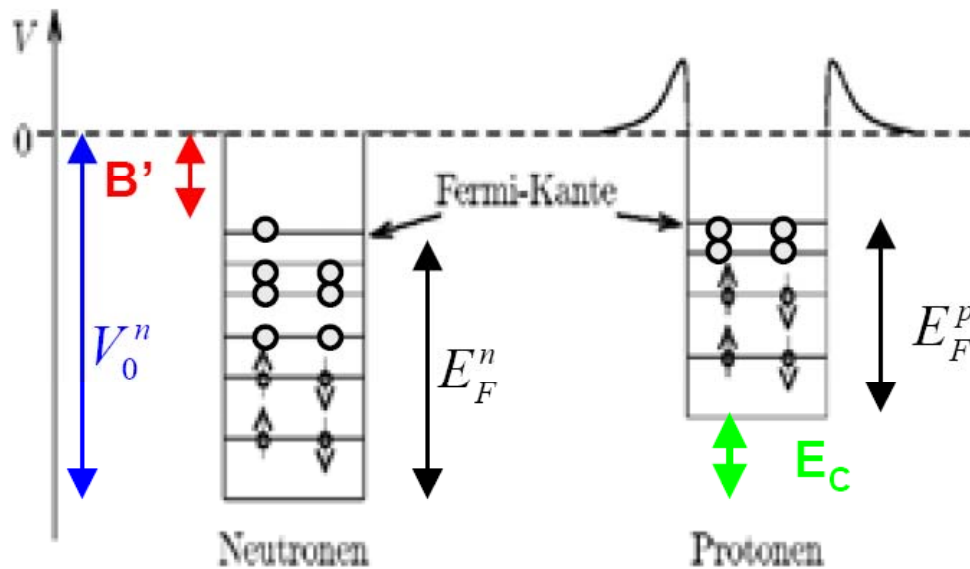


7.3 Fermi-Gas-Modell des Kerns

Nukleonen als unabhängige Teilchen in einem effektiven Potential beschrieben:

⇒ **Fermi-Gas:** Nukleonen können sich frei innerhalb einer Kugel mit Radius $R=1.2 A^{1/3}$ fm frei bewegen.



- Verschiedene Potentialtöpfe für Neutronen und Protonen
- Wg. Coulomb-Energie haben Potentiale verschiedene Form und Tiefe
- Im Unendlichen sind Potentiale gleich

- Potentiale enthalten eine endliche Zahl von Energiezuständen die je mit max. 2 Nukleonen besetzt werden können ($\uparrow\downarrow$).

- **Entartetes Fermi-Gas:** Kern-Temperatur so niedrig, dass Nukleonen alle im niedrigsten Energiezustand. Besetzung bis Energie E_F .

7.4 Schalenmodell *)

Evidenz für eine Schalenstruktur der Kerne:

- i) Kernspektroskopie zeigt diskrete Anregungszustände der Kerne, die unter Aussenden von γ -Quanten zerfallen.
- ii) Nuklide mit magischen Zahlen (2, 8, 20, 28, 50, 82) von Protonen und Neutronen sind besonders stabil, was auf "stabile" abgeschlossene Schalen hindeutet:



Um die Schalenstruktur zu verstehen, muß die Schrödinger-Gl. Gelöst werden., wobei man verschiedene Ansätze eines radial-symmetrischen Potentials machen kann: Einzelnes Nukleon befindet sich im effektiven Potential der Rest-Nukleonen

Für radial-symmetrisches Potential kann die Nukleon-Wellenfunktion wie in Atomphysik in Radialteil $R_{nl}(\mathbf{r})$ und Winkelanteil $Y^{lm}(\theta, \varphi)$ zerlegt werden.

*) Nobelpreis 1963 für M.Göppert-Mayer und H.Jensen
(exp. Beiträge; O. Haxel und H. Suess)

Ansätze für Kernpotential

Aufgrund der sehr kurzreichweitigen Kernkräfte sollte das Potential in etwa der Dichteverteilung der Nukleonen folgen:

- a) Kastenpotential
- b) Woods-Saxon Potential
(folgt der Dichteverteilung)

$$V(r) = -V_0 \cdot \left(1 + \exp\left(\frac{r - R_0}{a}\right) \right)^{-1}$$

- c) Harmonisches Potential

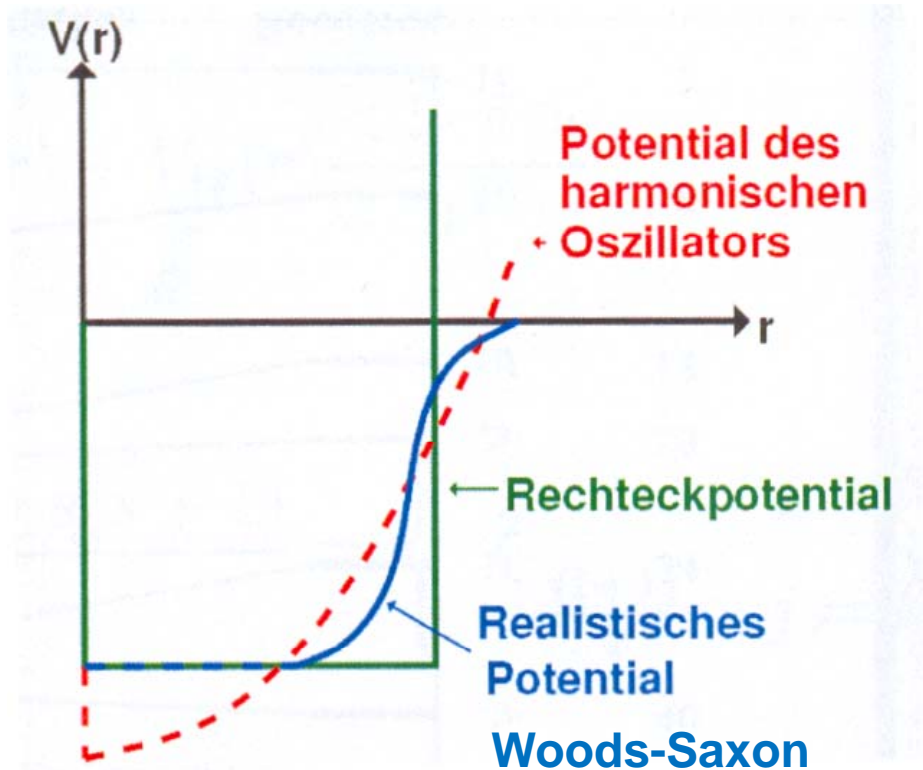


Fig-TP-7.9

Am einfachsten zu berechnen ist das 3-dim harmonische Potential:

$$V(r) = \frac{1}{2} m \omega_0^2 r^2 \quad \text{mit} \quad \hbar \omega_0 \approx 41 \text{MeV} \cdot A^{1/3}$$

→
$$E_N = \left(N + \frac{3}{2} \right) \hbar \omega_0 \quad \text{mit} \quad N = 2(n_r - 1) + \ell$$

\uparrow

$$= N_x + N_y + N_z \quad n_r = \text{Zahl der Knoten in Radialfkt.}$$

Entartung des 3-dim harmonischen Oszillators: (s. Lit,)

$$g(N) = \frac{1}{2} (N + 1)(N + 2) \quad \text{Zustände für Energie } E_N$$

Wobei jeder Zustand mit je 2 Protonen und 2 Neutronen besetzt werden kann.

→ “Schalen“: 2, 8, 20, 40, 70, 112 ≠ magische Zahlen

Auch der alternative Ansatz eines Kasten- oder Woods-Saxon Potentials führt nicht zu den korrekten “magischen Zahlen” . Woods-Saxon: 2, 8, 18, 20, 34



Es lassen sich nur die ersten Schalenabschlüsse korrekt erklären.

Bisher wurde allerdings der Nukleon-Spin und die resultierende Spin-Bahnkopplung für die Berechnung der Energieniveaus nicht berücksichtigt. (In der Atomphysik beeinflusst die resultierende Feinstruktur die Schalenabschlüsse nur wenig).

Man führt zusätzlich zum “starken” Kernpotential $V_{\text{Kern}}(\mathbf{r})$ auch einen möglichen Spin-Bahn-Kopplungsanteil zum Potential ein

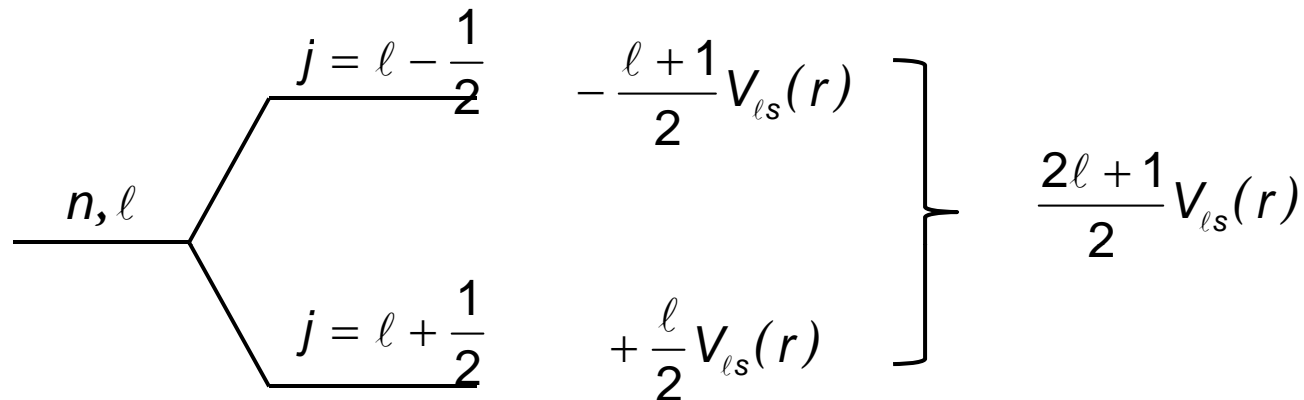
$$V(r) = V_{\text{stark}}(r) + V_{\text{ls}}(r) \frac{\langle \vec{\ell} \cdot \vec{r} \rangle}{\hbar^2}$$

Dies führt zu einer Aufspaltung der ansonsten entarteten Niveaus:

$$j = \ell \pm \frac{1}{2}$$

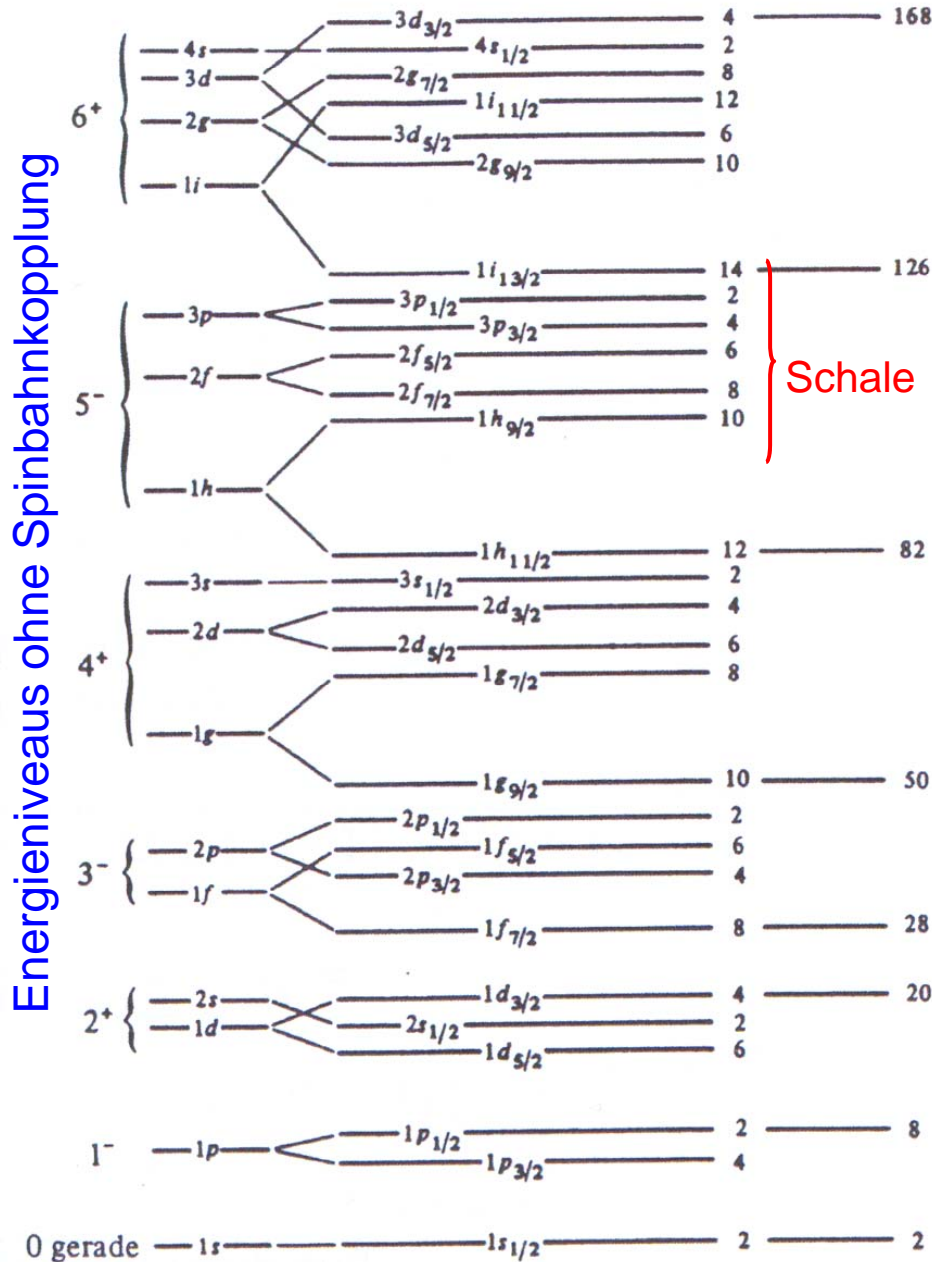
Experimentell fand man, dass es sich bei $V_{ls}(\mathbf{r})$ um ein sehr stark **attraktives** (negatives) Potential handelt.

Energieaufspaltung:



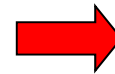
Das Schalenmodell mit adäquater Spin-Bahn Kopplung ist in der Lage die Schalenabschlüsse und die damit verbundenen magischen Zahlen zu beschreiben. Es sagt darüber hinaus auch Kern-Spins und magnetische Momente sowie die Anregungsenergien korrekt vorher.

Energieniveau-Schema: Woods-Saxon Potential



Energieniveaus mit Spinbahnkopplung

Energieniveaus ohne Spinbahnkopplung



Erklärt magische Zahlen

Besetzungsregeln:
 Besetze niedrigste freie Niveaus
 Sättige Spins ab → Paarungsterm

Fig-TP-7.10

Vorhersagen des Schalenmodells

- a. In vollständig besetztem j-Niveau koppeln alle magn. Momente m_j der Nukleonen zu Null: Abgeschlossene n/p Niveaus haben Gesamtdrehimpuls 0.
- b. Für Kerne mit einem Nukleon außerhalb einer abgeschlossenen Unterschale: Spin und Parität des Kerns wird durch diese Nukleonen bestimmt.
 Beispiel: ${}^{17}_8\text{O}_9$ Grundzustand: n in $1d_{5/2}$ Schale $\rightarrow J^P = \frac{5}{2}^+$
- d. Fehlendes Nukleon (Loch) in einer sonst abgeschlossenen Schale bestimmt ebenfalls Spin und Parität des Kerns:
 Beispiel: ${}^{15}_8\text{O}_7$ Grundzustand: Loch in $1p_{1/2}$ Schale $\rightarrow J^P = \frac{1}{2}^-$
- e. Kern-Anregungszustände durch "Leucht-Nukleonen" gut beschrieben.

Beispiele:

Kern	Zustand	J^P
${}^{15}\text{N}$	Proton in $1p_{1/2}$	$1/2^-$
${}^{15}\text{O}$	Neutron in $1p_{1/2}$	$1/2^-$
${}^{17}\text{O}$	Neutron in $1d_{5/2}$	$5/2^+$
${}^{17}\text{F}$	Proton in $1d_{5/2}$	$5/2^+$

Fig-TP-7.11

7.5 Elementsynthese

⇒ Entstehung der Elemente; Urknall vor $\sim 13.7 \times 10^9$ Jahren.

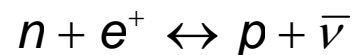
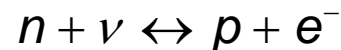
a) Primordiale Elementsynthese

In den ersten μsec bestand die Materie aus freien Quarks und Gluonen, Leptonen sowie den anderen Austauschbosonen. Durch die Ausdehnung des Universums fand eine Abkühlung statt.

Bei $t \approx 10 \mu\text{s}$ nach dem Urknall, $kT \approx 150 \text{ MeV}$, d.h. $T \approx 10^{12} \text{ K}$ fand die Kondensation von Hadronen aus dem Quark-Gluon-Plasma statt.

Die Hadronen zerfallen und es bleiben am Ende nur noch Protonen und Neutronen bzw. ihre Antiteilchen übrig. Aufgrund eines kleinen Materieüberschusses ($\sim 10^{-9}$) blieben die Protonen und Neutronen des heutigen Universums übrig.

Solange T hoch genug ist, befinden sich Protonen und Neutronen im thermischen Gleichgewicht:

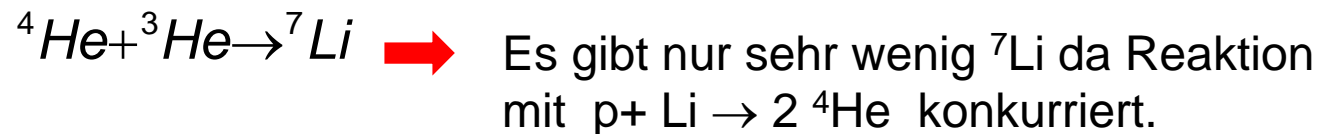
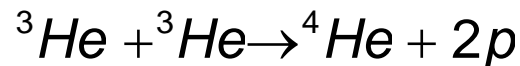
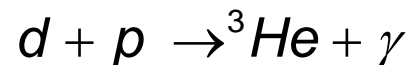
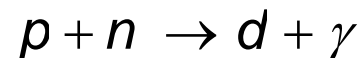


Nach $t \approx 1\text{s}$ ($kT \approx O(1 \text{ MeV})$) entkoppeln Neutrinos und Reaktion stoppt.

Zu dieser Zeit ($t \approx 1s$) gilt für das Neutron/Proton Verhältnis:

$$\left. \frac{N_n}{N_p} \right|_{t \approx 1s} = \exp\left(-\frac{m_n - m_p}{kT}\right) \approx 0.2$$

Sobald $kT < 1 \text{ MeV}$ war, bildeten sich die ersten Kerne:



Da es keine $A=5$ und 8 Kerne gibt, bricht die Elementerzeugung hier ab.

Sobald alle Nukleonen aufgebraucht sind, stoppt die Nukleosynthese: $t \approx 300s$

$$\left. \frac{N_n}{N_p} \right|_{t \approx 1s} \approx 20\% \longrightarrow \left. \frac{N_n}{N_p} \right|_{t \approx 300s} \approx 13.5\%$$

Die so entstandene Elementhäufigkeit läßt sich noch heute nachweisen und wird als primordiale Elementhäufigkeit bezeichnet.

Massenanteile:	p	:	76%
	^4He	:	23%
	^2H	:	2%
	^7Li	:	1.5×10^{-10}

Das Universum expandierte und kühlte sich weiter ab.

Nach $t=4 \times 10^5$ Jahren bei $T=3000\text{K}$ ($kT \sim \text{eV}$) werden durch Einfang von Elektronen die neutralen Atome gebildet. Zu diesem Zeitpunkt entkoppeln die Photonen. Sie sind heute als kosmische Hintergrund-Strahlung ("3K") noch immer präsent: Rot-Verschiebung durch Expansion des Univesums.

Elementsynthese in Sternen

Nach $\sim 10^8$ Jahren ist der Gasdruck gering genug, dass Gravitation H und He Gas zu einem prästellaren Nebel verdichten kann.

Aufgrund des gravitativen Zusammenfallens der prästellaren Gaswolken werden hohe Dichten und Temperaturen erreicht. Bei $T \sim 10^7$ K zündet der pp-Fusionszyklus: **Wasserstoff-Brennen**. Strahlungsdruck wirkt dem gravitativen Druck entgegen.

Nach der pp-Brennphase können sich je nach Masse des Stern weitere Brennphasen anschließen:

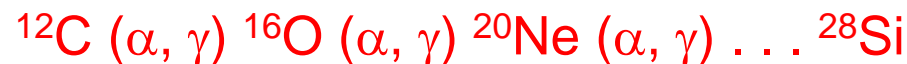


Fig-TP-7.12

Brennphasen : Stern mit $M = 25 M_{\odot}$

Fusion of	Time to complete	Core temperature (K)	Core density (kg m^{-3})
H	7×10^6 yr	6×10^7	5×10^4
He	5×10^5 yr	2×10^8	7×10^5
C	600 yr	9×10^8	2×10^8
Ne	1 yr	1.7×10^9	4×10^9
O	0.5 yr	2.3×10^9	1×10^{10}
Si	1 day	4.1×10^9	3×10^{10}

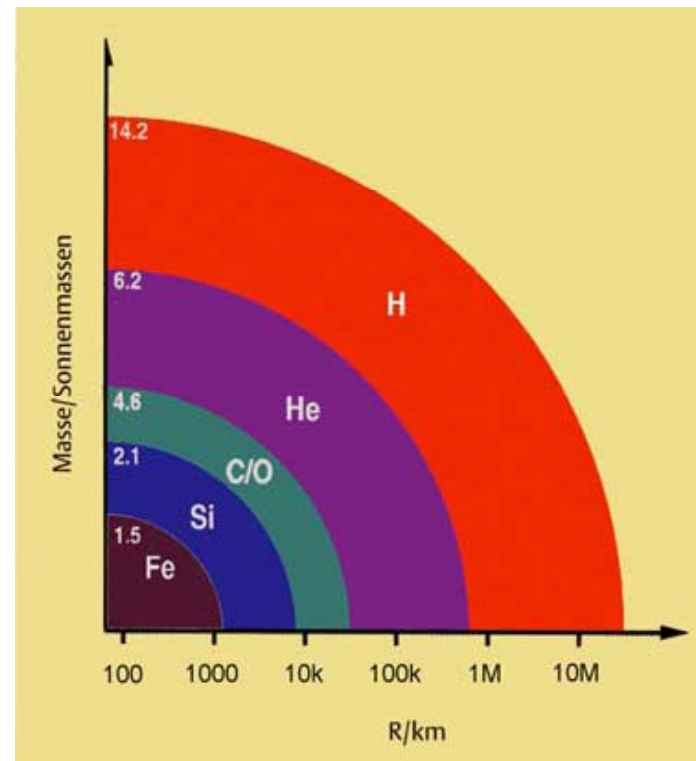
Brenndauern werden mit steigender Temperatur immer kürzer.

Endstadium :

Im Endstadium hat ein massereicher Stern eine Zwiebelschalenstruktur:

Eisenkern und äußere Schalen in denen noch Fusionsprozesse laufen.

Stark aufgebläht: Roter Riesenstern



Durch Fusion in Sternen können alle Elemente bis $^{56}\text{Fe}/^{56}\text{Ni}$ gebildet werden. Alle anderen Elemente werden durch Neutronen-Einfang und nachfolgendem Beta-Zerfall gebildet.

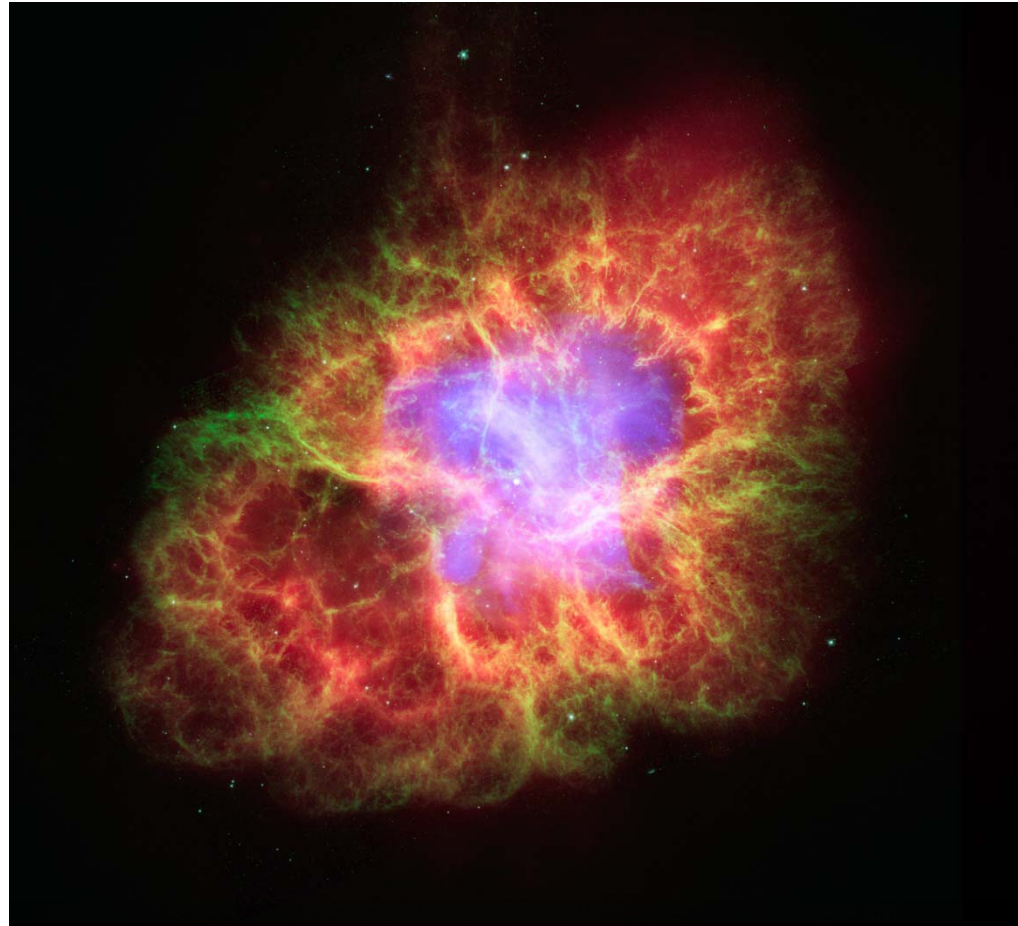
Notwendig:

Neutronenreiche Umgebung
z.B. Supernova Explosionen.

- Rapid-Neutron Capture
(r-Prozesse)
- Slow-Neutron Capture
(s-Prozesse)

Rapid/slow bezieht sich
auf den Neutroneneinfang,
der schneller/langsamer als
 β - Zerfallszeit ist.

(Gegenstand aktueller
Forschung)



NGC 1952SST – Überreste einer Supernova

Fig-TP-7.14