

FAKULTÄT FÜR PHYSIK UND ASTRONOMIE
RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG

Bachelorarbeit

im Studiengang Physik
vorgelegt von
Christoph Marcus Roick
aus Cottbus

2010

Simulation von Elektronenbahnen in Perkeo III

Die Bachelorarbeit wurde von Christoph Roick ausgeführt am
Physikalischen Institut der Universität Heidelberg
unter der Betreuung von
Prof. Dr. Dirk Dubbers

Elektronenbahnen in Perkeo III

Zusammenfassung

PERKEO III ist ein Instrument für die Messung der Paritätsverletzung im β -Zerfall des Neutrons. Ziel der am Institut Laue-Langevin (ILL) in Grenoble, Frankreich durchgeführten Versuche ist eine genaue Überprüfung des Standardmodells der Teilchenphysik. Durch Kenntnis der Flugbahnen der in PERKEO III detektierten Elektronen lassen sich systematische Fehler besser quantifizieren und die Messdaten somit genauer auswerten. Die Verwendung eines bestehenden (`magfield3`) und Entwicklung eines dem Instrument angepassteren Simulationsprogrammes erlaubt die Konstruktion eines Modells der Spulenkonfiguration PERKEO IIIs und die Ermittlung der Elektronenflugzeiten in Abhängigkeit der Startparameter. Es wird somit die Grundlage für eine Ermittlung möglicher Verluste gelegt. Die für die Detektorkalibrierung eingesetzten Eichspektren werden neu berechnet und durch Benutzung der zuvor erhaltenen Resultate an für das Instrument charakteristische Einflüsse angepasst.

Abstract

PERKEO III is an instrument that serves for the measurement of the violation of parity of the beta decay of the neutron. The at the Institute Laue-Langevin in Grenoble, France effected measurements allow a verification of the standard-model of particle physics. The knowledge of the trajectories of the in PERKEO III detected electrons allows a better quantification of systematic errors and thus a more precise analysis of the measured data. By the means of an existing program (`magfield3`) and the developpement of a program that fits better to the instrument, we will copy the model of the coil configuration, calculate times of flight for the electrons in function of their initial properties and therefore obtain information about possible losses. For the calibration of the detectors we use theoretical spectra which are recalculated by taking into account the charecteristic influences by the instrument.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
2. Grundlagen	3
2.1. Verhalten im statischen Magnetfeld	3
2.1.1. Die Lorentzkraft	3
2.1.2. Adiabatische Invarianten	4
2.1.3. Abfallendes Magnetfeld	5
2.1.4. Teilchendrift	6
2.2. Flugzeiten	7
2.2.1. Flugzeit in Abhängigkeit der Energie	7
2.2.2. Flugzeit in Abhängigkeit des Startwinkels	7
2.3. Numerische Berechnung	9
2.3.1. Voraussetzungen	9
2.3.2. Runge-Kutta-Verfahren	9
3. Simulation der Flugbahnen	11
3.1. Simulationsprogramme	11
3.1.1. magfield3	11
3.1.2. Radia - Mathematica	11
3.2. Validierung	12
3.2.1. Lange Spule	12
3.2.2. Rahmenspule	13
3.3. Anwendung auf PERKEO III	14
3.3.1. Quelle - Detektor	15
3.3.2. Rückstreuung	19
4. Eichpräparate	25
4.1. Kernzerfall	25
4.1.1. β^- -Zerfall	25
4.1.2. Elektroneneinfang	25
4.1.3. Abregung von Kern und Atom	25
4.1.4. Grundlagen zur Spektrenermittlung	26
4.2. Einfluss der Flugzeiten	26
A. Eichspektren	29
Literaturverzeichnis	36

1. Einleitung

Am Institut Laue-Langevin (ILL) in Grenoble wurden am Leiter H113 Experimente mit dem Spektrometer PERKEO III durchgeführt. Dieser Leiter stellt eine Quelle kalter Neutronen mit einer Intensität von $\approx 2 \cdot 10^{12} \text{ s}^{-1}$ dar. Diese stammen aus einer Uranquelle und werden über Moderierung mit schwerem Wasser und flüssigem Deuterium (30 K - 40 K) zu kalten Neutronen abgebremst. Am Strahlplatz haben somit die eintreffenden Neutronen eine Geschwindigkeit von $\approx 600 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Das Spektrometer PERKEO III dient der Untersuchung

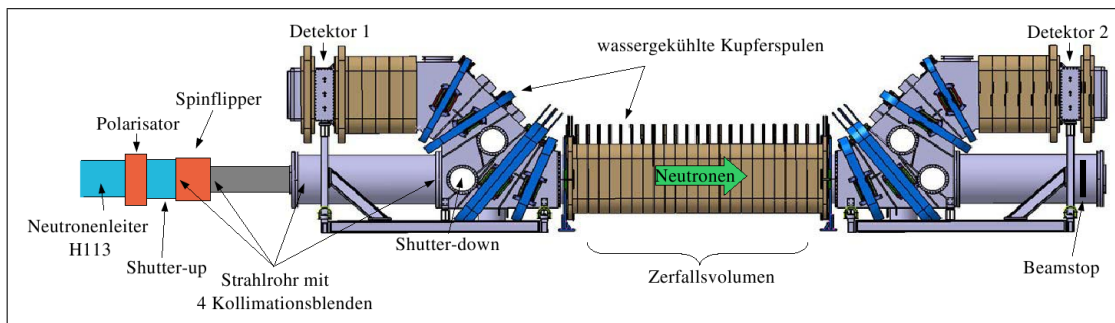


Abbildung 1.1.: In dieser schematischen Darstellung von PERKEO III erkennen wir die Eintrittsposition der Neutronen, sowie die Spulen die der Extraktion der Elektronen aus dem Neutronenstrahl dienen. An der linken und der rechten Seite befinden sich jeweils Szintillationsdetektoren die der Detektion der Elektronen dienen.

des β -Zerfalls des Neutrons. Dieser Prozess (Abbildung 1.2) der schwachen Wechselwirkung wird im Rahmen des Standardmodells durch drei Parameter (dem Element V_{ud} der CKM-Matrix, der Axial-Vektor- und der Vektor-Kopplungskonstante) vollständig beschrieben. Durch eine Vielzahl möglicher Experimente (Nico, 2009) sind diese Parameter überbestimmt und ein Vergleich der Resultate dieser Experimente ermöglicht somit eine Überprüfung des Standardmodells.

Der Zerfall des Neutrons ist Paritätsverletzend. Die Emissionsrichtungen seiner Zerfallsprodukte sind also nicht isotrop verteilt, sondern hängen von der Polarisation des Neutrons ab. Eine quantitative Analyse dieses Verhaltens wurde bereits von Lee und Yang (1956) vorgeschlagen und mit den PERKEO-Experimenten für den Zerfall des Neutrons umgesetzt. Die grundlegende Idee ist es, die beim Zerfall in die zwei Halbräume – der 2π -Halbraum in Richtung und jener entgegen der Spinrichtung des Neutrons – emittierten Teilchen zu zählen. Die Differenz der Anzahl der in den jeweiligen Halbräumen detektierten Teilchen erlaubt es schließlich, unter Einbeziehung der Lebensdauer des Neutrons, die oben genannten Parameter zu bestimmen. Bei PERKEO III wird die Verteilung der Elektronen betrachtet und somit der Korrelationskoeffizient $A_{exp}(E) = \frac{N_{\uparrow}(E) - N_{\downarrow}(E)}{N_{\uparrow}(E) + N_{\downarrow}(E)}$ des Neutronenzerfalls gemessen (Dubbers, 1991). Der größte Vorteil von PERKEO III gegenüber seinen Vorgängern ist es, dass durch sein wesentlich größeres Zerfallsvolumen mehr Zer-

1. Einleitung

fallereignisse stattfinden können. So erhöht sich die nutzbare Zerfallsrate im Vergleich zu PERKEO II (Abele, 2008) um zwei Größenordnungen auf ≈ 50 kHz (Märkisch u. a., 2009). Ermöglicht wird dies durch die Form des Instruments. In der unteren langen Spule, die das

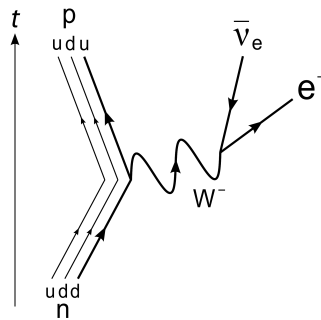


Abbildung 1.2.: Der Feynmangraph des β -Zerfalls zeigt den Übergang eines down-Quarks zu einem up-Quark unter Aussendung eines virtuellen W-Bosons, welches in das zu detektierende Elektron und ein Antielektronen-neutrino übergeht.

Zerfallsvolumen umschließt in welches die polarisierten gepulsten Neutronen eintreten, ist das Magnetfeld nahezu konstant. Dort emittierte Elektronen bewegen sich somit in ihrem Halbraum in Richtung der Detektoren im oberen Teil des Instruments. Die Elektronen werden also entlang des gesamten Zerfallsvolumens ihrem richtigen Halbraum zugeordnet. Mit dieser Konfiguration erhöhen sich jedoch die Einflüsse auf die Flugzeit der Elektronen durch deren Unterschiedliche Energie und Emissionsrichtung. Das Ziel dieser Arbeit ist es, durch Simulation möglicher Elektronenbahnen, Informationen über die Flugzeiten der Elektronen zu erhalten. Insbesondere werden mögliche Einflüsse der Rückstreuung aus den Szintillationsdetektoren und die zu erwartende Form der an den Detektoren beobachteten Eichspektren untersucht. Anhand dieser Daten wird sich das Verständnis der systematische Einflüsse der Spulenkonfiguration verbessert.

2. Grundlagen

2.1. Verhalten im statischen Magnetfeld

2.1.1. Die Lorentzkraft

Grundlage für die Berechnung der Elektronenbahnen ist die Lorentzkraft, die sich aus der Lagrangefunktion für ein geladenes Teilchen in einem elektromagnetischen Feld ableiten lässt. Dieser setzt sich zusammen aus der Lagrangefunktion für ein freies relativistisches Teilchen. Die Grundlagen der folgenden Rechnungen sind Jackson (1998) entnommen.

$$L_{frei} = -mc^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = -\gamma^{-1} mc^2 \quad (2.1)$$

und dem Potential im elektromagnetischen Feld

$$L_{emPot} = -q\Phi + \frac{q}{c} \vec{v} \cdot \vec{A}. \quad (2.2)$$

Hierbei bezeichnet Φ das skalare Potential und \vec{A} das Vektorpotential.

Im folgenden wird weiterhin $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ benutzt.

Das Wirkungsintegral muss lorentzinvariant sein, weshalb im relativistischen Fall die Lagrangefunktion eine Funktion der Eigenzeit ist.

$$\int_{t_1}^{t_2} L dt \rightarrow \int_{\tau_1}^{\tau_2} L \frac{dt}{d\tau} d\tau = \int_{\tau_1}^{\tau_2} \gamma L d\tau \quad (2.3)$$

Mit (2.1) und (2.2) erhält man für die gesamte relativistische Lagrangefunktion:

$$L = L_{frei} + L_{emPot} = -\gamma mc^2 + \frac{q}{c} \vec{v} \cdot \vec{A} - q\Phi. \quad (2.4)$$

Die Anwendung der Euler-Lagrange-Gleichung

$$\frac{d}{dt} \vec{\nabla}_v L - \vec{\nabla} L = 0 \quad (2.5)$$

führt zu

$$\frac{d}{dt} (\gamma m \vec{v} + \frac{q}{c} \vec{A}) - \frac{q}{c} [\vec{\nabla} (\vec{v} \cdot \vec{A})] + q \vec{\nabla} \Phi = 0. \quad (2.6)$$

Als Vereinfachung definiert man den Impuls

$$\vec{p} = \gamma m \vec{v} \quad (2.7)$$

und den kanonischen Impuls

$$\vec{P} = \gamma m \vec{v} + \frac{q}{c} \vec{A}. \quad (2.8)$$

2. Grundlagen

Durch Anwendung der Graßmann-Identität

$$\vec{v} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{A} = \vec{\nabla}(\vec{v} \cdot \vec{A}) \quad (2.9)$$

gelangt man schließlich zur Bewegungsgleichung

$$\frac{d\vec{p}}{dt} + \frac{q}{c} \frac{d\vec{A}}{dt} - \frac{q}{c} [\vec{v} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{A}] + q \vec{\nabla} \Phi = 0. \quad (2.10)$$

Die substantielle Zeitableitung $\frac{d}{dt}$ lässt sich ersetzen durch

$$\frac{d}{dt} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \right),$$

weshalb sich (2.10) vereinfacht zu

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{q}{c} \vec{v} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) - \frac{q}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - q \vec{\nabla} \Phi. \quad (2.11)$$

Um zur bekannten Formel für die Lorentzkraft zu gelangen, werden die Ausdrücke für das magnetische bzw. das elektrische Feld in Abhängigkeit von skalarem und Vektorpotential

$$\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{\nabla} \Phi \quad (2.12)$$

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} \quad (2.13)$$

eingesetzt. Folglich ist die Kraft, die zeitliche Änderung des Impulses, auf den Ladungsträger

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = q \left[\vec{E} + \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B} \right]. \quad (2.14)$$

Da im Falle von PERKEO III kein elektrisches Feld vorhanden ist ($\vec{E} = 0$), folgt aus (2.14)

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = q \left(\frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B} \right). \quad (2.15)$$

Zudem gilt für die Änderung der Energie

$$\frac{dE}{dt} = q \vec{v} \cdot \vec{E} = 0, \quad (2.16)$$

der Geschwindigkeitsbetrag $|\vec{v}|$ muss also konstant bleiben

$$|\vec{v}| = \text{const.} \quad (2.17)$$

2.1.2. Adiabatische Invarianten

Die Spulen in PERKEO III sind so angeordnet, dass das Magnetfeld in Richtung der Detektoren abfällt. Um dies zu erklären, betrachten wir die adiabatischen Invarianten, die im Magnetfeld auftreten. Zunächst betrachten wir das Wirkungsintegral, welches neben (2.3) für die kanonischen Koordinaten q_i und p_i folgende Form besitzt:

$$S_i = \oint p_i dq_i. \quad (2.18)$$

Die Integration findet dabei über den gesamten Raum statt. Gehen wir nun davon aus, dass die Änderungen des Impulses klein also adiabatisch bleiben bei Änderung der Raumkoordinaten, dann ist das Wirkungsintegral eine zeitliche Konstante.

Benutzt man den kanonischen Impuls aus (2.8), so folgt aus (2.18) für die Spiralbahn \vec{l} senkrecht zum Magnetfeld:

$$S = \oint \vec{P}_\perp \cdot d\vec{l}. \quad (2.19)$$

(2.8) eingesetzt in (2.19) führt zu

$$S = \oint \gamma m \omega_B a^2 d\theta + \frac{e}{c} \oint \vec{A} \cdot d\vec{l}, \quad (2.20)$$

worin

$$\omega_B a^2 d\theta = \vec{v}_\perp \cdot d\vec{l}$$

die Spiralbewegung des Teilchens um eine Fläche πa^2 beschreibt.

Die Auswertung des ersten Integrals und die Anwendung des Stokes'schen Satzes auf das zweite Integral ergibt

$$S = 2\pi\gamma m \omega_B a^2 + \frac{e}{c} \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} da^2. \quad (2.21)$$

Da die Bahn \vec{l} gegen den Uhrzeigersinn verläuft, sind \vec{B} und \vec{n} zwar parallel, aber entgegengesetzt gerichtet:

$$\frac{e}{c} \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} da^2 = -\frac{e}{c} (B\pi a^2). \quad (2.22)$$

Durch Gleichsetzen der Zentrifugalkraft und der Lorentzkraft, können wir

$$\omega_B = \frac{eB}{\gamma mc} \quad (2.23)$$

schreiben und es lässt sich schließlich für die Wirkung

$$S = \gamma m \omega_B \pi a^2 = \frac{e}{c} (B\pi a^2) = const \quad (2.24)$$

erschließen. Da $p_\perp = \gamma m \omega_B a$ sehen wir zudem, dass

$$p_\perp^2 / B = const. \quad (2.25)$$

2.1.3. Abfallendes Magnetfeld

Gehen wir von einem Magnetfeld $\vec{B} = B\vec{e}_z$ aus, welches einen leichten negativen Gradienten in z-Richtung besitzt. Ein Ladungsträger mit der Geschwindigkeit

$$\vec{v} = \vec{v}_\parallel + \vec{v}_\perp,$$

wobei $\vec{v}_\parallel \parallel \vec{B}$, hat darin nach (2.25) und (2.17) die adiabatische Invariante

$$\frac{v_\perp^2}{B(z)} = \frac{v_{\perp 0}^2}{B_0}. \quad (2.26)$$

2. Grundlagen

Mit v_0 und B_0 werden dabei die Geschwindigkeit und das Magnetfeld am Startpunkt der Bewegung beschrieben. Da nach (2.17) gilt, dass

$$v_0^2 = v^2 = v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2, \quad (2.27)$$

steigt der zum Magnetfeld parallele Anteil der Geschwindigkeit im Verlaufe des Fluges an:

$$v_{\parallel}^2 = v_0^2 - v_{\perp 0}^2 \frac{B(z)}{B_0}. \quad (2.28)$$

Im Gegenzug dazu werden in die andere Richtung fliegende Elektronen abgebremst, bzw. sogar am Magnetfeld reflektiert, sodass sie schließlich wieder in die Richtung fliegen aus der sie gekommen sind. Am Umkehrpunkt z_{Spiegel} gilt dabei, aus (2.28) folgend,

$$\frac{B_0}{B(z_{\text{Spiegel}})} = \left(\frac{v_{\perp 0}}{v_0} \right)^2 = \sin^2 \angle(\vec{v}, \vec{B}) = \sin^2 \theta. \quad (2.29)$$

Befindet sich der Ladungsträger zwischen zwei Punkten die dieses Kriterium erfüllen, ist er darin gefangen und man spricht von einer Falle für den Ladungsträger.

Der Ladungsträger folgt also dem Magnetfeld und wird dabei in Richtung des negativen Gradienten beschleunigt, weshalb die Magnetfeldkonfiguration entsprechend gewählt ist. Lokale Minima sollten dabei vermieden werden, um zu verhindern, dass der Ladungsträger darin gefangen wird.

2.1.4. Teilchendrift

Um die Ladungsträger aus dem Neutronenstrahl herauszuleiten, ist das Instrument am Ende des Zerfallsvolumens gekrümmt. Die Ladungsträger folgen den Magnetfeldlinien zu den Detektoren und die nicht zerfallenen Neutronen bewegen sich weiter in Richtung des Beam-Stops (s. Abbildung 1.1). Diese Krümmung führt zu einem Gradienten des Magnetfeldes welcher nicht den Feldlinien folgt. Aufgrund dessen gibt es gemäß

$$\vec{v}_G = \frac{a^2 \omega_B}{2} \frac{\vec{B} \times \vec{\nabla}_{\perp} B}{B^2} \quad (2.30)$$

eine *Gradientendriftgeschwindigkeit* senkrecht zur Krümmung. Zudem wird durch die Krümmung des Magnetfeldes selbst eine weitere Ablenkung des Ladungsträgers verursacht:

$$\vec{v}_C = \frac{v_{\parallel}^2}{\omega_B R} \frac{\vec{R} \times \vec{B}}{R B}. \quad (2.31)$$

Diese *Krümmungsdriftgeschwindigkeit* lässt sich mit (2.30) kombinieren, da die Änderung des Magnetfeldes mit der Krümmung einhergeht:

$$\frac{\vec{\nabla}_{\perp} B}{B} = -\frac{\vec{R}}{R^2}. \quad (2.32)$$

Mit R wird hier Krümmungsradius des Magnetfeldes bezeichnet. Wir erhalten damit die gesamte Driftgeschwindigkeit

$$\vec{v}_D = \frac{1}{\omega_B R} \frac{\vec{R} \times \vec{B}}{R B} v^2 \left(1 - \frac{1}{2} \sin^2 \theta\right). \quad (2.33)$$

Im Falle von PERKEO III erwarten wir somit Auslenkungen im Bereich von bis zu 10 cm (Märkisch, 2006), die durch die ausreichende Größe der Spulen kompensiert werden.

2.2. Flugzeiten

Ein Hauptteil dieser Arbeit besteht darin, die Flugzeiten der Elektronen zu ermitteln. Dabei wird angenommen, dass die Elektronen ihre Energie im Laufe des Fluges nicht verlieren. Zum einen da, wie in (2.16) angenommen, kein elektrisches Feld vorhanden und zum anderen die Wahrscheinlichkeit eines Zusammenstoßes mit einem anderen Teilchen im Vakuum vernachlässigbar ist. Eine Interaktion mit Teilchen eines früheren oder späteren Neutronenzerfalls ist zudem auch nicht zu erwarten, da die erwarteten Flugzeiten kleiner sind, als die Zeit zwischen zwei Zerfallsereignissen (Kapitel 1).

2.2.1. Flugzeit in Abhängigkeit der Energie

Wir gehen aus von der relativistischen Formel für die Gesamtenergie:

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4 = m^2 c^4 \left(\frac{\gamma^2 v^2}{c^2} + 1 \right) = m^2 c^4 \frac{c^2}{c^2 - v^2} \quad (2.34)$$

Da die Ruheenergie der Elektronen bekannt und unveränderlich ist, genügt es für die Flugzeitanalyse die kinetische Energie zu variieren. Also ist $E = mc^2 + E_{kin}$ und wir erhalten für die Geschwindigkeit:

$$v = c \sqrt{1 - \left(\frac{mc^2}{E} \right)^2} = c \sqrt{1 - \left(1 + \frac{E_{kin}}{mc^2} \right)^{-2}} \quad (2.35)$$

Somit benötigt ein Elektron für eine Strecke s eine Zeit von

$$t = \frac{s}{v} = \frac{s}{c \sqrt{1 - \left(1 + \frac{E_{kin}}{mc^2} \right)^{-2}}}. \quad (2.36)$$

2.2.2. Flugzeit in Abhängigkeit des Startwinkels

Nur die wenigsten der Elektronen werden parallel zu den Feldlinien zum Detektor fliegen. Die meisten von ihnen werden durch das Magnetfeld auf eine Spiralbahn gezwungen, wodurch sich die Flugzeit entsprechend verlängert.

Aus $v = \frac{ds}{dt}$ können wir für die Berechnung der Flugzeit

$$t = \int_{s_0}^{s_1} \frac{ds}{v_{\parallel}(s)} \quad (2.37)$$

entnehmen. ds bezeichnet dabei ein Wegelement entlang dessen sich das Elektron mit v_{\parallel} bewegt. Zusammen mit (2.28) und $v_{\perp} = v \sin \theta$ ergibt sich folgender Ausdruck für die Zeitberechnung

$$t = \int_{s_0}^{s_1} \frac{ds}{v_0 \sqrt{1 - \sin^2 \theta_0 \frac{B(s)}{B_0}}}. \quad (2.38)$$

In einem konstanten Magnetfeld erhalten wir damit, wie erwartet, da sich v_{\parallel} darin nicht ändert:

$$t_{const} = \frac{s_1 - s_0}{v_0 \cos \theta_0} = \frac{s_1 - s_0}{v_{\parallel 0}}. \quad (2.39)$$

2. Grundlagen

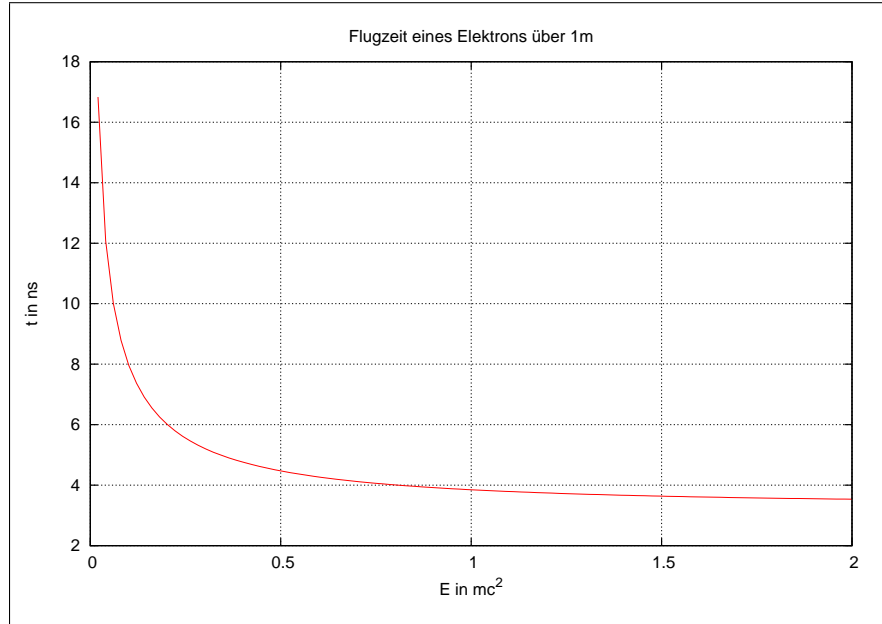


Abbildung 2.1.: Aufgrund der hohen kinetischen Energie sind relativistische Effekte zu beachten. Die hier gezeigte Flugzeit in Abhängigkeit von der kinetischen Energie ändert sich gemäß (2.36) im Laborsystem für sehr hohe Energien nur noch wenig.

Für ein linear abfallendes Magnetfeld

$$B = B_0 + (B_1 - B_0) \frac{s - s_0}{s_1 - s_0} \quad (2.40)$$

erhalten wir mit der Substitution $x = \frac{s - s_0}{s_1 - s_0}$:

$$t = \int_{s_0}^{s_1} \frac{ds}{v_0 \sqrt{1 - \sin^2 \theta_0 \left(1 + \left(\frac{B_1}{B_0} - 1 \right) \frac{s - s_0}{s_1 - s_0} \right)}} = \frac{s_1 - s_0}{v_0 \cos \theta_0} \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1 - \tan^2 \theta_0 \left(\frac{B_1}{B_0} - 1 \right) x}}. \quad (2.41)$$

Durch die Substitution von $y = 1 - ax$ gilt für das ausgewertete Integral

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1 - ax}} = \frac{2}{a} (1 - \sqrt{1 - a}) \quad (2.42)$$

und wir gelangen mit $a = \tan^2 \theta_0 \left(\frac{B_1}{B_0} - 1 \right) \leq 0$ zur Lösung

$$t_{lin} = \frac{s_1 - s_0}{v_{\parallel 0}} \left[\frac{1 - \sqrt{1 - \tan^2 \theta_0 \left(\frac{B_1}{B_0} - 1 \right)}}{2 \tan^2 \theta_0 \left(\frac{B_1}{B_0} - 1 \right)} \right]. \quad (2.43)$$

Da v_{\parallel} dabei größer wird, nähert sich θ dabei einem Winkel von 0° . Am Punkt s_1 beträgt jener schließlich mit (2.28) und $v_{\parallel} = v \cos \theta$

$$\theta_1 = \arccos \sqrt{1 - \sin^2 \theta_0 \frac{B_1}{B_0}}. \quad (2.44)$$

2.3. Numerische Berechnung

2.3.1. Voraussetzungen

Grundlage für die Ermittlung der Elektronenbahnen ist (2.15), wobei $\vec{p} = \gamma m \vec{v}$ ersetzt werden muss. In SI-Einheiten lautet die Formulierung des Anfangswertproblems also:

$$\dot{\vec{x}}(t) = \vec{v}(t) \quad (2.45)$$

$$\vec{x}(0) = \vec{x}_0 \quad (2.46)$$

$$\dot{\vec{v}}(t) = -\frac{e}{\gamma m} [\vec{v}(t) \times \vec{B}(\vec{x})] \quad (2.47)$$

$$\vec{v}(0) = \vec{v}_0 \quad (2.48)$$

Die Startenergie \vec{v}_0 werden wir mittels (2.35) ermitteln. Die für die Berechnungen erforderlichen Werte $e = 1,602\,176\,487 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $c = 299\,792\,458 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ und $m_e = 510,998\,910 \frac{\text{keV}}{c^2}$ entnehmen wir den Empfehlungen des CODATA (Mohr u. a., 2008).

2.3.2. Runge-Kutta-Verfahren

Da es keinen bekannten analytischen Ausdruck gibt, der das Magnetfeld beschreibt, muss (2.45) numerisch gelöst werden. Verwendet wird dabei häufig das Runge-Kutta-Verfahren, bei welchem es sich um ein Einschrittverfahren handelt in dem jeder Berechnungsschritt unabhängig von seinen vorherigen durchgeführt wird. In diesem Verfahren werden anhand der Ableitung $\dot{y}(t_0)$ mehrere mögliche neue Zielpunkte errechnet und jene dann gewichtet gemittelt. Verallgemeinert lässt sich ein s-stufiges Verfahren für ein Anfangswertproblem $\dot{y} = f(t, y), y(0) = y_0$ wie folgt beschreiben:

$$y(t_{n+1}) = y(t_n) + \sum_{i=1}^s b_i k_i \quad (2.49)$$

$$k_i = f \left(t_n + hc_i, y(t_n) + \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} k_j \right). \quad (2.50)$$

h , die Zeitschrittweite, und a_{ij} , b_i und c_i , dem Verfahren angepasste Parameter, sind entscheidend dafür, ob die Berechnung gute Ergebnisse liefert. Die Güte des Verfahrens wird über die Konsistenzordnung, also die Ordnung des lokalen Diskretisierungsfehlers klassifiziert. Der Einfluss der Änderung der Schrittweite kann somit abgeschätzt werden. Während man die Parameter a_{ij} , b_i und c_i aus sogenannten Butchertabellen ablesen kann, muss die Schrittweite während des Programmverlaufs dynamisch bestimmt werden. Eine Möglichkeit eine adäquate Schrittweite zu wählen, ist nach (2.16) die Energieerhaltung bis zu einer bestimmten Fehlerordnung sicherzustellen.

3. Simulation der Flugbahnen

3.1. Simulationsprogramme

Um zunächst eine Referenz zu haben und die späteren Ergebnisse validieren zu können, werden die Berechnungen mit zwei voneinander unabhängigen Programmen durchgeführt. Begonnen wird, auch um schnell eine Vorstellung von der Art der Ergebnisse zu haben, mit dem existierenden Programm `magfield3`. Anschließend wird als Hauptteil der Arbeit ein auf die spezielle Konfiguration PERKEO IIIs anwendbares Mathematicaprogramm entwickelt. Die in der Folge zu sehenden Abbildungen wurden mit Hilfe dieses Programms erstellt und die gewählte Spulenkonfiguration über einen Vergleich mit experimentellen Daten verifiziert.

3.1.1. `magfield3`

Bei `magfield3` von Ferenc Glück handelt es sich um eine C-Umsetzung der Simulation. Die Berechnung des Magnetfelds und der Elektronenbahn werden gemeinsam vom Programm ausgeführt. Die Ermittlung der Elektronenbahn erfolgt dabei über einen Runge-Kutta-Algorithmus achter Ordnung. Nachteil dieses Programms ist die Einschränkung auf zylindrische Spulen, weshalb die Entwicklung eines in dieser Frage variableren Programms erforderlich wird. Da die Elektronen sich auf ihren Bahnen jedoch nur wenig von der zentralen Achse entfernen, kann man zunächst davon ausgehen, dass der Einfluss dieser Einschränkung recht gering sein wird.

3.1.2. Radia - Mathematica

Das ESRF stellt ein Mathematicapakete bereit, mit Hilfe dessen sich Magnetfelder anhand einer eingegebenen Spulenkonfiguration berechnen lassen. Im Gegensatz zu einer Finite-Elemente-Rechnung nutzt Radia eine Randelementmethode bei derer die Aufteilung der Rechnung in Teilprobleme auf den Rändern und nicht innerhalb der Segmente reduziert wird, was die Berechnung erheblich beschleunigt (ESRF, 2006). Der Vorteil gegenüber `magfield3` ist, dass die Geometrie nicht mehr auf zylindrische Spulen eingeschränkt ist und das Modell somit der Realität näher kommt.

Um anhand des Magnetfeldes die Elektronenbahn berechnen zu können, bietet Mathematica die `NDSolve`-Umgebung zur Lösung numerischer Differentialgleichungen an, die die Steuerung der Berechnung vereinfacht. Auch hier wird ein Runge-Kutta-Algorithmus achter Ordnung benutzt um die einzelnen Schritte zu berechnen. Die Schrittweite wird durch Einschränkung der relativen Abweichung des Geschwindigkeitsbetrages gesteuert.

Da Radia bereits über den Vergleich mit kommerziellen Paketen validiert wurde, bleibt die Verifizierung des Algorithmuses zur Berechnung der Elektronenbahn. Zudem wird das Magnetfeld für eine höhere Berechnungsgeschwindigkeit im Voraus an einigen Punkten berechnet (im Abstand von 2 cm) und anschließend trilinear interpoliert. Dadurch limitiert

3. Simulation der Flugbahnen

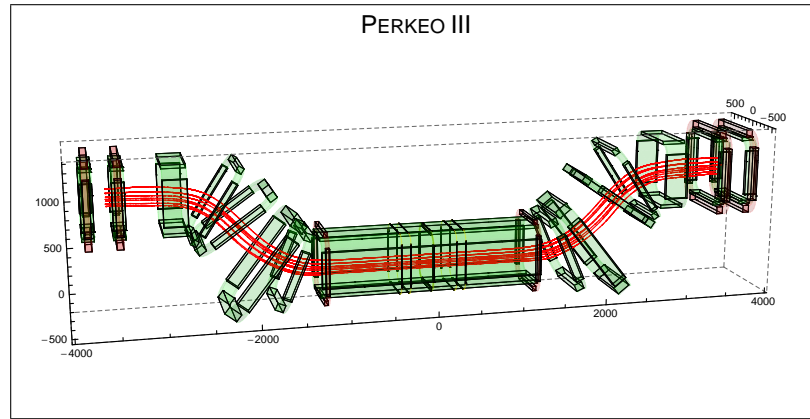


Abbildung 3.1.: Die Feldlinien (—) des Instruments PERKEO III folgen der Spulenanordnung und zeigen, wie sich die Elektronen bewegen werden. An den Enden der Hauptspule werden sie aus dem Neutronenstrahl herausgeleitet.

sich die relative Genauigkeit des Magnetfeldes auf $\approx 10^{-5}$. Zunächst werden wir dafür die Lösung mit einem analytisch lösbares System vergleichen und anschließend die Ergebnisse der Mathematicarechnung den durch magfield3 ermittelten gegenüber stellen.

3.2. Validierung

3.2.1. Lange Spule

Analytisch einfach zu ermitteln ist das Verhalten in einer (unendlich) langen Spule. Das Magnetfeld ergibt sich aus (Tipler, 1998)

$$B = \mu_0 I \frac{n}{l} = \mu_0 j \frac{d}{l}, \quad (3.1)$$

wobei j die Stromdichte, d die Dicke und l die Länge der Spule ist. Der Durchmesser w der Spule spielt dabei praktisch keine Rolle. Das Magnetfeld bleibt also konstant und somit auch einige Größen anhand derer wir die Simulation validieren können. Als Beispiel wählen wir eine Spule mit den folgenden Eigenschaften:

Größe	l	d	w	j
Wert	10 m	2 cm	50 cm	$5 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$

Das Elektron wird im Zentrum der Spule unter einem Winkel $\theta = 50^\circ$ zum Magnetfeld gestartet. Damit ergeben sich die folgenden Vergleichswerte:

	theoretischer Wert	relative Abweichung	
		magfield3	Mathematica
B	125,7 mT	$1,4 \cdot 10^{-3}$	$2,5 \cdot 10^{-3}$
E_{kin}	2,0 keV	$1,3 \cdot 10^{-8}$	$1,2 \cdot 10^{-6}$
t_{Flug}	58,8 ns	$3,6 \cdot 10^{-5}$	$5,0 \cdot 10^{-5}$
ω_B	$2,20 \cdot 10^{10}$ Hz	$7,5 \cdot 10^{-6}$	$7,0 \cdot 10^{-6}$

Tabelle 3.1.: Die Abweichungen (B : Magnetflussdichte, E_{kin} : kinetische Energie des Elektrons, t_{Flug} : Flugzeit des Elektrons, ω_B : Gyrationfrequenz) von den zu erwartenden Werten in einer langen Spule sind sehr gering und zeigen die Zuverlässigkeit der Rechnung.

Die relativen Abweichungen der Gyrationfrequenz ω_B , beziehen sich dabei mit (2.23) auf den vom Simulationsprogramm gemessenen Betrag des Magnetfelds, da die Spulen trotz guter Näherung eine Abweichung vom für (3.1) benutzten Modell darstellen.

Die kleinen Abweichungen zeigen uns, dass die Ergebnisse für ein konstantes Magnetfeld ausreichend genau sind und den Simulationsergebnissen vertraut werden kann.

3.2.2. Rahmenspule

Um zu überprüfen, ob die Elektronenbahn bei einem abfallenden Magnetfeld ebenfalls korrekt berechnet wird, betrachten wir die Änderung der Rotationsfrequenz beim zentralen Flug ($\theta = 80^\circ$) durch eine Rahmenspule, wie gezeigt in Abbildung 3.2.

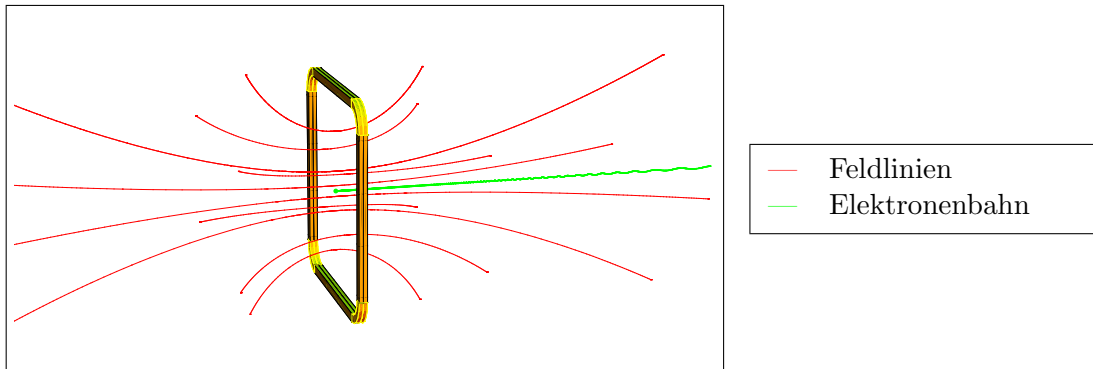


Abbildung 3.2.: Die Gyrationfrequenz des Elektrons beim Flug aus einer Rahmenspule nimmt sichtbar ab. Die Einfachheit des Beispiels erlaubt es uns, Vergleiche mit analytisch ermittelten Resultaten anzustellen.

Das in einer Entfernung z zur Spule zu erwartende Magnetfeld ergibt sich durch Anwendung des Biot-Savart-Gesetzes.

$$B = 4 \frac{\mu_0 j}{2\pi d l} \frac{1}{1 + \frac{4z^2}{w^2}} \frac{1}{\sqrt{\frac{w^2}{2} + z^2}} \quad (3.2)$$

Dabei bezeichnet j wieder die Stromdichte, d die Dicke und l die Länge der Spule, während w den Durchmesser angibt. In diesem Beispiel sind die Kenngrößen folgendermaßen gewählt:

3. Simulation der Flugbahnen

Größe	l	d	w	j
Wert	2 cm	2 cm	50 cm	$500 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$

Damit die Ergebnisse auch mit `magfield3` vergleichbar werden, muss der Radius der dort definierten Ringspule entsprechend angepasst werden. Die Annahme ist, dass die Magnetfelder im Zentrum der Spulen identisch sind. Für die Ringspule gilt ebenfalls nach Biot-Savart, dass

$$B = \frac{\mu_0 j}{2dl} \frac{r^2}{(r^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}. \quad (3.3)$$

Somit muss für den Radius mit (3.2) gelten:

$$r = \frac{\pi w}{4\sqrt{2}}. \quad (3.4)$$

Für eine Rahmenspule mit verschiedenen Durchmessern w_x und w_y gilt:

$$r = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \frac{1}{w_x^{-1} + w_y^{-1}}. \quad (3.5)$$

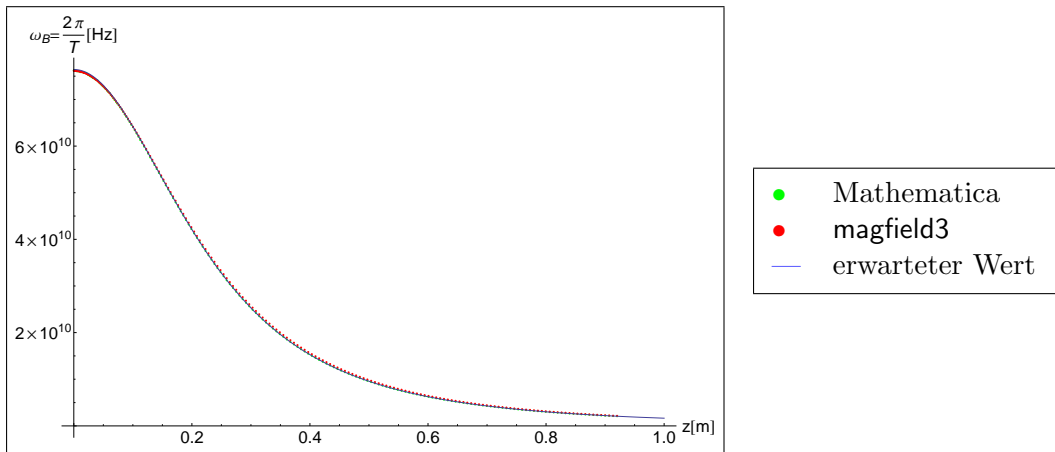
Die voraussichtliche Flugzeit lässt sich mittels (3.2) und (2.38) numerisch abschätzen ($t_{\text{Flug}} \approx 57$ ns). Die ermittelten Rotationsfrequenzen und deren Abweichungen vom theoretischen Wert sind in Abbildung 3.3 zu finden. Beim Vergleich mit dem theoretischen Wert, wird sich auf das Magnetfeld der Rahmenspule bezogen. Daher steigt die Abweichung für den Flug durch die Rahmenspule so stark an, wie die Darstellung unter Einbeziehung der Korrektur des Magnetfeldes zeigt. Diese Beobachtung zeigt uns, dass bei der Verwendung von Zylinderspulen anstelle von rechteckigen Spulen große Abstände zwischen den Spulen zu Abweichungen führen können.

Modell	Flugzeit	$\frac{\Delta E_{kin}}{E_{kin}}$
Mathematica	54,44 ns	$3,0 \cdot 10^{-6}$
<code>magfield3</code>	54,70 ns	$2,8 \cdot 10^{-8}$

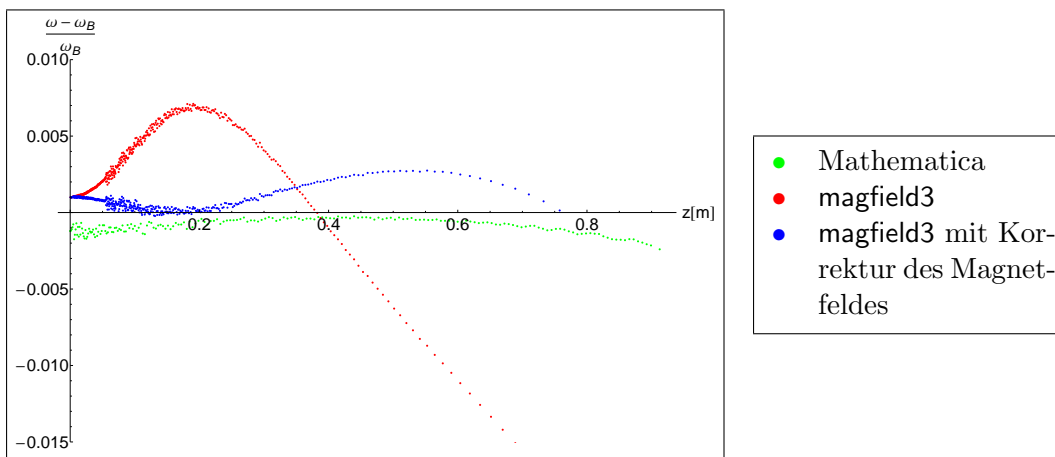
Die relative Abweichung der Flugzeiten über 1 m von $4,8 \cdot 10^{-3}$ unterstreicht noch einmal, dass der Unterschied hier zwar gering ist, aber über eine längere Flugstrecke hinweg durchaus nicht mehr vernachlässigbar sein könnte. Für einen Effekt, dessen Einfluss sich im Bereich von 1% bewegt, ist diese Genauigkeit jedoch zunächst ausreichend.

3.3. Anwendung auf PERKEO III

Mit dem Wissen, dass die Simulationen für die vorangegangenen Fälle die erwarteten Ergebnisse reproduzieren, können wir uns nun PERKEO III zuwenden und Berechnungen mit dessen Spulenkonfiguration durchführen. Dabei werden wir zwei Fälle betrachten. Zum einen gibt es Elektronen die im Zerfallsvolumen emittiert werden – durch einen Neutronenzerfall oder von einer der Eichquellen – und zum anderen wird auch ein nicht zu vernachlässigender Anteil ($\approx 5\%$) der Elektronen von den Szintillationsdetektoren zurückgestreut, was aufgrund des Zeitfensters für die Messung der Elektronenenergie zu Verschiebungen im Spektrum führen kann. Zunächst werden die mit `magfield3` erhaltenen Ergebnisse präsentiert, anschließend die mit dem Mathematicaprogramm erzielten, um zum Schluss einen Vergleich der Daten anzustellen.



(a) Die Rotationsfrequenz nimmt, wie schon in Abbildung 3.2 zu sehen, mit zunehmender Entfernung zur Spule ab.



(b) Die relative Abweichung der Rotationsfrequenz zum erwarteten Wert (2.23) bleibt in einem kleinen und akzeptablen Rahmen. Die Unterschiede von Rahmen- und Ringspule sind jedoch auch deutlich sichtbar.

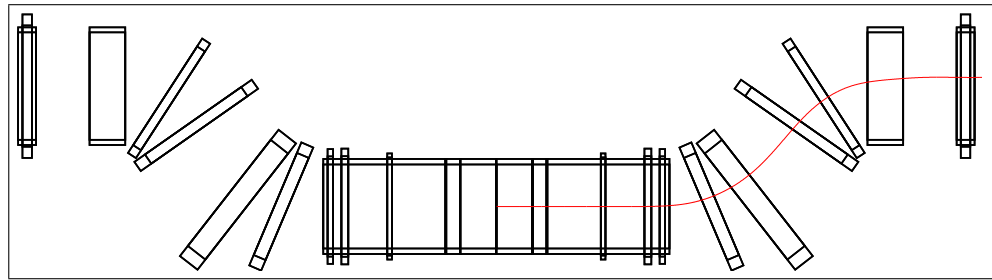
Abbildung 3.3.: Ein Vergleich der Rotationsfrequenzen dient der Validierung der Berechnung der Flugbahnen.

3.3.1. Quelle - Detektor

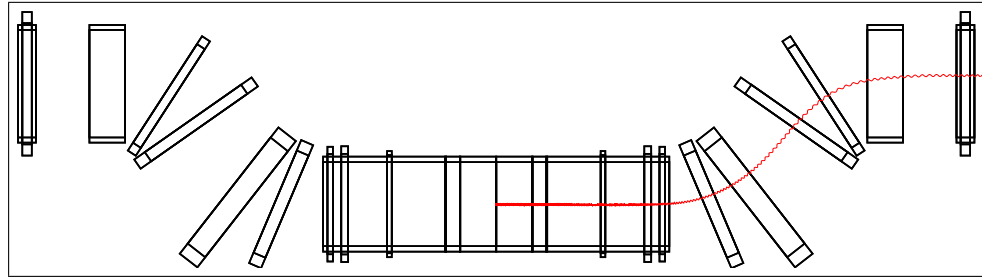
magfield3

Ein Elektron, welches im Zerfallsvolumen startet, bewegt sich entlang der Spulen zu einem der beiden Detektoren. Für die Wahrscheinlichkeit, ob es überhaupt einen Detektor erreicht, ist es dabei unerheblich unter welchem Winkel es startet, da der Bereich in der Hauptspule ein globales Maximum des Magnetfeldes darstellt. Die in Abbildung 3.4 gezeigte Flugbahn für ein mit dem Startwinkel $\theta = 0^\circ$ startendes Elektron stellt einen extremen Fall dar. Das Elektron folgt hier keiner Spiralbahn, sondern direkt den Feldlinien zum Detektor. Damit ist die Flugzeit für dieses Elektron gemäß (2.38) minimal. Wie sich jene mit ansteigenden Startwinkeln ändert, ist in Abbildung 3.5(b) zu sehen. Mit Winkeln nahe 90° steigt die Flugzeit sehr stark an, da der Gradient in der Hauptspule relativ zu den danach folgenden Spulen sehr klein ist und das mit (2.28) beschriebene „abkippen“

3. Simulation der Flugbahnen



(a) Anhand der Visualisierung der Flugstrecke für ein mit $\theta = 0^\circ$, $E_{kin} = 50 \text{ keV}$ startendes Elektron sehen wir, wie es den Feldlinien (s. Abbildung 3.1) folgt.



(b) Abgesehen von der Spiralbewegung ändert sich auch für $\theta = 89,99^\circ$ die verfolgte Elektronenbahn im Vergleich zu Abbildung 3.4(a) nicht. Die Flugzeit erhöht sich durch die größere zurückgelegte Strecke.

Abbildung 3.4.: Durch die Visualisierung der Elektronenbahnen in PERKEO III erhalten wir ein besseres Verständnis über die möglichen Vorgänge.

des Geschwindigkeitsvektors gegen den Gradienten fast nicht stattfindet. In Abbildung 3.6 sehen wir, dass das unter $\theta = 89,99^\circ$ startende Elektron $\approx 92\%$ der gesamten Flugzeit benötigt um die Hauptspule zu verlassen.

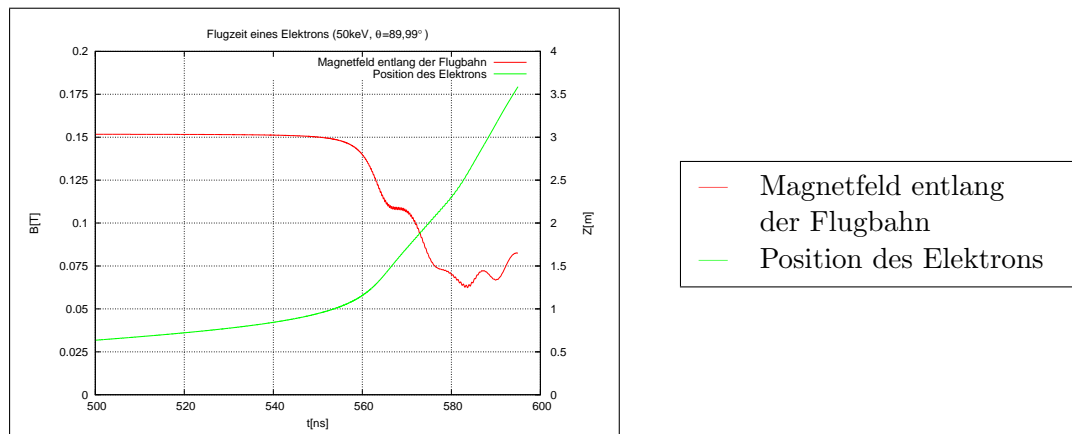
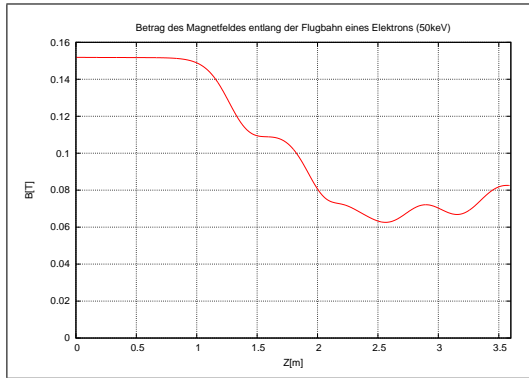
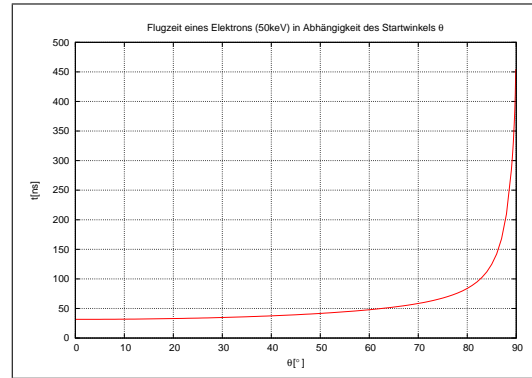


Abbildung 3.6.: Die Zeit die ein Elektron in der Hauptspule verbringt, erhöht sich stark mit steigenden Startwinkeln θ . Erst beim Verlassen der Hauptspule verringert sich der Winkel zum Magnetfeld und das Elektron wird beschleunigt.

Wir können also nun, für eine gesamtheitliche Übersicht der möglichen Flugzeiten, die Flugzeiten über eine Reihe verschiedener Energien und Startwinkel berechnen lassen. Dies



(a) Die Aufzeichnung des Magnetfeldes entlang einer Elektronenflugbahn zeigt uns, dass in der Nähe der Detektoren unerwünschte lokale Magnetfeldminima existieren. Für Elektronen die aus dem Neutronenstrahl kommen, ist dies jedoch irrelevant, sie können diese Minima passieren.



(b) Eine bemerkenswerte Änderung der Flugzeit in Abhängigkeit des Startwinkels ergibt sich erst mit großen Startwinkeln θ .

Abbildung 3.5.: Um die Ursachen der Flugzeitunterschiede auflösen zu können, werden die Einflüsse einzelner Parameter untersucht.

wird es uns erlauben, in Abhängigkeit der Verteilung jener Größen, die Wahrscheinlichkeit zu ermitteln, dass ein Elektron innerhalb eines bestimmten Zeitfensters einen Detektor erreicht. Bereits in Abbildung 2.1 haben wir gesehen, wie sich die Flugzeit in Abhängigkeit der Energie verhält und können das dort erhaltene Ergebnis mit der Simulation verifizieren. Wir erhalten also eine minimale Flugzeit von 14,2 ns für ein Elektron mit $E_{kin} = 782$ keV und $\theta = 0^\circ$ und eine unbegrenzt hohe Flugzeit für Elektronen mit kleiner Energie oder großen Winkeln.

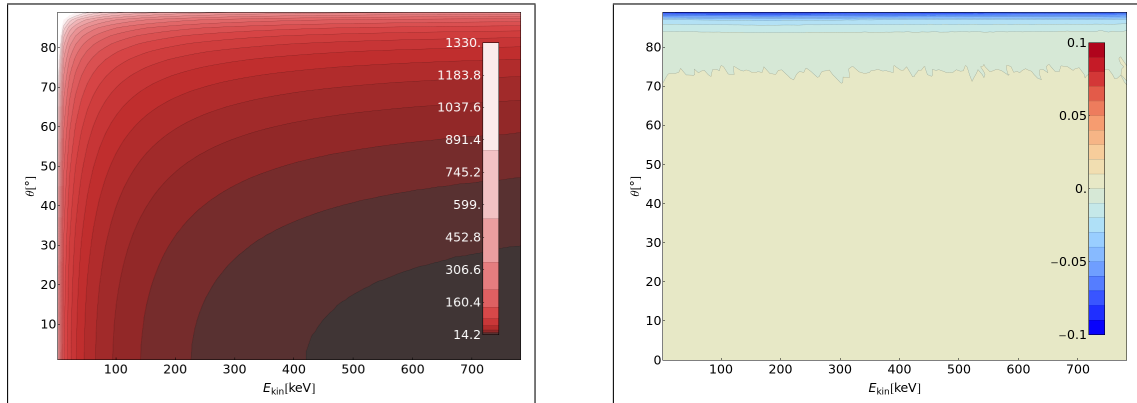
Die Gleichungen (2.39), (2.43), (2.44) und (2.35) erlauben es uns, die erhaltenen Ergebnisse mit einer Abschätzung zu vergleichen.

Unter der Annahme, dass die ermittelten Flugbahnen korrekt sind, wählen wir entlang einer Flugbahn eine gewisse Anzahl von Punkten und approximieren den Verlauf des Magnetfeldes entlang dieser Bahn durch lineare Zwischenstücke. Damit erhalten wir nicht nur eine Bestätigung der Ergebnisse, sondern auch ein Mittel die Flugzeiten sehr viel schneller berechnen zu lassen, als dies durch Simulationen möglich ist. Die Abweichungen der genäherten Ergebnisse von der Simulation sind in Abbildung 3.8(a) zu sehen.

Mathematica

Erwartungsgemäß erhalten wir für die Berechnungen mit Mathematica auf den ersten Blick sehr ähnliche Ergebnisse. Der größte Unterschied ist die benötigte Zeit um eine Berechnung durchzuführen. Während Mathematica zwar einfache Möglichkeiten bietet um Ergebnisse zu visualisieren, so ist die Tatsache, dass nur Teile des Algorithmus für die Berechnung kompiliert werden, ein erheblicher Nachteil gegenüber einem vollständig kompilierten Programm. Somit erhalten wir, auch in Abhängigkeit des zur Berechnung benutzten Computers, Programmlaufzeitunterschiede von bis zu zwei Größenordnungen. In Anbetracht dessen wäre es von großem Nutzen für einen zukünftigen Bedarf an Simulationsergebnissen davon ausgehen zu können, dass `magfield3` nur geringfügig abweichende

3. Simulation der Flugbahnen



(a) Die Flugzeiten in Abhängigkeit von der kinetischen Energie E_{kin} der Elektronen und dem Startwinkel θ gehen mit den zuvor gemachten Beobachtungen zu den einzelnen Parametern einher. Für große Winkel und kleine Energien steigt die Flugzeit stark an. (Zeitangaben in ns)

(b) Relative Abweichungen zwischen den Flugzeitergebnissen der beiden Simulationen, bezogen auf die Mathematicarechnung, zeigen, dass insbesondere für große Startwinkel die unterschiedlichen Spulentypen beeinflussend sind.

Abbildung 3.7.: Für eine ausreichende Vorhersage der möglichen Flugzeiten, liefert uns die Simulation eine Matrix der Werte in Abhängigkeit von der kinetischen Energie und dem Startwinkel.

Ergebnisse liefert, um `magfield3` für die Berechnungen benutzen zu können. Die erhaltenen Flugzeiten ähneln denen aus Abbildung 3.7(a), sodass wir uns auf den Vergleich der Messdaten konzentrieren werden. Eine Approximation der Flugzeiten entsprechend der Approximation für die `magfield3`-Daten liefert uns die in Abbildung 3.8(b) gezeigten Abweichungen von den simulierten Flugzeiten.

Vergleich

Die Unterschiede der Spulenkonfigurationen haben einen Einfluss auf die Elektronenbahnen. Obgleich durch Anwendung von (3.5) diese Effekte minimiert werden sollen und es sich größtenteils ohnehin um längere Spulen handelt und somit in deren Inneren sich die Magnetfelder nicht unterscheiden, sind doch Abweichungen zu vermuten. Unter der Annahme, dass die Berechnung mit Mathematica die besseren Ergebnisse liefert, ist als Vergleich in Abbildung 3.7(b) die relative Abweichung der `magfield3`-Flugzeiten von den Ergebnissen der anderen Simulation zu sehen. Wir können erkennen, dass für große Startwinkel ($\theta > 85^\circ$) die Unterschiede deutlich werden. In Abbildung 3.9 ist ein Vergleich zwischen einer `magfield3`-Flugbahn und einer mit Mathematica durchgeführten Simulation ange stellt. Er bestätigt die Annahme, dass die Flugzeitunterschiede durch Abweichungen der Magnetfelder untereinander entstehen, da der Abstand zwischen den Elektronen mit den Abweichungen der Magnetfelder korreliert. Wir haben also auf einer Seite einen Vergleich der bestätigt, dass beide Programme ähnliche Ergebnisse produzieren, aber auf der anderen Seite markante Unterschiede durch die Tatsache, dass eines der Programme in den Möglichkeiten der Modellierung eingeschränkt ist. Letztlich liefert uns die Approximation des Magnetfeldes in lineare Segmente eine bessere Annäherung an die Simulationsergebnisse Mathematicas, als die Berechnung mit `magfield3`. Die effektivste und gleichzeitig

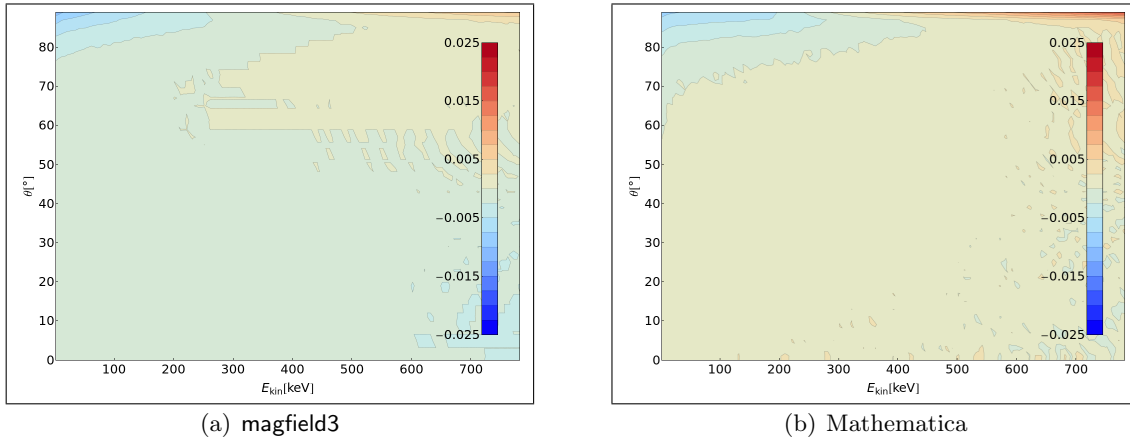


Abbildung 3.8.: Eine Annäherung des Magnetfeldes durch lineare Teilstücke liefert uns eine schnelle und noch immer präzise Alternative zur Berechnung durch Simulation der Elektronenbahn. Die Abweichungen der angenäherten Flugzeiten von den Simulationsergebnissen sind in diesen Abbildungen zu sehen. Für die gewählte Referenzelektronenbahn zur Erstellung der Approximation gilt: $E_{kin} = 100 \text{ keV}$, $\theta = 40^\circ$

genaue Methode die gewonnenen Ergebnisse zu verwenden, wäre es folglich die Flugzeiten im Voraus zu berechnen und anschließend zu interpolieren.

3.3.2. Rückstreuung

Eine der größten potentiellen Quellen für Fehler in den aufgenommenen Energieverteilungen ist die Rückstreuung der eintreffenden Elektronen aus den Szintillationsdetektoren. Die Elektronen geben einen Teil ihrer Energie an den Detektor ab und werden anschließend wieder in das Instrument zurückgestreut. Das hierdurch auftretende Problem ist, dass durch das Eintreffen des Elektrons der Schalter für das Zeitfenster aktiviert wird und

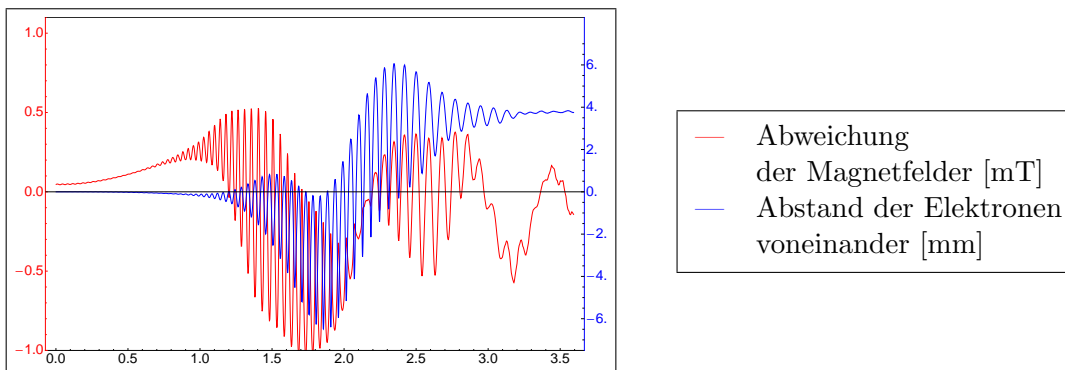


Abbildung 3.9.: Durch den Vergleich zweier Elektronenbahnen ($E_{kin} = 100 \text{ keV}$, $\theta = 40^\circ$), in der Mitte startend, bezogen auf die Z-Achse, können wir die Ursache der zwischen den Programmen abweichenden Flugzeiten ermitteln.

3. Simulation der Flugbahnen

somit den rückgestreuten Elektronen nur eine endliche Zeit bleibt um wieder auf einen der Detektoren zu treffen. Geschieht dies nicht, ist die beobachtete Energie kleiner als die wirkliche und man beobachtet eine Verschiebung des Spektrums zu niedrigeren Energien hin. Zudem wird das noch verbleibende Elektron als ein neues detektiert und erhöht somit nochmals künstlich die Zählrate in niedrigen Energiebereichen.

Für die Rückstreuung müssen wir zwei Fälle in Betracht ziehen. Ein Elektron, welches unter einem großen Winkel zum Magnetfeld emittiert wird, wird aufgrund des magnetischen Spiegeleffekts wieder in den gleichen Detektor eintreten. Hingegen wird ein Elektron mit einem kleinen Startwinkel entlang des Magnetfeldes durch das Instrument hindurch geleitet und auf den anderen Detektor auftreffen. Beim Messprozess wird auch dieser letzte Fall beachtet und die Energie der Elektronen die innerhalb des Zeitfensters am anderen Detektor eintreffen, wird auch zu der der Anderen addiert. Die in 2.1.3 gemachten Überlegungen erlauben es uns, einen Grenzwinkel zwischen Teilchengeschwindigkeit und Magnetfeld zu bestimmen an dem der Übergang von Transmission zu Reflektion am Magnetfeld stattfindet. Mit (2.29) und dem Wissen, dass $|\vec{B}_{Detektor}| \approx 80 \text{ mT}$ und $|\vec{B}_{Quelle}| \approx 150 \text{ mT}$ liegt dieser bei

$$\angle(\vec{v}, \vec{B}) \approx 46^\circ. \quad (3.6)$$

Um genauere Auskunft über die Folgen der Rückstreuung zu erhalten, werden wir also die Elektronenbewegung ausgehend von einem der Detektoren analysieren. Dabei können Position, Rückstreurichtung und die kinetische Energie variieren.

magfield3

Zunächst werden wir betrachten, was bei Variierung des Winkels θ und zufällig gewählten Winkeln ϕ bei fest gewählter Energie ($E_{kin} = 50 \text{ keV}$) und dem Ausgangspunkt in der Mitte des Detektors geschieht. Offenbar gibt es den erwarteten Grenzwinkel bei 46° ,

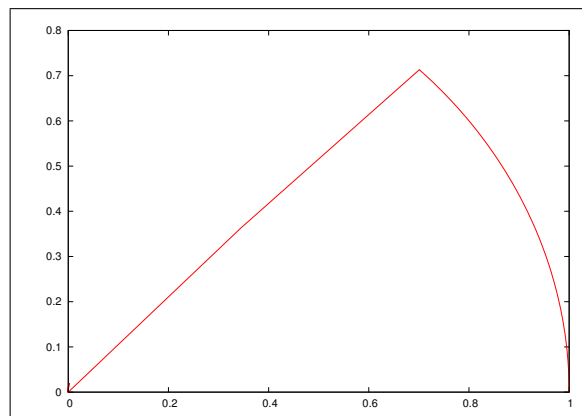
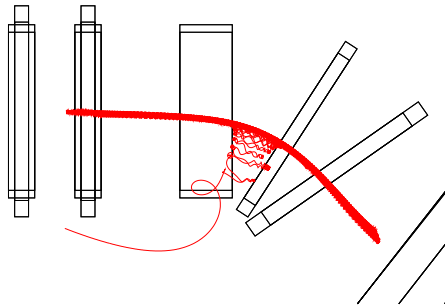


Abbildung 3.10.: Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Elektron nicht reflektiert wird, nimmt ab dem Grenzwinkel auf 0 ab. Es gibt jedoch einen Peak bei $\approx 87^\circ$ (Diagramm in Polarkoordinaten).

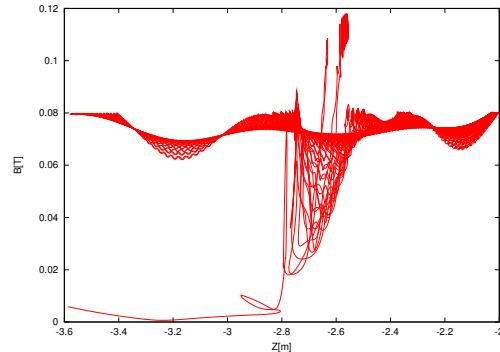
allerdings auch einen weiteren kleinen Peak bei etwa 87° . Dass dort weitere Elektronen transmittiert werden, ist nicht möglich, es muss also einen anderen Grund geben für dieses Verhalten. Betrachten wir die Elektronenbahn eines betroffenen Elektrons genauer, so sehen wir folgendes (Abbildung 3.11): das Elektron gelangt zwischen zwei Spulen in ein

Minimum. Da es aufgrund des magnetischen Spiegeleffekts das Minimum nicht verlassen kann, wird es reflektiert. Während dieser Bewegung driftet es nach außen und gerät dadurch an den Rändern der Spule noch tiefer in die magnetische Falle. Letztlich verlässt es die Spulen oder fällt in eine jener hinein und kann nicht mehr detektiert werden.

Abgesehen von diesem Effekt, erhalten wir mit Abbildung 3.14(a) die erwarteten Er-



(a) Das unter einem Winkel von 87° vom Detektor startende Elektron geht in der Öffnung zwischen zwei Spulen verloren.



(b) Die Abbildung zeigt das vom Elektron gesehene Magnetfeld durch welches es gefangen wird.

Abbildung 3.11.: Ein Elektron geht verloren, da es in eine magnetische Falle gerät. Da es nach außen driftet, ist das von ihm gesehene Magnetfeld nicht mehr das selbe wie beim Eintritt in das Instrument.

gebnisse. Mit steigendem Winkel wird das Elektron langsamer, bis es reflektiert wird. In diesem Bereich verhält sich das Elektron wie in Abschnitt 3.3.1, mit (2.44) skaliert. Bei den Flugzeiten der reflektierten Elektronen gibt es einen recht scharfen Anstieg für sehr große Winkel. Dies lässt sich damit erklären, dass sich direkt vor dem Detektor ein Magnetfeldmaximum befindet und somit sofort reflektiert wird. Kann das Elektron jenes jedoch überschreiten, so folgt es dem Magnetfeld, bis es den Anstieg des Magnetfeldes vor der Hauptspule bemerkt (Abbildung 3.13(b)). Somit verlängern sich die Flugzeiten unter einem Grenzwinkel schlagartig. Zuvor bewegen sich die Flugzeiten in einem recht konstanten Bereich (46° - 80°). Große Startwinkel sind zwar verantwortlich dafür, dass das Elektron langsamer voran kommt, aber auch eine kleinere Strecke zurücklegen muss. Diese beiden Effekte heben einander auf, sodass die Flugzeiten in diesem Bereich wenig variieren. Die recht starke Abhängigkeit der Flugzeiten von Energie und Startwinkel zeigt uns die Erfordernis einer sehr guten Kenntnis der Rückstreuungseigenschaften der Detektoren, um den Einfluss auf die Spektrenermittlung quantitativ ausreichend genau bestimmen zu können. Der Bereich verloren gehender Elektronen vergrößert sich mit steigender Energie, da durch die Erhöhung des Gyrationradius die Wahrscheinlichkeit steigt, dass das Elektron in eine magnetische Falle gerät.

In Abbildung 3.12(a) können wir die Abhängigkeit der Flugzeit von der Startposition am Detektor sehen. Die Berechnungen wurden für ein Elektron mit $E_{kin} = 100 \text{ keV}$, $\theta = 30^\circ$ und $\phi = 0^\circ$ durchgeführt. Wir sehen, dass die Startposition im Zentrum einen geringen Einfluss auf die Flugzeit hat. Dies ist auch so zu erwarten, da im zentralen Bereich der Spulen die Feldstärke wenig variiert. Allerdings scheint der Einfluss der Startposition recht willkürlich zu sein, da selbst die Symmetrie des Instruments (x - und $-x$ -Werte sollten

3. Simulation der Flugbahnen

gleich sein) anhand dieses Schaubilds nicht zu erkennen ist. Anhand von Abbildung 3.12(b) sehen wir, dass der Einfluss des Winkels ϕ größer ist, als erwartet. Diese Berechnung mit einer Mittelung über mehrere (100) ϕ -Werte führt zu der erwarteten Symmetrie an der Achse $Y = 0$. Die verbleibende Abweichung ist vermutlich auf die Rotationsrichtung der Elektronen zurückzuführen.

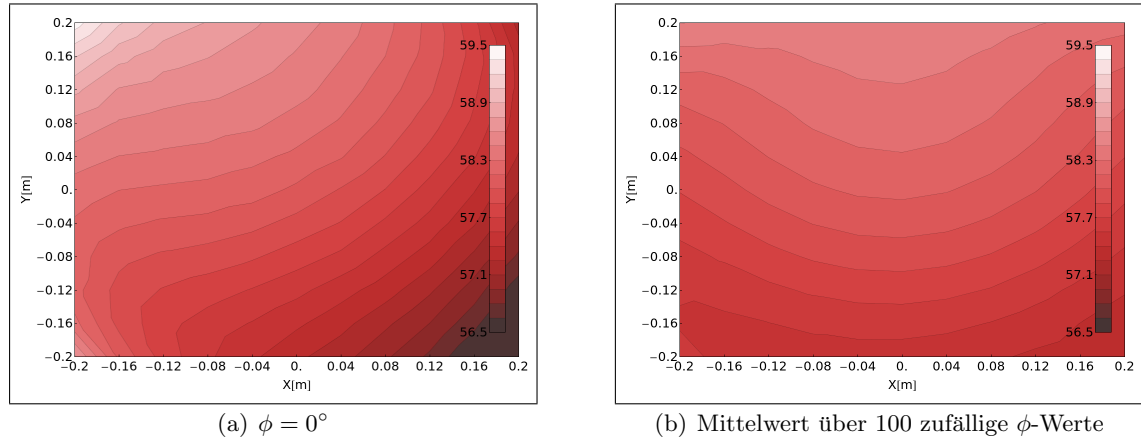


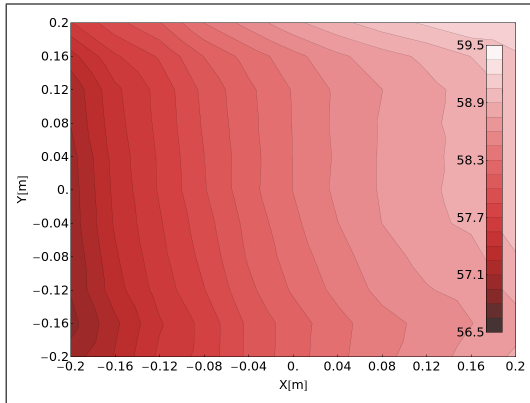
Abbildung 3.12.: Die Flugzeit (in ns) hängt auch von der Startposition am Detektor ab. Neben den zu erwartenden Einflüssen in Y-Richtung, sind trotz der Symmetrie des Instruments Abweichungen in X-Richtung sichtbar. ($E_{kin} = 100$ keV, $\theta = 30^\circ$). Berechnungen mit `magfield3` durchgeführt.

Mathematica

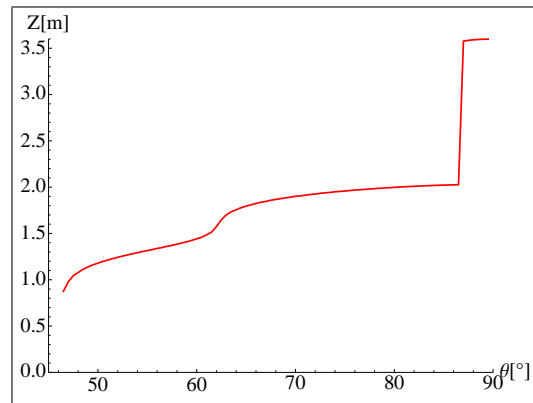
Auch hier lassen sich die gleichen Beobachtungen machen, wie bei der Berechnung der Bahnen von der Quelle zum Detektor. Die Berechnungszeit ist bedeutend höher und die Ergebnisse ähneln sich. Im Bereich großer Startwinkel θ gehen auch für diese Berechnung Elektronen verloren. Das Vorhandensein von Magnetfeldminima hat also einen unerwünschten Einfluss auf die Flugbahnen. Wie hoch die genaue Wahrscheinlichkeit ist, dass Elektronen bei einem maximalen Einfallswinkel von $\approx 46^\circ$ überhaupt von diesen Fällen betroffen sind, müsste noch genauer untersucht werden.

Die Flugzeit in Abhängigkeit von der Startposition (Abbildung 3.13(a)) ändert sich in einem kleinen Rahmen. Auch hier erkennen wir die Abhängigkeit vom Startwinkel ϕ . Die Änderung des Magnetfeldes ist offenbar so stark, dass durch eine Phasenverschiebung kritische Magnetfeldbereiche unterschiedlich passiert werden. Abbildung 3.13(a) zeigt, dass wir mit einer Flugzeitabweichung von $\approx 2\%$ rechnen müssen, falls wir keine Informationen über den Startpunkt und die Startrichtung ϕ des Elektrons haben.

Für die Abhängigkeit von der Startposition und der kinetischen Energie erhalten wir auch einen Grenzwinkel von $\approx 46^\circ$. Eine genauere Untersuchung zeigt, dass der Grenzwinkel etwas ansteigt. Die erhöhte Geschwindigkeit erhöht den Gyrationradius und somit den Abstand zum Spulenzentrum, wodurch das passierte Magnetfeld geringfügig kleiner wird.



(a) Auch für die Mathematicarechnung hängt die Flugzeit (in ns) von der Startposition ab ($E_{kin} = 100 \text{ keV}$, $\theta = 30^\circ$, $\phi = 0^\circ$).



(b) Der Umkehrpunkt des am Magnetfeld reflektierten Elektrons hängt vom Startwinkel ab. Der Sprung kommt durch ein Maximum direkt vor den Detektoren zustande.

Abbildung 3.13.: Die mit dem Mathematicaprogramm erhaltenen Ergebnisse zeigen ein ähnliches Verhalten wie die Vergleichswerte aus der `magfield3`-Rechnung.

Vergleich

Die Abbildung 3.15 zeigt uns, dass abermals die Abweichungen teils recht groß sind. Insbesondere im konstanten Bereich zeigt sich, dass die Dauer und der Umkehrpunkt für den magnetischen Spiegeeffekt empfindlich auf kleine Variierungen im Magnetfeld reagieren. Andererseits soll `magfield3` in erster Linie ein Hilfsmittel für die Validierung des neuen Mathematicaprogramms sein und bestätigt somit dessen Funktionsweise aufgrund der genannten Einschränkungen. Mit maximalen Energieabweichungen die sich im Bereich von 10^{-6} bewegen, haben wir also mit dem Mathematicaprogramm ein Mittel um die Flugzeiten der rückgestreuten Elektronen präzise zu ermitteln, sollten aber bei der Verwendung dieser Resultate wieder auf Interpolation bereits berechneter Werte zurückgreifen, um die Dauer der Berechnung in einem akzeptablen Rahmen zu halten. Die hier erhaltenen Ergebnisse, zusammen mit einer weiteren Untersuchung des Rückstreuungsverhaltens, würden die Arbeit von Friedl (2008) ergänzen und die Präzision der mit PERKEO III erhaltenen Ergebnisse erhöhen.

3. Simulation der Flugbahnen

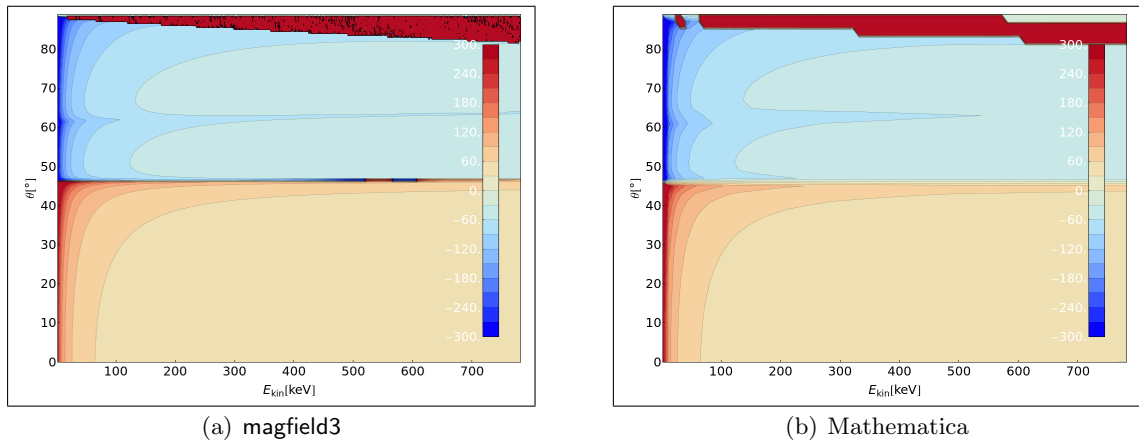


Abbildung 3.14.: Die Flugzeit (in ns) in Abhängigkeit von der kinetischen Energie E_{kin} der Elektronen und deren Startwinkel θ ist unterteilt zu betrachten. Reflektierte Elektronen sind blau markiert (“negative“ Flugzeiten) und transmittierte Elektronen sind rot. Der rote obere Bereich verdeutlicht die Eigenschaften verloreener Elektronen. Es ist für die transmittierten Elektronen deutlich die Ähnlichkeit zu den Ergebnissen aus Abschnitt 3.3.1 zu erkennen.

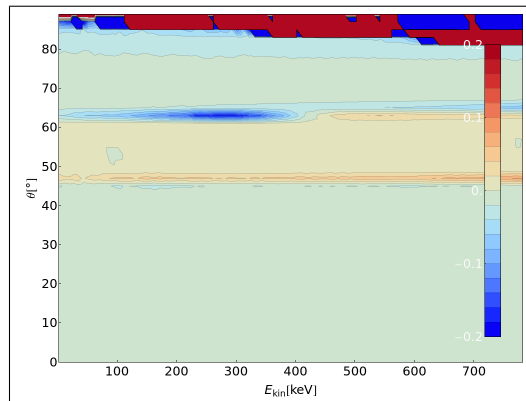


Abbildung 3.15.: Die relative Abweichung der erhaltenen Flugzeiten (bezogen auf die Mathematica-Ergebnisse) zeigt uns insbesondere Unterschiede im Bereich konstanter Flugzeiten der reflektierten Elektronen.

4. Eichpräparate

Der Einsatz von Detektoren erfordert auch deren Eichung. Dies geschieht, indem man Präparate mit bekannten Spektren in das Instrument einbaut und anhand der Messungen jedem Kanal des Detektors einen Energiebereich zuordnet. Um die Szintillationsdetektoren von PERKEO III zu eichen, werden mit ^{109}Cd , ^{113}Sn , ^{137}Cs , ^{139}Ce und ^{207}Bi Elektronen emittierende Eichquellen benutzt. Die Spektren dieser Stoffe sind bekannt, allerdings erfordert der Aufbau des Instruments, dass diese Zerfälle noch einmal einzeln betrachtet werden, da sich, durch die lange Flugstrecke der Elektronen und den Einfluss des endlich großen Zeitfensters, evtl. Verschiebungen des Spektrums zu niedrigeren Energien hin in den beobachteten Spektren ergeben könnten.

4.1. Kernzerfall

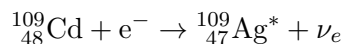
4.1.1. β^- -Zerfall

Unter den genannten Eichquellen gibt es zwei Arten von Zerfällen. Beim β^- -Zerfall des Cäsiums werden Elektronen aus dem Kern emittiert, wie dies auch beim Neutronenzerfall geschieht. Der Kern befindet sich danach in einem angeregten Zustand. Der Zerfall von ^{137}Cs findet z.B. folgendermaßen statt:



4.1.2. Elektroneneinfang

Beim Elektroneneinfang, der in den anderen Quellen stattfindet, gelangt ein Elektron aus der Atomhülle (K-, L- oder M-Schale) in den Kern und wandelt ein Proton in ein Neutron um. Dadurch entsteht zum einen Loch in der Schale der Atomhülle aus der das Elektron kam, zum anderen befindet sich auch dieser neu entstandene Kern anschließend in einem angeregten Zustand.



4.1.3. Abregung von Kern und Atom

Die angeregten Kernzustände sind meist sehr kurzlebig, sodass häufig direkt im Anschluss an die Kernreaktion unter Emission von γ -Strahlung bzw. eines Konversionselektrons der Kern in einen niedriger liegenden Zustand übergeht. Sollte ein Konversionselektron – also ein Elektron das anstelle des Photons aus der Atomhülle emittiert wird – entstehen, so hinterlässt dies ebenso wie die eingefangenen Elektronen ein Loch in der Atomhülle und das Atom befindet sich somit in einem angeregten Zustand. Der Übergang in den Grundzustand erfolgt anschließend über Fluoreszenz, also dem Übergang eines Elektrons aus einer höher gelegenen Schale in eine niedrigere unter Aussendung eines Photons, bzw. über Emission eines Auger-Elektrons. Dieser lässt wie bei der Fluoreszenz durch spontane

Verwendetes Kürzel	Beschreibung
I_i	Wahrscheinlichkeit, dass der Kern durch den Elektroneneinfang in den Zustand i übergeht
P_{Ki}, P_{Li}, P_{Mi}	Wahrscheinlichkeit, dass ein Elektron beim Übergang in den Zustand i aus der K-, L- oder M-Schale eingefangen wird (Schönfeld, 1998)
$I_{i,j}$	Intensität des Zustandsüberganges $i \rightarrow j$
$E_{i,j}$	Beim Übergang $i \rightarrow j$ freigesetzte Energie
t_i	Halbwertszeit des angeregten Zustandes i
$\alpha_{Ki,j}, \alpha_{Li,j}, \alpha_{Mi,j}, \dots$	Interne-Konversions-Koeffizienten, Anteil der emittierten Konversionselektronen aus der K-, L- oder M-Schale pro emittiertem Photon aus dem Übergang $i \rightarrow j$
$\omega_K, \bar{\omega}_L, \dots$	Fluoreszenzrate, Anteil emittierter Fluoreszenzphotonen pro spontaner Emission (Bambynek u. a., 1972)
$X_{K\alpha}, X_{K\beta}$	Wahrscheinlichkeit, dass das herabfallende Elektron in die K-Schale aus der L- oder M-Schale stammt (Schönfeld und Janßen, 2000)
$I_{KLL}, I_{K LX}, I_{K XY}$	Verteilung der K-Augerelektronen
E_K, E_L, E_M	Bindungsenergie der K-, L- oder M-Schale

Tabelle 4.1.: Die für die Berechnung erforderlichen Größen sind der Literatur zu entnehmen.

emittiert unter einem Winkel von 89° , hat eine 784,8 ns längere Flugzeit als ein K-Konversionselektron des $4 \rightarrow 1$ Übergangs (1682,1 keV), welches unter 0° emittiert wurde. Bei einem Zeitfenster von 300 ns wird das Augerelektron also nicht mehr zum Konversionselektron hinzugezählt, sondern als einzelnes Elektron erfasst. Um den quantitativen Einfluss dieses Effekts auf das detektierte Eichspektrum zu ermitteln, wird dafür anhand einer Liste gleichwahrscheinlicher Startwinkel – und somit Flugzeiten – für jedes Elektron eines Zerfallsprozesses der Zeitunterschied in Bezug auf die Flugzeit der anderen Elektronen errechnet. Da wir in 3.3.1 gesehen haben, dass sich die Änderung der Flugzeit in Abhängigkeit der Energie mittels (2.36) recht genau ermitteln lässt, reicht es aus, vorher eine Liste von Flugzeiten in Abhängigkeit des Startwinkels für eine feste Energie zu berechnen. Alle möglichen Kombinationen dieser Flugzeiten werden ermittelt und daraus das neue beobachtete Spektrum berechnet. Die veränderten Spektren für ein Zeitfenster von 200 ns und 300 ns können dem Anhang (A) entnommen werden.

Für beide Zeitfenster bewegen sich die Einflüsse in einem kleinen, aber nicht ganz zu vernachlässigenden Rahmen, was die Erfordernis dieser Berechnung nochmals verdeutlicht.

Möchte man in Zukunft für weitere Projekte, z.B. für das Nachfolgeprojekt PERC, ähnliche Messungen durchführen, so dient dieses Programm mit entsprechend angepassten Flugzeiten zum einen einer Empfehlung des zu wählenden Zeitfensters – die Vermeidung systematischer Fehler ist deren Korrektur vorzuziehen – als auch der besseren Ermittlung der Detektoreigenschaften im Nachhinein, wie dies hier im Falle von PERKEO III geschehen ist.

4. Eichpräparate

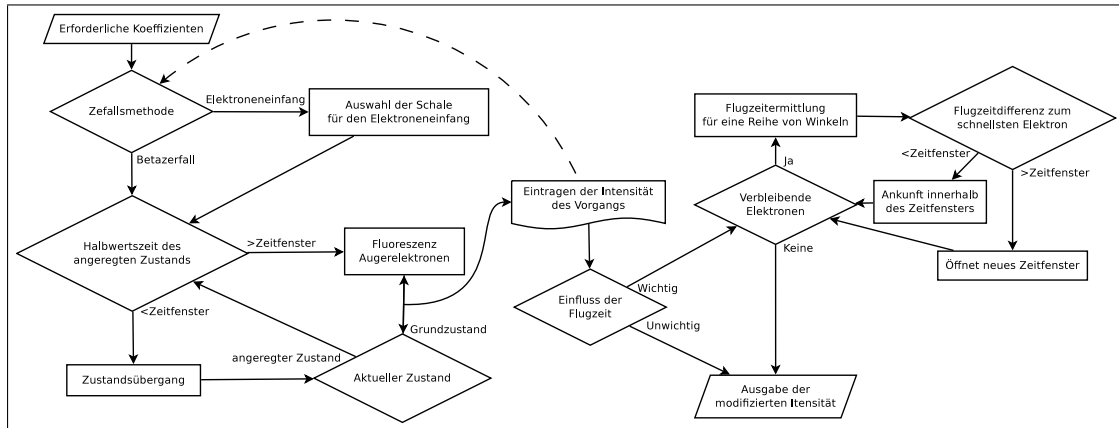


Abbildung 4.2.: Das Flussdiagramm zur Spektrenberechnung zeigt (links) wie das Ausgangsspektrum berechnet wird und (rechts) anschließend durch Einfluss der Flugzeiten variiert.

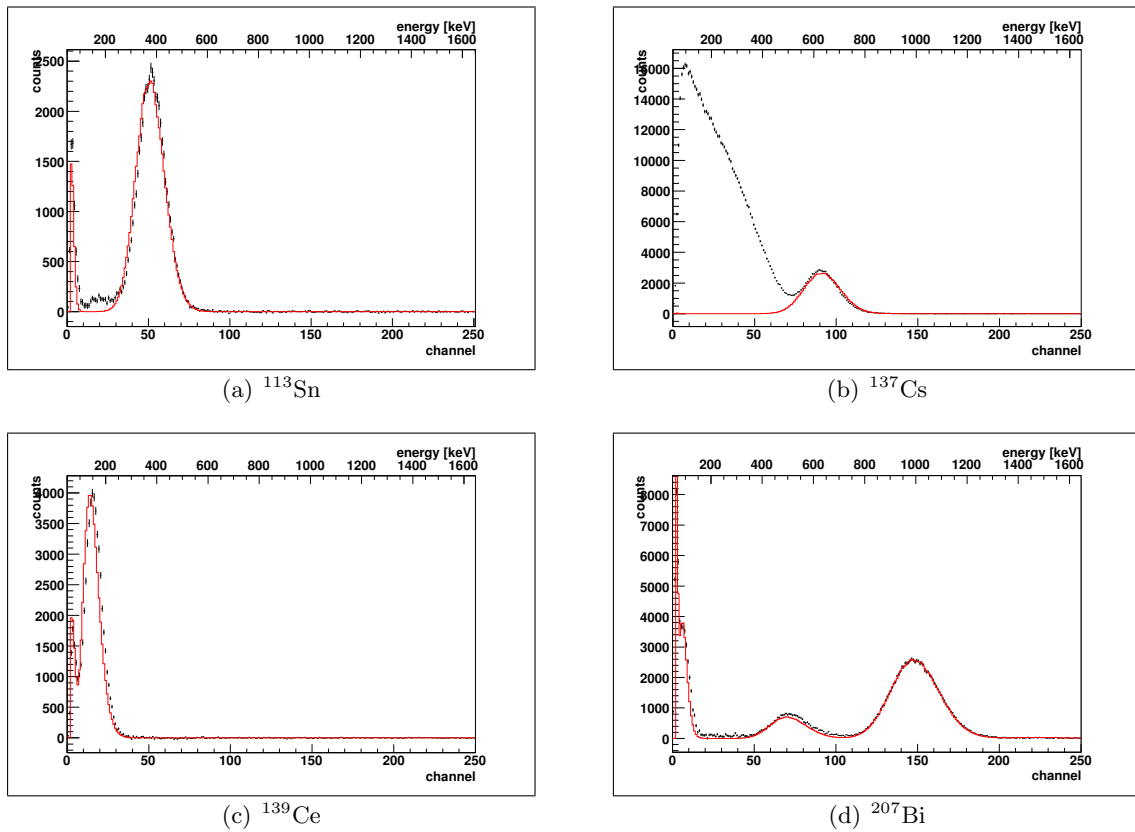


Abbildung 4.3.: Die Implementierung der Spektrenberechnung in das Fitprogramm p3fit ermöglicht die Eichung der Detektoren. Das Untergrundsignal ist dabei noch nicht vollständig beschrieben. Die Messdaten stammen aus einer persönlichen Mitteilung von H. Mest (2010).

A. Eichspektren

Im folgenden sind die erwarteten Spektren ohne Beachtung des Zeitfensters (abgesehen von der Halbwertszeit der angeregten Zustände, hier liegt die Grenze bei 300 ns), für ein Zeitfenster von 300 ns und für ein Zeitfenster von 200 ns zu sehen. Es wurden nur Energien mit einer Intensität $> 0,1\%$ beachtet.

^{109}Cd	Elektronen	Energie[keV]	Intensität		
			∞	300 ns	200 ns
Mögliche Zerfalls- prozesse	LMM	2,374	66,936	78,675	89,350
	2LMM	4,749	0,000	0,222	0,474
	KLL	17,895	0,032	0,457	0,857
	KLL+LMM	20,269	1,031	2,449	3,407
	KLM	20,987	0,233	0,671	1,085
	KLL+2LMM	22,644	8,329	6,593	5,391
	KLM+LMM	23,361	3,759	3,364	3,015
	KMM	24,079	0,424	0,428	0,433
	K(1,0)	62,520	7,741	11,005	14,172
	K(1,0)+LMM	64,894	26,957	23,775	20,803
	K(1,0)+2LMM	67,268	0,000	0,073	0,103
	K(1,0)+KLL	80,415	0,016	0,144	0,376
	K(1,0)+KLL+LMM	82,789	0,527	1,352	1,850
	K(1,0)+KLM	83,507	0,119	0,349	0,555
	L(1,0)	84,224	2,573	7,704	12,630
	K(1,0)+KLL+2LMM	85,163	4,257	3,198	2,311
	K(1,0)+KLM+LMM	85,881	1,921	1,647	1,377
	K(1,0)+KMM	86,599	0,216	0,212	0,207
	L(1,0)+LMM	86,599	41,561	36,430	31,504
	M(1,0)	87,316	9,039	9,039	9,039
N(1,0)	87,938	1,413	1,413	1,413	
Auger- elektronen	K-Auger	18,979			20,864
	KLL	17,895			14,193
	KLM	20,987			6,032
	KMM	24,079			0,640
	LMM	2,374			167,864
Konversions- elektronen $1 \rightarrow 0$	K	62,520			41,755
	L	84,224			44,134
	M	87,316			9,039
	N	87,938			1,413

Tabelle A.1.: Intensitäten der detektierten Elektronen nach dem Elektroneneinfang von ^{109}Cd

A. Eichspektren

^{113}Sn	Elektronen	Energie[keV]	Intensität		
			∞	300 ns	200 ns
Mögliche Zerfalls- prozesse	LMM	2,580	43,633	51,799	58,428
	2LMM	5,160	0,000	0,382	1,298
	KLL	19,620	0,026	0,317	0,565
	KLL+LMM	22,200	0,713	1,521	2,044
	KLM	22,990	0,167	0,437	0,688
	KLL+2LMM	24,780	4,856	3,887	3,235
	KLM+LMM	25,570	2,273	2,057	1,853
	KMM	26,360	0,319	0,325	0,329
	K(1,0)	363,758	1,256	2,440	4,019
	K(1,0)+LMM	366,338	7,838	9,560	10,520
	K(1,0)+2LMM	368,918	12,197	9,397	6,987
	K(1,0)+KLL	383,378	0,005	0,053	0,177
	K(1,0)+KLL+LMM	385,958	0,157	0,560	1,029
	K(1,0)+KLM	386,748	0,033	0,123	0,253
	L(1,0)	387,538	0,084	0,313	0,649
	K(1,0)+KLL+2LMM	388,538	1,399	1,889	1,958
	K(1,0)+KLM+LMM	389,328	0,552	0,774	0,903
	L(1,0)+LMM	390,118	1,389	1,960	2,313
	K(1,0)+KMM	390,118	0,063	0,086	0,109
	M(1,0)	390,908	0,248	0,342	0,434
	K(1,0)+KLL+3LMM	391,118	2,979	1,949	1,205
	K(1,0)+KLM+2LMM	391,908	1,394	1,044	0,752
	L(1,0)+2LMM	392,698	3,385	2,594	1,919
	K(1,0)+KMM+LMM	392,698	0,196	0,168	0,142
	M(1,0)+LMM	393,488	0,738	0,646	0,556
	N(1,0)+LMM	394,168	0,133	0,117	0,100
	L(1,0)+KLL+2LMM	412,318	0,083	0,169	0,196
K(1,0)+2KLL+4LMM	413,318	0,180	0,100	0,052	
K(1,0)+KLL+KLM+3LMM	414,108	0,169	0,108	0,065	
L(1,0)+KLL+3LMM	414,898	0,377	0,245	0,151	
L(1,0)+KLM+2LMM	415,688	0,176	0,132	0,094	
Auger- elektronen	K-Auger	20,831			16,466
	KLL	19,620			11,125
	KLM	22,990			4,764
	KMM	26,360			0,578
	LMM	2,580			115,897
Konversions- elektronen $2 \rightarrow 1$	K	227,192			0,076
	L	250,972			0,010
	M	254,342			0,002
	N	255,022			0,000
Konversions- elektronen $1 \rightarrow 0$	K	363,758			28,629
	L	387,538			5,558
	M	390,908			1,128
	N	391,588			0,204

Tabelle A.2.: Intensitäten der detektierten Elektronen nach dem Elektroneneinfang von ^{113}Sn

^{137}Cs	Elektronen	Energie[keV]	Intensität		
			∞	300 ns	200 ns
Mögliche Zerfalls- prozesse	LMM	3,401	0,000	0,718	1,422
	K(2,0)	624,216	1,976	2,470	2,962
	K(2,0)+LMM	627,617	5,036	4,551	4,066
	K(2,0)+KLL+LMM	653,078	0,099	0,157	0,198
	L(2,0)	655,668	0,154	0,276	0,399
	K(2,0)+KLL+2LMM	656,479	0,402	0,320	0,250
	K(2,0)+KLM+LMM	657,774	0,216	0,190	0,169
	L(2,0)+LMM	659,069	1,249	1,127	1,005
	M(2,0)	660,364	0,300	0,300	0,300
Auger- elektronen	K-Auger	26,872			0,717
	KLL	25,461			0,502
	KLM	30,157			0,216
	KMM	34,853			0,000
	LMM	3,401			7,404
Konversions- elektronen $2 \rightarrow 0$	K	624,216			7,790
	L	655,668			1,403
	M	660,364			0,300
	N	661,404			0,065

Tabelle A.3.: Intensitäten der detektierten Elektronen nach dem β^- -Zerfall von ^{137}Cs

A. Eichspektren

^{139}Ce	Elektronen	Energie[keV]	Intensität		
			∞	300 ns	200 ns
Mögliche Zerfalls- prozesse	LMM	3,544	51,751	54,914	57,689
	2LMM	7,087	0,000	0,072	0,324
	KLL	26,392	0,048	0,157	0,299
	KLL+LMM	29,936	0,723	1,070	1,273
	KLM	31,297	0,198	0,333	0,446
	KLL+2LMM	33,479	2,730	2,317	1,984
	KLM+LMM	34,841	1,493	1,377	1,267
	KMM	36,202	0,204	0,206	0,207
	K(1,0)	126,933	1,295	1,886	2,586
	K(1,0)+LMM	130,476	6,204	6,852	7,262
	K(1,0)+2LMM	134,020	7,424	6,225	5,128
	K(1,0)+KLL+LMM	156,868	0,122	0,230	0,350
	L(1,0)	159,591	0,078	0,155	0,258
	K(1,0)+KLL+2LMM	160,412	0,648	0,731	0,758
	K(1,0)+KLM+LMM	161,773	0,286	0,337	0,377
	L(1,0)+LMM	163,135	0,770	0,921	1,032
	K(1,0)+KLL+3LMM	163,956	0,946	0,704	0,519
	M(1,0)	164,496	0,138	0,166	0,196
	K(1,0)+KLM+2LMM	165,317	0,518	0,422	0,345
	L(1,0)+2LMM	166,678	1,371	1,145	0,931
M(1,0)+LMM	168,040	0,322	0,295	0,266	
Auger- elektronen	K-Auger	28,191			7,917
	KLL	26,392			5,217
	KLM	31,297			2,495
	KMM	36,202			0,204
	LMM	3,544			89,891
Konversions- elektronen $1 \rightarrow 0$	K	126,933			17,693
	L	159,591			2,380
	M	164,496			0,494
	N	165,587			0,093

Tabelle A.4.: Intensitäten der detektierten Elektronen nach dem Elektroneneinfang von ^{139}Ce

^{207}Bi	Elektronen	Energie[keV]	Intensität		
			∞	300 ns	200 ns
Mögliche Zerfalls- prozesse	LMM	8,156	46,014	46,383	46,718
	KLL	56,352	0,244	0,279	0,327
	KLL+LMM	64,508	0,799	0,820	0,826
	KLM	68,362	0,281	0,300	0,318
	KLL+2LMM	72,664	0,655	0,599	0,550
	KLM+LMM	76,518	0,460	0,440	0,424
	K(1,0)	481,620	0,639	0,669	0,696
	K(1,0)+LMM	489,776	0,657	0,632	0,609
	L(1,0)	553,836	0,136	0,146	0,156
	L(1,0)+LMM	561,992	0,234	0,225	0,216
	K(3,1)	975,620	3,419	3,561	3,698
	K(3,1)+LMM	983,776	3,228	3,086	2,953
	L(3,1)	1047,836	0,660	0,708	0,753
	L(3,1)+LMM	1055,992	1,082	1,034	0,989
	M(3,1)	1059,846	0,431	0,431	0,431
N(3,1)	1063,700	0,110	0,110	0,110	
Auger- elektronen	K-Auger	59,998			2,439
	KLL	56,352			1,698
	KLM	68,362			0,740
	KMM	80,372			0,000
	LMM	8,156			53,783
Konversions- elektronen $1 \rightarrow 0$	K	481,620			1,548
	L	553,836			0,429
	M	565,846			0,106
	N	569,700			0,027
Konversions- elektronen $2 \rightarrow 0$	K	809,720			0,002
	L	881,936			0,000
	M	893,946			0,000
	N	897,800			0,000
Konversions- elektronen $3 \rightarrow 1$	K	975,620			7,051
	L	1047,836			1,780
	M	1059,846			0,440
	N	1063,700			0,113
Konversions- elektronen $4 \rightarrow 2$	K	1354,020			0,000
	L	1426,236			0,000
	M	1438,246			0,000
	N	1442,100			0,000
Konversions- elektronen $4 \rightarrow 1$	K	1682,120			0,024
	L	1754,336			0,004
	M	1766,346			0,001
	N	1770,200			0,000

Tabelle A.5.: Intensitäten der detektierten Elektronen nach dem Elektroneneinfang von ^{207}Bi

Literaturverzeichnis

- [Abele 2008] ABELE, Hartmut: The neutron. Its properties and basical interactions. In: *Prog. Part. Nucl. Phys.* 60 (2008), S. 1–81
- [Bé und Chisté 2009] BÉ, Marie-Martine ; CHISTÉ, Vanessa: *Table de Radionucléides*. Website. 2009. – Veröffentlicht durch das Decay Data Evaluation Project <http://www.nucleide.org/DDEP.htm>
- [Bambynek u. a. 1972] BAMBYNEK, Walter u. a.: X-Ray Fluorescence Yields, Auger, and Coster-Kronig Transition Probabilities. In: *Rev. Mod. Phys.* 44 (1972), Nr. 4
- [Blachot 2005] BLACHOT, Jean: Nuclear Data Sheets 104, 2005, S. 869–871
- [Blachot 2006] BLACHOT, Jean: Nuclear Data Sheets 107, 2006, S. 409–412
- [Browne und Tuli 2007] BROWNE, E. ; TULI, J. K.: Nuclear Data Sheets 108, 2007, S. 2213–2214
- [Burrows 2001] BURROWS, T. W.: Nuclear Data Sheets 92, 2001, S. 680–682
- [Dubbers 1991] DUBBERS, Dirk: Particle Physics with Cold Neutrons. In: *Prog. Part. Nucl. Phys.* 26 (1991), S. 173–252
- [ESRF 2006] ESRF (Veranst.): *Radia - Documentation*. September 2006. – <http://www.esrf.eu/Accelerators/Groups/InsertionDevices/Software/Radia/Documentation/Introduction>
- [Friedl 2008] FRIEDL, Felix: *Einfluss der Detektorfunktion auf die Messung des schwachen Magnetismus im Neutronzerfall*, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg, Diplomarbeit, 2008
- [Helmer 2002] HELMER, Richard G.: *Table de Radionucléides*. Website. 2002. – Veröffentlicht durch das Decay Data Evaluation Project <http://www.nucleide.org/DDEP.htm>
- [Helmer und Bé 2008] HELMER, Richard G. ; BÉ, Marie-Martine: *Table de Radionucléides*. Website. 2008. – Veröffentlicht durch das Decay Data Evaluation Project <http://www.nucleide.org/DDEP.htm>
- [Helmer und Chechev 2007] HELMER, Richard G. ; CHECHEV, Valery P.: *Table de Radionucléides*. Website. 2007. – Veröffentlicht durch das Decay Data Evaluation Project <http://www.nucleide.org/DDEP.htm>
- [Jackson 1998] JACKSON, John D.: *Classical Electrodynamics*. 3. Wiley, 1998. – ISBN 978-0-47130-932-1

- [Lee und Yang 1956] LEE, T. D. ; YANG, C. N.: Question of Parity Conservation in Weak Interactions. In: *Physical Review* 104 (1956)
- [Martin 1993] MARTIN, M. J.: Nuclear Data Sheets 70, 1993, S. 338–339
- [Metz 1995] METZ, Christian: *Messungen zur Bestimmung der β -Asymmetrie im Neutronenzerfall mit PERKEO II*, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg, Diplomarbeit, 1995. – unveröffentlicht
- [Mohr u. a. 2008] MOHR, Peter J. u. a.: CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2006. In: *Rev. Mod. Phys.* 80 (2008)
- [Märkisch 2006] MÄRKISCH, Bastian: *Das Spektrometer PERKEO III und der Zerfall des freien Neutrons*, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg, Dissertation, 2006
- [Märkisch u. a. 2009] MÄRKISCH, Bastian u. a.: The new neutron decay spectrometer PERKEO III. In: *Nucl. Instr. and Meth. A* 611 (2009), S. 216–218
- [Nico 2009] NICO, J. S.: Neutron beta decay. In: *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* 36 (2009)
- [Schönfeld 1998] SCHÖNFELD, Eckard: Calculation of Fractional Electron Capture Probabilities. In: *Appl. Radiat. Isot.* 49 (1998), Nr. 9-11, S. 1353–1357
- [Schönfeld und Dersch 2004] SCHÖNFELD, Eckard ; DERSCH, Rainer: *Table de Radionucléides*. Website. 2004. – Veröffentlicht durch das Decay Data Evaluation Project <http://www.nucleide.org/DDEP.htm>
- [Schönfeld und Janßen 2000] SCHÖNFELD, Eckard ; JANSSEN, H.: Calculation of emission probabilities of X-rays and Auger electrons emitted in radioactive disintegration processes. In: *Appl. Radiat. Isot.* 52 (2000), S. 595–600
- [Tipler 1998] TIPLER, Paul A.: *Physik*. 3. Spektrum, 1998. – ISBN 3-86025-122-8

Erklärung:

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Heidelberg, 19.07.2010

.....

(Unterschrift)