

4.3 Struktur der Nukleonen (= Proton und Neutron)

→ Unterkapitel beschäftigt sich mit elastischer Elektron - Nukleon Streuung.

a) Nukleon-Spm und magnetisches Moment

p und n haben Spm $\frac{1}{2}$ und „anomale“ magnetische Momente, die ein Indiz für eine „univere Struktur“ der Nukleonen sind. (*)
 (für pntf Teilchen: $g = 2 + \text{QED-Korrektur}$)

Magnet. Moment von Nukleon N: $\vec{\mu}_N = g_N \cdot \mu_N \cdot \vec{S}/\hbar$ und $m_s = \pm \frac{1}{2}$

wobei μ_N (häufig auch μ_K) als Nukleon-(od. Kern)magneton bezeichnet wird:

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2M_N} \approx 3,15 \cdot 10^{-14} \frac{\text{MeV}}{\text{T}}$$

(im Vergleich zum Bohrmagneton $\mu_B = 5,79 \cdot 10^{-11} \frac{\text{MeV}}{\text{T}}$ für Elektronen)

$$\mu_p := g_p \mu_N \cdot m_s^p = \pm \frac{g_p}{2} \mu_N = \pm 2,79 \mu_N \text{ bzw. } g_p = 5,58$$

$$\mu_n := g_n \mu_N \cdot \underbrace{m_s^n}_{=\pm 1/2} = \pm \frac{g_n}{2} \mu_N = \mp 1,91 \mu_N \text{ bzw. } g_n = -3,82$$

* Bem: Für pntf. Teilchen (z.B. e^-) erwartet man

$$g = 2 + \text{QED-Korrektur} = 2 + \frac{\alpha}{\pi} + \mathcal{O}(\alpha^3)$$



→ anomales magnet. Moment des Elektrons

b) Elektron-Streuung an „klot förmigen“ Spm $\frac{1}{2}$ Protonen

($g_p = 2$ „akademische Übung“)

Neben der elektrischen WW sowie des Effektes der Unterdrehung der Rückwärtsstreuung aufgrund des Spins des gestreuten Elektrons (→ Mott Streuung) existiert auch eine Spm-Spm WW aufgrund der magnet. Momente.

Für hochrelativistische Elektronen wird die WW (Dirac-WW) gegeben:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Dirac}}^{ep} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Ruthf.}} \left(\underbrace{\cos^2 \frac{\theta}{2}}_{\text{Helizität: Mott}} + \underbrace{\frac{Q^2}{2M_p^2 c^2} \cdot \sin^2 \frac{\theta}{2}}_{\text{Spin Spin WW} \rightarrow \text{Spin Flip}} \right)$$

Helizität: Mott

Spin Spin WW \rightarrow Spin Flip
 \rightarrow erhöht Rückwärtsstreuung

Bem. 1: Für elastische Streuung ist $q^2 = (p_e - p_e')^2 < 0$
 deshalb führt man die Variable $Q^2 = -q^2$ ein.

Bem. 2: Spin-Spin WW

$$(1) \sim \frac{1}{M^2} \quad \text{wg} \quad \sigma \sim |A_{fi}|^2 \sim N_{\text{Hog}}^2 \sim \frac{1}{M^2}$$

(2) $\sim Q^2 \rightarrow$ Spin-Spin WW fällt stark mit Abstand ab:
 hohes $Q^2 \leftrightarrow$ kleiner Stoßparameter \rightarrow großer Effekt

Mit dem Mott-WQ ergibt sich:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Dirac}}^{\text{ep}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Mott}} \cdot \left(1 + 2\tau \cdot \tan^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (1)$$

$$\text{mit } \tau = \frac{Q^2}{4M_p^2 c^2}$$

Dirac-WQ im Vergleich zu Mott-WQ für große Q^2 (große θ) größer!

Bem.: Bei der Elektronen-Proton-Streuung spielt der Rückstoß eine wichtige Rolle und kann nicht mehr vernachlässigt werden: e^- Energie nach Stoß $= E' \neq E$ (1)

WQ mit Rückstoß (gilt allg. auch für Rutherford-Streuung):

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Rückstoß}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Mott o. Rückstoß}} \cdot \left(\frac{E'}{E} \right) \cdot \left(1 + 2\tau \cdot \tan^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

c) Elektronen - Streuung an „ausgedehnter“ Spin $\frac{1}{2}$ Protonen
 = realen

→ Einführung zweier Formfaktoren $G_E(Q^2)$ und $G_M(Q^2)$, die die elektrische und magnetische Verteilungen berücksichtigen.

Rosenbluth - Formel für WQ:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ep} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} \cdot \left[\underbrace{\frac{G_E^2(Q^2) + \tau G_M^2(Q^2)}{1 + \tau}}_{A(Q^2)} + \underbrace{2\tau G_M^2(Q^2) \tan^2 \frac{\theta}{2}}_{B(Q^2)} \right]$$

Es ist zur Interpretation von G_E und G_M instruktiv das Verhalten für $Q^2 \rightarrow 0$ (d.h. „niedrige“ Auflösung des ausgetauschten Photons) zu betrachten:

$Q^2 \rightarrow 0$: ep - Streuung

$$\left. \begin{aligned} G_E^p(Q^2=0) &= 1 \\ G_M^p(Q^2=0) &= +2,79 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} = \text{p.k.f.} \\ \text{Proton} \\ \text{mit anomalen} \\ \text{gp/2} \quad \text{MP} \end{array}$$

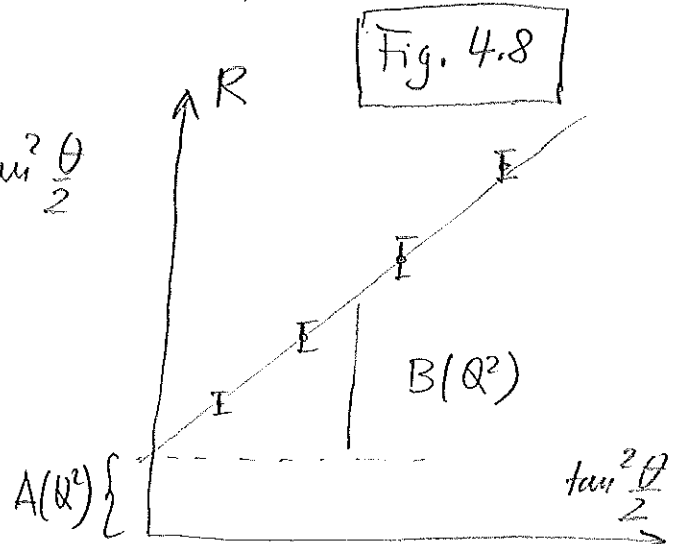
en - Streuung

$$\begin{aligned} G_E^n(Q^2=0) &= 0 \\ G_M^n(Q^2=0) &= -1,91 \\ &= -g_A/2 \end{aligned}$$

(zusätzlich $\tau \rightarrow 0$ für $Q^2 \rightarrow 0$) Diskussion von Fig 4.7

Um $G_E(Q^2)$ und $G_M(Q^2)$ separat zu bestimmen wird der WQ für feste Werte von Q^2 aber bei verschiedenen Streuwinkeln, d.h. verschiedenen Elektronenergien, gemessen:

$$R^i = \frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{exp}}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott}} = \underbrace{A(Q^2) + B(Q^2) \tan^2 \frac{\theta}{2}}_{A, B: \text{s. oben.}}$$



Messungen wurden erstmalig von Hofstadter und McAllister 1956 in Stanford mit 180 MeV Elektronenstrahl durchgeführt.

Resultate (s. Fig. 4.9):

(i) Formfaktoren gehorchen der Skalierungregel

$$G_E^P(Q^2) = \frac{G_M^P(Q^2)}{\mu_p} = \frac{G_M^n(Q^2)}{\mu_n}$$

d.h. elektrische und magnet. „Ausdehnung“ für Protonen und Neutronen sind gleich

G_E^n = elektr. Formfaktor für Neutronen *vermähltungsfrei*
(Neutron ist neutral)

(ii) Formfaktoren lassen sich durch die Dipolformel beschreiben

$$G(Q^2) = \left(1 + \frac{Q^2}{0.71^2 (\text{GeV}/c)^2} \right)^{-2}$$

„Dipolformel“ entspricht der Fouriers. Trf. einer exp. Verteilung:

$$f(r) = f_0 e^{-ar} \quad \text{mit } a = 4.27 \text{ fm}^{-1}$$

(iii) Mittlerer quadratischer Radius des Protons/Neutrons:

$$\langle r^2 \rangle_{\text{Dipol}} = -6 \hbar^2 \frac{dG_E^{\text{Dipol}}(Q^2)}{dQ^2} \Big|_{Q^2=0} = \frac{12}{a^2} = 0.66 \text{ fm}^2$$

$$\| \sqrt{\langle r^2 \rangle_{\text{Dipol}}} = 0.81 \text{ fm}$$

Bem: Neueste Resultate zeigen daß (1) Formfaktoren von Dipolform abweichen und (2) bei hohem Q^2 magnetischer und elektr. Formfaktor voneinander abweichen.