7. Kerne, Kernzerfälle und Kernmodelle

Atomkerne werden durch phänomenolog. Modelle beschrieben.
Beschreibung im Rahmen der starken WW (QCD) schwierig.
→ effektive WW: Austausch von π

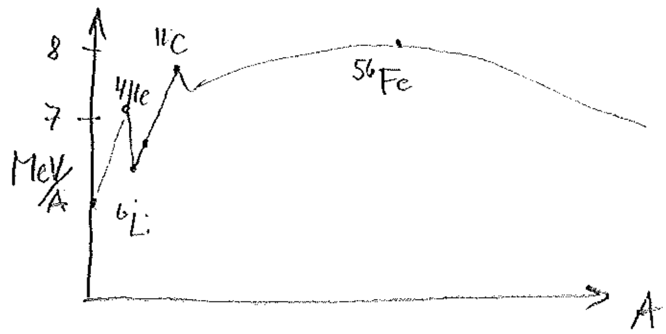
7.1 Tröpfchenmodell zur Beschreibung der Bindungsenergie

Bindungsenergie der Kerne = Massendefizit:

$$B(A,Z) = \left[Z \cdot m_p + (A-Z) m_n - \underbrace{M(A,Z)}_{\text{Masse des Atomkerns}} \right] / c^2$$

(Experimentell wird die Atommasse bestimmt → Berücksichtigung der e^-)

Für die Bindungsenergie findet man die in Fig 7.1 gezeigte Abhängigkeit von A:



$B_{max}(Fe) \approx 8 \ldots 9$ MeV/Nukleon

Max. Bindungsenergie für $A \approx 60$ (Fe und Ni Isotope).
Erste Parametrisierung der Bindungsenergie bzw der Kernmassen in Abhängigkeit von A und Z wurde von C.F. v. Weizsäcker gegeben, die unter dem Namen Massenformel bekannt ist.
Sie beschreibt den Effekt der kurzreichweitigen starken WW eines Nukleons mit den anderen Nukleonen des Kerns in

Anlehnung der WW der Atome in einem Wassertropfen.
Sie basiert auf der annähernd konst. Dichte der Kerne
(Vol ~ A) und Tatsache daß $B/A \approx$ const für große A:

$$B(A,Z) = a_V \cdot A - a_0 \cdot A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{sym} \cdot \frac{(N-Z)^2}{A} + \delta/A^{1/2}$$

wobei die einzelnen Terme die folgende Bedeutung haben:

Volumenbeitrag $a_V \cdot A$: Jedes Nukleon liefert einen Beitrag zu B
Oberflächeneffekt $-a_0 \cdot A^{2/3}$: Nukleon an Oberfl. $\sim A^{2/3}$ weniger stark gebunden
Coulomb-Abstoßung $-a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}}$: Effekt $\sim Z^2$ und $\sim$ mittlerem Radius $\sim A^{1/3}$

Asymmetrie-Term $-a_{sym} \frac{(N-Z)^2}{A}$: bei leichten Kernen sind Kerne mit $N \approx Z$ stabiler, bei schweren Kernen solche mit $N > Z$.

Paarungsterm $\delta/A^{1/2}$: Gerade Anzahl von p und n erhöhen Kernstabilität

$$\delta = \begin{cases} +11.2 \text{ MeV} & Z, N \text{ gerade: gg-Kerne} \\ 0 \text{ MeV} & Z \text{ od } N \text{ gerade: ug-Kerne} \\ -11.2 \text{ MeV} & Z \text{ und } N \text{ ungerade: uu-Kerne} \end{cases}$$

Man findet empirisch: $a_V \approx 15.6$ MeV
$a_0 \approx 17.2$ MeV (s. a. Povh)
$a_C \approx 0.7$ MeV
$a_{sym} \approx 22.5$ MeV

→ Fig. 7.2

Massenformel erlaubt Berechnung der Q-Werte von Kern-Prozessen: α, β-Zerfälle, Kernspaltung, Kernfusion.

7.2 Kernzerfälle, Kernspaltung und Kernfusion

s. Abb. 7.3:

Stabile Kerne bilden in (Z,N)-Ebene ein Stabilitätstal:
leichte Kerne $N \approx Z$, schwere Kerne $N > Z$.

Bei Neutronenüberschuß $\rightarrow$ n-Zerfall: β^-
Bei Protonüberschuß $\rightarrow$ β^+-Zerfall od. EC.

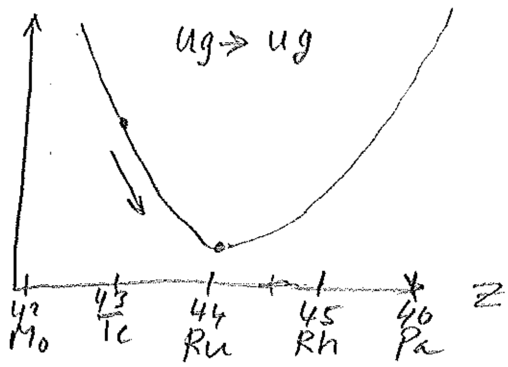
a.) β-Zerfall

Für konst. A läßt sich Massenformel als Fkt. von Z schreiben:

$$\left. \begin{array}{l} M(\underset{\text{const}}{A}, Z) = \alpha - \beta Z + \gamma Z^2 + \delta / A^{1/2} \\ \text{(Koeff. } \alpha, \beta, \gamma \text{ aus Massenformel)} \end{array} \right] \text{Parabel in } Z$$

Für gg, ug und uu-Kerne sind Parabeln jeweils um 11.2 MeV verschoben: gg $\xrightarrow{+\delta/A^{1/2}}$ ug $\xrightarrow{+\delta/A^{1/2}}$ uu

Bsp: β-Zerfall für ug-Kerne
$A = 101$
Fig. 7.4



Für gg oder uu Kerne: - Übergänge finden zwischen 2 getrennten Parabeln statt
Fig. 7.5
- alle uu Kerne haben stärker gebundene gg-Nachbarn $\rightarrow$ instabil

Bei gg-Kernen gibt es mehr als ein stabiles Nuklid (zB. Cd od. Pd)
Der mögliche doppelte β-Zerfall ist stark unterdrückt.

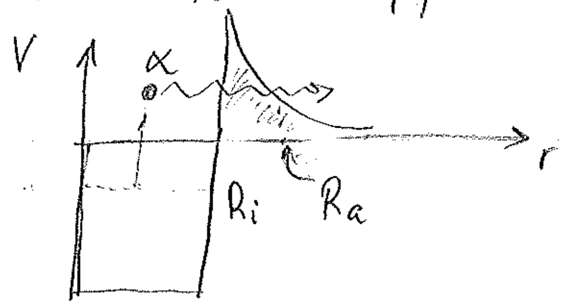
b.) α-Zerfall

Protonen und Neutronen sind mit 8-9 MeV/Nukleon gebunden und können nicht aus dem Kern entweichen.
Oft ist allerdings die Emission eines ^4He-Kern (2n2p) möglich, was an der ausgesprochen stabilen Bindung des ^4He liegt.

Außerhalb des Kerns erfährt ^4He (α) Coulomb-Abstoßung durch Restkern:

$$V_{Coul}(r) = \underset{He}{2} \cdot \underset{Rest}{(Z-2)} \cdot \frac{\alpha \hbar c}{r}$$

Innerhalb des Kerns herrscht stark anziehendes Kernpotential, näherungsweise durch Potentialtopf beschrieben:



Wahrscheinlichkeit für α-Zerfall wird durch Tunnelwahrscheinlichkeit durch die Coulomb-Barriere gegeben.

Für Coulomb-Potential findet man die Transmission T

$$T = e^{-2G} \quad \text{mit} \quad G = \frac{1}{\hbar} \int_{R_i}^{R_a} \sqrt{2 m_\alpha c^2 (V(r) - E_\alpha)}\, dr$$

$$\approx 1/\sqrt{E_\alpha}$$

Zerfallsrate: $\underset{\sim 1/t}{\Gamma} = W(\alpha) \cdot \nu \cdot e^{-2G}$

$\uparrow$ Bildungswahrscheinlichkeit für α; ν: Stoßrate

Halbwertszeit $T_{1/2} = \tau \ln 2 \rightarrow \log T_{1/2} \sim \frac{1}{\sqrt{E}}$

$\boxed{\log T_{1/2} \sim 1/\sqrt{E}}$ Geiger-Nuttall Regel, Fig. 7.6

Durch α-Zerfälle werden 4 Zerfallsreihen festgelegt: Fig 7.7
$A = 4n,\ 4n+1,\ 4n+2,\ 4n+3$

c) Kernspaltung

Da Bindungsenergie für ^{56}Fe maximal, können sich schwere Kerne mit $A > 56$ prinzipiell in 2 mittelschwere Kerne spalten. Allerdings ist Potentialbarriere (durch tunneln!) beträchtlich.

(i) Spontane Spaltung:

leichteste Isotope bei denen spontane Spaltung mit α-Zerfall konkurriert sind einige Uran-Isotope:

- Verformung der Nukleonverteilung zu Ellipsoid
- Bindungsenergie verringert sich wg. vergrößerter Oberfläche
- gleichzeitig sinkt Coulomb-Abstoßung.

Spontane Spaltung möglich für: $\frac{Z^2}{A} > \frac{2a_0}{a_c} \approx 48$

(ii) Stoßinduzierte Spaltung:

Spaltung wird durch Zuführen einer Stoßenergie, mit der die Spaltbarriere ΔE_{spalt} überwunden wird, initiiert. Besonders effektiv ist Beschuß mit Neutronen, da diese keine Coulombbarriere überwinden müssen. In manchen Fällen sind therm. Neutronen ausreichend.

Bsp.:

i $\begin{pmatrix} n(\text{therm.}) + {}^{235}U \rightarrow ({}^{236}U)^* \longrightarrow Y_1 + Y_2 + \nu \cdot n \\ E_B = m({}^{235}U) + m_n - m({}^{236}U) = 6.4\,\text{MeV} > \Delta E_{spalt} \approx 5{,}8\,\text{MeV} \end{pmatrix}$

gelegentliche Spaltung möglich (*) ii $\begin{pmatrix} n(\approx 1\,\text{MeV}) + {}^{238}U \longrightarrow ({}^{239}U)^* \longrightarrow Y_1 + Y_2 + \nu \cdot n \\ E_B = m({}^{238}U) + m_n - m({}^{239}U) = 4{,}8\,\text{MeV} < \Delta E_{spalt} \approx 6{,}4\,\text{MeV} \end{pmatrix}$

Unterschied zwischen beiden Fällen ist die Paarungsenergie

i. ug → gg: es wird zusätzlich Energie frei

ii. gg → ug: Paarungsenergie wird benötigt

(*) Stattdessen n-Einf. ⇒ Plutonium $^{238}U + n \rightarrow {}^{239}U \xrightarrow{\beta^-} Np \xrightarrow{\beta^-} Pu$

Eine Kettenreaktion ist nur mit therm. Neutronen und ^{235}U möglich. Im Mittel wird ~200 MeV/Spaltung frei.
Bei Spaltung von ^{235}U werden etwa 2,5 Neutronen freigesetzt (schnelle)
→ Fig 7.8

Kritische Masse:

Falls Masse des Urans hoch genug ist, können die freigesetzten 2.5 Neutronen wieder absorbiert werden und es kommt zu einer unkontrollierten Kettenreaktion: $M_{krit}(^{235}U) = 49\,\mathrm{kg}$

$= 23\,\mathrm{kg}$ falls n durch H_2O reflektiert

Fig 7.7

d) Fusionsreaktion

Für Kerne mit $A \leq 56$ wird bei Fusion von 2 Kernen Energie frei.

→ Wasserstofffusionsreaktion in Sonne (pp-Zyklus):

$$
\begin{array}{llll}
(*) & {}^1_1H + {}^1_1H \rightarrow {}^2_1H + e^+ + \nu_e & + 1.2\ \mathrm{MeV} & \left.\right\} \times 2 \\
 & {}^2_1H + {}^1_1H \rightarrow {}^3_2He + \gamma & + 5.5\ \mathrm{MeV} & (**) \\
 & {}^3_2He + {}^3_2He \rightarrow {}^4_2He + 2\cdot{}^1_1H & + 12.8\ \mathrm{MeV} & \\
\hline
 & 4\,{}^1_1H \rightarrow {}^4_2He + 2e^+ + 2\nu_e & + 26.2\ \mathrm{MeV} &
\end{array}
$$

Die Reaktion (*) nutzt einen schwachen Prozess $p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$ und hat deshalb einen sehr kleinen WQ.
Zur technischen Realisierung der Fusion auf der Erde nutzt man deshalb andere Prozesse:

$$ {}^3_1H + {}^2_1H \rightarrow {}^4_2He + n + 17.6\ \mathrm{MeV} \quad \text{(Starke WW)} $$

(**) Leistungsdichte im Innern der Sonne: $\epsilon \approx 300\ W_{therm}/m^3$