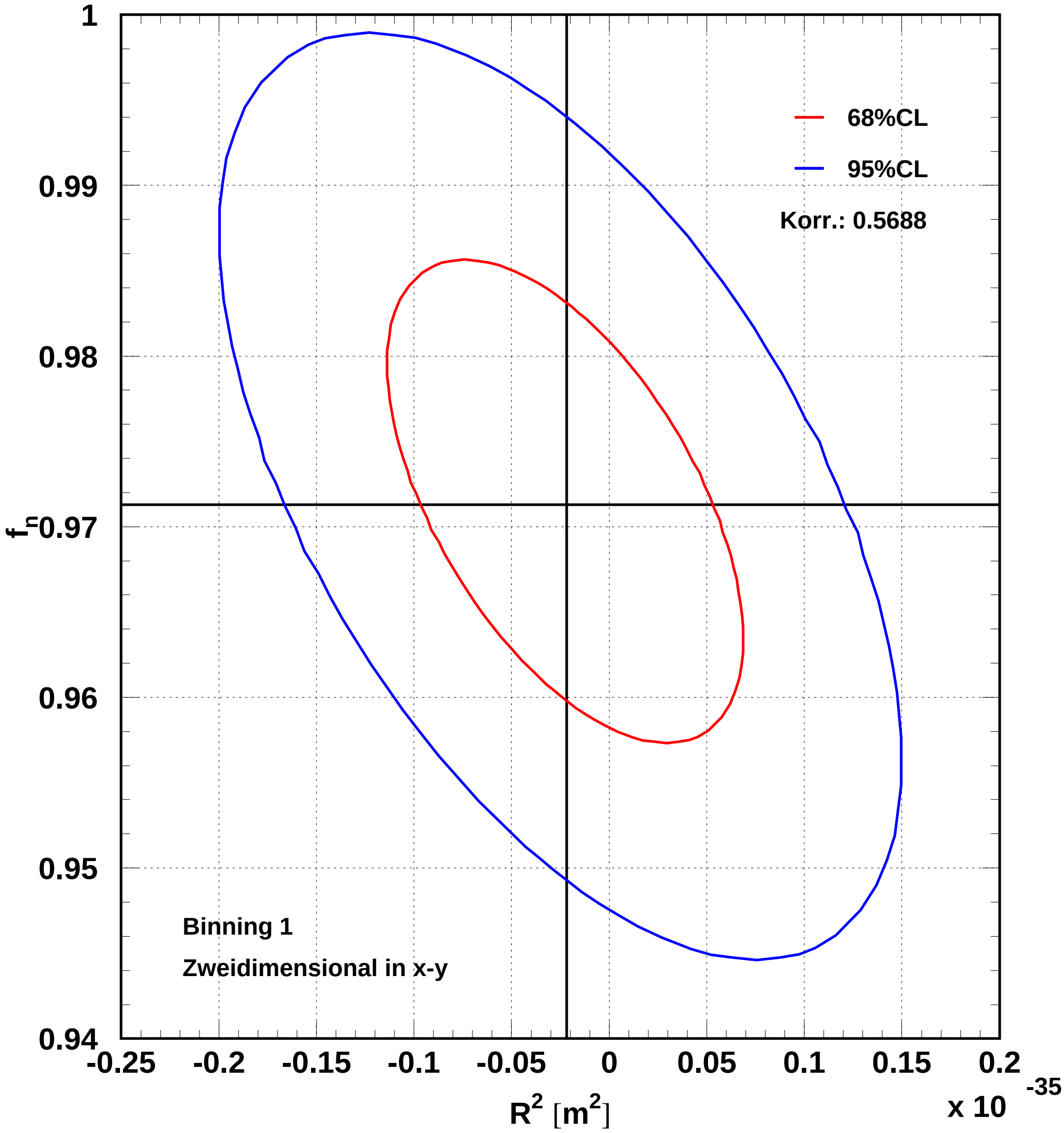


Abbildung 9.8: Die Fehlerellipse im Parameterraum von R^2 und f_n für die Maximum–Likelihood Anpassung an die zweidimensionale Bineinteilung H2.

Abbildung 9.9 zeigt die entsprechende Fehlerellipse für das eindimensionale Binning H2. Hier ergeben sich als Resultat der Maximum–Likelihood Anpassung folgende Werte für die beiden Parameter und ihre 95% CL Fehler

$$R^2 = (-0.80^{+1.86}_{-1.93}) \cdot 10^{-36}\mathrm{m}^2 \Rightarrow R_o^2 = 1.07 \cdot 10^{-36}\mathrm{m}^2 \tag{9.4}$$

$$f_n = 0.988^{+0.029}_{-0.028} \Rightarrow f_{n,o} = 1.017 \tag{9.5}$$

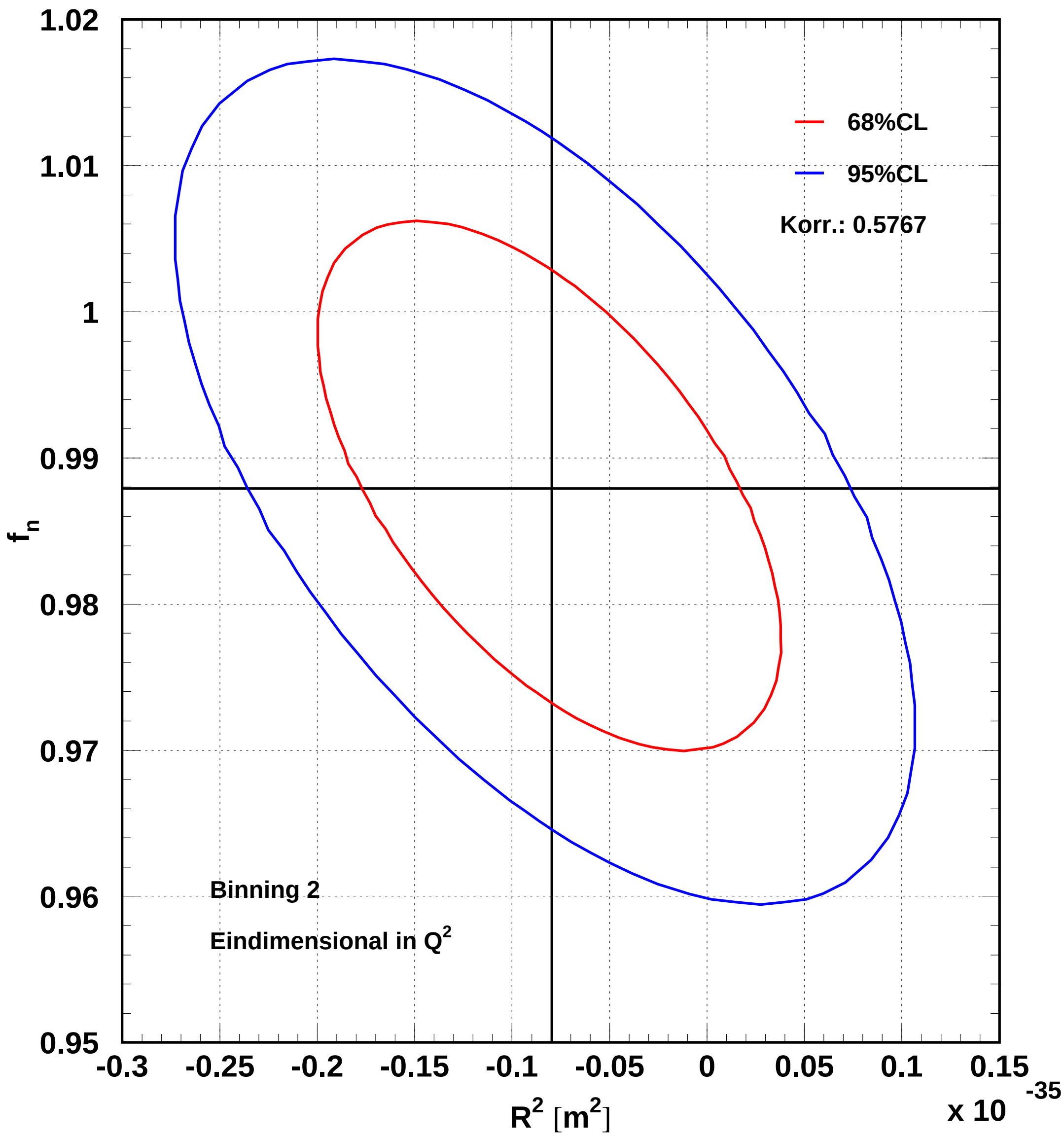


Abbildung 9.9: Die Fehlerellipse im Parameterraum von R^2 und f_n für die Maximum–Likelihood Anpassung an die eindimensionale Bineinteilung H6.

Die Korrelation ist mit 0.58 ebenso hoch wie im zweidimensionalen Fall, Dies zeigt wieder die Konsistenz der Methode. Der Wert der Anpassung für f_n ist hier jedoch viel besser mit eins verträglich. Eins liegt noch innerhalb der 1 σ Fehlerellipse. Wie schon im letzten Abschnitt festgestellt, ergibt sich in der eindimensionalen gebinnten Methode ein kleinerer Wert für die obere Grenze des Quarkradius, er beträgt:

$$R_o = 1.03 \cdot 10^{-18}\,\mathrm{m} \tag{9.6}$$

Diese beiden oberen Grenzen für den Quarkradius mit 95% Confidence Level sind die zentralen Ergebnisse dieser Analyse.

Im Prinzip hätte man erwartet, das die 2-dim Verteilung sensitiver auf den Quarkradius ist, da sie mehr Information enthält als die 1-dim Q^2 Verteilung. Jedoch ist, verglichen mit x und y, Q^2 die robustere Größe, die am genauesten gemessen werden kann. Zudem hängt der benutzte Formfaktor nur von Q^2 ab, so daß die Mehrinformation der 2-dim Verteilung gar nicht genutzt werden kann. Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit das Ergebnis der 1-dim Maximum–Likelihood Anpassung bevorzugt. Es liegt um ungefähr 20% unter dem zweidimensionalen.

9.4 Die Abhängigkeit von der Normierung f_n und von der Statistik des Monte Carlos

In diesem Abschnitt wird der Einfluß der Normierung auf den oberen Grenzwert R_o^2 untersucht. Dazu wird als erstes der Fehler der Normierung, σ_{f_n}, variiert. Er geht über den Term $(f_n - 1)^2/(2\,\sigma_{f_n}^2)$ in die Formel für die negative Log–Likelihood–Funktion ein. Bisher wurde für σ_{f_n} der berechnete Wert $f_n \cdot 2.5\%$ eingesetzt [Ell99]. Im folgenden werden für $\delta f_n = \sigma_{f_n}/f_n$ die Werte 1%, 2.5%, 5%, 10% und 50% verwendet. Je größer der Fehler der Normierung ist, desto kleiner wird der obige Term und desto weniger Auswirkungen auf das Ergebnis hat er.

Für diese Berechnungen und alle weiteren Untersuchungen in diesem Abschnitt wird die zweidimensionale Bin–Einteilung H6 benutzt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 9.10 dargestellt.

Man erkennt, daß die Sensitivität der Messung nicht von δf_n abhängt, da alle Fehlerbalken ungefähr diesselbe Länge haben. Allerdings ändern sich die Absolutwerte der Schätzung und der oberen Grenze. Sie verschieben sich vom negativen zu Null hin und in den leicht positiven Bereich. Obwohl ein negativer Wert fur das Quadrat des Quarkradius unphysikalisch ist, erscheint es trotzdem vernünftiger, die Normierung nicht völlig frei zu lassen. Da sich durch die Einschränkung des Normierungsfehlers der obere Grenzwert ändert, sollte man versuchen, die Messung der Luminosität zu optimieren.

Für die folgenden Untersuchungen wurde für δf_n wieder 2.5% benutzt.

Als nächstes wird f_n auf einen festen Wert gesetzt und die Maximum–Likelihood–Anpassung für nur einen freien Parameter durchgeführt. Zum einen wird $f_n = 1$, zum anderen der hier mit $f_{n,SM}$ bezeichnet Wert verwendet. Dabei ist $f_{n,SM}$ der Parameterwert an dem die negative Log–Likelihood–Funktion bei gegebenem $R^2 = 0$, also der Standardmodellannahme, ihr Minimum hat. Er ergibt sich zu $f_{n,SM} = 0.969$ Das Ergebnis ist in Abbildung 9.11 in Form der beiden unteren Punkte (FS) und (F1) dargestellt. Der oberste Punkt zeigt zum Vergleich nochmals das zentrale Ergebnis für die zweidimensionale Anpassung, wenn beide Parameter frei sind.

Da $R^2 = 0$ in der Nähe des Schätzwertes R_{min}^2 liegt, ändert sich bei der Berechnung von R_{min}^2 nicht viel, wenn man $f_{n,SM} = 0.969$ festlegt, denn $f_{n,SM}$ wurde ja unter der Bedingung $R^2 = 0$ bestimmt. Man erkennt lediglich einen Unterschied in der Länge der Fehlerbalken. Er kommt daher, das bei festem f_n nicht mehr die gesamte Ellipse, sondern nur noch die Schnittpunkt der Geraden $f_{n,SM} = 0.969$ mit der Ellipse in die Fehlerberechnung eingehen.

Der Parameterwert R_{min}^2 für $f_n = 1$ ist jedoch stark ins negative verschoben. und

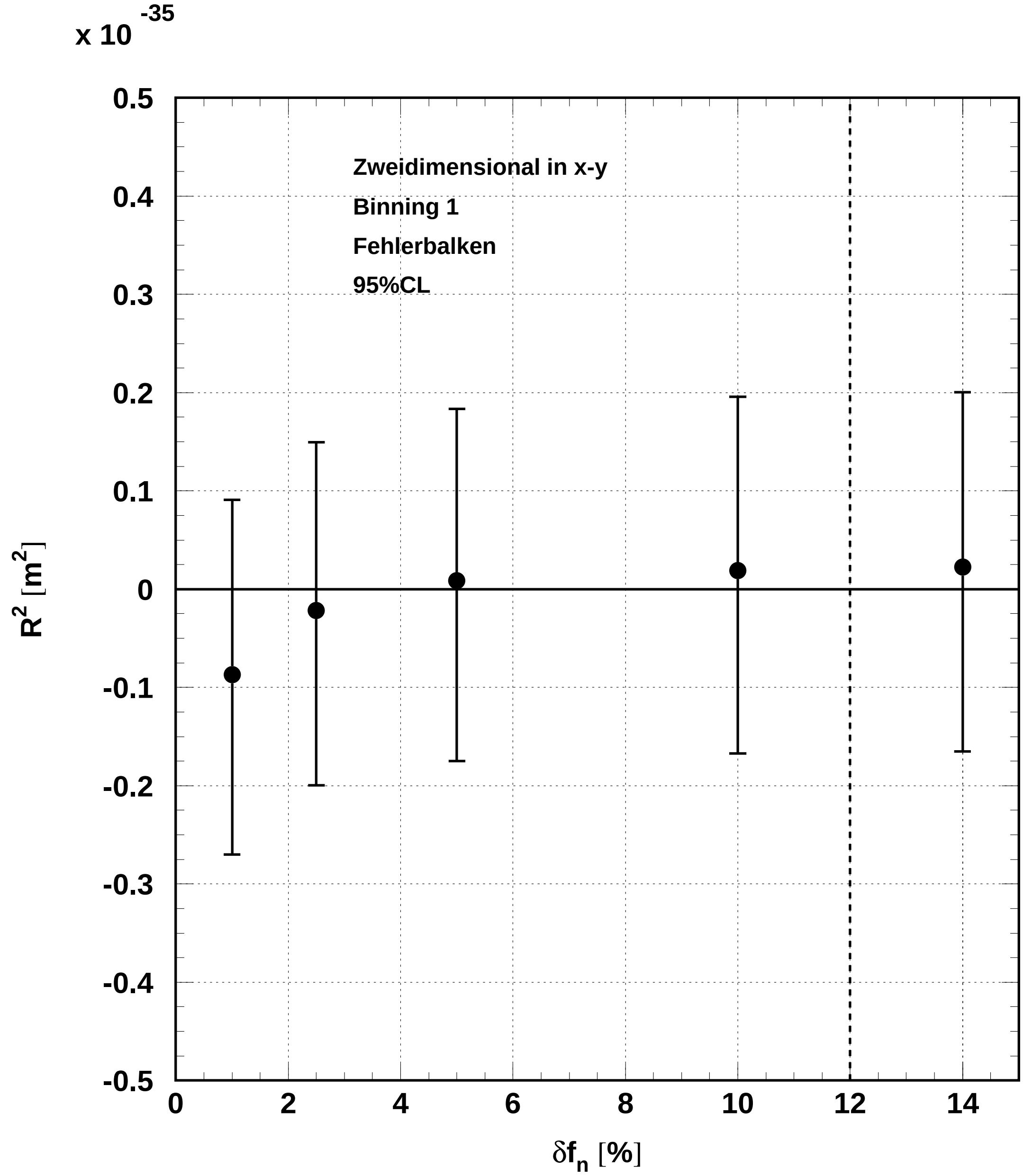


Abbildung 9.10: Abhängigkeit vom Fehler der Normierung δf_n im zweidimensionalen Fall für die Bin–Einteilung H6. Der äußere rechte Punkt hinter der gestrichelten Linie entspricht dem Fehler 50% und ist nicht maßstabsgerecht auf der δf_n–Achse eingezeichnet.

seine obere Grenze mit 95% CL folglich viel kleiner. Dies zeigt, daß der Parameter f_n notwendig ist und nicht weggelassen werden darf. Weglassen entspricht dem Wert $f_n = 1$, und man bekommt ein viel zu kleines Ergebnis für R^2_{min}, wie man am Vergleich der Fehlerbalken der Punkte (H6) und (F1) in Abbildung 9.11 erkennt.

Abschließend wird die Abhängigkeit der Resultate der Maximum–Likelihood–Anpassung von der endlichen Statistik der Monte Carlo Simulationen untersucht. Dazu wird ein Generator benutzt, der gaußförmig verteilte Zufallszahlen erzeugt. Die Bin-

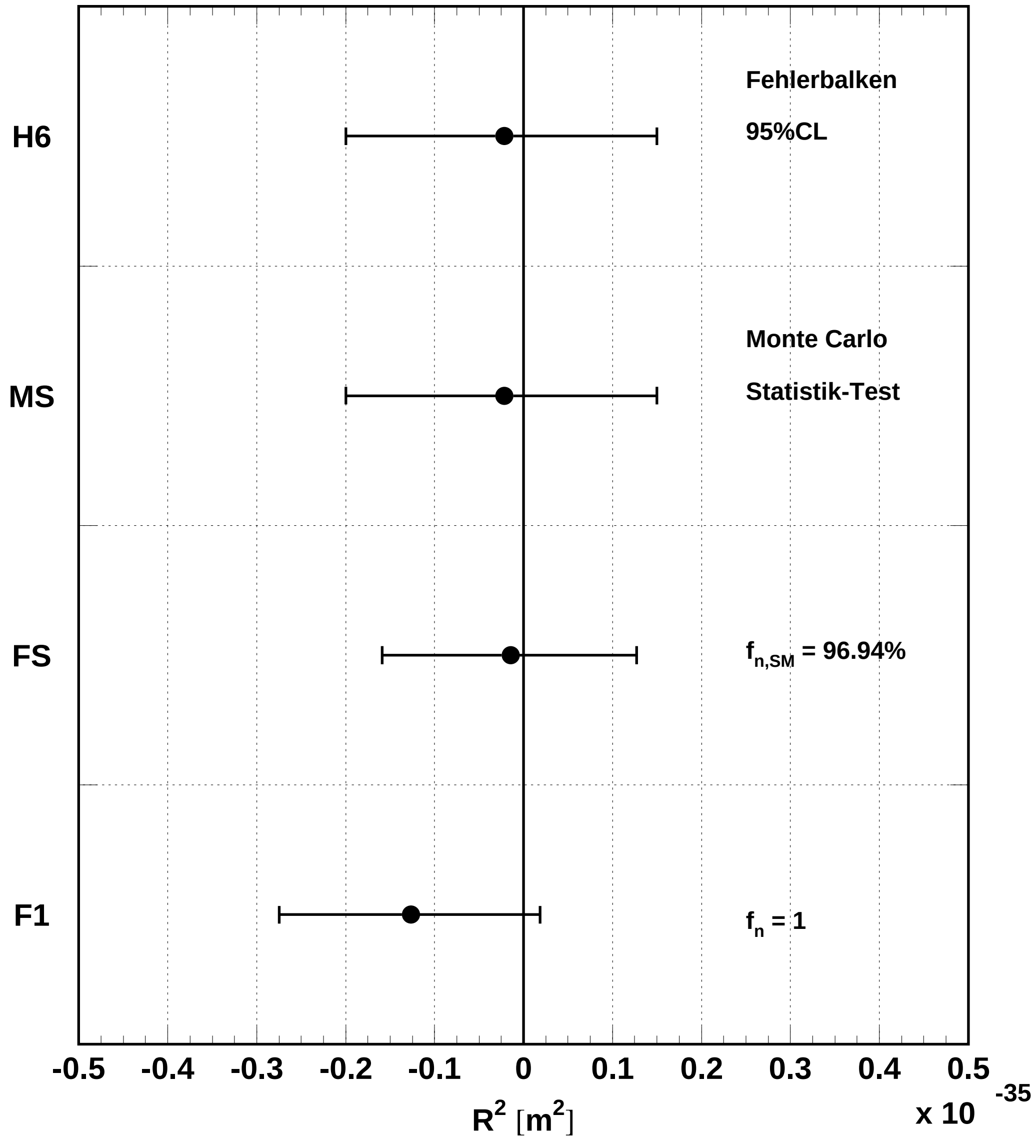


Abbildung 9.11: Abschließende Tests der Abhängigkeit von der Monte Carlo Statistik (MS) und bei zwei festen Werten von f_n (FS und F1).

einträge N_i des Monte Carlos werden mit dessen Hilfe im Bereich ihres ein σ Fehlers gemäß

$$N_i' = N_i + u_i \cdot \sigma_i \tag{9.7}$$

variiert, wobei σ_i den Fehler des Monte Carlos im Bin i und u_i die i–te Komponente eines Vektors mit gaußförmig verteilten Zufallszahlen bezeichnet.

Mit den so erhaltenen Werten N_i' wird dann erneut eine Likelihood Anpassung durchgeführt. Für das Binning H6 ist das Ergebnis in Abbildung 9.11 dargestellt. Der oberste Punkt (H6) entspricht den N_i, der darunterliegende (MS) den N_i'. Im Bild kann kein Unterschied zwischen den beiden Resultaten festgestellt werden. Vergleicht man die Zahlenwerte für die obere Grenze mit 95% CL, so wird ein Unterschied im Promillebereich sichtbar.

Dadurch wurde nachgewiesen, daß die endliche Monte Carlo Statistik sich nicht auf die Ergebnisse auswirkt, d.h. daß die bei der Erzeugung angewendete Gewichtung in Kapitel 3.5.2 erfolgreich war.

Kapitel 10

Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurden tiefunelastische Elektron–Proton–Streuereignisse des neutralen Stroms bei Impulsübertragen größer $500\,\mathrm{GeV}^2$ untersucht. Unter Annahme eines Formfaktoransatzes wurde eine mögliche Substruktur der leichten Quarks durch die Zuweisung eines endlichen Radius R diskutiert. Der Analyse lagen dabei die Daten des H1–Experimentes aus dem Zeitraum 1998 und 1999 zugrunde, die einer integrierten Luminosität von $14,6\,\mathrm{pb}^{-1}$ entsprechen.

Als Grundlage für die Bestimmung der Grenzen für den Quarkradius wurden in dieser Analyse die eindimensionale Verteilung der Ereignisse im Impulsübertrag Q^2 sowie die zweidimensionale Verteilung in den Bjørken Skalenvariablen x und y gemessen. Diese Verteilungen zeigen im wesentlichen eine Übereinstimmung mit den theoretischen Erwartungen für die tiefunelastische Streuung. Allerdings zeigen sich insbesondere in der experimentell besonders gut messbaren Q^2 Verteilung auch Abweichungen von der Vorhersage, für die sich keine einfachen Gründe wie z.B. systematische Effekte in der Messung finden lassen. Diese Abweichungen machen eine Suche nach möglichen neuen physikalischen Effekten besonders interessant.

Für die Formfaktoranalyse des Quarks wurde besonderes Gewicht auf ein möglichst sensitives statistisches Verfahren gelegt. Dieses besteht aus einem Maximum–Likelihood Test für die gebinnten Verteilungen, der zum ersten Mal für eine solche Analyse bei HERA die Vorteile einer

- Ausnutzung der vollen 2-dimensionalen kinematischen Information (hier x und y)
- Ausnutzung der sehr guten experimentellen Auflösung durch ein beliebig feines Binning, unabhängig von der limitierten Statistik der Daten
- Berücksichtigung sowohl der Form als auch der Normierung der kinematischen Verrteilungen
- Berücksichtigung des systematischen, experimentellen Fehlers der Normierung

vereinigt.

Als obere Grenze des Quarkradius R_o mit 95% Vertrauensniveau ergaben sich für den eindimensionalen Fall $R_o = 1.03 \cdot 10^{-18}\,\mathrm{m}$ und für den zweidimensionalen Fall $R_o = 1.22 \cdot 10^{-18}\,\mathrm{m}$.

Diese Ergebnisse sind in guter Übereinstimmung mit anderen Messungen. In einer Analyse von Drell–Yan–Produktionsprozessen in e^+e^- und $\mu^+\mu^-$ Paare der Proton–Antiproton–Streuung hat die CDF Kollaboration die Quarkgröße zu $R < 1. \cdot 10^{-18}$ m bestimmt [CDF97]. Eine dazu komplementäre Analyse, die die Beiträge von anomalen magnetischen Dipolmomenten zum $Zq\bar{q}$ Vertex unter Benutzung hadronischer Z Zerfälle untersuchte, ergab $R < 1.2 \cdot 10^{-18}$ m für die leichten u und d Quarks [Köp95].

In systematischen Studien wurde gezeigt das die gefundenen Resultate weitestgehend unabhängig von der genauen Wahl des Binnings sind. Für die Daten ergibt sich für die 1-dim Q^2 Verteilung eine leicht schärfere Grenze für den Quarkradius als für das 2-dim Binning. Dies mag an einer statistischen Fluktuation in den Daten liegen. Andererseits sind systematische experimentelle Effekte wie die Energiekalibration weniger relevant für Q^2 als für x und y. Zudem ist der hier untersuchte Formfaktoransatz (im Gegensatz zu anderen Effekten wie Kontaktwechselwirkungen) außschließlich von Q^2 abhängig. Insofern mag das 2-dim Binning dort relevanter sein. Weitere Monte Carlo Studien sollten hier Aufschluß bringen können,

Die Bedeutsamkeit des Normierungsparameters wurde gezeigt und die Bedeutung des Fehlers auf die Normierung diskutiert. Eine Verbesserung der Luminositätsmessung von 2,5% auf 1% würde zu einem um 20% kleineren Wert des Quarkradius führen.

Nicht weiter untersucht wurde in dieser Arbeit der Effekt unterschiedlicher Partonverteilungen auf die theoretische Erwartung. Die hier betrachteten Parametriesierungen von MRSH und das Resultat eines H1-Fits an e^+p Daten auch bei hohen Q^2 zeigen jedoch signifikante Unterschiede.

An dieser Stelle soll noch erwähnt werden, daß eine Standardisierung des Verfahrens zur Bestimmung von Vertrauensintervallen dringend notwendig ist. Neben der hier benutzten Methode der Maximum–Likelihood gibt es noch mehrere andere, die zum Teil zu sehr verschiedenen Ergebnissen führen können. Vor allem in der Nähe eines physikalisch verbotenen Bereichs, wie hier einem negativen Radiusquadrat. Zudem können Ergebnisse verschiedener Methoden schlecht verglichen werden.

Anhang A

Ergebnisse in tabellarischer Form

A.1 Die Abhängigkeit von Q^2

A.1.1 Zweidimensionale Bin–Einteilungen in x-y

Q^2_{max} $[GeV^2]$	R^2_{min} $[10^{-36}m^2]$	$+\delta R^2$ $[10^{-36}m^2]$	$-\delta R^2$ $[10^{-36}m^2]$	R^2_o $[10^{-36}m^2]$	R^2_u $[10^{-36}m^2]$	R_{min} $[10^{-18}m]$	R_o $[10^{-18}m]$
5000	0.2931	3.5883	-3.6779	3.8813	-3.3848	0.5413	1.9701
10000	-2.1409	3.2397	-3.3624	1.0988	-5.5033	-1.4632	1.0483
15000	-0.7815	2.2377	-2.3098	1.4562	-3.0913	-0.8840	1.2067
20000	-0.3687	1.9641	-2.0281	1.5954	-2.3968	-0.6072	1.2631
101600	-0.2167	1.7135	-1.7805	1.4969	-1.9972	-0.4655	1.2235

Tabelle A.1: Die Fitergebnisse im zweidimensionalen Fall für die Parameter und ihre Fehler bzw. Grenzwerte in Abhängigkeit von Q^2_{max}.

A.1.2 Eindimensionale Bin–Einteilungen in Q^2

Q^2_{max} $[GeV^2]$	R^2_{min} $[10^{-36}m^2]$	$+\delta R^2$ $[10^{-36}m^2]$	$-\delta R^2$ $[10^{-36}m^2]$	R^2_o $[10^{-36}m^2]$	R^2_u $[10^{-36}m^2]$	R_{min} $[10^{-18}m]$	R_o $[10^{-18}m]$
3000	-2.5487	5.1437	-5.2530	2.5950	-7.8017	-1.5965	1.6109
5000	-1.3708	3.5628	-3.6540	2.1921	-5.0247	-1.1708	1.4806
7000	-4.3732	5.1367	-5.3856	0.7635	-9.7587	-2.0912	0.8738
10000	-2.8775	3.7061	-3.8614	0.8286	-6.7389	-1.6963	0.9103
15000	-1.4398	2.5010	-2.5861	1.0612	-4.0259	-1.1999	1.0302
20000	-1.0137	2.1442	-3.2306	1.1305	-3.2306	-1.0068	1.0632
101600	-0.7952	1.8602	-1.9334	1.0650	-2.7286	-0.8917	1.0320

Tabelle A.2: Die Fitergebnisse im eindimensionalen Fall für die Parameter und ihre Fehler bzw. Grenzwerte in Abhängigkeit von Q^2_{max}.

A.2 Die Abhängigkeit vom Binning

A.2.1 Zweidimensionale Bin–Einteilungen in x-y

Binning	R^2_{min} $[10^{-36}m^2]$	$+\delta R^2$ $[10^{-36}m^2]$	$-\delta R^2$ $[10^{-36}m^2]$	R^2_o $[10^{-36}m^2]$	R^2_u $[10^{-36}m^2]$	R_{min} $[10^{-18}m]$	R_o $[10^{-18}m]$
H6	-0.2167	1.7135	-1.7805	1.4969	-1.9972	-0.4655	1.2235
H7	-0.1395	1.8008	-1.8833	1.6612	-2.0228	-0.3736	1.2889
H8	-0.3025	1.6881	-1.7531	1.3856	-2.0557	-0.5500	1.1771
M6	0.6616	1.7469	-1.8266	2.4086	-1.1650	0.8134	1.5520

Tabelle A.3: Die Fitergebnisse im zweidimensionalen Fall für die Parameter und ihre Fehler bzw. Grenzwerte in Abhängigkeit vom Binning.

A.2.2 Eindimensionale Bin–Einteilungen in Q^2

Binning	R^2_{min} $[10^{-36}m^2]$	$+\delta R^2$ $[10^{-36}m^2]$	$-\delta R^2$ $[10^{-36}m^2]$	R^2_o $[10^{-36}m^2]$	R^2_u $[10^{-36}m^2]$	R_{min} $[10^{-18}m]$	R_o $[10^{-18}m]$
H1	-0.7385	1.8297	-1.9010	1.0912	-2.6395	-0.8594	1.0446
H2	-0.7952	1.8602	-1.9334	1.0650	-2.7286	-0.8917	1.0320
H3	-0.7116	1.8551	-1.9295	1.1435	-2.6411	-0.8436	1.0693
H4	-0.6082	1.7743	-1.8409	1.1661	-2.4491	-0.7799	1.0799
H5	-0.6324	1.7932	-1.8630	1.1608	-2.4954	-0.7952	1.0774
M2	0.0964	1.6255	-1.6882	1.7218	-1.5918	0.3105	1.3121

Tabelle A.4: Die Fitergebnisse im eindimensionalen Fall für die Parameter und ihre Fehler bzw. Grenzwerte in Abhängigkeit vom Binning.

A.3 Das zentrale Ergebnis

Binning	R^2_{min} $[10^{-36}m^2]$	R^2_o $[10^{-36}m^2]$	R^2_u $[10^{-36}m^2]$	R_o $[10^{-18}m]$	$f_{n,min}$ [1]	$f_{n,o}$ [1]	$f_{n,u}$ [1]
H6	-0.2167	1.4969	-1.9972	1.2235	0.9714	0.9990	0.9446
H2	-0.7952	1.0650	-2.7286	1.0320	0.9879	1.0173	0.9594

Tabelle A.5: Die zentralen Fitergebnisse im zwei- und eindimensionalen Fall für die Parameter.

A.4 Die Abhängigkeit von der Normierung

A.4.1 Die Abhängigkeit vom Fehler der Normierung δf_n

δf_n [%]	R^2_{min} $[10^{-36}m^2]$	R^2_o $[10^{-36}m^2]$	R^2_u $[10^{-36}m^2]$	R_o $[10^{-18}m]$	$f_{n,min}$ [1]	$f_{n,o}$ [1]	$f_{n,u}$ [1]
1	-0.8691	0.9103	-2.6980	0.9541	0.9892	1.0086	0.9699
2.5	-0.2167	1.4969	-1.9972	1.2235	0.9714	0.9990	0.9446
5	0.0855	1.8363	-1.7481	1.3551	0.9631	0.9939	0.9336
10	0.1876	1.9593	-1.6740	1.3997	0.9603	0.9923	0.9298
50	0.2232	2.0031	-1.6492	1.4153	0.9593	0.9917	0.9285

Tabelle A.6: Abhängigkeit vom Fehler der Normierung δf_n im zweidimensionalen Fall für die Bin–Einteilung H6.

A.4.2 Monte Carlo Statistik und feste Werte von f_n

Binning	R^2_{min} $[10^{-36}m^2]$	R^2_o $[10^{-36}m^2]$	R^2_u $[10^{-36}m^2]$	R_o $[10^{-18}m]$	$f_{n,min}$ [1]	$f_{n,o}$ [1]	$f_{n,u}$ [1]
H6	-0.2167	1.4969	-1.9972	1.2235	0.9714	0.9990	0.9446
MS	-0.2149	1.4998	-1.9967	1.2247	0.9747	1.0023	0.9478
FS	-0.1467	1.2710	-1.5911	1.1274	0.9695	-	-
F1	-1.2689	0.1835	-2.7448	0.4284	1.0000	-	-

Tabelle A.7: Abhängigkeit von der Monte Carlo Statistik und Einsetzen fixer Werte für f_n im zweidimensionalen Fall für die Bin–Einteilung H6.

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Literaturverzeichnis

[Bar90] R. Barlow:
Extended maximum liklihood.
Nuclear Instruments and Methods **A 297** (1990), 496-506.

[Bas94] U. Bassler und G. Bernardi:
On the Kinematic Reconstruction of Deep Inelastic Scattering at HERA: the Σ Method.
Nuclear Instruments and Methods **A 361** (1995), 197–208.

[Bas97a] U. Bassler und G. Bernardi:
Some Properties of the Very High Q^2 Events of HERA.
DESY–97–136, July 1997.

[Bas97b] U. Bassler und G. Bernardi:
Structure Function Measurements and Kinematic Reconstruction at HERA.
DESY–97–137 (1997).

[Bei96] C.C. Beier:
Untersuchung neutraler Ströme mit hohen Impulsüberträgen bei HERA.
Diplomarbeit, Heidelberg, Juli 1996.

[Ben92] S. Bentvelsen, J. Engelen und P. Kooijman:
Reconstruction of (x, Q^2) and extraction of structure functions in neutral current scattering at HERA.
Proceedings of the Workshop Physics at HERA, Volume 1, DESY (1992), 23–41.

[Ber92] C. Berger:
Teilchenphysik. Eine Einführung.
Springer Verlag, Heidelberg (1992).

[Ber71] S.M. Berman, J.D. Bjorken, J. Kogut:
Inclusive Processes at High Transverse Momentum.
Physical Review Letters **D 4** (1971), 3388.

[Blo98] V. Blobel und E. Lohrmann:
Statistische und numerische Methoden der Datenanalyse.
B.G. Teubner Stuttgart (1998).

[Bod79] A. Bodek et al.:
Experimental studies of the neutron and proton electromagnetic structure functions.
Physical Review **D 20** (1979), 1471–1552.

[Buc92] W. Buchmüller und G. Ingelman:
Monte Carlo Generators.
Proceedings of the Workshop Physics at HERA, Volume 3, DESY (1992).

[Cha98] E. Chabert et al.:
QBGFMAR – An Updated Phan Package for Cosmic and Halo Muon Topological Rejection in High P_T Physics Analysis.
H1-11/98-556, Marseille, 1998

[CDF97] F. Abe et al.:
Physical Review Letters **79** (1997) 2192.

[CER93] CERN Computing and Networks Division:
GEANT Detector Description and Simulation Tool.
CERN Program Library W5013 (1993).

[Cra58] H. Cramer:
Mathematical Methods of Statistics.
Princton Univ. Press, New Jersey, (1958).

[Ead71] W.T. Eadie, D. Drijard, F.E. James M. Roos und B. Sadoulet:
Statistical Methods in Experimental Physics.
North Holland, (1971).

[Eic83] E. Eichten, K.Lane und M. Peskin:
New tests for quark and lepton substructure.
Physical Review Letters **50** (1983) 811–814.

[Ell99] M. Ellerbrock:
Der Wirkungsquerschnitt des neutralen Stroms bei höchsten Impulsüberträgen in der $e^- - p$–Streuung.
Diplomarbeit, Heidelberg, Mai 1999.

[Fal94] Brigitte Falkenburg:
Teilchenmetaphysik: Zur Realitätsauffassung in Wissenschaftsphilosophie und Mikrophysik.
Bibliographisches Institut, Mannheim (1994).

[H1C93] H1 Collaboration (I. Abt et al.):
The H1 Liquid Argon Calorimeter System.
Nuclear Instruments and Methods **A 336** (1993), 460–498.

[H1Cal93] H1 Calorimeter Group:
Results from pion calibration runs for the H1 LAr calorimeter and comparisons

with simulations.
Nuclear Instruments and Methods **A 336** (1993), 499–509.

[H1Cal94] H1 Calorimeter Group:
Beam tests and calibration of the H1 LAr calorimeter with electrons.
Nuclear Instruments and Methods **A 350** (1994), 57–72.

[H1C95] H1 Collaboration (S. Aid et al.):
Leptoquarks and Compositeness Scales from a Contact Interaction Analysis of Deep Inelastic $e^{\pm}p$ Scattering at HERA.
DESY–95–079, Hamburg (1995).

[H1C97a] H1 Collaboration (I. Abt et al.):
The H1 detector at HERA.
Nuclear Instruments and Methods in Physics Research **A 386** (1997), 310–347.

[H1C97b] H1 Collaboration (I. Abt et al.):
The tracking, calorimeter and muon detectors of the H1 experiment at HERA.
Nuclear Instruments and Methods in Physics Research **A 386** (1997), 348–396.

[H1C99a] H1 Collaboration (C. Adloff et al.):
Measurement of Neutral and Charged Current Cross–Sections in Positron–Proton Collisions at Large Momentum Transfer.
DESY–99–107 (1999), eingereicht beim European Journal of Physics.

[H1C99b] H1 Collaboration (C. Adloff et al.):
Search for Compositeness, Leptoquarks and Large Extra Dimensions in eq Contact Interaction at HERA.
Hamburg (1999), in Vorbereitung, wird eingereicht beim European Journal of Physics.

[Hab91] P. Haberl, F. Schrempp und H.–U. Martyn:
Contact interactions and new heavy bosons at HERA: a model independent analysis.
Vol. 2 of [HWS91], 1133–1148.

[Hal84] F. Halzen und A. D. Martin:
Quarks & Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics.
John Wiley & Sons, New York (1984).

[Hei99] B. Heinemann:
Measurement of Charged Current and Neutral Current Cross Sections in Positron-Proton Collisions at $\sqrt{(s)} = 300\ GeV$.
Doktorarbeit, Hamburg, Dezember 1999

[Hol92] W. Hollik et al.:
Electroweak Parameters at HERA: Theoretical Aspects.
Proceedings of the Workshop Physics at HERA, Volume 2, DESY (1992), 923–946.

[HWS87] R.D. Peccei:
Physics at HERA.
Proceedings of the Workshop, Vol. 1 and 2, Hamburg, (1987).

[HWS91] W. Buchmüller, G. Ingelman:
Physics at HERA.
Proceedings of the Workshop, Vol. 1,2,3, Hamburg, (1991).

[HWS99] A.T. Doyle, G. Grindhammer, G. Ingelmann, H.Jung:
Monte Carlo Generators for HERA Physics.
Proceedings of the Workshop, Vol. 2, Hamburg, (1999).

[Ing87] G. Ingelman et al.:
Deep inelastic physics and simulation.
Vol. 1 of [HWS87].

[JAM98] F. James:
MINUIT Function Minimization and Error Analysis: Reference Manual.
CERN Program Library entry **D506**, August 1998.

[Köp95] G. Köpp, D.Schaile, M. Spira, P.M. Zerwas:
Bounds on radii and magnetic dipole moments of quarks and leptons from LEP,SLC and HERA.
Zeitschrift für Physik **C 65** (1995), 545–550.

[Kin90] T. Kinoshita and D.R. Yennie:
Quantun Electrodynamics.
World Scientific (1990).

[Kwi93] A. Kwiatowski, H. Spiesberger and H.–J. Möhring:
HERACLES. An Event Generator for ep Interactions at HERA Including Radiative Processes, Version 4.6.
DESY, Hamburg (1996).
Verfügbar im WWW: `http://www.desy.de/~hspiesb/heracles.html`

[Lan71] Landau, Lifshitz:
Quantenelektrodynamik.
Pergamon Press, Oxford, 1971.

[Mar93] A. D. Martin, W. J. Stirling und R. G. Roberts:
Parton distributions updated.
Physics Letters **B 306** (1993), 145–150;
A. D. Martin, W. J. Stirling und R. G. Roberts:
Physics Letters **B 309** (1993), 492.

[Nac86] O. Nachtmann:
Phänomene und Konzepte der Elementarteilchenphysik.
Vieweg, Braunschweig, (1986).

[Per82] Donald H. Perkins:
Introduction to High Energy Physics (2nd Edition).
Addison–Wesley, Reading, 1982

[PDF94] Plothow–Besch:
PDFLIB: Nucleon, Pion and Photon Parton Density Functions and alpha(s) Calculations, User's Manual, Version 4.17.
CERN, Genf (1994).

[PDG98] Particle Data Group:
Review of Particle Physics:Statistics
The European Physical Journal C 3, (1998), 172-177.

[Pov94] B. Povh, K. Rith, C. Scholz, F. Zetsche:
Teilchen und Kerne.
Springer–Verlag, Berlin (1994).

[Spi96] H. Spiesberger:
DJANGO6 version 2.4 – A Monte Carlo Generator for Deep Inelastic Lepton Proton Scattering Including QED and QCD Radiative Effects.
DESY, Hamburg, Oktober 1996.
Verfügbar im WWW: `http://www.desy.de/~hspiesb/django6.html`

[Sta00] T. Staudenmaier:
Rauschunterdrückung in der kinematischen Rekonstruktion tiefinelastischer Streuereignisse bei HERA.
Diplomarbeit, Heidelberg, Januar 2000.

[Stu91] A. Stuart and A.K. Ord:
Kendalls Advanced Theory of Statistics, Vol. 2 Classical Inference and Relationship 5th Ed.
Oxford Univ. Press,(1991), und frühere Ausgaben von Kendall und Stuart.

[Zec98] G. Zech:
Einführung in Statistik und Meßwertanlyse für Physiker.
Vorlesungsskript,Siegen, 15. Juni 1998.
Verfügbar im WWW:
`http://elfi1.physik.uni-siegen.de/~zech/statistik/vstat98.zip`

[Zec00] G. Zech:
Classical and Bayesian Confidence Limits.
Siegen, 11. Januar 2000.
Verfügbar im WWW:
`http://elfi1.physik.uni-siegen.de/~zech/statistik/confidraft.ps`

[ZEC99] ZEUS Collaboration (J. Breitweg et al.):
Search for Contact Interactions in Deep Inelastic $e^+p \to e^+X$ Scattering at HERA.
DESY–99–058 (1999).

Erklärung:

Ich versichere, daß ich diese Arbeit selbständig verfaßt und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Heidelberg, den ....

Christian Gerlich