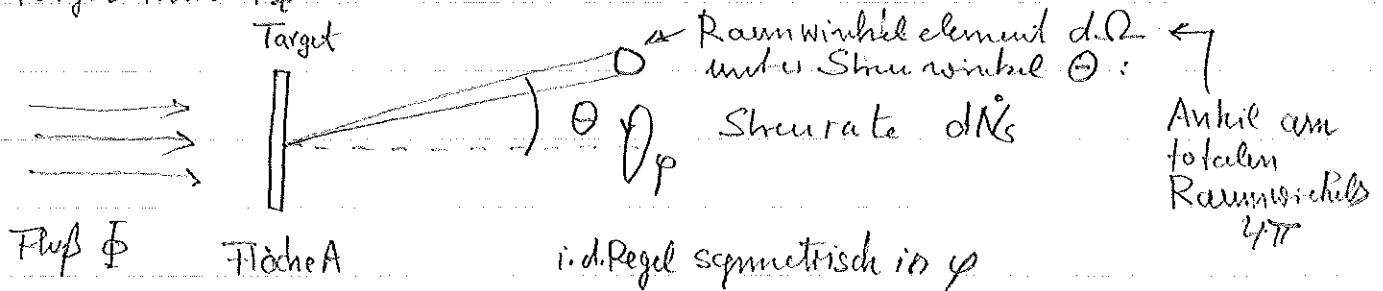


## 2.2 Wirkungsquerschnitt und Zerfallsraten

### a) Wirkungsquerschnitt eines Streuprozesses

Streuprozesse liefern Informationen über die Dynamik der WW zwischen Projektil und Target. Wichtigste Größe zur Beschreibung von Streuprozessen ist der Wirkungsquerschnitt (WQ):  
 = Maß für die Wahrscheinlichkeit einer Reaktion zwischen Streupartnern.

Betrachte Streuung eines mono-energetischen Teilchenstrahls an einem Target mit  $N_t$  Streuzentren:



- einfallender Teilchenfluß  $\Phi$ :

$$\Phi = \frac{\dot{N}_i}{A} = n_i v_i \quad \text{mit} \quad \begin{cases} N_i = \text{Rate der auf } A \text{ einfallenden Teilchen} \\ n_i = \text{Teilchendichte im Strahl} \\ v_i = \text{Teilchengeschw. im Strahl} \end{cases}$$

- Rate  $dN_s$  der nach  $d\Omega(\varphi, \theta)$  gestreuten Teilchen:

$$dN_s(\varphi, \theta) \sim \Phi \cdot N_t \cdot d\Omega(\varphi, \theta)$$

Proportionalitätskonstante bezeichnet man als differentiellen WQ  $\sigma_{\text{diff}}(\varphi, \theta)$

$$\sigma_{\text{diff}}(\varphi, \theta) := \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{dN_s(\varphi, \theta)}{\Phi \cdot N_t \cdot d\Omega}$$

Den totalen WQ erhält man aus der Gesamtrate  $\dot{N}_s$  der gestreuten Teilchen

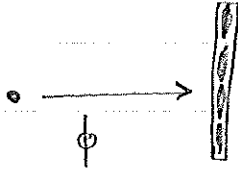
$$\sigma_{\text{tot}} = \frac{\dot{N}_s}{\Phi N_t} = \int_{4\pi} \sigma_{\text{diff}}(\varphi, \theta) d\Omega$$

Dimension des WQ:  $\frac{\text{Rate}}{\text{Rate/Fläche}} = \text{Fläche}$

$$\text{Einheit } [\sigma] = 1b = 1 \text{ barn} = 10^{-28} \text{ m}^2$$

## Veranschaulichung: Geometrischer Querschnitt

- (1) Pkt förmiges Projektil auf sehr dünnes Target ( $\rightarrow$  kein Überlapp der Streuer), nur Kontaktwechselwirkung:



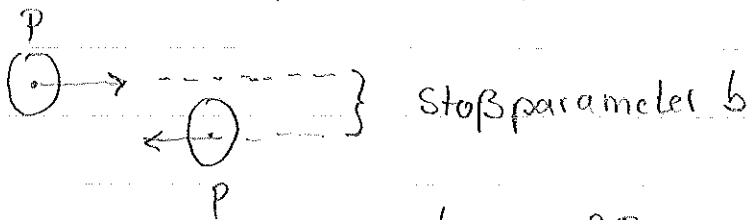
Gesamtrate der gestreuten Teilchen:

$$\dot{N}_S = \phi \cdot N_t \cdot A_t, \quad \text{mit } A_t = \text{Querschnitt der Streuer} \\ = \pi \cdot R_t^2$$

$$\Rightarrow \sigma_{\text{tot}} = \frac{\dot{N}_S}{\phi \cdot N_t} = A_t = \pi R_t^2$$

d.h. der totale WQ entspricht dem geom. Querschnitt eines Streuzentrums.

- (2) geometrischer pp-Wirkungsquerschnitt

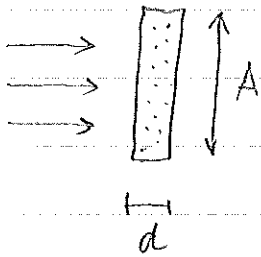


$$b_{\text{max}} = 2R_p = 2 \cdot 0.8 \text{ fm} = 1.6 \text{ fm}$$

$$\sigma_{\text{tot}} = \pi b_{\text{max}}^2 = \pi \cdot (1.6 \text{ fm})^2 \approx 80 \text{ mb}$$

Experimentelle WQ-Werte:  $\sigma_{pp}(10 \text{ GeV}) \approx 40 \text{ mb}$   
 \*) Totaler WQ =  $\sigma_{pp}(1 \text{ TeV}) \approx 80 \text{ mb}$   
 , inelastischer + elastischer WQ

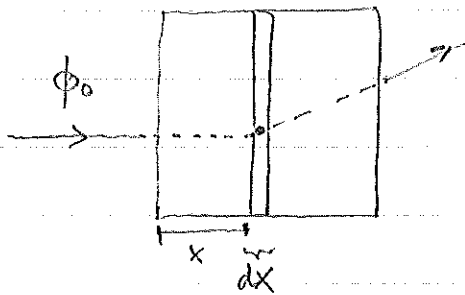
d.h. geometrische Ausdehnung der Protonen ist vergleichbar mit der Reichweite der für die WW verantwortlichen starken WW ( $\sim 1 \text{ fm}$ , s.o.)

b.) Freie Weglänge und Strahlabschwächung

Betrachte „dickes“ Target:

Zahl der Streuzentren:  $N_t = n_t \cdot A \cdot d$ mit der Targetdichte:  $n_t = \frac{\rho \cdot N_A}{M_{\text{mol}}} (x)$ (  $\rho$  = Dichte,  $N_A$  = Avogadro-Zahl,  $M_{\text{mol}}$  = Molargew.)Streu rate:  $\dot{N}_s = \phi \cdot N_t \cdot \sigma$  $= \dot{N}_i \cdot n_t \cdot d \cdot \sigma$  wg.  $\phi = \frac{\dot{N}_i}{A}$  und  $n_t = \frac{N_t}{A \cdot d}$ 

Streuwahrscheinlichkeit für dickes Target:

Wahrscheinlichkeit für Reaktion in  $dx$  nach  $x$ :

$$dW(x) = \frac{\dot{N}_s(x)}{\dot{N}_i(x)} = n_t \cdot \sigma \cdot dx$$

→ Abnahme des einfallenden Flusses  $\phi$ :

$$-d\phi(x) = \phi(x) (n_t \sigma \cdot dx)$$

$$\text{Integration: } \phi(x) = \phi_0 e^{-x(n_t \sigma)}$$

$$= \phi_0 e^{-x/\lambda}$$

→ Mittlere freie Weglänge des Projektils im Target:

$$\lambda = \frac{1}{n_t \cdot \sigma}$$

← Targetdichte  $\times$  WQ

$$*) \frac{1}{\text{cm}^3} = \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot \frac{1}{\text{Mol} \cdot \text{g}} \cdot \frac{1}{\text{cm}^3}$$

c.) Zerfallsgesetz und Zerfallsbreite von Teilchen

Radioaktives Zerfallsgesetz:  $N(t) = N_0 e^{-t/\tau}$   
 $\tau$  = Lebensdauer des Teilchens / Zustandes  
 (mittlere ( $\tau = t_{mz} / \ln 2$ ))

Zeitabh. Wellenfunktion:

Wellenfkt. für stabiles Teilchen:  $\psi(t) = \psi_0 e^{-iE/\hbar t}$   
 im Ruhesystem:  $E = mc^2 \rightarrow$   
 $\rightarrow$  Wahrscheinlichkeit  $P(t) \sim |\psi(t)|^2 = \text{const.}$

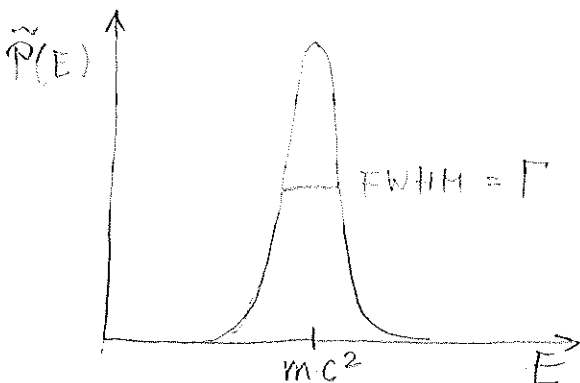
Wellenfkt. für instabiles Teilchen:  $P(t) \sim |\psi(t)|^2 \sim e^{-t/\tau}$   
 $\Rightarrow \psi(t) = \psi_0 e^{-imc^2/\hbar \cdot t - t/2\tau}$   
 also:  $E = mc^2 - i\frac{\Gamma}{2}$  mit  $\Gamma = \frac{\hbar}{\tau}$

Wie sieht die Energieverteilung des Teilchens aus?

Die Teilchenverteilung im Energiebereich ergibt sich durch Fourier-Transform. der zeitabh. Wellenfkt. Man findet (zur Ableitung s. Frauenfelder & Henley):  
 S. 94

$$\left\{ \begin{aligned} \tilde{\psi}(E) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int \psi(t) e^{-iE/\hbar t} dt = \frac{\psi_0}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{-i\hbar(E-mc^2)t} - 1}{(E-mc^2) + i\frac{\Gamma}{2}} \\ \tilde{P}(E) &\sim |\tilde{\psi}(E)|^2 = C \cdot \frac{\hbar^2}{(E-mc^2)^2 + \Gamma^2/4} \cdot \frac{\psi_0^2}{2\pi} \\ \tilde{P}(E) &= \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{1}{(E-mc^2)^2 + \Gamma^2/4} \end{aligned} \right.$$

Normierung:  $\int_{-\infty}^{\infty} \tilde{P}(E) dE = 1$   
 $\rightarrow C = \frac{\Gamma}{\hbar^2 |\psi_0|^2}$



Aufgrund seiner endlichen Lebensdauer besitzt das Teilchen eine „Energiebreite“  $\Delta E = \Gamma$  mit  $\Gamma \cdot \tau = \hbar$

Bsp.:  $g \rightarrow \pi^+ \pi^-$  Siehe Fig-2.11  
 $\Gamma_g = 150 \text{ MeV} \Leftrightarrow \tau_g \approx 0.4 \cdot 10^{-23} \text{ s}$

\*) „natürliche Linienbreite“