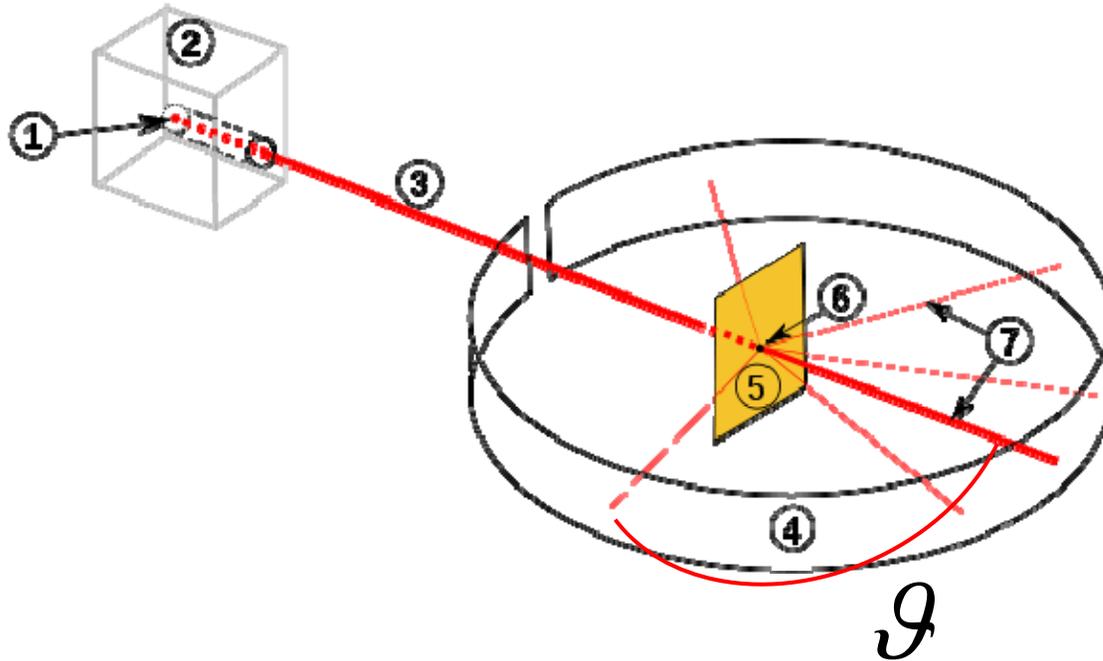


H. Geiger, E. Mardsen, E.Rutherford, Manchester, 1909 - 1913



$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{z^2 Z^2 \alpha^2}{16 E_{kin}^2 \sin^4 \frac{\vartheta}{2}} (\hbar c)^2$$



Große Streuwinkel
(180°) möglich!

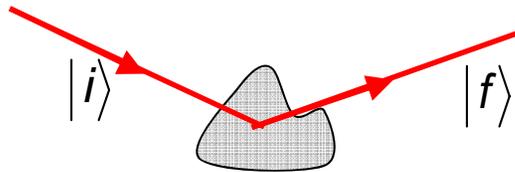
- 1: Radioaktives Radium (α Strahler),
- 2: Bleimantel zur Abschirmung,
- 3: Alpha-Teilchenstrahl,
- 4: Leuchtschirm bzw. Filmstreifen
- 5: Goldfolie
- 6: Punkt, an dem die Strahlen auf die Folie treffen

(Bildnachweis: Wikipedia)

Fig-TP-4.1

4.1c) Propagator $1/q^2$ und Wechselwirkungs-Potential

Streuung an stationärem sphärisch-symmetrischem Potential



$$V(\vec{r}) = V(r) \quad \text{statisch}$$

Bornsche Näherung:

Ein- und auslaufende Wellen werden als ebene Wellen eines freien Teilchens beschrieben.

$$\psi_{i,f}(x) = \frac{1}{\sqrt{V}} \exp\left(\frac{i}{\hbar}(\vec{p}_{i,f}\vec{r} - E_{i,f}t)\right)$$

$V = \text{Normierungsvolumen}$

Übergangsamplitude $\mathcal{A}_{fi} = \langle \psi_f | V(r) | \psi_i \rangle$

$$\mathcal{A}_{fi} = \frac{1}{V} \iint \exp\left(-\frac{i}{\hbar}(\vec{p}_f\vec{r} - E_f t)\right) V(r) \exp\left(\frac{i}{\hbar}(\vec{p}_i\vec{r} - E_i t)\right) dt d\vec{r}$$

Zeitintegration führt zur Energieerhaltung: $\delta(E_f - E_i)$

$$\rightarrow \mathcal{A}_{fi} \sim \int V(r) \exp\left(\frac{i}{\hbar}(\vec{p}_i\vec{r} - \vec{p}_f\vec{r})\right) d\vec{r} = \underbrace{\int V(r) \exp\left(\frac{i}{\hbar}\vec{q}\vec{r}\right) d\vec{r}}_{\text{Fourier-Transformierte von } V(r)} \quad \vec{q} = \vec{p}_i - \vec{p}_f$$

Für $V(r) = \frac{c}{r}$ findet man gerade $\mathcal{A}_{fi}(\vec{q}^2) \sim \frac{c}{\vec{q}^2}$

d.h. der $1/q^2$ Propagator entspricht der Fourier-Transformierten des $1/r$ Potentials

Interessant: Potential mit Dämpfung :

$$V(r) = \frac{c}{r} e^{-r/a} \quad \longrightarrow \quad \mathcal{A}_{fi}(\vec{q}^2) = \frac{c}{\vec{q}^2 + (\hbar/a)^2}$$

4.2b Elektronen-Kern Streuung

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{exp}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} \cdot \underbrace{|F(\vec{q}^2)|^2}_{\text{Fourier-Trf. der Ladungsverteilung}}$$

Fourier-Trf. der Ladungsverteilung

Bei fester Energie der einfallenden Elektronen misst man für verschiedene Streuwinkel des Elektrons den WQ. Verschiedene Streuwinkel θ entsprechen verschiedenen q^2 Werten.

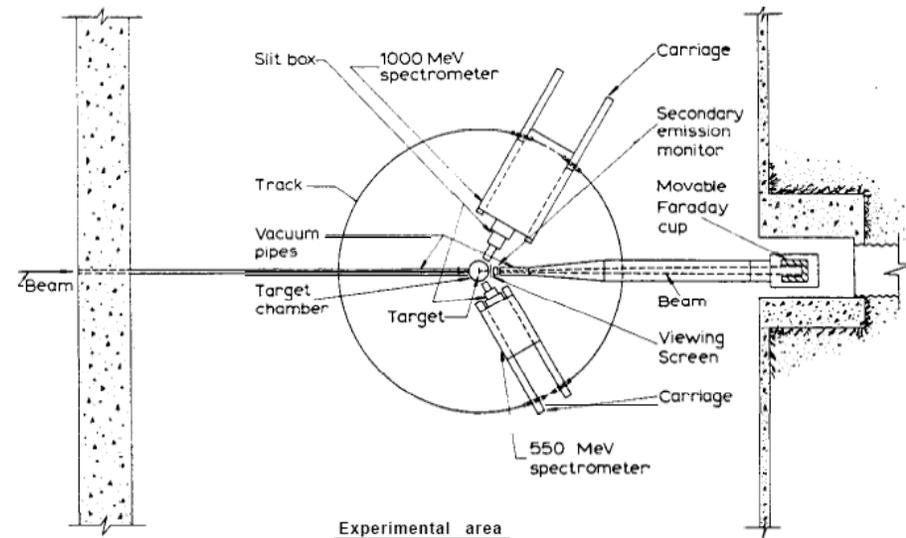
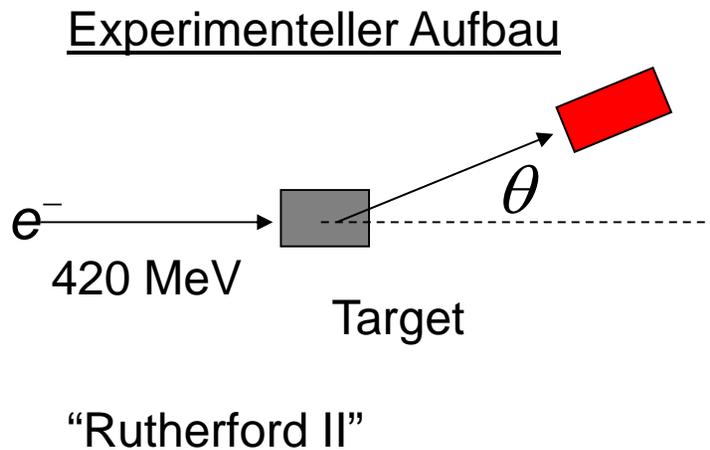


Fig-TP-4.2

R. Hofstadter, Stanford 1956/57

500 MeV Linearbeschleuniger

Nobelpreis 1961

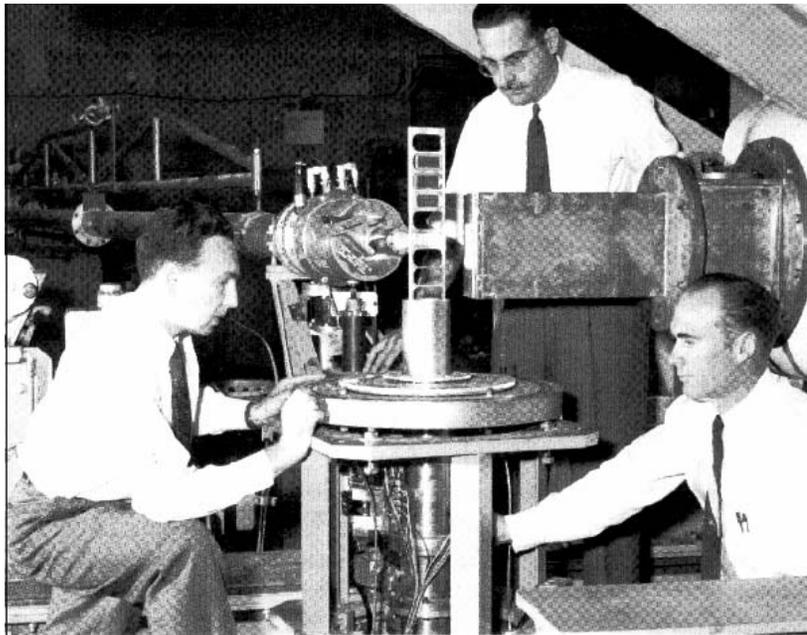


Abb. 3.5: Das Experiment von Robert Hofstadter (links) bei SLAC; neben ihm seine Kollegen Lance Rogers (oben) und Bud Bunkers (Foto SLAC).

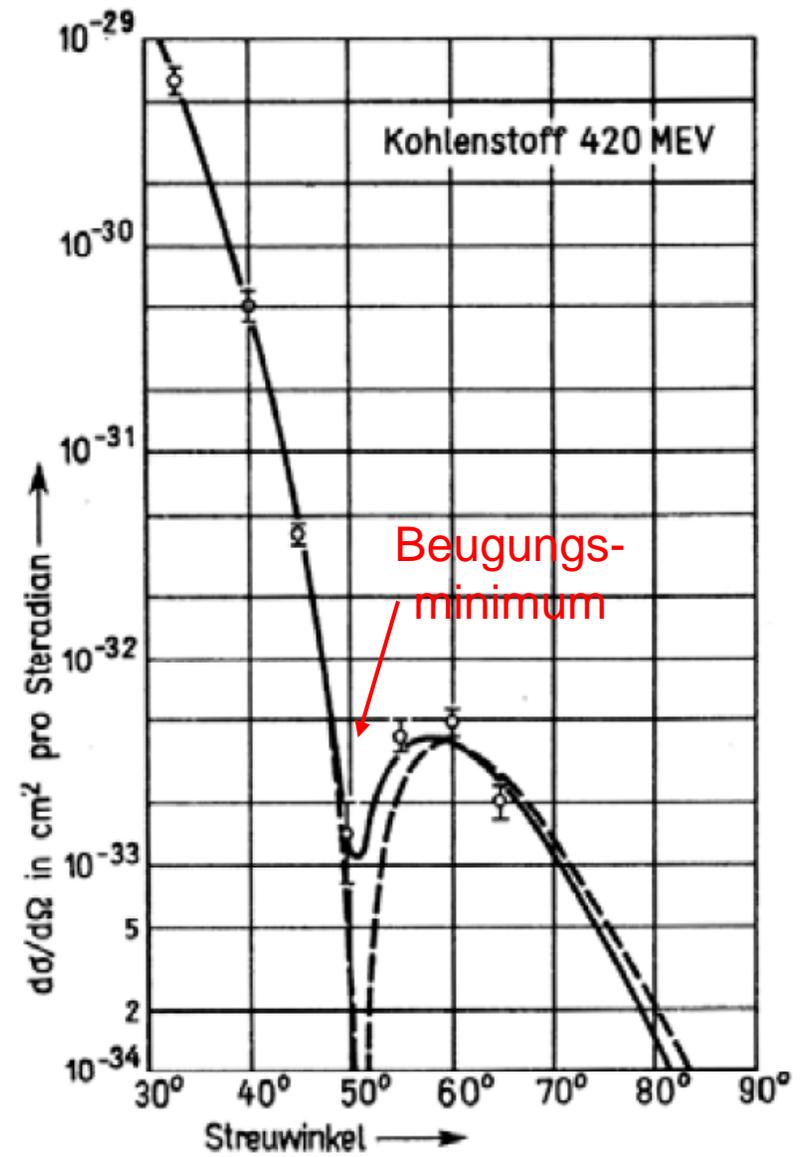


Fig-TP-4.3

Vom Formfaktor zur Kernstruktur

Fig-TP-4.4

In Praxis kann Formfaktor nur in einem begrenzten q^2 Bereich gemessen werden, so dass eine Fourier-Rücktransformation nicht möglich ist.

Stattdessen wählt man verschiedene Modell Ansätze zur Beschreibung der Ladungsverteilung: Fourier-Transformierte des Modells wird an gemessenen Formfaktor angepasst und bestimmt so die freien Modellparameter.

Beispiele:

Ladungsverteilung $f(r)$		Formfaktor $F(q^2)$	
Punkt	$\delta(r)/4\pi$	1	konstant
exponentiell	$(a^3/8\pi) \cdot \exp(-ar)$	$(1 + q^2/a^2\hbar^2)^{-2}$	Dipol
Gauß	$(a^2/2\pi)^{3/2} \cdot \exp(-a^2r^2/2)$	$\exp(-q^2/2a^2\hbar^2)$	Gauß
homogene Kugel	$\begin{cases} 3/4\pi R^3 & \text{für } r \leq R \\ 0 & \text{für } r > R \end{cases}$	$3\alpha^{-3} (\sin \alpha - \alpha \cos \alpha)$ mit $\alpha = q R/\hbar$	oszillierend

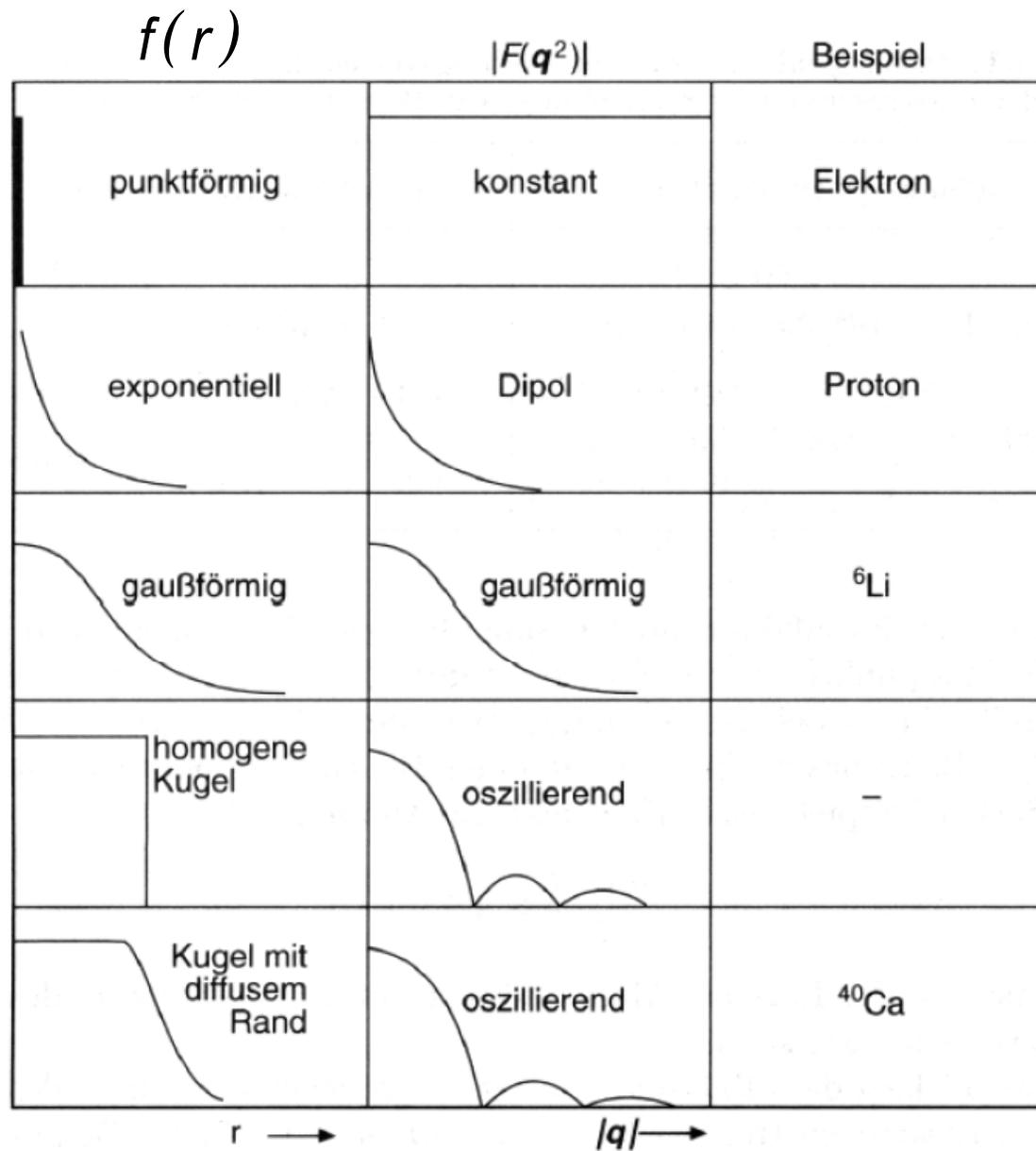


Fig-TP-4.5