2) Baryonenzahl $\tilde{B}$:

$$\tilde{B} = \frac{n_q - n_{\bar{q}}}{3} \qquad n_{q/\bar{q}} = \text{Zahl der Quarks}$$

Baryonen: $p, n, \Lambda, \Delta \rightarrow \tilde{B} = +1$

Anti-Baryonen: $\bar{p}, \bar{n}, \bar{\Lambda} \rightarrow \tilde{B} = -1$

Obwohl in vielen „GUT"-Theorien Baryonzahlverletzung möglich ist, läßt das Standardmodell keine $\tilde{B}$-Verletzung zu. Experimentell wird die Baryonenzahlerhaltung beispielsweise durch die Suche nach dem Protonzerfall getestet:

$$p \rightarrow \pi^0 + e^+ \quad (\text{verletzt } \tilde{B} \text{ und } L)$$

Bisher: Protonlebensdauer $> 10^{32}$ Jahre!

b.) Phasentransformationen in zwei Dimensionen: Iso-Spin

1) Spin für nicht-relativistische Elektronen (Wiederholung)

Beschrieben durch 2-dim Spinor: $\psi_e = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \psi_0$

Ohne ein äußeres Magnetfeld ist Spin nicht beobachtbar und das System ist invariant unter 2-dim Trf im Spinraum:

$$\psi_e \rightarrow \psi_e' = U \psi_e = U \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \psi_0$$

mit 2-dim Operator $U = \exp(i \vec{\alpha} \vec{\sigma})$ wobei $\vec{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ = Pauli-Matrizen.

- Spin für zusammengesetzte Systeme: geb. e^+e^- = Positronium

↳ Spinzustände: Gesamtspin $J=1$: Triplett

$J=0$ = Singulett

$$J=1 \; \text{Triplett} \quad \begin{cases} J_z = 1 & |\uparrow\uparrow\rangle = \left|\overset{S}{\tfrac{1}{2}} \; \overset{S_z}{+\tfrac{1}{2}}\right\rangle_1 \cdot \left|\overset{S}{\tfrac{1}{2}} \; \overset{S_z}{+\tfrac{1}{2}}\right\rangle_2 \\ J_z = 0 & = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle\right) \\ J_z = -1 & |\downarrow\downarrow\rangle \end{cases}$$

$$J = 0 \; \text{Singlett} \qquad J_z = 0 \quad \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle\right)$$

Triplett : symmetrisch gegen Vertauschung $1 \Leftrightarrow 2$
Singlett : antisymmetrisch.

2) „Starker" Iso-Spin

Starker Isospin ist ein „historisches Konzept" (heute durch die Quarkflavor-Quantenzahl ersetzt) das 1932 von Heisenberg vorgeschlagen wurde: Proton und Neutron erscheinen für die starke WW (Kernkraft) als 2 verschiedene Zustände des gleichen Teilchens (Nukleon).

Konzept macht nur Sinn, wenn man die e.m. WW ignoriert und man gleiche Massen für p und n annimmt (verhältnismäßig gut erfüllt).

$\Rightarrow$ Starke WW ist invariant unter Trf im 2-dim Iso-Spin-Raum:

$$\begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix} \rightarrow U \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad \begin{matrix} |p\rangle \doteq |I = \tfrac{1}{2}, \; I_3 = +\tfrac{1}{2}\rangle \\ |n\rangle = |I = \tfrac{1}{2}, \; I_3 = -\tfrac{1}{2}\rangle \end{matrix}$$

Invarianz $\Leftrightarrow$ die starke WW erhält den Isospin.

Ähnlich zu (p,n) kann man die 3 Pionen $\pi^{\pm}, \pi^0$ als Zustände eines Iso-Spin-Tripletts auffassen:

$$\pi: \begin{cases} \pi^+ = |I=1, I_3 = +1\rangle \\ \pi^0 = |I=1, I_3 = 0\rangle \\ \pi^- = |I=1, I_3 = -1\rangle \end{cases}$$

Frage aufgrund von Symmetrien: Gibt es auch einen $I=0$ Singulett Zustand?
Ja: $\eta = |I=0, I_3=0\rangle$

Allgemein findet man für 3. Komp. des Isospins folgende Beziehung:

$$\boxed{\frac{Q}{e} = I_3 + \frac{\tilde{B}}{2}}$$

Isospin für zusammengesetzte Systeme: 2-Nukleon-System

$$I=1 \begin{cases} |pp\rangle & I_3=+1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|pn\rangle + |np\rangle\right) & I_3=0 \\ |nn\rangle & I_3=-1 \end{cases}$$

$$I=0 \quad \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|pn\rangle - |np\rangle\right) \quad I_3=0$$

Totale Wellenfkt eines 2-Nukleonen-Zustandes:

$$\psi_{tot} = \phi_{Raum} \cdot \alpha_{spin} \cdot \chi_{Iso\text{-}spin}$$

Da es sich bei Nukleonen um Fermionen handelt muß ψ_{tot} antisymmetrisch gegen Vertauschung von $1 \Leftrightarrow 2$ sein!

Bsp: Deuteron $d = |pn\rangle$ mit Spin $J=1$, rel. Drehimpuls $l=0$ (Grundzustand)

ϕ_{Raum}: symmetr. wg $l=0$

α_{spin}: symmetr. wg $J=1$

$\rightsquigarrow$ χ_{Iso}: a-symmetr. $\Rightarrow |d\rangle = |I=0, I_3=0\rangle$

Isospinerhaltung in starker WW:

(1)

	p +	p	$\longrightarrow$	d^+ +	π^+
I	$1/2$	$1/2$		0	1
I_3	$+1/2$	$+1/2$		0	$+1$

(2)

	p +	n	$\longrightarrow$	d^+ +	π^0
I	$1/2$	$1/2$		0	1
I_3	$+1/2$	$-1/2$		0	0

p + n können in einem $I=0$ od. $I=1$ Zustand sein. Nur für $I=1$ Zustand ist Reaktion möglich: $\sigma_2/\sigma_1 = 0{,}5$

Bemerkungen

* Iso-Spin Symmetrie für e.m. WW nicht anwendbar: $Q(p) \neq Q(n)$
* Iso-Spin in schwacher WW verletzt:

$$
\begin{array}{lcccccccc}
 & n & \rightarrow & p & + & e^- & + & \bar{\nu}_e \\
I & 1/2 & & 1/2 & & 0 & & 0 \\
I_3 & -1/2 & & +1/2 & & 0 & & 0
\end{array}
$$

… I_3 nicht erhalten!

* Konzept des „starken Isospins" stammt aus einer Zeit zu der man noch nichts über die Quarkzusammensetzung der Hadronen wußte. Heute benutzt man statt dessen die sogenannten Quarkflavor-Quantenzahl: $U, D, C, S, T, \ldots$
  - Starke + e.m. WW erhalten diese Quantenzahlen
  - schwache WW verletzt diese QZ:

$$
\begin{array}{lccc}
\text{Bsp} & K^+ (u\bar{s}) & \rightarrow & \mu^+ \nu_\mu \\
 & U = +1 & & U = 0 \\
 & S = -1 & & S = 0
\end{array}
$$

3.3 Diskrete Transformationen

P: Raumspiegelung → Parität (QZ)
T: Zeitumkehr
C: Ladungskonjugation → C-Parität

Für alle 3 Operationen gilt $O^2 = 1$ d.h. sie sind hermitesch und damit Observablen. Die zugehörigen QZ sind multiplikativ.

1) Raumspiegelung (Parität) P

Wg. $P^2 = 1$ kann der Eigenwert η_P eines Systems nur ± 1 sein.

Bsp.: e. m. Übergänge in einem Atom

Elektronenzustand : $\psi(r, \varphi, \theta) = R(r) \cdot Y^{em}(\varphi, \theta)$

$$P(Y^{em}) = (-1)^e Y^{em}$$

Elektrischer Dipolübergang ist mit Emission eines Photons γ verbunden. Aus der Auswahlregel $\Delta l = \pm 1$ folgt:

$$A^* \to A + \gamma$$

$$\eta_P(A^*) \to \eta_P(A) \cdot \eta_P(\gamma)$$

Auswahlregel: $\eta_P(A^*) = (-1)\,\eta_P(A) \Rightarrow \eta_P(\gamma) = -1$

Im allg. gilt für die Eigenparität eines zerfallenden Teilchens T

$$T \to 1 + 2$$

$$\eta_P(T) = \eta_P(1)\,\eta_P(2) \cdot (-1)^l$$

l = relativer Drehimpuls zw. 1 und 2.

Spin und Eigenparität eines Teilchens werden häufig mit J^P angegeben: $J^P(\pi) = 0^-$ oder $J^P(\gamma) = 1^-$

b) Ladungskonjugation C

Wirkung des C-Operators:

$$C\,|\text{Teilchen}\rangle \to \eta_C\,|\text{Antiteilchen}\rangle$$

$\uparrow$ bel. Phase, keine C-Eigenzustände

Wegen $C^2 = 1$ gilt für Teilchen die ihr eigenes Antiteilchen sind (Eigenzustände zu C): $\eta_C = \pm 1$
C-Eigenwert.

Bsp.: $C\,|\gamma\rangle = (-1)\,|\gamma\rangle$ { „-1" weil sich alle Felder Drehen LH $\to$ RH }

$$C\,|\pi^0\rangle = +1 \cdot |\pi^0\rangle$$

$\uparrow$

$\pi^0 \to \gamma\gamma \quad C(\gamma\gamma) = (-1)(-1)$

c) Zeitumkehr

$$\vec{p} \to -\vec{p}$$
$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \to -\vec{L}$$
$$\vec{\sigma} \to -\vec{\sigma}$$

3.4 Paritätsverletzung im β-Zerfall

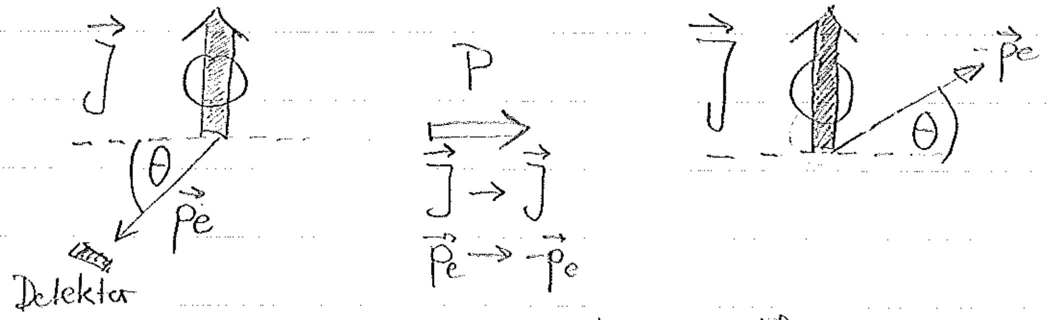
C, P, T Invarianz der WW war lange Zeit ein Dogma der Physik. Nachdem aber Lee & Yang 1956 die Möglichkeit der P-Verletzung in der schwachen WW vorgeschlagen hatten, gelang C. S. Wu bereits 1957 der Nachweis der Paritätsverletzung.

a) Wu-Experiment zur Paritätsverletzung

β-Zerfall: $\quad {}^{60}Co \longrightarrow {}^{60}Ni^{*} + e^{-} + \bar{\nu}_e$

$\qquad\qquad\quad J=5 \qquad\quad J=4$

Idee: Verwende polarisiertes ${}^{60}Co$ wobei die Spin-Richtung durch äußeres $\vec{B}$ festgelegt wird (Polarisation wird bei niedriger Temp (10 mK) eingefroren)



Observable: $\quad \vec{J}\cdot\vec{p}_e \Rightarrow -\vec{J}\cdot\vec{p}_e$

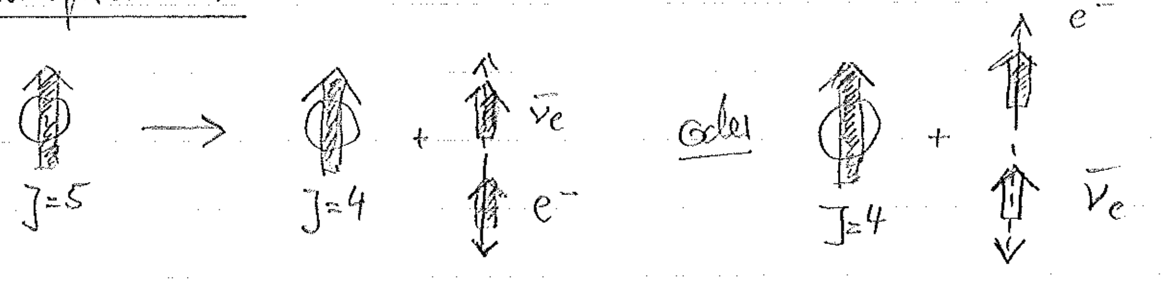
Falls Parität erhalten (= Invarianz unter P) dann sollte die gemessene Winkelverteilung symmetrisch in θ sein, d.h. die gemessene Rate muß in beiden Konfigurationen gleich sein.

Exp: Statt den Detektor zu verschieben wurde die Polarisation des ${}^{60}Co$ umgedreht.

$\Rightarrow$ Die gemessene Raten sind für beide Konfigurationen verschieden d.h. die Parität ist verletzt.

siehe auch Fig. 3.1 und Fig. 3.2

b) Interpretation:



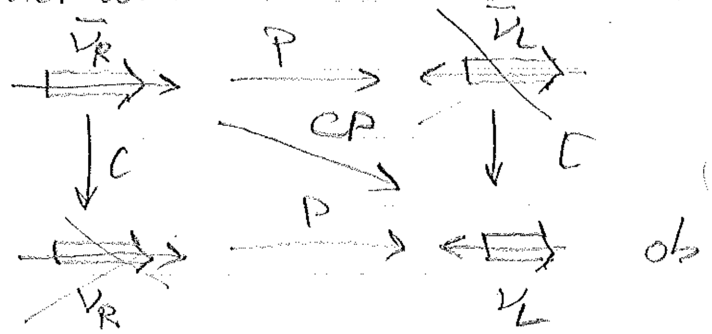
(1) LH e^- und RH $\bar{\nu}_e$ (2) RH e^- und LH $\bar{\nu}_e$ (nicht beobachtet)

In einer Vielzahl von Experimenten konnte nachgewiesen werden daß nur LH e^- (bzw RH e^+) im schwachen Zerfall entstehen.
In einem weiteren Experiment (Goldhaber, 1957) konnte gezeigt werden, daß die entstehenden $\bar{\nu}_e$ immer RH sind.
(Heute wissen wir: $W^\pm$-Bosonen koppeln <u>nur</u> an LH Fermionen bzw RH Antifermionen.)

c) CP-Verletzung

Lange Zeit ist man davon ausgegangen daß die schw. WW zwar C und P getrennt verletzt aber CP erhält:

Bsp.: $\bar{\nu}_e$ im β-Zerfall



1964 zeigten Cronin et al das die Symmetrie CP im K^0 Zerfall verletzt ist.
Zur Erhaltung von C, P, CP, T in verschiedenen WW: Fig 3.3

d) CPT Theorem der QFT

Lorentzinvarianz & CPT Invarianz ist eine Eigenschaft lokaler Feldtheorien (Lüders, Pauli, Schwinger): CPT erhalten!

e) Zum Selbststudium: Baryogenese!